RENDICONTO

DELL'ACCADEMIA

DELLE

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

(SEZIONE DELLA SOCIETÀ REALE DI NAPOLI)

SERIE 3.ª — VOL. VII.

(ANNO XL)

NAPOLI

TIPOGRAFIA DELLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE FIS. E MAT.

DIRETTA DA E. DE RUBERTIS FU MICHELE

1901

Fascicolo 1° ANNO XL. Gennaio 1901.

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza del dì 15 Dicembre 1900.
Presiede il presidente G. Nicolucci.

L'adunanza si apre alle ore 11 e sono presenti i socii ordinarii Albini, Bassani, Capelli, Cesàro, Della Valle, Del Pezzo, De Martini, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto (segretario), Siacci e Villari. Assistono i socii corrispondenti Masoni e Semmola.

Il segretario legge il verbale della tornata precedente, che è approvato, e presenta i libri venuti in dono ed in cambio, tra cui una nota del socio corrispondente G. De Lorenzo *sull'influenza dell'acqua atmosferica sull'attività del Vesuvio.*

Il socio Paladino, a nome anche dei colleghi Della Valle e Albini, legge il rapporto sulla memoria del prof. Francesco Capobianco *sull'influenza di agenti fisico-chimici sopra l'eccitabilità dei nervi e dei muscoli lisci negl'invertebrati.* Le conclusioni di tale rapporto, che cioè si stampi la memoria con le due tavole annesse, sono approvate all'unanimità.

Il socio Oglialoro presenta una sua nota: *Sulle perdite che avvengono nella ricerca tossicologica di corpi minerali volatili.*

Il socio Paladino presenta per i Rendiconti una sua nota sopra gli *Ulteriori studii sui rapporti tra il nevroglio e le fibre e le cellule nervose nell'asse cerebro-spinale dei vertebrati.*

Il socio corrispondente Semmola presenta una sua nota, intitolata: *La pioggia ed il Vesuvio nel maggio 1900.* L'Accademia all'unanimità, meno uno, approva che sia inserita nel Rendiconto.

Si passa alla votazione sulle conclusioni del rapporto sul concorso al

premio di lire mille bandito nel 1899 e concernente la classe di Matematica. L'Accademia, all'unanimità approva che il premio di lire mille sia dato all'autore della memoria segnata col motto: *Die Aritmetik ist die Königin der Mathematik.*

L'Accademia approva anche il nuovo tema di concorso per il 1901, scelto dalla Classe di Matematica, che è il seguente:

« L'Accademia conferirà un premio di lire 500 a chi presenterà la migliore memoria che porterà qualche contributo notevole alla teoria invariantiva della forma ternaria biquadratica, preferibilmente per quanto riguarda le varie condizioni di spezzamento in forme inferiori ».

Il termine per la presentazione delle memorie è fissato per il 31 Marzo 1902.

Indi si dichiara chiusa la seduta pubblica.

Processo verbale dell'adunanza del dì 12 Gennaio 1901.
Presiede il presidente **A. Capelli.**

L'adunanza è aperta alle ore 11, con l'intervento dei socii ordinarii Albini, Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, Della Valle, Del Pezzo, De Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto e Villari.

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato, e presenta le pubblicazioni giunte in dono e in cambio, segnalando quella del socio Taramelli: *Una gita geologica in Istria.*

Il socio Cesàro, a nome dell'autore prof. F. Amodeo, offre in omaggio le due note intitolate: *Contributo alla determinazione delle sovrabbondanze dei sistemi di curve aggiunte*; e *Uno sguardo alle curve algebriche in base alla gonalità.*

Il socio Del Pezzo presenta, da parte dell'autore, in omaggio all'Accademia l'opera del prof. Alfonso Del Re, intitolata: *Lezioni di Geometria projettiva ed analitica,* e ne espone con brevi parole il contenuto, facendo rilevare come in questo libro di testo sia conseguita in modo meraviglioso la tanto desiderata fusione tra i due insegnamenti geometrici analitico e sintetico.

Si accetta il cambio delle pubblicazioni accademiche con gli *Annali di nevrologia* di Napoli.

Il socio Paladino legge, per sè e per i colleghi Delpino e Siacci, la relazione sulla Memoria del dottor Aurelio de Gasparis, intitolata: *Osservazioni sulle piante del carbonifero,* proponendone l'inserzione negli Atti. L'Accademia l'approva all'unanimità.

Il socio Albini comunica per il Rendiconto una sua nota, intitolata: *Può il moto differire od impedire l'inizio del letargo nella Marmotta?*

Il socio Del Pezzo presenta una nota del prof. Domenico de Francesco: *Su alcuni problemi di meccanica in uno spazio pseudosferico, analiticamente equivalenti a problemi nello spazio ordinario.* Il presidente incarica i socii Del Pezzo, Fergola e Masoni di esaminarla e di riferirne.

Il segretario legge una comunicazione del prof. F. Kurlbaum: *Sopra un reclamo di priorità del Sig. E. Villari*. L'Accademia, accogliendo la preghiera dell'autore, consente che essa venga pubblicata nel Rendiconto.

Il socio Villari legge alcune sue *Osservazioni sulla Nota precedente,* in seguito alle quali l'Accademia considera e dichiara chiusa la questione.

RAPPORTO

SUI LAVORI COMPIUTI DALLA R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

NELL'ANNO 1900

LETTO NELL'ADUNANZA GENERALE DEL 6 GENNAIO 1901

dal socio segretario

Luigi Pinto

Seguendo il sistema dei passati anni, riassumo i lavori compiuti dall'Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche durante il 1900, ordinandoli ed aggruppandoli per materie.

Il socio Fergola, oltre i consueti bollettini mensuali delle osservazioni meteoriche eseguite nell'Osservatorio di Capodimonte dagli assistenti Tedeschi e Nobile e da questo ultimo calcolati, presentò una nota del Dott. Vittorio Alberti che riassume i *risultati decadici e mensili delle osservazioni del 1899*, ed una nota dell'assistente Tedeschi *sulle variazioni della declinazione magnetica durante lo stesso anno.*

Dalla 1ª nota si rilevano i seguenti risultati:

1.° La pressione barometrica media annua, all'altezza di 149 metri sul livello del mare, fu di mm. 749,41 ed oscillò da un minimo di 728,4 avvenuto il 15 Dicembre, ad un massimo di 760,1 che si verificò il 27 Novembre; talchè la media pressione barometrica nel 1899 fu maggiore di quella del 1898 di $0^{mm},46$; mentre il minimo superò quello del 1898 per mm. 0,1 ed il massimo ne rimase inferiore per ben $4^{mm},4$.

2.° La temperatura media annuale fu di 16°,02 con un minimo di 0°,5 osservata il 27 Febbraio ed un massimo di 30°,5 osservata nei giorni 22, 24 e 31 Luglio; onde la media fu inferiore per circa mezzo grado a quella dell'anno precedente, mentre il minimo ne fu quasi lo stesso ed il massimo ne fu inferiore per 1°,0.

3.° La tensione del vapore acqueo fu in media di mm. 10,09 e l'umidità relativa 68,5. Nel 1898 invece la tensione fu di mm. 9,98 e l'umidità 66,7.

4.° Il numero dei giorni piovosi in tutto l'anno 1899 fu di 101; la pioggia caduta raggiunse l'altezza di $861^{mm},8$ e l'acqua evaporata $712^{mm},1$.

Nel 1898 invece vi furono 115 giorni piovosi, 756,5 mm. di acqua caduta e 856,4 di acqua evaporata.

5.° Il vento predominante nel 1899 fu il NW che soffiò 245 volte, mentre il SW che avea predominato nel 1898, soffiò solamente 181 volte.

L'altra nota del 2° astronomo aggiunto V. Tedeschi sulle *variazioni della declinazione magnetica* osservate a Capodimonte durante il 1899 tre volte al giorno, cioè alle 9, alle 15 ed alle 21, ci fa sapere che il valore medio di tale elemento magnetico fu di 9°,15',8 che è minore di quello trovato nel 1898 per 6',8.

Con la meteorologia si collegano due note del socio corrispondente G. De Lorenzo ed una nota del socio corrispondente E. Semmola.

Nella 1ª nota *sulla probabile causa dell' attuale aumentata attività del Vesuvio*, il Dott. De Lorenzo, riportandosi alla visione intuitiva degli antichi, ai giudizi di valenti vulcanologi e ad alcune sue proprie osservazioni, giustifica la ipotesi che le grandiose esplosioni del Vesuvio verificatesi nello scorso Maggio, se non interamente, sieno state in gran parte provocate dalle insolite ed abbondanti pioggie del passato inverno, le quali dopo 4 o 5 mesi di percolazione pervennero ad una certa profondità e raggiunsero la colonna lavica.

Nella 2ª nota, avente per titolo *Influenza dell'acqua atmosferica sull' attività del Vesuvio*, il socio Dott. De Lorenzo fa rilevare a conferma della sua ipotesi il nuovo fatto che cioè dopo sei mesi di moderata e non appariscente attività ed in seguito a tre settimane di precoci e strabocchevoli pioggie autunnali, nella terza decade di Novembre il Vesuvio improvvisamente ed in modo vistoso riattivò i suoi fuochi. E, riandando sul passato, il De Lorenzo rileva che, fra i tanti, si espressero in modo favorevole alla sua ipotesi anche Guarini, Palmieri e Scacchi nella loro memoria *sull' incendio vesuviano del mese di Maggio 1855*, e fra i fatti più notevoli che, a suo credere, dimostrano l'influenza esercitata sui vulcani dall'acqua atmosferica, egli annovera un quadro che riassume le date delle maggiori eruzioni avvenute dal 1631 ad oggi, e dal quale risulta che il minimo delle eruzioni si è verificato durante l'autunno, vale a dire durante la magra delle sorgenti, la quale suol tenere dietro alla siccità estiva.

Al socio corrispondente Semmola non parvero accettabili i ragionamenti del Dott. De Lorenzo e li confutò in una nota dal titolo *La pioggia ed il Vesuvio nel Maggio 1900.*

Il più valido argomento che il Semmola crede di addurre contro la ipotesi del De Lorenzo, sta in ciò: che, confrontate le quantità di acqua cadute nei 4 mesi precedenti le massime attività del Vesuvio dal 1867 al 1900, e confrontate quelle cadute nei 4 mesi precedenti alcune minime attività dal 1892 al 1900, egli trova che le prime quantità oscillano en-

tro gli stessi limiti delle seconde, e che ad una stessa quantità di pioggia corrisponde un massimo ed un minimo di attività vulcanica.

Quanto alla fisica, il Prof. EMILIO VILLARI, in una sua nota preventiva presentata all'Accademia il 20 Gennaio viene, fra le altre, alle seguenti conclusioni.

Una corrente d'aria ixata spinta per un tubo metallico o coibente di 3 m. o più perde poco o molto della sua virtù scaricatrice, a seconda che il tubo è diritto od avvolto in molte spire: e, del pari, perde gran parte della sua attività passando per un tubo di metallo o di vetro contenente un fascio di molti e sottili fili metallici, in modo da presentare una ampia superficie.

L'aria ixata spinta per un tubo di rame flessibile, di 6 m. o più, avvolto a spira, o per un tubo di ottone (10 × 3 cm.) chiuso da molti dischi di fitta rete metallica, o per un tubo metallico (30 × 3 cm.) contenente strettamente dei lunghi cartocci di rete di ottone, carica cotesti tubi positivamente ad un potenziale che può raggiungere 20 a 30 Volta. Spinta invece la stessa aria pel tubo contenente un cartoccio di foglia metallica, lo carica in meno, ad un potenziale, di solito, inferiore al precedente.

I fili metallici, generalmente, se stretti e pigiati in un tubo di vetro sono strisciati dall'aria ixata, prendono carica positiva, se postivi a largo prendono carica negativa: però questa regola non pare costante.

In altra breve nota lo stesso socio segnalò all'Accademia la gentilezza del Prof. tedesco E. Riecke, il quale, dopo aver pubblicato un suo lavoro sulle figure di Lichtemberg che si osservano sui tubi di Röntgen, dichiara di aver ricevuto notizie delle ricerche che il nostro collega avea intrapreso due anni prima sullo stesso argomento, e nel quale aveva osservato dei fatti poscia osservati da lui (Riecke); e conclude con le seguenti parole: « il lavoro del Villari contiene inoltre molte altre cose « interessanti, intorno alle quali le mie ricerche non si erano estese ».

Lo stesso socio Villari in un'altra comunicazione fece rilevare che i recenti risultati delle esperienze del Kurlbaum sul potere emissivo del nero di fumo riscaldato a 100° e sull'influenza della spessezza dello strato sono identici a quelli che egli pubblicò nel 1878 negli Atti della R. Acc. di Bologna.

Il socio GRASSI ci presentò una nota in cui più diffusamente tratta il problema di calcolare la lunghezza ed il diametro dell'indotto in una dinamo a corrente continua.

Nelle tre precedenti note egli pose a base del calcolo la condizione di rendere minima la somma delle perdite dovute al riscaldamento prodotto dalla corrente, dalla isteresi magnetica e dalle correnti parassite nel nucleo. Nell'ultima nota invece prende in considerazione altri elemen-

ti, tra cui il valore limite dell'interferro, e raggiunge lo scopo più direttamente.

Il Prof. P. Gambèra, Preside del Liceo di Salerno, profittando dell'equazione caratteristica dei gas perfetti, applicabile entro limiti abbastanza estesi all'idrogeno, e profittando della proprietà che questo gas non non è assorbito dal mercurio, costruì un barometro portatile e ne mandò a noi la descrizione. L'Accademia riconoscendo che se non con maggiore precisione e sensibilità, certo con vantaggio economico, quel barometro può sostituire gli aneroidi più usati, accolse per i Rendicodti la nota del predetto Professore.

Di Chimica la nostra Accademia pubblicò nello scorso anno tre lavori, dei quali due sono della Dottoressa Marussia Bakunin ed il terzo è del socio Oglialoro.

Nella memoria *sulla formazione degli indoni in rapporto colle stereoisomerie e su di un nuovo metodo per la preparazione di indoni anidridi ed eteri*, la Dottoressa Bakunin espone ed applica un nuovo metodo da lei scoperto per eliminare l'acqua, sia in una stessa molecola, sia tra molecole diverse di uno stesso o di differenti corpi. Ed il metodo si fonda sull'uso dell'anidride fosforica, non direttamente mescolata con le sostanze da disidratare, ma mescolata con le stesse sostanze disciolte prima in un solvente neutro.

Lasciando ad altri con i rispettivi vantaggi materiali le applicazioni industriali, la Bakunin si avvale del suo ingegnoso metodo per determinare le formole spaziali dei varii isomeri, e per la serie cinnamica si avvale della formazione degli indoni.

L'altra nota della Dottoressa Bakunin sull'*acido ossifenilcinnamico* è un lavoro di revisione di un altro lavoro fatto dal Sig. Vandevelde, dalle cui esperienze pareva dovesse ammettersi l'esistenza di un acido ossifenilcinnamico fondente a 120° isomero con l'altro acido ossifenilcinnamico già noto, fusibile a 181°. La Bakunin conferma invece che insieme coll'acido ossifenilcinnamico si forma acido cinnamico e sono le mescolanze di questi due corpi che fondono verso i 120°.

Una revisione di perizia, eseguita recentemente, dette occasione al socio Oglialoro di poter osservare che quando, dopo la ossidazione della sostanza organica, si precipitano i solfuri e questi vengono sottoposti alla necessaria purificazione, si hanno gravi perdite dei corpi volatili, specialmente del mercurio. Questo fatto importantissimo per le ricerche chimico-legali, sarà oggetto di accurato studio da parte del nostro socio Egli intanto presentò per il Rendiconto una breve nota intitolata: *Sulle perdite che avvengono nella ricerca tossicologica di corpi minerali volatili.*

Di Botanica l'Accademia accolse prima nei suoi Rendiconti una nota

del Dott. Gennaro Bergamo e poi un'altra del socio DELPINO sullo stesso argomento, cioè *sulla teoria delle spostazioni fillotassiche.*

Il Dott. Bergamo, in aggiunta alle tre teorie esposte e pubblicate dal collega DELPINO sin dal 1883 nel suo volume *sulla fillotassi*, propone una quarta teoria, la quale dà ragione di quelle fillotassi aberranti dal sistema principale che hanno luogo, quando in un determinato corpo assile, già avanzato in maturità, intervengono postumi incrementi inequilaterali.

Il socio DELPINO nella sua nota accetta la teoria del Dott. Bergamo e dall' esame di alcune piante in cui è più sfrenata la eterotassia, conclude che essa è un valido sussidio per spiegare alcune fillotassi aberranti.

Di Botanica inoltre l'Accademia accolse nel volume dei suoi Atti una memoria del Dott. Aurelio de Gasparis, intitolata: *Contributo allo studio della vita dei Cloroplastidii.*

Studiando i corpuscoli di clorofilla e specialmente le granulazioni che egli chiama *microplastidii*, il De Gasparis ha rilevato una quantità di fatti nuovi ed importanti. Dalle sue ricerche egli è indotto a ritenere i cloroplastidii come organismi speciali viventi nelle cellule, che si rigenerano nelle nuove cellule sempre per mezzo di microplastidii preesistenti e senza il concorso del protoplasma o del nucleo.

Veniamo ora ai lavori di Anatomia e di Fisiologia compiuti negl' Istituti della nostra Università, diretti dai nostri colleghi.

Il socio ALBINI comunicò all'Accademia i risultati delle sue ricerche comparative sugli strati costituenti le pareti dell' intestino dell'uomo e di molti animali vertebrati: egli descrisse ed illustrò con quattro figure in cromolitografia un nuovo strato muscolare a fibre finissime, molto stipate fra loro ed a decorso obliquo, strato che si osserva immediatamente al di sotto del connettivo sottomucoso, cioè tra la tunica che gli antichi chiamavano *nervea* e la ben nota tunica muscolare a fibre circolari.

Lo strato muscolare descritto dall'ALBINI si trova nell' intestino del gatto, del gallo e del cane, nel quale ultimo animale è sempre molto evidente tanto nell' intestino tenue che nel grasso.

Il socio PALADINO in una nota intitolata *ulteriori studi intorno ai rapporti intimi tra il nevroglio e le fibre e le cellule nervose*, dopo aver accennato al valore delle *colorazioni elettive* nelle indagini microscopiche ed allo studio insistente proseguito sul nevroglio, riferisce i risultati da lui ottenuti coll'*orceina*, e sopratutto colla *rubina acida* o da sola o insieme all'ematossilina ed al bleu di anilina.

Mercè la rubina acida adoperata su pezzi di midollo spinale, già precedentemente smielinizzati, si è arrivati a mettere sempre più in maggiore evidenza la continuazione del nevroglio interstiziale nello scheletro

mielinico delle fibre nervose e la bella rete di nevroglio intorno le cellule nervose, rete che non si arresta alla superficie, ma si addentra nel protoplasma delle cellule nervose. Il nostro collega è d'avviso che cotesti rapporti così intimi tra il nevroglio e gli elementi nervosi devono avere grande importanza nella conoscenza istologica dei centri nervosi.

Il socio Della Valle in una nota preliminare ha comunicato all'Accademia le modificazioni diverse che avvengono nella forma e nel sito *delle appendici ectodermiche del Diplosoma Listeri*. L'osservazione diretta di colonie vive e fiorenti ha dimostrato al nostro collega che in queste singolari Sinascidie i prolungamenti vascolari non hanno sede fissa e forma determinata, come è riferito comunemente, ma che, invece, in certi momenti della vita degli individui, probabilmente secondo i bisogni della colonia, cambiano continuamente di sito e di forma.

Si muovono così i pedicelli come le ampolle, ma il movimento delle ampolle è assai più attivo e rapido di quello dei pedicelli. Spesso si tratta di una vera pulsazione ritmica di espansione e contrazione, giungendo l'ampolla a prendere ora l'aspetto di un lunghissimo budello, ora quello di un piccolo bottoncino.

I prolungamenti tunicali liberi ed i ramponi sono dovuti sempre all'azione delle ampolle vascolari, in parte per estroflessione delle tunica comune già esistente, in parte per produzione di nuova.

Nell'Istituto diretto dal nostro collega Della Valle sono stati eseguiti anche i lavori che seguono dei Dott.[ri] Police e Pierantoni.

Il Dott. Gesualdo Police presentò una memoria sul *sistema nervoso dell'Euscorpius italicus* e l'Accademia ne approvò l'inserzione nel volume degli Atti per la gran copia di nuovi fatti che vi sono esposti, relativi tanto alla posizione dei gangli, quanto alla distribuzione dei nervi che vanno alle diverse parti del corpo, e principalmente a quelli che vanno ai segmenti del preaddome.

Con eguale favore l'Accademia accolse la memoria del Dott. Umberto Pierantoni sul *sistema nervoso stomato-gastrico degli Ortotteri saltatori*. Dalle ricerche del Dott. Pierantoni sono emersi anche varii fatti nuovi ed interessanti e specialmente una determinazione precisa dei diversi rapporti fra i gangli componenti il sistema nervoso e gli organi alle cui funzioni essi presiedono.

Dall'Istituto di Fisiologia diretto dal nostro collega Albini vennero all'Accademia due note, una del coadiutore Adolfo Montuori, l'altra dell'assistente Ugo Siacci.

Il Dott. Montuori espone varie sue esperienze le quali dimostrano che il parenchima polmonare esercita una azione dissociante sull'emoglobina ossicarbonica. E questa particolare funzione del polmone, mentre rappresenta un mezzo di difesa dell'organismo contro l'ossido di carbo-

nio e spiega il meccanismo di guarigione dell'animale avvelenato da cotesto gas, conferma l'intervento attivo di esso polmone negli scambii gassosi respiratorii.

Il Dott. Siacci espone i risultati delle sue analisi comparative sulle quantità di grasso estraibile con etere dalle glandole mesenteriche in varie condizioni e dimostra che queste glandole hanno potere lipolitico, il quale è più intenso di quello del sangue, e, perchè abbia luogo, non è necessaria la presenza dell'ossigeno.

Dall'Istituto diretto dal collega Paladino e con gli aiuti gentilmente forniti dalla Stazione zoologica ci venne per gli Atti una memoria del coadiutore Francesco Capobianco *sulla influenza di alcuni agenti fisico-chimici sulla eccitabilità dei nervi e dei muscoli lisci negli invertebrati.*

Allo scopo di portare un contributo alla quistione sempre viva ed agitata della velenosità specifica muscolare o nervosa dei varii tossici, il Dott. Capobianco ha sperimentato in due animali invertebrati (un cefalopodo ed un gerifeo), oltre 50 veleni, tra sostanze minerali, alcaloidi, glucosidi, anestetici ed essenze ed ha provato ancora l'azione dei mutamenti di temperatura: ed è venuto alle seguenti principali conclusioni:

1.° Vi sono muscoli lisci inattaccabili o quasi dai più forti veleni muscolari.

2.° Vi sono muscoli lisci vulnerabili anche a veleni, i quali per altri muscoli sono di trascurabile azione e che se non giungono proprio ad avvelenarli profondamente, v' inducono però cangiamenti rilevabili nella curva grafica della contrazione muscolare.

3.° Anche le fibre nervose amidollari degli invertebrati sono dotate di quel potere di resistenza ai tossici, generalmente riconosciuto per le fibre nervose midollari dei vertebrati.

4.° Parlando di velenosità specifica muscolare o nervosa, si deve precisare la classe su cui quella può esplicarsi, potendo variarne gli effetti nei differenti animali, e quindi non esistono assoluti veleni muscolari o nervosi.

5.° I muscoli lisci degli invertebrati possono fornire curve di contrazione che, in condizioni date, rassomigliano a quella di una fibra striata.

Di Geologia l'Accademia pubblicò nel passato anno due note del collega Bassani, una memoria del socio corrispondente De Lorenzo in collaborazione del Dott. Carlo Riva, ed una memoria del Dott. Emilio Ugo Fittipaldi.

Il socio Bassani espose il risultato delle sue ricerche intorno ad alcuni avanzi fossili scoperti nelle marne del bacino di Ales in Sardegna, in base ai quali potè concludere che esse, già riferite al pliocene, appartengono invece all'oligocene e precisamente allo *Stampiano*.

I Dottori De Lorenzo e Riva presentarono uno studio *sul cratere di Vivara nelle Isole flegree*, in cui sono diffusamente descritte le rocce trachitiche e basaltiche del cratere di Vivara, situato tra Procida ed Ischia, la loro tettonica e le vicende orografiche ed orogeniche del cratere, in modo da dare di esso un quadro il più che possibile completo.

La memoria del Dott. Fittipaldi comprende lo studio di alcuni gastropodi raccolti dal socio Bassani, con molti altri fossili, nel calcare cretaceo di S. Polo Matese in provincia di Campobasso. Il Fittipaldi vi riscontra parecchie specie nuove ed altre già note, in base alle quali viene alla conclusione che il predetto calcare appartiene al *Turoniano*.

Veniamo ora ai lavori di Matematiche pure.

Nella sua nota intitolata *alcune osservazioni sugli integrali comuni a due sistemi di equazioni differenziali*, il socio Capelli prendendo come punto di partenza una proprietà degli integrali comuni a due equazioni differenziali ordinarie, si propone di costruire dei tipi generici di due sistemi di equazioni differenziali simultanee, pei quali valga la stessa proprietà. Dopo alcuni risultati di indole generale, egli limita la trattazione ai sistemi di equazioni differenziali lineari. Si trova così condotto ad un metodo di integrazione che fa dipendere l'integrazione generale del sistema dall'integrazione particolare di un'unica equazione differenziale ordinaria, che si può riguardare come una generalizzazione dell'equazione di Riccati.

In altra sua nota lo stesso socio Capelli si occupa della quistione dell'*ordine di precedenza fra le operazioni fondamentali dell' Aritmetica*. Per decidere tale quistione, egli pone due criterii che, applicati con accurato esame a tutti gli ordinamenti ammissibili, si accordano nel dare all'operazione di moltiplicazione la precedenza su tutte le altre, e conclude che l'ordinamento da preferirsi sia il seguente: *moltiplicazione, addizione, sottrazione, divisione.*

Il Prof. Domenico de Francesco presentò, e l'Accademia accolse pel volume degli Atti, una memoria in cui con gli stessi metodi della Meccanica ordinaria sono trattati alcuni problemi di statica e di dinamica in uno spazio pseudosferico a tre dimensioni. La forza vi è rappresentata col seno iperbolico di un segmento preso nella sua stessa direzione ed ai consueti enti meccanici ve n'è aggiunto uno nuovo che il De Francesco chiama *comomento* di una forza.

L'Accademia pubblicò pure nei Rendiconti quattro altri lavori di Matematica pura, che mi è impossibile riassumere e sono:

1.ª Una nota del Dott. Domenico Lo Piano *intorno ad una superficie dell'ordine* $n+2$, *dotata di una curva doppia dell'ordine* $\frac{n(n-1)}{2}+1$.

2.ª Una nota del Prof. Domenico Montesano *su alcune superficie omaloidiche di 4° e 5° ordine, prive di linee multiple.*

3.ª Una nota del Prof. Federico Amodeo *sulle curve di gonalità* k *con punti fissi nella* (k — 1)*esima* *serie canonica e sulle rappresentazioni normali piane delle curve trigonali*, e da ultimo

4.ª Una nota dello stesso Prof. Amodeo *sulla determinazione delle sovrabbondanze dei sistemi di curve aggiunte alle curve algebriche.*

Ed eccovi, o Signori, brevemente riassunto il contributo dato dalla nostra Accademia durante il 1900 al progresso delle Scienze fisiche e matematiche.

Nel passato anno l'Accademia dei Lincei perdette il suo Presidente e la nostra Accademia insieme a tante altre nazionali ed estere perdette con Eugenio Beltrami uno dei più preclari socii corrispondenti, uno che ha lasciato orme imperiture nei varii rami delle Matematiche, ed uno in cui era più ammirevole la perfetta armonia tra la bontà dell'animo e la acutezza e profondità del multiforme ingegno.

L'Accademia non ha ancora provveduto alla successione del Beltrami; elesse invece con unanimità di voti a socio corrispondente nella sezione di Scienze fisiche il Dott. Giuseppe de Lorenzo, il cui nome più volte io ebbi a pronunziare in questo e nei resoconti dei passati anni a proposito di note e memorie presentateci, ed a proposito di premio di concorso da lui vinto. E della stessa classe di Scienze fisiche a cui toccava per turno, l'Accademia elesse a Vice-Presidente pel corrente anno il socio Delpino ed a segretario pel triennio 1901-1903 il socio Bassani.

Delle cinque memorie inviateci per il concorso bandito *sulla totalità dei numeri primi*, l'Accademia giudicò meritevole del premio promesso di mille lire quella che ha per motto: *Die Aritmetik ist die Königin der Mathematik* [1]).

E per il nuovo concorso l'Accademia conferirà un premio di 500 lire all'autore della migliore memoria che porterà qualche contributo notevole alla teoria invariantiva della forma ternaria biquadratica, preferibilmente per quanto riguarda le varie condizioni di spezzamento in forme inferiori.

---

[1]) Aperta dal presidente generale la scheda suggellata, risultò che l'autore della Memoria premiata è il dottor Gabriele Torelli, professore nella R. Università di Palermo.

PROGRAMMA DI CONCORSO

L'Accademia di Scienze Fisiche e Matematiche della Società Reale di Napoli conferirà un premio di lire 500 all'autore della migliore memoria che porterà qualche contributo notevole alla teoria invariantiva della forma ternaria biquadratica, preferibilmente per quanto riguarda le varie condizioni di spezzamento in forme inferiori.

CONDIZIONI

1. Le memorie dovranno essere scritte in italiano, latino o francese ed essere inviate al segretario dell'Accademia non più tardi del 31 Marzo 1902.

2. Esse non porteranno il nome dell'autore, ma saranno distinte con un motto, il quale dovrà essere ripetuto sopra una scheda suggellata, che conterrà il nome dell'autore.

3. Le schede della memoria premiata e di quelle che avranno ottenuto l'*accessit*, saranno aperte dal presidente nell'adunanza generale, che avrà luogo nella prima domenica del 1903.

4. La memoria premiata sarà pubblicata negli Atti dell'Accademia, e l'autore ne avrà cento copie.

5. Tutte le memorie inviate pel concorso al premio si conserveranno nell'archivio dell'Accademia, e soltanto si permetterà di estrarne copia a chi le avrà presentate.

Napoli, 6 gennaio 1901.

RELAZIONE

SUL CONCORSO BANDITO DALL'ACCADEMIA AL PREMIO DI LIRE MILLE PER LE SCIENZE MATEMATICHE (1899)

Per l'anno 1897 la nostra Accademia avea bandito un concorso, col premio di lire mille, sul seguente tema:

Esporre, discutere e coordinare, in forma possibilmente compendiosa, tutte le ricerche concernenti la determinazione della totalità dei numeri primi, apportando qualche notevole contributo alla conoscenza delle leggi secondo le quali questi numeri si distribuiscono fra i numeri interi.

Non avendo creduto la sezione di Matematiche di poter proporre pel premio niuno dei due lavori inviati, l'Accademia deliberò di riproporre lo stesso tema con lo stesso premio assegnando come termine per la presentazione dei manoscritti il mese di Marzo 1900.

Ci sono pervenuti in tempo utile quattro manoscritti:

Il primo porta il motto: *Rerum omnium radix est proportio ac progressio.* Consta di cinquanta pagine, o fogli in 4°, nelle quali si discorre sconnessamente dell'albero universale dei numeri primi, delle sette torri magiche e di parecchie altre fantasticherie, che poco o nulla hanno a vedere col tema proposto dall'Accademia. Per rendersi conto dell'indole di questo lavoro e dei comodi mezzi dimostrativi che vi si trovano adoperati, basti il seguente brano, tolto dal foglio XI: « La tavola universale dei numeri primi vive all'infinito. *Dunque* anche all'infinito vivranno i numeri primi in ciaschedun centinaio possibile, *essendo assurdo che ciò sia altrimenti*. Nella creazione e nella possibilità nulla trovasi di inutile ».

Il secondo manoscritto ha il motto: *La perseveranza nella ricerca della verità vince ogni ostacolo.* Consta di trentanove pagine di futili calcoli di analisi indeterminata, destinati nell'intenzione dell'autore a *riconoscere se un numero intero, grande quanto si voglia, è primo, o pur no.* Al manoscritto sono annesse ventisette pagine staccate da un periodico, ed un fascicolo del periodico stesso, contenenti ovvie riflessioni sulla divisibilità dei numeri, dalle quali apparisce che l'autore ignora non solo le più antiche e più facili questioni, relative al tema proposto, ma perfino il significato della parola *totalità* dei numeri primi, quale viene comunemente usata dagli aritmologi.

La terza Memoria porta il motto: *Adhuc sub judice lis est*, ha 43 pagine in quarto con tre capitoli ciascuno diviso in quattro paragrafi. Nel primo capitolo l'autore fa la storia del problema della distribuzione dei numeri primi da Legendre a Riemann; nel secondo studia la funzione $Z(s)$ di Riemann, la definisce, ne dà le espressioni per integrali definiti ed alcune particolari determinazioni esaminando la maniera di comportarsi dei suoi zeri; nel terzo capitolo espone, insieme con altre ricerche, gli ultimi risultati acquisiti alla scienza dei numeri, nell'aspra via aperta da Riemann, per opera di Hadamard, von Mangolt e De la Vallèe Poussin.

Questa memoria, considerata soprattutto sotto l'aspetto storico, rivela subito che l'autore è padrone del suo soggetto; ma che, o per mancanza di tempo, o per altra cagione, egli hà dovuto, o voluto, lasciare, nel trattarlo, molte lacune, non consentite dallo enunciato preciso del tema posto a concorso. Vi sono bensì analizzate e poste in giusta luce le più recenti ed importanti ricerche sull'argomento, ma di moltissime altre non si fa neppur cenno. Manca inoltre quel contributo personale, che pur si richiedeva dall'Accademia; inoltre si scorge manifestamente nella redazione del lavoro una certa noncuranza poco degna di premio.

La quarta memoria porta il motto: *Die Arithmetik ist die Königin der Mathematik!* Ha 297 mezze pagine di testo precedute dall'indice e seguite da una tabella dei simboli adoperati con maggior frequenza e

con significato costante; da un repertorio dei nomi degli autori citati; da una tabella contenente i valori della totalità dei numeri primi fino ad un limite assegnato, secondo le formole di Cebicef, Riemann ed altri e secondo la effettiva enumerazione di Glaisher; e finalmente da un diagramma rappresentante le deviazioni delle varie formole asintotiche pel calcolo della totalità dei numeri primi fino a un limite assegnato. Il lavoro è diviso in dodici capitoli. Esso risponde a tutte le parti del tema poichè infatti espone, discute e coordina, sebbene in forma non sempre compendiosa, le ricerche di ben ottanta autori, non escludendo neppur quelle che, per esser troppo modeste, potevano sembrare non degne di menzione. Il lavoro, condotto con diligente accorgimento, contiene anche qualche pregevole contributo dell'autore alle leggi di distribuzione dei numeri primi, ed è completato dalla tabella e dal diagramma comparativi delle varie forme proposte per la valutazione della totalità dei numeri primi.

La sezione di Matematiche è di parere che i primi due lavori sieno da mettere in disparte senza la minima perplessità, e che degli altri due lavori soltanto il quarto sia meritevole di premio.

Propone quindi che il premio di lire mille venga concesso al lavoro contradistinto col motto:

« *Die Arithmetik ist die Königin der Mathematik!* »

P. del Pezzo, *relatore.*

Relazione *sulla Memoria del dottor* Aurelio De Gasparis, intitolata: *Osservazioni sulle piante del carbonifero.*

(Adunanza del dì 12 Gennaio 1901)

La Commissione sottoscritta, adempiendo all'incarico conferitole dall'illustre Accademia, ho preso in esame la memoria sovra menzionata.

Intorno alle vere condizioni di vita di quelle antichissime forme vegetali esistono non pochi dubbi presso i paleontologi. L'autore, favorevolmente noto per parecchi studii di biologia vegetale già da lui pubblicati, utilizzando le impronte fossili fin qui note, tenta risolvere in parte alcuni dei sopra citati dubbii, fondandosi su conclusioni certe e sicure, quali possono dedursi da caratteri biologici o di vita esteriore, relativi sia al vario sviluppo degli organi caulini e radicanti, sia alle canalicolazioni fogliari (in alcune felci) designate a raccogliere e distribuire acqua piovana (funzione trofilegica di Arcangeli), sia agli organi di disseminazione anemofila, manifestissimi in molte carpoliti, sia finalmente a certe prominenze cavernicole, rilevate nelle foglie di altre felci; prominenze affatto omologhe a quelle che presso molte forme vegetali odierne sono state distinte col nome di *domicilii di acari* (acarecidii o acarodomazii).

La Commissione ravvisa lo scritto del **De Gasparis** come una utile contribuzione allo studio delle piante del carbonifero; e conseguentemente è del parere che lo stesso possa essere integralmente inserito nelle Memorie dell'Accademia.

F. SIACCI
G. PALADINO
F. DELPINO, *relatore.*

OSSERVAZIONI SULLE PIANTE DEL CARBONIFERO; *Memoria del dottor* **Aurelio de Gasparis.**

(Adunanza del dì 3 Novembre 1900) — (Sunto dell'Autore)

L'autore, dopo di avere passato in rassegna i diversi cultori, i quali si sono occupati di argomenti inerenti alle condizioni di esistenza delle piante dell'epoca carbonifera, stabilisce, basandosi sulla forma, sullo sviluppo, sui rapporti di queste piante, i criterii in base dei quali è possibile venire a conclusioni quasi certe intorno alle condizioni biologiche, nelle quali si svolse quella flora che ebbe tanta importanza nella storia della terra.

Passa quindi a studiare le condizioni trofilegiche delle stesse piante e da queste trae interessanti argomenti per i diversi problemi sui quali si svolge il lavoro.

Tratta inoltre della forma dei frutti e dei semi in rapporto alla biologia.

In ultimo, mediante esempi tratti da piante viventi, mette in evidenza diversi casi tuttora oscuri intorno alla presenza di cavernicole sulle foglie ed altre disposizioni biologiche, le quali presentano un grande interesse scientifico poichè richiamano l'attenzione sui rapporti simbiotici delle piante di quell'epoca.

PUÒ IL MOTO IMPEDIRE O DIFFERIRE L'INIZIO DEL LETARGO NELLA MARMOTTA? *Nota del socio ordinario* **G. Albini.**

(Adunanza del dì 12 Gennaio 1901)

La Signorina **Rina Monti**, Docente privata di Zoologia ed Anatomia comparata presso la R. Università di Pavia, conoscendo il mio desiderio d'avere delle Marmotte, ebbe la gentilezza d'inviarmene due di quelle che aveva ricevute dalle regioni alpine sopra Valdieri.

Anche sull'Arctomys marmotta io volevo istituire le esperienze da me fatte negli anni 1894-95-96 sui moscardini (Myoxus avellanarius), esperienze che m'avevano data costantemente la prova che, indipendentemente dalla temperatura esterna, si poteva impedire o ritardare di molto l'inizio del letargo facendo in modo che questi vivacissimi animaletti, svegli

oppure svegliati dal letargo, continuassero a muoversi e così sviluppare, mediante le contrazioni muscolari, tanto calorico da impedire l'abbassamento della loro temperatura interna fino al punto nel quale cadono in letargo [1]).

M'invogliò tanto più a ripetere le pruove sulle marmotte l'osservazione fatta l'anno scorso dalla stessa Signorina Monti, in collaborazione col fratello Prof. Achille, su d'una marmotta che avevano posta nel Calorimetro compensatore dell'Arsonwal [2]). Ecco la loro osservazione:

« Calorimetro in un ambiente a temperatura quasi costante di 11°. La marmotta segnava al principio dell'esperimento 12° e frazioni di grado. Dopo un'ora che era nel Calorimetro si era già equilibrata la sua temperatura con quella dell'ambiente e l'indice del gasometro, per oltre venti minuti decorse orizzontale sul cilindro ».

« Ma ad un certo punto l'indice cominciò a salire con piccole oscillazioni ed in capo ad un'altra ora si innalzò di 8 linee, segnò cioè un'emissione di calore da parte della marmotta corrispondente a circa 5 calorie. E siccome la temperatura dell'ambiente si manteneva costante fra 11° e 12°, sorpresi dal fenomeno abbastanza strano ed inatteso aprirono il Calorimetro e trovarono la marmotta desta e misurante una temperatura rettale di 35 gradi. Conclusero, e giustamente, che il calorico, le calorie emesse, l'aumento di 23 gradi della temperatura dell'animale erano l'effetto del risveglio e non questo effetto dell'elevata temperatura ».

Ciò non toglie, per altro, che il risveglio dal letargo possa essere anche procurato mediante riscaldamento artificiale dell'animale letargico, portandolo cioè in un ambiente molto caldo, come in una stufa d'incubazione oppure esponendolo, anche d'inverno, in camera chiusa al sole sì che il termometro segni 25° o 26°.

Ma non solo il caldo può risvegliare l'animale; anche il freddo intenso può essere stimolo sufficiente a destare un'animale letargico come osservò il Mangili che avendo deposte sulla neve delle marmotte in letargo le vide svegliarsi e muoversi per cercare un più caldo rifugio.

E come il caldo ed il freddo così la corrente faradica provocò in una delle mie marmotte movimenti riflessi, il risveglio dal letargo e l'innalzamento consecutivo, abbastanza rapido, della temperatura interna da 11° a 35°.

Se la causa del risveglio della marmotta nel Calorimetro a temperatura costante era ed è ignota, non vi ha dubbio che stimoli esterni possano svegliare un animale dal letargo come svegliano l'uomo dal sonno fisiologico.

---

[1]) Albini, *Sull'immobilità come causa iniziale il letargo jemale* (Rendiconto della R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche, Febbraio 1894).

[2]) Rina ed Achille Monti, *Osservazioni su le Marmotte ibernanti* (Rendiconti del R. Istituto Lombardo, 1900).

Ma, lasciamo pel momento indiscussa la questione difficile, l'indagine della causa ultima e vera del risveglio sia dal letargo che dal sonno, questione a risolvere la quale bisognerà *nolens volens* rivolgere l'attenzione al misterioso autocrata e ad un tempo schiavo d'ogni funzione, al sistema nervoso. Limitiamoci invece per ora a considerare il fatto importante che un animale letargico con una temperatura rettale di 12° e frazioni di grado posto in un ambiente a temperatura costante fra 11° e 12°, dopo d' essersi messo in equilibrio di temperatura coll' ambiente stesso in poco più d'un'ora emette 5 calorie e si riscalda in modo da segnare una temperatura rettale di 35°.

Vediamo quali altri fenomeni debbono essersi verificati quasi contemporaneamente ai fatti che diremo termici? I Signori Monti trovarono la marmotta sveglia, s'erano cioè contratti i muscoli estensori del tronco e degli arti, i muscoli respiratori avevano eseguite forti contrazioni per rendere più profonde e frequenti le inspirazioni, anche i battiti cardiaci, eransi tri o quadruplicati nell' unità di tempo (un minuto primo), e chi sa quali sforzi fece l' animale, divenuto cosciente, per fuggire dal tamburo del Calorimetro? In una parola, si verificarono in un tempo relativamente breve contrazioni di tanti e diversi muscoli e gruppi muscolari da spiegare, senza bisogno di ricorrere ad altre cause ipotetiche, l' aumentata temperatura dell' animale e l' emissione di calorie da parte dello stesso.

Ed ora, dico io, se il risveglio e le contrazioni muscolari che ne seguono, bastano a sviluppare tanto calorico da innalzare la temperatura dell'animale da 12° a 35°, mantenendo artificialmente in movimento un animale soggetto a letargo potrà questi, ad onta della bassa temperatura esterna, mantenere così alta la propria temperatura da non cadere assiderato.

Non solo le ricerche termo-elettriche ci mostrano l'elevarsi della temperatura del muscolo durante la contrazione, non solo la clinica ha risconrate le più alte temperature nelle malattie caratterizzate da forti e generali contrazioni muscolari (tetano) ma l'esperienza quasi quotidiana nelle sale di vivisezione, dove si vede il mercurio del termometro introdotto nel retto d'un cane salire da 39.2 a 40.5 e 41 appena che l'animale si dibatte, ed infine la stessa vita pratica c' insegna che il moto, le contrazioni muscolari rappresentano una delle precipue sorgenti del calore animale sì che mentre la pelle, le glandule sudorifere debbonsi considerare come eccellenti termoregolatori in difesa contro l'elevarsi della temperatura interna normale, così i muscoli colle contrazioni sono ottimi termoregolatori in difesa dell'abbassarsi della temperatura, dello assideramento.

Nè bastando le tante e molteplici prove dirette dell' attività termogeneratrice dei muscoli possiamo rivolgere la nostra attenzione anche alle prove indirette, desumendole dalla quantità delle perdite invisibili che co-

stantemente e proporzionalmente aumentano col moto, diminuiscono relativamente col riposo fino a ridursi a zero nell'assoluta immobilità come appunto succede nel letargo.

E siccome tali perdite invisibili sono rappresentate quasi esclusivamente dall'acqua e dall'anidride carbonica, cioè dai prodotti d'ossidazione e di sdoppiamento che si verificano negli organismi animali, massime per le contrazioni muscolari, così le variazioni nelle perdite invisibili degli animali ci daranno un'idea molto approssimativa della loro attività muscolare per la quale si sviluppano due energie, la meccanica e la termica.

Se la quantità dei prodotti d'ossidazione delle macchine che sviluppano energia per la combustione d'un determinato materiale ossidabile, è proporzionale ed in ragione diretta dell'energia sviluppata (possa la stessa venire più o meno, cioè in tutto od in parte, utilizzata allo scopo cui dovrebbe servire) tanto più potremo applicare questo principio negli animali, nei quali, senza fare del teleologismo spinto, l'economia della materia e della forza è tanto evidente.

E così la mia perdita invisibile di più di 120 Grammi all'ora era proporzionale al maggior lavoro muscolare per la vociferazione e mimica durante la lezione e quella di appena 60-90 grammi, nella stessa unità di tempo, corrispose ad un riposo relativo stando seduto leggendo o scrivendo [1]).

Così pure la perdita di soli Grammi 33 all'ora che notai in un giovine sano (che pesava poco più di Kilog. 50) quando stava seduto sulla bilancia (*bascule*) quieto e silenzioso, ascendeva a Grammi 56 all'ora pei movimenti dei muscoli delle braccia e della mandibola mangiando davvero od imitandone i meccanismi e la frequenza portando di tratto in tratto alla bocca un tappo di gomma elastica per addentarlo [2]).

Ma i fatti per me più salienti che dimostrano la stretta dipendenza delle perdite invisibili dal moto li ho notati la prima volta in due uccelli dello stesso genere e medesimo regime, cioè in due cingallegre (uccelli insettivori) l'una vivacissima, irrequieta, ardita, l'altra tranquilla, timida, che si rincantucciava immobile appena che si vedeva oggetto di osservazione [3]). Ebbene le perdite invisibili diurne della prima erano sempre asso-

---

[1]) Albini, *Il movimento considerato quale fattore principale delle perdite invisibili dell'uomo e degli animali* — Atti della Società italiana delle Scienze. Milano 1893.

[2]) Albini, *La fisonomia delle perdite invisibili dell'uomo e degli animali* — Atti dell'Accademia Pontaniana. Vol. XXIX. Napoli 1900.

[3]) Albini, *Parallelo fra le perdite invisibili di peso (notturne e diurne) del Parus major e del Parus (Poecile) palustris* — Rend. della R. Accad. di Scienze fisiche e matematiche. Febbrajo 1895

lutamente e relativamente maggiori che nella seconda la quale, in vece, perdeva relativamente assai più della prima durante la notte ciò che trova la spiegazione nelle minori dimensioni dell'animale e nell' essere poco vestito di penne.

In fine l'altro fatto che chiamò la mia attenzione su questo rapporto fra il moto e le perdite invisibili l'ebbi nei moscardini i quali in un'ora di sera (durante cioè il loro vertiginoso maneggio) subivano una perdita in peso 53 volte maggiore che durante l'immobilità all'inizio del letargo.

Ed ora vengo ad esporre i risultati delle osservazioni e delle esperienze sulle due marmotte.

Le marmotte, giunte a Napoli il mattino del 30 Dicembre, con treno diretto da Pavia, erano in uno stato di dormiveglia, cioè eseguivano dei movimenti per distendere gli arti, per raddrizzare la colonna vertebrale ma non avevano la coscienza svegliata sì da reagire per tentare di fuggire, per gridare o ribellarsi anche quando si maltrattavano un poco.

Levate dalla cassa di legno nella quale erano giunte, furono poste col fieno stesso tolto dalla cassa in una grande gabbia tutta in ferro.

Si esposero dapprima al sole ed all'aria aperta ma più tardi, verso sera, furono portate nella camera più calda dell' Istituto perchè munita di una grossa stufa in terra cotta che viene accesa ogni mattina. Il Custode, dietro mio ordine, mise nella gabbia mele tagliate in pezzetti e castagne crude.

Certamente gli animali mangiarono castagne e mele ma si mantennero nello stato di apatia e stonatura non mostrando la vivacità loro naturale.

Volendo incominciare le osservazioni da me istituite alcuni anni sono sui moscardini, siccome durante tali esperimenti occorre spesso visitare gli animali magari di notte e certamente alla sera e verso l'alba, ho dovuto decidermi a farli portare a casa mia dove fortunatamente, senza bisogno di caloriferi od altri mezzi di riscaldamento, ho camere sì bene esposte da avere anche nelle giornate più rigide da 12° a 14° ed altre esposte a perfetto Nord, lontane dalle prime di ben 16 metri.

Per dividere un' animale dall' altro e poterli esporre contemporaneamente ambedue allo stesso ambiente, li feci passare dalla gabbia di ferro in altra formata di due scompartimenti divisibili mediante un setto a saliscendi. Ogni scompartimento è chiuso inferiormente da una tavola in legno coperta di zinco, la parete superiore, l'anteriore e l'esterna sono di reticella metallica mentre la parete interna (il setto) è di legno; posteriormente vi sono le porticine pure in legno.

Ne' giorni 1, 2 e 3 del mese le lasciai unite e le tenni nella camera più calda di tutte, nella quale il termometro saliva nelle ore più calde a 15° e 16°.

Sicoome scomparivano le castagne e le mele mi convinsi che erano sveglie; l'una o l'altra od ambedue avevano urinato e l'urina era di reazione neutra. Non ho creduto raccoglierla per farne analisi perchè certamente imbrattata essendo caduta sul pavimento della camera.

Avvicinandosi i giorni rigidi, il 4 di mattina ancora in una camera a mezzodì pensai dividerle, facendole passare dapprima ambedue a sinistra per pulire ben bene la metà destra e non lasciarvi traocia di castagne o mele; e poscia obbligai una marmotta a passare da questo lato e così mediante il setto venne completamente separata dall' altra alla quale regalai molte castagne e mele.

La marmotta destinata al digiuno si ribellò quando la costrinsi a passare nel suo scompartimento e gridò o meglio abbajò e prese atteggiamento di rabbiosa difesa.

Allora trasportai la gabbia nella camera a Nord.

Non potendo, per sicurezza, lasciare aperti i balconi durante la notte li chiusi verso sera e la temperatura della camera era fra 5° e 6°.

Al mattino del 5 erano sveglie ambedue, anzi quella a digiuno era ancora ribelle mentre l'altra era più tranquilla, forse perché soddisfatta delle castagne e delle mele che afferrava co' suoi denti anche in mia presenza non mostrando alcun timore anzi la massima confidenza.

Al mattino del 5 il termometro nella camera, a balconi aperti, discese fra 3° e 4° ma ambedue le marmotte erano sveglie. Rifornii alimento alla marmotta di sinistra. Nel dubbio che quella di destra, tenuta sveglia dai rumori che faceva l' altra rosicchiando le castagne, continuasse a muoversi mangiando il fieno del nido, sostituii in ambedue gli scompartimenti della bambagia al fieno, precisamente come aveva praticato negli anni scorsi coi moscardini.

Al mattino del 7 trovai in perfetto letargo la marmotta di destra che si mantenne aggomitolata, immobile per tutta la giornata e la notte seguente; infatti all'alba del giorno 8 la trovai al medesimo posto nel quale l'aveva lasciata la sera innanzi. Segnava una temperatura rettale di 11° e prendendola in mano si provava la sensazione di toccare un' animale morto.

La marmotta di sinistra era calda, vivace, si pose a gridare abbajando come un piccolo cagnolino. Dal giorno 4 al giorno 8 aveva consumato tre grosse mele e mezza e nove marroni crudi.

Questa marmotta non era stata colpita dal letargo sebbene ne' quattro giorni fosse stata esposta, come l'altra, per più ore a temperatura abbastanza bassa nella camera a Nord con balconi aperti e dove, massime il giorno 5, il termometro si avvicinò allo zero.

Il mattino del giorno 8 portai la gabbia in una camera calda, esposi al sole la marmotta caduta in letargo, l'adagiai sul soffice cuscino di bambagia sotto della quale posi una *boule* di gomma elastica piena d'acqua

calda a circa 40°, più fiate la presi fra le mani, la strofinai tentando riscaldarla; finalmente dopo ben tre ore e mezza di cure e quando alle 12 ½ il termometro, posto poco lungi dall'animale e come questo al sole segnò 26° la marmotta si stirò, fece de' movimenti; al tatto si mostrò più calda ed allora la riportai nel suo scompartimenro che aveva riempito di crine vegetale e dove aveva preparato pezzetti di mela e castagne.

Allora tolsi ogni residuo di mele e castagne alla marmotta di sinistra, anzi, per essere più sicuro, rinnovai il letto sostituendo alla bambagia del crine vegetale.

Riportai la gabbia nella camera a Nord, spalancando i due balconi.

Alle ore 18 del giorno 8 il termometro segna 7°.

La marmotta di sinistra si trovò aggomitolata presso la porticina cioè s'è posta più che le fu possibile al riparo del freddo.

La marmotta di destra ha quasi smaltiti tutti i pezzi di mela e non si vedono che i gusci delle castagne; ne fornisco altre tre.

Alle ore 8 ½ del giorno 9 visito gli animali. Il termometro attaccato alla gabbia segna fra 8° e 9°.

La marmotta di destra ha mangiate le castagne date alla sera ed ha smaltiti i pezzi di mela; si rifornisce altra mezza mela e tre castagne; è calda ma tranquilla e si lascia accarezzare.

La marmotta di sinistra è ancora aggomitolata al suo posto; non si può dire ancora in letargo perfetto perchè esegue qualche movimento, per nascondere il muso quando si leva dalla gabbia, è meno calda dell'altra ma non gelida.

Alle ore 12.15 del giorno 9 debbo dare altre 3 castagne a destra.

Alla sera (ore 18) del giorno 9 rifornisco mele e castagne alla marmotta di destra. Chiudo i balconi. Il termometro segna fra 8° e 9°.

Il giorno 10 mattina trovo sveglia e calda (temperatura rettale 33°) la marmotta di destra, cui debbo rifornire mele e castagne avendo tutto smaltito nella notte.

Trovo la marmotta a sinistra in letargo abbastanza profondo e sensibilmente fredda in confronto dell'altra.

Ne' giorni 10 ed 11 debbo più volte nella giornata rifornire alimento alla marmotta di destra e noto sempre più profondo il letargo di quella di sinistra la quale va raffreddandosi, (temperatura rettale 10°).

Dunque questa marmotta dal giorno 4 al giorno 8 si mantenne sveglia e calda perchè fornita d'alimento; l'altra cadde in letargo perchè posta al digiuno; ora dopo 4 giorni di digiuno la prima è caduta in letargo si è raffreddata mentre l'altra che avevo ad arte risvegliata si mantenne sveglia e calda perchè non le ho lasciato mancare alimento e per smaltirlo ha dovuto eseguire movimenti; mentre l'altra non trovandone si è rassegnata, si rincantucciò aggomitolandosi riducendo al *minimum* le sue erdite coll'immobilità.

La tesi propostami « se il moto può nelle marmotte, come nei moscardini, impedire o differire l'inizio del letargo » venne pertanto affermativamente risposta dai risultati delle descritte esperienze. Infatti, indipendentemente dalla temperatura esterna, cui furono sempre contemporaneamente esposti i due animali, la marmotta che non trovò più alimento nella gabbia dal giorno 4 Gennaio era fredda ed in perfetto letargo il giorno 8 (segnava una temperatura rettale di 11°) laddove l'altra lo stesso giorno era ancora sveglia, calda, e segnava una temperatura rettale di 33°. Posta questa seconda il giorno 8 a digiuno erasi addormentata e raffreddata il giorno 12 mentre l'altra, stata risvegliata lo stesso giorno 8 mediante riscaldamento artificiale e fornita d'alimento, in luogo di rincantucciarsi aveva continuato a muoversi mantenendosi calda e con una temperatura rettale di 33°.

Sopra un reclamo di priorità del signor E. Villari; *Nota di* F. Kurlbaum [1].

(Adunanza del dì 12 Gennaio 1901)

Il signor E. Villari dà nel Rendiconto dell'Accademia delle Scienze di Napoli (serie 3ª, vol. VI, pag. 136, 1900) un ristretto (*selective*) sommario di una parte del mio lavoro: *Aenderung der Emission und Absorption von Platinschwarz und Russ mit zunehmender Schichtdicke* [2]) e conclude: « Da quanto precede è manifesto, che i risultati, qui sopra ricordati e relativi ad una parte di un mio lavoro pubblicato nel 1878, sono affatto identici a quelli pubblicati dal Kurlbaum nel 1899 [3]) ». Contro a ciò io devo fare rilevare:

1) Io ho misurato l'emissione del nero di platino e del nero di fumo, ma Villari non ha misurato l'emissione del nero di platino.

2) Inoltre io ho confrontato l'emissione di entrambe le sostanze con quella del corpo nero di Kirchhoff, mentre Villari ha confrontato la emissione dei diversi grossi strati di nero fnmo e di altre sostanze soltanto con la massima emissione del nero fumo. Ora, siccome termopila e bolometro sogliono essere rivestiti di nero di platino o di nero di fumo, ne consegue che, entro il campo di osservazione, con l'aiuto dei miei risultati si è in grado di dedurre una correzione per misure assolute d'irradiazione; così che si ottiene lo stesso valore come se si fosse misurato con un apparecchio misuratore assolutamente nero. Questa correzione, che era il vero scopo del mio lavoro, non si può ricavare dal lavoro di Villari.

---

[1]) Tradotta dal segretario dall'originale tedesco.

[2]) *Ann. d. Phys.*, *67*, 846-858, 1899.

[3]) Atti dell'Acc. di Bologna, ser. III, tom. IX, p. 145-172. *Sul potere emissivo e sulla diversa natura del calorico emesso da diverse sostanze riscaldate a 100 gradi.*

3) Finalmente, io ho misurato l'emissione del nero di platino e del nero fumo in tanti diversi grossi strati, il più che possibilmente definiti dal loro peso, che potei disegnare due tratti di curve chiuse, le quali dànno un corso caratteristico diverso.

In aggiunta a queste curve, io nel mio lavoro « *Verschiedene Typen gecchwärzster Flächen* » (pagine 854-857), ho esposto delle osservazioni, che, come ora debbo rilevare, sono nuove e che Villari non poteva esporre. Dal suo materiale di osservazione si può dedurre certamente per una parte della mia curva di nero fumo la relativa altezza delle ordinate, ma non possono essere date le ascisse corrispondenti.

In base a questi tre punti essenziali, io non posso riconoscere come giustificata l'affermazione di Villari, che i miei risultati si trovassero già nel suo lavoro.

Sono invece pronto ad ammettere volentieri che il lavoro di Villari, in confronto ai risultati molto più generali ottenuti da Leslie, Melloni, Knoblauch ed altri, rappresentava un grande progresso. Concedo anche di buon grado che nel mio lavoro molte cose sono presupposte e discusse come generalmente note, le quali sono state trovate da Villari e da altri; io credo anzi di poter indicare come merito speciale di Villari, che la sua opinione sulla dipendenza della emissione dallo spessore degli strati è diventata in questi ultimi vent'anni patrimonio comune di tutti i fisici e adesso ognuno riguarda come noti i fatti stabiliti da lui. Perciò non ho ritenuto necessario di citare alcuno dei più antichi lavori, limitandomi ai due più recenti, quello di Crova e Compan [1]), che hanno adoperato lo stesso mio metodo, e quello di Knut Angström [2]), il quale ha impiegato tutt'altro metodo.

Osservazione *del prof.* E. Villari *sulla Nota precedente.*

(Adunanza del dì 12 Gennaio 1901)

Il Sig. Kurlbaum insomma viene in breve alle seguenti conclusioni:

1° Che il suo lavoro contiene tre risultati o punti importanti (wesentlichen Punkte) che non furono scoperti nè studiati da me:

2° Che il suo lavoro fu eseguito con metodo e scopo differente dal mio, onde non può ammettere il mio reclamo di priorità.

Aggiunge poscia, gentilmente, che il mio lavoro segna un grande progresso (einen grossen Fortschritte) riguardo ai lavori precedenti, e che

---

[1]) Crova et Compan, *Sur le pouvoir absorbant du noir de fumée pour la chaleur rayonnante.* Compt. rend., *125*, 707-710, 1898.

[2]) Knut Angström, *Absorptionsvermögen geschwärzter Körper.* Verh. d. Akad. d. Wiss. zu Stockholm, *5*, 283-295, 1898.

esso e le mie idee sulla relazione fra l'emissione del nero fumo e la grossezza dello strato sono ormai ben note e possono considerarsi come patrimonio comune di tutti i fisici, onde egli non ha creduto di nominarmi nel suo lavoro.

Per conto mio faccio osservare che è verissimo, ed io non l'ho mai contestato, che i nostri lavori furono eseguiti con metodi e scopi differenti: lo che è naturalissimo, essendo essi stati fatti a 22 anni circa di distanza: e come riconosco ben volentieri che i tre punti citati dal Sig. Kurlbaum sieno nuovi ed importanti, così aggiungo che dei fatti nuovi, e forse non privi d'interesse, trovansi studiati nel mio lavoro.

Riguardo a ciò che il Sig. Kurlbaum dice, che il mio lavoro e le idee relative al potere emissivo sono così note da potersi considerare ormai come patrimonio comune di tutti i fisici, io temo che egli s'inganni, e credo invece che le mie ricerche e quelle di molti altri Italiani sieno pressochè ignorate fuori d'Italia.

Del resto qualunque sia il nostro avviso in proposito, parmi si possa affermare con piena verità, che i nostri lavori, sebbene differenti fra loro, pure concordano nella parte relativa all'emissione del nero di fumo, e nei limiti precisati nella mia nota [1]): perciò il mio rchiamo di priorità, fatto nei limiti ricordati, non mi parve allora, nè mi sembra ora, ingiusto od inopportuno.

E ringraziando il Kurlbaum delle gentili espressioni usate a mio riguardo, spero che voglia chiamarsi contento di queste mie dichiarazioni.

Rapporto *sulla Nota del prof.* Domenico de Francesco.

(Adunanza del dì 19 Gennaio 1901)

In questa Nota, che presenta alla nostra Accademia, il Prof. Domenico de Francesco continua le sue ricerche intorno alla meccanica degli spazi curvi, sul quale argomento ha già pubblicato nei nostri Atti una elaborata memoria. Avendo ivi già studiato il moto di un corpo, dello spazio a tre dimensioni speudosferico, non sollecitato da forze, qui si propone di interpretare, nel medesimo spazio, come movimento di un corpo rigido le equazioni differenziali che nello spazio ordinario definiscono il moto di un corpo che ha un punto fisso ed è soggetto a forze arbitrarie.

L'A. dà un'elegante soluzione del problema soffermandosi anche alla trattazione dei più notevoli casi particolari. La commissione propone l'inserzione della Nota nei Rendiconti.

E. Fergola
U. Masoni
P. del Pezzo, *relatore*.

---

[1]) Rend. d. Acc. d. Napoli, Serie 3ª, vol. VI, p. 136, 1900.

Su alcuni problemi di Meccanica, in uno spazio pseudosferico, analiticamente equivalenti a problemi nello spazio ordinario; *Nota di* Domenico De Francesco.

(Adunanza del dì 12 Gennaio 1901)

In un precedente lavoro *) si è veduto che il moto di un corpo rigido libero in uno spazio pseudosferico, con determinate condizioni iniziali, è retto da equazioni differenziali identiche a quelle che reggono, nello spazio euclideo, il moto intorno ad un punto fisso di un corpo rigido non sollecitato da forze.

Sorge quindi naturale l'idea di ricercare quali moti di un corpo rigido e libero, in uno spazio pseudosferico, siano rappresentati dalle stesse equazioni differenziali, che rappresentano nello spazio euclideo il moto di un corpo rigido, legato a un punto fisso, e sollecitato da forze qualunque; ed in particolare, quali siano le forze che riproducono il caso di un corpo pesante ed i casi d'integrabilità di Lagrange e della Kowaleski. Questo è l'oggetto della presente Nota.

In questa dimostro anzitutto che, se un corpo rigido, in uno spazio pseudosferico, ha inizialmente una rotazione intorno ad uno dei tre assi principali d'inerzia, ed uno scorrimento del centro d'inerzia nel piano degli altri due assi, e le forze che lo sollecitano trovansi sempre su questo piano, questo piano scorre sopra un piano fisso, e la rotazione continua intorno al medesimo asse. Il moto in tal caso è retto dalle tre equazioni euleriane.

Quando poi le forze sul piano si riducono ad una, applicata ad un punto fisso del corpo, diretta ad un punto fisso del piano, e proporzionale al Seno della distanza tra questi due punti, le equazioni del moto libero sono quelle stesse del moto di un corpo pesante, legato ad un punto fisso.

Nel caso particolare in cui la forza è applicata al centro d'inerzia del corpo, e l'ellissoide centrale d'inerzia è di rivoluzione intorno all'asse della rotazione iniziale, si ha il caso d'integrabilità di Lagrange.

Le condizioni analitiche, che producono il caso d'integrabilità della Kowaleski, tornano a queste condizioni meccaniche: l'ellissoide centrale d'inerzia è di rivoluzione ed ha gli assi condizionati come quelli della Kowaleski; la forza è perpendicolare ad uno dei piani principali, passanti per l'asse di rivoluzione, ed è proporzionale al Coseno della distanza.

*) *Sul moto spontaneo di un corpo rigido in uno spazio di curvatura costante.* Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino, vol. XXXV, 1899.

Alcuni problemi di Meccanica in uno spazio a tre dimensioni di curvatura costante. Mem. II. Atti della R. Acc. delle Scienze di Napoli, vol. X, serie 2ª, n. 9.

Ho considerato anche altri due casi particolari, cioè quando la forza, applicata al centro d'inerzia del corpo, è perpendicolare ad un piano fisso, e proporzionale al Coseno della distanza del centro d'inerzia da esso; e quando la forza è parallela ad una retta fissa, e funzione della distanza del centro d'inerzia da un'orisfera qualunque avente il centro sulla retta fissa.

Il primo di questi casi, con un semplicissimo cambiamento di variabili, si riporta immediatamente al caso d'integrabilità di **Lagrange**.

Consideriamo in uno spazio pseudosferico un corpo rigido e libero sollecitato da forze qualunque situate nel piano di due assi d'inerzia relativi al centro d'inerzia, e supponiamo che inizialmente il corpo abbia uno scorrimento secondo una retta di questo piano, uscente dal centro d'inerzia, ed una rotazione intorno al terzo asse d'inerzia.

Le equazioni differenziali del moto (equazioni (65) di *Alcuni problemi di Meccanica in uno spazio a tre dimensioni di curvatura costante.* Memoria II) sono:

$$(1)\qquad \begin{cases} -(\beta+\gamma)\dfrac{dp}{dt}+(\beta-\gamma)(q'r'-qr)=\mathrm{L}\ , \\ -(\gamma+\alpha)\dfrac{dq}{dt}+(\gamma-\alpha)(r'p'-rp)=\mathrm{M}\ , \\ -(\alpha+\beta)\dfrac{dr}{dt}+(\alpha-\beta)(p'q'-pq)=\mathrm{N}\ , \\ -(\alpha+\omega)\dfrac{dp'}{dt}+(\omega-\alpha)(q'r-qr')=\mathrm{L}'\ , \\ -(\beta+\omega)\dfrac{dq'}{dt}+(\omega-\beta)(r'p-rp')=\mathrm{M}'\ , \\ -(\gamma+\omega)\dfrac{dr'}{dt}+(\omega-\gamma)(p'q-pq')=\mathrm{N}'\ , \end{cases}$$

nelle quali le quantità $-(\beta+\gamma)$, $-(\gamma+\alpha)$, $-(\alpha+\beta)$ rappresentano i momenti d'inerzia, $(\alpha+\omega)$, $(\beta+\omega)$, $(\gamma+\omega)$ i comomenti d'inerzia del corpo rispetto agli assi dell'ellissoide centrale; ip', iq', ir' le velocità di scorrimento; p, q, r, le velocità angolari secondo i medesimi assi, e finalmente $\mathrm{L}, \mathrm{M}, \mathrm{N}, i\mathrm{L}', i\mathrm{M}', i\mathrm{N}'$ rappresentano i momenti ed i comomenti delle forze applicate, rispetto sempre agli assi dell'ellissoide centrale.

Poichè le forze sono situate nel piano di due assi d'inerzia (piano xy), si ha per tutto il corso del moto:

$$(2)\qquad \mathrm{L}=\mathrm{M}=\mathrm{N}'=0\ .$$

Si ha inoltre all'inizio del moto:

$$(3)\qquad p=q=r'=0\ .$$

Sostituendo questi valori nella prima, seconda ed ultima delle (1), abbiamo: $\frac{dp}{dt}=\frac{dq}{dt}=\frac{dr'}{dt}=0$; quindi alla fine del tempo dt le quantità p, q, r restano nulle, e così per tutto il tempo successivo.

Delle sei equazioni (1) adunque rimangono la terza, la quarta e la quinta, cioè:

$$(4)\qquad \left\{\begin{aligned} &-(\alpha+\beta)\frac{dr}{dt}+(\alpha-\beta)p'q'=\mathrm{N}\ , \\ &-(\alpha+\omega)\frac{dp'}{dt}+(\omega-\alpha)q'r=\mathrm{L}'\ , \\ &-(\beta+\omega)\frac{dq'}{dt}-(\omega-\beta)rp'=\mathrm{M}'\ . \end{aligned}\right.$$

Ora le equazioni che legano le coordinate x', y', z', u' di un punto qualunque rispetto agli assi fissi con le coordinate x, y, z, u rispetto alla terna degli assi d'inerzia del corpo, sono (Mem. cit., p. 15):

$$(5)\qquad \left\{\begin{aligned} x' &= ax + by + cz + hu\ , \\ y' &= a'x + b'y + c'z + h'u\ , \\ z' &= a''x + b''y + c''z + h''u\ , \\ u' &= a'''x + b'''y + c'''z + h'''u\ ; \end{aligned}\right.$$

e si ha (Mem. cit., eq. 53):

$$\frac{dc}{dt}=aq-bp-hr'\ ,\ \frac{dc'}{dt}=a'q-b'p-h'r\ ,\ \frac{dc''}{dt}=a''q-b''p-h''r'\ ,$$
$$\frac{dc'''}{dt}=a'''q-b'''p-h'''r'\ ,$$

onde deducesi per le (3) che c, c', c'', c''' sono quantità costanti.

Se ora supponiamo che inizialmente il piano fisso $x'y'$ coincida col piano mobile xy, in quell'istante si avrà:

$$(6)\qquad c''=1\ ,\ c=c'=c'''=0\ ,$$

e tali equazioni, poichè le c sono costanti, rimarranno per tutto il corso del moto; cioè i due piani xy ed $x'y'$ seguiteranno a coincidere, e se ne conclude:

1.° che la traiettoria del centro d'inerzia è piana;

2.° che l'asse di rotazione è costantemente perpendicolare al piano di questa traiettoria;

3.° che le equazioni differenziali del moto sono le (4), le quali, come ora vedremo, coincidono colle euleriane.

Le quantità p e q sono nulle, come si è dimostrato, per tutta la du-

rata del moto; ci serviremo ora di queste lettere con altro significato, ponendo: $q' = -p$, $p' = q$. Porremo inoltre:

$$\beta + \omega = A \,, \quad \alpha + \omega = B \,, \quad \alpha + \beta = C \,. \tag{7}$$

Con queste sostituzioni le (4), scritte in ordine inverso, diventano:

$$\left\{ \begin{aligned} & A \frac{dp}{dt} - (B - C)qr = \quad M' \,, \\ & B \frac{dq}{dt} - (C - A)rp = - L' \,, \\ & C \frac{dr}{dt} - (A - B)pq = - N \,. \end{aligned} \right. \tag{8}$$

Queste equazioni sono identiche a quelle che nello spazio euclideo rappresentano il moto di un corpo rigido, legato ad un punto fisso e soggetto a forze qualunque.

Supponiamo ora che le forze si riducano ad una, applicata ad un punto M del corpo, nel piano (piano xy) che scorre sul piano fisso, e siano $x = \xi$, $y = \eta$, $u = \zeta$ le coordinate di M rispetto ai due assi di inerzia: questa forza sia diretta ad un punto fisso O′, le cui coordinate rispetto agli assi mobili (assi d'inerzia), siano $x = X$, $y = Y$, $u = Z$.

Dicendo k un coefficiente di proporzionalità verrà:

$$N = k(\eta X - \xi Y) \,, \quad L' = k(\xi Z - \zeta X) \,, \quad M' = k(\eta Z - \zeta Y) \,. \tag{9}$$

D'altra parte, prendendo O′ per origine degli assi fissi, ed essendo il piano fisso $x'y'$ coincidente col piano mobile xy, tra le coordinate x', y', z', u' rispetto agli assi fissi e le coordinate x, y, z, u rispetto agli assi mobili sussistono le equazioni (5), che si riducono per le (6) a:

$$\left\{ \begin{aligned} & x' = ax + by + hu \,, \\ & y' = a'x + b'y + h'u \,, \\ & z' = a'''x + b'''y + h'''u \,, \qquad z' = z \,; \end{aligned} \right. \tag{10}$$

onde viene che per O′ ($x' = y' = z' = 0$, $u' = 1$),

$$X = a''' \,, \quad Y = b''' \,, \quad Z = h''' \,,$$

e quindi le (8) divengono:

$$\left\{ \begin{aligned} & A \frac{dp}{dt} - (B - C)qr = k(\eta h''' - \zeta b''') \,, \\ & B \frac{dq}{dt} - (C - A)rp = k(\zeta a''' - \xi h''') \,, \\ & C \frac{dr}{dt} - (A - B)pq = k(\xi b''' - \eta a''') \,, \end{aligned} \right. \tag{11}$$

Queste equazioni sono identiche a quelle che nello spazio euclideo rappresentano il moto di un corpo rigido pesante, legato ad un punto fisso. Ed infatti i coefficienti delle (10) che figurano ai secondi membri delle (11) hanno le stesse proprietà dei coseni direttori di una terna mobile rispetto ad una fissa nello spazio euclideo: sono al pari di questi esprimibili per mezzo di tre soli parametri indipendenti, che possono essere i parametri euleriani θ, φ e ψ.

È notevole che questi parametri si prestano ad una interpretazione geometrica.

Infatti, ricordando le formole che legano i coefficienti $a, b, h, \ldots$ con le coordinate x_0, y_0, u_0 dell'origine mobile, e con l'angolo ε di cui dovrebbe girare la terna fissa per prepararsi ad andare, con una semplice traslazione, sulla terna mobile (Mem. cit., p. 27), si ha:

$$(12)\quad \left\{\begin{array}{ll} h = x_0 = \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\psi \;; & a''' = -x_0 \cos\varepsilon - y_0 \operatorname{sen}\varepsilon = -\operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\varphi \;, \\ h' = y_0 = \operatorname{sen}\theta \cos\psi \;; & b''' = x_0 \operatorname{sen}\varepsilon - y_0 \cos\varepsilon = -\operatorname{sen}\theta \cos\varphi \;, \\ h''' = u_0 = \cos\theta \;; & \end{array}\right.$$

dalle quali si ricava:

$$(13)\qquad \frac{x_0}{y_0} = \operatorname{tg}\psi \;;\; \operatorname{tg}\varphi = \frac{\frac{x_0}{y_0} + \operatorname{tg}\varepsilon}{1 - \frac{x_0}{y_0}\operatorname{tg}\varepsilon} = \operatorname{tg}(\psi + \varepsilon) \;.$$

Dunque $i\theta$ rappresenta la distanza dell'origine mobile O dall'origine fissa O'; ψ rappresenta l'angolo di O'O con O'y', φ l'angolo di Oy con O'O.

I. Caso d'integrabilità di Lagrange.

Supponiamo che l'ellissoide d'inerzia sia di rivoluzione intorno all'asse Oz, e che il punto di applicazione della forza coincida col centro d'inerzia del corpo.

Avremo in tal caso;

$$(14)\qquad A = B\ ^{*}),\quad \xi = \eta = 0 \;,\; \zeta = 1 \;,$$

e quindi le equazioni (11) diverranno:

$$(15)\qquad \left\{\begin{array}{ll} A\dfrac{dp}{dt} - (A - C)qr = -kb''' \;, \\ A\dfrac{dq}{dt} - (C - A)rp = ka''' \;, \\ C\dfrac{dr}{dt} = 0 \;, \end{array}\right.$$

*) I due momenti d'inerzia sono $-(\beta + \gamma), -(\gamma + \alpha)$; ed essendo eguali, sarà $\alpha = \beta$, $\alpha + \omega = \beta + \omega$, ossia $B = A$.

Queste rappresentano nello spazio euclideo il moto di un corpo rigido pesante, legato ad un punto fisso, nell'ipotesi che l'ellissoide d'inerzia relativo al punto fisso sia di rivoluzione, e che il centro di gravità del corpo sia situato sull'asse di rivoluzione (moto di Lagrange).

In questo caso dunque $p, q, r, \theta, \varphi, \psi$ si esprimono per mezzo di funzione $\Im$ il cui argomento è una funzione lineare del tempo.

L'equazione in coordinate polari della traiettoria del centro d'inerzia è (Cfr. Appell, Mécanique Rationelle, t. II, p. 234):

$$d\psi = \frac{(\beta - br_0 u_0)du_0}{(1 - u_0^2)f(u_0)} . \tag{16}$$

Supponiamo ancora $A = B$, ma la forza, applicata al centro d'inerzia del corpo, sia costantemente perpendicolare ad una retta fissa γ, situata nel piano della traiettoria del centro d'inerzia, e sia proporzionale al Coseno della distanza del centro d'inerzia, da essa.

Potremo considerare la forza come diretta costantemente al polo (ideale) della retta γ, e proporzionale al Seno della distanza del centro d'inerzia dal detto polo.

Se prendiamo la retta γ come asse $O'y'$, le coordinate del suo polo saranno, rispetto agli assi fissi, $1, 0, 0$, e quindi per le (10) le coordinate rispetto agli assi mobili saranno: a, b, h.

Avremo dunque:

$$N = 0 \quad , \quad L' = -ka \quad , \quad M' = -kb \, ,$$

e sostituendo questi valori nelle (8); otteniamo:

$$\left\{ \begin{aligned} & A\frac{dp}{dt} - (A - C)qr = -kb \, , \\ & A\frac{dq}{dt} - (C - A)rp = \quad ka \, , \\ & C\frac{dr}{dt} \qquad\qquad\quad = \quad 0 \, , \end{aligned} \right. \tag{17}$$

Facciamo ora la sostituzione definita dalle equazioni:

$$x' = u'_1 \quad , \quad y' = y'_1 \quad , \quad u' = x'_1 \, , \tag{18}$$

e notiamo che le nuove variabili soddisfano ancora alla condizione:

$$x'^2_1 + y'^2_1 + u'^2_1 = 1 \, .$$

Chiamando $a_1, b_1, h_1, \ldots$ i nuovi coefficienti delle (10), poichè:

$$\begin{aligned} u'_1 &= ax \;\; + by \;\; + hu \;\; = a'''_1 x + b'''_1 y + h'''_1 u \, , \\ y'_1 &= a'x \;\; + b'y \;\; + h'u \;\; = a'_1 x + b'_1 y + h'_1 u \, , \\ x'_1 &= a'''x + b'''y + h'''u = a_1 x \;\; + b_1 y \;\; + h_1 u \, , \end{aligned}$$

risulta:

$$
(19) \qquad \begin{cases} a = a_1''' \quad , \quad b = b_1''' \quad , \quad h = h_1''' \quad , \\ a' = a_1' \quad , \quad b' = b_1' \quad , \quad h' = h_1' \quad , \\ a''' = a_1 \quad , \quad b'' = b_1 \quad , \quad h''' = h_1 \quad . \end{cases}
$$

Se chiamiamo p_1, q_1, r_1 i nuovi valori di p, q, r, abbiamo in virtù delle (19):

$$
p_1 dt = h_1 db_1 + h_1' db_1' + h_1''' db_1''' = h''' db''' + h' db' + h db = p dt \;,
$$

ossia: $p_1 = p$, ed analogamente $q_1 = q$, $r_1 = r$.

Dunque le quantità p, q, r non variano per effetto della sostituzione (18), e per conseguenza nelle equazioni (17) dovremo semplicemente sostituire ad a e b le quantità a_1''' e b_1'''.

Con tale sostituzione le (17) divengono identiche alle (15). Integrandole, otterremo $p, q, r, \theta_1, \varphi_1, \psi_1$: per avere i parametri θ, φ, ψ relativi agli assi primitivi, gioveranno le formole:

$$
\begin{gathered}
\cos\theta = \operatorname{sen}\theta_1 \operatorname{sen}\psi_1 \;, \\
\operatorname{sen}\theta \cos\psi = \operatorname{sen}\theta_1 \cos\psi_1 \;, \\
-\operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\varphi = \cos\theta_1 \operatorname{sen}\psi_1 \operatorname{sen}\varphi_1 + \cos\psi_1 \cos\varphi_1 \;,
\end{gathered}
$$

che si ottengono sostituendo i parametri euleriani nelle equazioni:

$$
h''' = h_1 \quad , \quad h' = h_1' \quad , \quad a''' = a_1 \;.
$$

II. Caso d'integrabilità della Kowaleski.

Supponiamo $A = B = 2C$: la forza passi costantemente per un punto fisso O' del piano della traiettoria del centro d'inerzia, ma non abbia un punto di applicazione fisso nel corpo: essa sia perpendicolare ad uno dei piani principali d'inerzia passante per l'asse Oz, e la sua intensità vari proporzionalmente al Coseno della distanza di O' dal detto piano.

Supponiamo che il piano principale al quale la forza è costantemente perpendicolare sia il piano yz; potremo considerare la forza come applicata al polo (ideale) di questo piano, polo che ha rispetto agli assi mobili, le coordinate $x = 1, y = z = u = 0$: la sua intensità sarà proporzionale al Seno della distanza di O' da questo polo.

Le equazioni del moto si otterranno dalle (11) ponendovi $\xi = 1, \eta = 0$, $\zeta = 0$, e saranno:

$$
(20) \qquad \begin{cases} 2\dfrac{dq}{dt} = qr \;, \\ 2\dfrac{dp}{dt} = -rp - \dfrac{2k}{A} h''' \;, \\ \dfrac{dr}{dt} = \dfrac{2k}{A} b''' \;; \end{cases}
$$

Esse coincidono con le equazioni che nello spazio euclideo rappresentano il moto della **Kowaleski** (Acta Mathematica, vol. XII, 1889), cioè il moto di un corpo rigido pesante, legato ad un punto fisso, nell' ipotesi che i momenti principali d' inerzia relativi al punto fisso soddisfino alla relazione $A = B = 2C$, e che il baricentro si trovi nel piano equatoriale. Le quantità $p, q, r, a''', b''', h''', \dots$ si esprimono adunque, con le formole della **Kowaleski**, mediante funzioni ultraellittiche.

III. Altro caso d'integrabilità.

Supponiamo ancora $A = B$: la forza, applicata al centro d'inerzia del corpo, sia parallela ad una retta fissa γ del piano della traiettoria, ossia perpendicolare ad un oriciclo Ω, posto sullo stesso piano, ed avente il centro sulla retta γ: l'intensità della forza, che indicheremo con F, sia funzione della distanza del centro d'inerzia dallo stesso oriciclo.

Prendiamo come origine delle coordinate il punto O' in cui l'oriciclo Ω taglia la retta γ, e questa retta stessa per asse delle y'. Diciamo ε la distanza del centro d' inerzia O dall'oriciclo Ω: tirando per O un oriciclo ω concentrico al primo, ε rappresenta anche la distanza di O' da ω, e l'equazione di ω sarà (Mem. I cit., n. 9):

$$u_0 - iy_0 = e^{-\varepsilon} ,$$

ovvero per le (12):

$$h''' - ih' = e^{-\varepsilon} ;$$

e poichè F è funzione di ε, sarà parimenti funzione di $h''' - ih'$.

Indichiamo con iL'_1, iM'_1 i comomenti della forza F rispetto agli assi fissi, con N_1 il momento della medesima rispetto all'origine O', e con δ il segmento normale condotto da O' sulla linea di F. Avremo (Mem. I, n. 45):

$$(21) \qquad iL'_1 = -F \operatorname{Sen} \delta \quad , \quad iM'_1 = F \quad , \quad N_1 = -F \operatorname{Sen} \delta ,$$

e poichè la linea di azione della forza F ha per equazione (Mem. I, 11):

$$ix_0 = \operatorname{Sen} \delta (u_0 - iy_0) , \qquad \text{ossia:} \qquad ih = \operatorname{Sen} \delta (h''' - ih') ,$$

risulta:

$$(22) \qquad \operatorname{Sen} \delta = \frac{ih}{h''' - ih'} .$$

Si ha poi in virtù delle (10):

$$L' = xU - uX = (ax' + a'y' + a'''u')(hX' + h'Y' + h'''U')$$
$$- (hx' + h'y' + h'''u')(aX' + a'Y' + a'''U') = b'L'_1 - bM'_1 + b'''N_1 ,$$

ed analogamente:

$$M' = yU - uY = -a'L'_1 + aM'_1 - a''N_1 \;,$$

e quindi per le (21) e (22):

$$L' = \frac{F}{h''' - ih'}(a''' - ia') \quad , \quad M' = \frac{F}{h''' - ih'}(b''' - ib') \;.$$

Le equazioni del moto risultano dunque:

$$(23) \qquad \begin{cases} A\dfrac{dp}{dt} - (A - C)qr = \dfrac{F}{h''' - ih'}(b''' - ib') \;, \\ A\dfrac{dq}{dt} - (C - A)rp = -\dfrac{F}{h''' - ih'}(a''' - ia') \;, \\ C\dfrac{dr}{dt} = 0 \;. \end{cases}$$

Si può, indipendentemente da altre considerazioni, dimostrare la reducibilità di queste equazioni alle quadrature. Infatti le quantità $a''' - ia'$, $b''' - ib'$, $h''' - ih'$ soddisfano anche il sistema di equazioni differenziali:

$$(24) \qquad \begin{cases} \dfrac{d(a''' - ia')}{dt} + q(h''' - ih') - r(b''' - ib') = 0 \;, \\ \dfrac{d(b''' - ib')}{dt} + r(a''' - ia') - p(h''' - ih') = 0 \;, \\ \dfrac{d(h''' - ih')}{dt} + p(b''' - ib') - q(a''' - ia') = 0 \;. \end{cases}$$

Abbiamo poi le cinque equazioni:

$$\frac{Adp}{(A - C)qr + \dfrac{F}{h''' - ih'}(b''' - ib')} = \frac{Adq}{(C - A)rp - \dfrac{F}{h''' - ih'}(a''' - ia')}$$

$$= \frac{Cdr}{0} = \frac{d(a''' - ia')}{r(b''' - ib') - q(h''' - ih')} = \frac{d(b''' - ib')}{p(h''' - ih') - r(a''' - ia')}$$

$$= \frac{d(h''' - ih')}{q(a''' - ia') - p(b''' - ib')} \;,$$

le quali ammettono un moltiplicatore di J a c o b i eguale ad 1, come è facile verificare. Basterà dunque conoscere quattro integrali, od equazioni finite, per ottenere il quinto con una quadratura. Ora si hanno immediatamente le due equazioni:

$$(25) \qquad r = r_0 \;,$$

$$(26) \qquad (a''' - ia')^2 + (b''' - ib')^2 + (h''' - ih')^2 = \text{cost} = 0 \;.$$

Sommando le equazioni (26), moltiplicate rispettivamente per $a'''-ia'$, $b'''-ib'$, $h'''-ih'$, ed integrando, si ha:

$$(27)\qquad A[(a'''-ia')p+(b'''-ib')q]+C(h'''-ih')r=K(\text{cost.})\ .$$

Sommandole invece, dopo averle rispettivamente moltiplicate per p, q, r, otteniamo:

$$A\frac{pdp+qdq}{dt}+Cr\frac{dr}{dt}=-\frac{F}{h'''-ih'}\Big[(a'''-ia')q-(b'''-ib')p\Big]$$

$$=-\frac{F}{h'''-ih'}\Big[a'''q-pb'''-i(a'q-b'p)\Big]\ ,$$

e poichè (Mem. II, eq. (53)):

$$\frac{dh'}{dt}=a'q-b'p\quad ,\quad \frac{dh'''}{dt}=a'''q-b'''p\ ,$$

ricordando che F è funzione di $h'''-ih'$, avremo:

$$(28)\quad A(p^2+q^2)+Cr^2=-2\int\frac{F}{h'''-ih'}d(h'''-ih')+K'=f(h'''-ih')+K'\ .$$

Questo è il quarto integrale: il problema può dunque ridursi alle quadrature, ciò che d'altronde può effettuarsi nel modo seguente.

Poniamo nell'integrale (27) in luogo di p e q i rispettivi valori $\Sigma-b\frac{dh}{dt}$ e $\Sigma a\frac{dh}{dt}$: fatte le opportune riduzioni, avremo:

$$(29)\qquad -Ai(h'''-ih')^2d\left(\frac{h}{h'''-ih'}\right)=[K-Cr_0(h'''-ih')]dt\ .$$

Si ha poi:

$$(30)\quad (p^2+q^2)dt^2=dh^2+dh'^2+dh'''^2=dh^2+d(h'''-ih')d(h'''+ih')\ ,$$

ma dall'identità:

$$h^2+h'^2+h'''^2=h^2+(h'''+ih')(h'''-ih')=1\ ,$$

ossia:

$$h'''+ih'=\frac{1-h^2}{h'''-ih'}\ ,$$

si deduce:

$$d(h'''+ih')=\frac{-2h(h'''-ih')dh-(1-h^2)d(h'''-ih')}{(h'''-ih')^2}\ ;$$

e quindi la (30) diventa:

$$(p^2+q^2)dt^2=(h'''-ih')^2\left[d\left(\frac{h}{h'''-ih'}\right)\right]^2-\left[\frac{d(h'''-ih')}{h'''-ih'}\right]^2,$$

in virtù della quale l'equazione (28) si potrà scrivere:

$$(31)\qquad A\left\{(h'''-ih')^2\left[d\left(\frac{h}{h'''-ih'}\right)\right]^2-\left[\frac{d(h'''-ih')}{h'''-ih'}\right]^2\right\}=[f(h'''-ih')+K'-Cr_0^2]dt^2 .$$

Eliminando fra le equazioni (29) e (31) una volta dt, un' altra volta $d\left(\frac{h}{h'''-ih'}\right)$, ed integrando, si ottengono le seguenti equazioni:

$$(32)\qquad \frac{h}{h'''-ih'}=\int\frac{[K-Cr_0(h'''-ih')]d(h'''-ih')}{(h'''-ih')^2\sqrt{A(h'''-ih')^2[f(h'''-ih')+K'-Cr_0^2]+[K-Cr_0(h'''-ih')]^2}}+K'' ,$$

$$(33)\qquad t=-Ai\int\frac{d(h'''-ih')}{\sqrt{A(h'''-ih')^2[f(h'''-ih')+K'-Cr_0^2]+[K-Cr_0(h'''-ih)]^2}}+K''' ,$$

a prima delle quali rappresenta la traiettoria del centro d' inerzia del corpo.

Questi due integrali, insieme coi quattro precedenti, permettono di esprimere in funzione del tempo le velocità p, q, r ed i tre parametri dai quali dipende la posizione del corpo.

Supponiamo $r_0=0$: chiamando v la velocità del centro d' inerzia, si ha per la (28):

$$v^2=-(p^2+q^2)=-\frac{f(h'''-ih')+K'}{A} ,$$

sicchè, ponendo $\frac{K}{A}=\gamma$, le equazioni (32) e (33) diventano:

$$\frac{ih}{h'''-ih'}=\gamma\int\frac{d(h'''-ih')}{(h'''-ih')^2\sqrt{v^2(h'''-ih')^2-\gamma^2}}+K'' ,$$

$$t=\int\frac{d(h'''-ih')}{\sqrt{v^2(h'''-ih')^2-\gamma^2}}+K''' ,$$

equazioni identiche a quelle ottenute nella citata Memoria II per il moto di un punto materiale, sollecitato da una forza parallela ad una retta fissa.

Valori medj decadici e mensili e riassunto annuale delle osservazioni meteoriche fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte nell'anno 1900 *);
Nota del dottor* V. Alberti, *1° astronomo aggiunto dell'Osservatorio.

(Adunanza del dì 19 Gennaio 1901)

I risultati numerici di questa Nota son dedotti dalle osservazioni meteoriche giornaliere fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte alle ore 9, 15 e 21 di tempo vero locale (ore stabilite dalla Direzione della Meteorologia Italiana, per gli studj di climatologia). Si son calcolati, propriamente: 1° i medj decadici e mensili e il medio annuo della pressione barometrica (ridotta a 0°), della temperatura dell'aria, dell'umidità sia assoluta che relativa e della quantità di nubi; 2° i totali decadici e mensili e il totale annuo della pioggia raccolta e dell'acqua evaporata; 3° la frequenza de' singoli venti, nonchè la frequenza della nebulosità, classificando i giorni in base al vario aspetto del cielo.

I. *Pressione atmosferica.* — Il barometro all'uopo adoperato è un barometro di Deleuil (N.° 2336), tipo Fortin, avente per diametro del pozzetto 45^{mm} e per diametro interno del tubo 11^{mm}. Si è ritenuta, a causa dell'errore d'indice e capillarità, la correzione di $0^{mm}.22$, quale risultò dal confronto col barometro normale dell'Ufficio Centrale della Meteorologia Italiana. I valori medj son dedotti dalle osservazioni eseguite a 9^h, a 15^h ed a 21^h; e per le riduzioni a 0° si è fatto uso delle tavole meteoriche del P. Denza.

II. *Temperatura dell'aria.* — I termometri si trovano esposti in una finestra vôlta a NNW, larga m. 1,38 ed alta m. 2,10; essa prende tutto lo spessore del muro che è di m. 0,39 e sporge ancora verso l'esterno per m. 0,33. Dalle radiazioni della stanza i termometri son difesi mercè un'invetriata, a traverso la quale si osservano; dalle radiazioni esterne son protetti mediante persiane che si mantengono chiuse. Il davanzale della finestra è di marmo, munito, nella parte che aggetta sul muro, di sei fori a base circolare di m. 0,06 di diametro.

I valori medj della temperatura dell'aria son desunti dalle temperature a 9^h ed a 21^h, osservate direttamente, e dalle temperature estreme segnate dai termografi a massimo ed a minimo. Per le osservazioni dirette si è impiegato un termometro di *Negretti* e *Zambra*, N.° 44030, a bulbo sferico (diametro 9^{mm}); per la temperatura massima, un termografo parimenti di *Negretti* e *Zambra*, N.° 40814, a bulbo sferico (diametro 12^{mm}); e per la temperatura minima, un termografo di *Casella*, N.° 19572, ad alcool con indice di smalto ed a bulbo sferico (diametro 15^{mm}). Per tutti questi termometri campionati nell'Osservatorio di Fisica Terrestre di Kew

*) Nel 1900 le osservazioni sono state eseguite dai signori Tedeschi e Nobile; ed a quest'ultimo si debbono anche i calcoli relativi ai bollettini meteorici mensili.

(Inghilterra), si son neglette le correzioni per l'ineguaglianza del calibro dei tubi, perchè minori di 0°,1; per le correzioni derivanti dallo spostamento dello zero, si sono adottati i valori che risultarono da esperimenti eseguiti col ghiaccio in fusione, nel gennajo 1900; cioè,

pel termometro di *Negretti* e *Zambra*	N.° 44030,	correz.	— 0°.50
» termografo a massimo di *Negretti* e *Zambra*	» 40814,	»	— 0 .45
» termografo a minimo di *Casella*	» 19572,	»	+ 0 .05

III. *Umidità assoluta e relativa.* — L'umidità dell'aria si è ottenuta mercè uno psicrometro August munito del ventilatore Cantoni, e mercè le *Psychrometer-Tafeln* del dott. Jelinek (Vienna, 1876). Si è omessa sempre la correzione dipendente dalla pressione atmosferica.

De' due termometri che costituiscono lo strumento uno è quello stesso usato per le osservazioni dirette della temperatura: l'altro è un termometro ad esso identico, di *Negretti* e *Zambra*, N. 44029, col bulbo coperto da una pezzuola di mussola costantemente mantenuta umida. Anche per questo termometro si è trascurata la correzione inerente al calibro; e quella per lo spostamento dello zero si è assunta eguale a — 0°,45, come risultò dagli esperimenti suddetti del gennaio 1900.

IV. *Quantità delle nubi.* — La si è stimata ad occhio, in decimi di cielo coperto. Si sono annoverati come giorni *sereni* o *quasi sereni* quelli in cui la somma delle quantità di nubi osservate a 9ʰ, a 15ʰ, ed a 21ʰ, espressa in decimi di cielo coperto, era da 0 a 9: come *nuvolosi* quelli in cui detta somma era da 10 a 20; e come *coperti* o *quasi coperti* quelli in cui la somma era da 21 a 30.

V. *Quantità della pioggia.* — La pioggia vien raccolta in una vasca di piombo a base quadra di m. 0,60 di lato, posta sul terrazzo della stanza di osservazione: di là l'acqua si sversa in un vase cilindrico inferiore comunicante con un tubo di vetro graduato in modo che ogni parte della scala corrisponda all'altezza di mezzo millimetro di pioggia. Come giorni piovosi si sono annoverati solo quelli in cui si son raccolti nel pluviometro per lo meno mm. 0,1 d'acqua.

VI. *Evaporazione.*—L'atmidometro usato è quello fornito dalla Direzione della Meteorologia Italiana e consta d'un recipiente cilindrico di m. 0,117 di diametro e di m. 0,080 di altezza, e d'una vite micrometrica con la quale si misura in decimi di millimetro l'altezza dello strato d'acqua evaporatasi dal vase. Lo strumento è esposto all'aria, come i termometri, nella descritta finestra, e si osserva una sola volta al giorno (alle 9).

VII. *Frequenza dei venti.* — La direzione e la velocità del vento son date dall'anemografo dei fratelli Brassart (in Roma). Si son riportati i numeri delle volte in cui han soffiato i venti delle otto direzioni principali della Rosa, attribuendo le direzioni intermedie metà all'una e metà all'altra delle due direzioni principali, tra cui ognuna di quelle è compresa.

Pressione atmosferica a Capodimonte *)

nell'anno 1900

MESE	1ª Decade					2ª Decade					3ª Decade					Medio mensile
	Medio	Massimo		Minimo		Medio	Massimo		Minimo		Medio	Massimo		Minimo		
		Valore	Data	Valore	Data		Valore	Data	Valore	Data		Valore	Data	Valore	Data	
Gennajo	47.02	57.0	1	40.6	8	44.97	56.3	20	37.0	12	44.87	54.2	21	28.3	29	45.59
Febbrajo	41.85	49.2	1	36.1	9	43.26	47.5	16	37.7	20	48.94	56.5	25	35.0	21	44.38
Marzo	47.32	62.4	10	38.4	4	48.42	62.3	11	32.9	18	42.19	47.7	21	33.5	29	45.86
Aprile	41.89	49.2	4	32.3	7	51.75	57.3	15-20	45.1	17	47.04	56.9	21	41.9	24	46.89
Maggio	46.11	50.3	6	39.2	10	45.11	49.9	12	40.1	14	47.02	49.6	21	43.9	30	46.11
Giugno	46.06	50.8	9	41.2	4	51.05	52.9	14	48.1	19	48.33	51.2	21	45.6	28	48.48
Luglio	47.09	50.8	10	39.4	8	49.88	54.1	17	46.8	14	48.85	53.6	21	46.3	31	48.62
Agosto	47.68	50.0	10	43.8	4	48.08	49.3	11	45.4	15	49.25	51.2	27	47.6	22	48.37
Settembre	51.44	53.6	5	48.5	10	52.99	55.7	15	48.2	12	52.61	55.1	23	50.8	25	52.35
Ottobre	54.28	57.3	8	51.5	3	47.87	51.4	13	43.2	15	50.41	56.6	31	42.9	27	50.84
Novembre	50.20	57.0	1	43.3	10	43.05	48.8	19	37.3	11	43.18	49.7	22	29.9	30	45.47
Dicembre	45.41	52.9	10	33.3	1	57.08	60.2	15	53 8	11	49.94	57.1	21	37.9	31	50.78
ANNO	47.81															

*) La Stazione si eleva 149^m sul livello del mare. Le altezze barometriche son ridotte alla temperatura di 0° e diminuite di 700^{mm}

Temperatura dell'aria a Capodimonte)*

nell'anno 1900

MESE	1ª Decade					2ª Decade					3ª Decade					Medio mensile
	Medio	Massimo		Minimo		Medio	Massimo		Minimo		Medio	Massimo		Minimo		
		Valore	Data	Valore	Data		Valore	Data	Valore	Data		Valore	Data	Valore	Data	
Gennajo. . .	12.61	17.2	6	6.0	10	7.68	13.6	18	3.4	15	9.21	14.0	23	4.0	30	9.81
Febbrajo . .	10.53	13.9	3	6.0	1	11.02	16.2	13	7.1	16	10.94	16.0	24	6.0	23	10.82
Marzo. . . .	7.74	13.5	2	1.2	4	9.29	14.0	12	1.4	15	10.97	16.7	28	7.0	31	9.39
Aprile. . . .	9.55	13.4	10	5.3	2	12.77	18.4	15	8.0	11	15.74	23.5	30	9.6	23	12.69
Maggio . . .	17.15	24.5	2	13.0	10	16.78	24.0	14	10.7	11	17.47	23.1	21	11.6	27	17.14
Giugno . . .	19.19	24.8	10	15.4	6	22.12	27.0	20	18.3	11	23.29	28.6	28	19.0	28	21.53
Luglio . . .	21.10	27.7	4	14.8	10	23.64	31.0	19	16.9	12	25.77	30.1	21-29	21.4	24	23.58
Agosto . . .	23.65	28.8	1	19.0	6	21.76	26.9	20	15.7	14	24.39	**32.2**	26	17.0	31	23.30
Settembre .	22.08	27.7	4	17.2	2	21.42	26.2	20	17.0	15	22.19	27.0	21-22	18.3	28	21.90
Ottobre . .	22.85	29.0	1	17.3	10	19.74	24.0	11	15.9	17	18.76	24.6	21	12.5	30	20.40
Novembre .	16.18	19.4	7	12.8	5	14.74	20.2	20	11.1	13	12.07	19.2	21	7.2	27	14.33
Dicembre. .	10.99	15.1	6	7.7	9	10.65	15.0	18	7.2	17-18	10.28	13.5	25	5.8	30	10.63
ANNO	16°.29															

*) La scala dei termometri è la centesimale.

Umidità dell'aria a Capodimonte

nell'anno 1900

I. — Tensione del vapore

MESE	1ª Decade					2ª Decade					3ª Decade					Medio mensile
	Medio	Massimo		Minimo		Medio	Massimo		Minimo		Medio	Massimo		Minimo		
		Valore	Data	Valore	Data		Valore	Data	Valore	Data		Valore	Data	Valore	Data	
Gennajo . . .	7.83	10.7	5	4.6	10	6.01	9.8	17-18	4.2	12	5.83	8.9	25	2.1	26	6.53
Febbrajo . .	7.54	9.5	3	5.6	8	7.49	11.0	13	3.8	16	6.22	10.0	27	2.7	24	7.14
Marzo	4.99	8.1	1	2.6	3	5.88	8.9	18	1.9	15	7.00	9.3	22	4.5	30	5.99
Aprile. . . .	7.28	8.7	5-6	5.8	2	7.86	9.9	16	5.3	19	9.25	12.0	30	6.1	22	8.13
Maggio . . .	11.35	12.8	7	9.0	10	9.90	11.3	16-19	6.2	14	11.04	13.1	23	7.0	26	10.77
Giugno . . .	14.25	20.3	10	10.9	2	16.04	22.7	11	11.5	20	14.23	17.9	23	9.2	22	14.84
Luglio . . .	13.93	17.8	4	8.8	10	13.03	16.8	20	10.3	18	16.26	19.8	29	11.1	25	14.47
Agosto . . .	14.33	18.1	4	8.2	1	13.48	16.0	17	8.8	12	12.80	17.7	28	8.6	31	13.51
Settembre .	13.51	17.1	10	8.6	1	12.54	16.7	20	9.1	13	13.32	16.5	30	8.7	24	13.12
Ottobre . . .	12.55	17.3	1	7.7	10	12.37	15.8	14	9.4	16	12.42	15.8	25	8.0	29	12.45
Novembre. .	10.98	13.0	7	9.1	10	9.91	12.3	20	7.6	13	8.47	11.4	22	5.7	27	9.79
Dicembre . .	7.34	10.8	7	4.6	9	5.99	7.5	11	3.4	19	6.61	9.6	31	3.7	30	6.65
ANNO	10.28															

II. — Umidità relativa

MESE	1ª Decade					2ª Decade					3ª Decade					Medio mensile
	Medio	Massimo		Minimo		Medio	Massimo		Minimo		Medio	Massimo		Minimo		
		Valore	Data	Valore	Data		Valore	Data	Valore	Data		Valore	Data	Valore	Data	
Gennajo. . .	70.1	94	5-7	46	6	73.4	98	17	57	20	64.8	89	25	25	26	69.3
Febbrajo . .	78.1	94	3	57	2	72.9	97	12	47	15	61.0	91	27	26	24	71.4
Marzo	61.4	87	5	38	9	62.7	89	18	30	15	69.6	90	22-27	42	21	64.7
Aprile	79.6	96	7	62	2	68.8	89	13	47	20	67.9	90	26	42	24	72.1
Maggio. . . .	76.5	92	4	51	2	67.6	90	17	31	14	72.6	93	27	51	21	72.2
Giugno. . . .	82.9	96	4	60	2	77.4	94	13-14	51	20	64.4	87	23	40	22	74.9
Luglio	72.3	91	7	45	10	57.8	84	13	40	18	63.0	84	22	38	25	64.3
Agosto. . . .	63.1	85	5	30	1	67.3	90	14	49	13	54.5	87	21	32	23	61.4
Settembre . .	64.9	85	10	42	1	63.4	85	18	44	14	64.4	84	28	41	23	64.2
Ottobre . . .	58.5	90	1	29	3	72.5	97	18	45	11	76.6	93	26	52	29	69.4
Novembre . .	78.0	96	4	66.	10	77.4	96	18	52	20	78.6	96	22	48	27	78.0
Dicembre . .	73.4	92	1	56	9	60.4	80	12	36	18-19	68.9	92	24	39	30	67.6
ANNO	69.1															

Nubi, precipitazioni ed evaporazione a Capodimonte

nell'anno 1900

MESE	Quantità media delle nubi in decimi di cielo coperto				Numero dei giorni			Altezza totale della pioggia in millimetri				Numero dei giorni					Altezza totale dell'acqua evaporata in millimetri			
	1ª Decade	2ª Decade	3ª Decade	Mese	sereni o quasi	nuvolosi	coperti o quasi	1ª Decade	2ª Decade	3ª Decade	Mese	con pioggia	con neve	con grandine	con temporale	con gelata	1ª Decade	2ª Decade	3ª Decade	Mese
Gennajo	5.4	6.1	4.6	5.3	7	15	9	13.5	20.6	59.3	93.4	9	—	—	—	—	14.1	11.6	17.2	42.9
Febbrajo	7.6	5.7	2.2	5.4	7	12	9	69.4	8.6	11.1	89.1	15	—	—	—	—	8.4	12.2	13.7	34.3
Marzo	4.2	4.9	5.7	4.9	9	13	9	35.7	28.1	41.4	105.2	21	—	3	—	—	16.2	13.7	15.2	45.1
Aprile	7.5	3.5	3.8	4.9	10	12	8	107.5	34.1	4.7	146.3	16	—	1	1	—	7.9	16.2	18.2	42.3
Maggio	5.8	4.1	4.4	4.7	13	9	9	28.1	50.9	30.6	109.6	16	—	—	1	—	13.9	18.9	17.5	50.3
Giugno	5.1	2.1	3.3	3.5	14	12	4	49.8	—	20.0	69.8	7	—	—	1	—	14.0	21.6	26.1	61.7
Luglio	3.8	2.1	0.9	2.2	22	6	3	12.7	7.8	—	20.5	3	—	—	2	—	18.7	31.6	32.8	83.1
Agosto	1.1	4.4	1.3	2.2	22	6	3	3.4	14.9	—	18.3	3	—	—	2	—	28.3	21.6	34.5	84.4
Settembre	2.0	2.9	0.8	1.9	24	6	—	17.6	17.8	—	35.4	2	—	—	2	—	24.1	24.0	23.2	71.3
Ottobre	1.0	4.5	3.9	3.2	16	13	2	—	67.8	32.4	100.2	8	—	—	1	—	29.0	24.3	26.9	80.2
Novembre	5.2	5.3	6.1	5.5	6	17	7	34.4	53.5	122.0	209.9	19	—	—	3	—	15.6	13.9	16.3	45.8
Dicembre	6.3	0.4	3.8	3.5	17	9	5	32.0	—	50.1	82.1	9	—	—	—	—	12.1	11.8	14.7	38.6
ANNO	3.9				167	130	68	1079.8				128	—	4	13	—	680.0			

Frequenza dei venti a Capodimonte

nell'anno 1900

MESE	Numero delle volte in cui il vento ha soffiato							
	N	NE	E	SE	S	SW	W	NW
Gennajo	15	13	6	4	17	11	8	19
Febbrajo	8	8	10	5	17	18	10	8
Marzo	7	14	3	5	10	27	18	9
Aprile	4	12	13	8	6	8	20	19
Maggio	4	10	6	4	6	19	34	10
Giugno	4	4	1	3	6	20	45	7
Luglio	10	11	7	—	7	16	36	6
Agosto	13	9	13	6	4	20	25	3
Settembre	9	10	9	2	10	13	23	14
Ottobre	8	10	5	3	15	22	29	1
Novembre	12	14	7	7	6	16	18	10
Dicembre	28	22	8	6	4	3	9	13
ANNO	122	137	88	53	108	193	275	119

CATALOGO

DELLE PUBBLICAZIONI PERVENUTE ALL'ACCADEMIA

dal 16 Dicembre 1900 al 12 Gennaio 1901

PUBBLICAZIONI ITALIANE

Catania — *Società degli spettroscopisti italiani* — Memorie. — Vol. XXIX, disp. 7-8 — 1900.

Firenze — *Rivista scientifico-industriale.* — Anno XXXII, n. 33-36 — 1900; anno XXXIII, n. 1 — 1901.

Commissione geodetica italiana. — Processi verbali del 1895 e 1900.

Livorno — *Periodico di matematica per l'insegnamento secondario.* — Anno XVI, fasc. 3, serie II, vol. III — 1900. — *Supplemento al Periodico di matematica.* — Anno IV, fasc. 2 — 1900.

Associazione « Mathesis » — Bollettino. — Anno V, n. 2 — 1900-01.

Milano — *Reale Istituto lombardo di scienze e lettere* — Rendiconti. — Serie II, vol. XXXIII, fasc. 18-19 — 1900; Memorie. — Vol. XIX (X della serie III), fasc. 2-3 — 1900.

L'Elettricità. — Anno XX, n. 2 — 1901.

Modena — *Le Stazioni sperimentali agrarie italiane.* — Vol. XXXIII, fasc. 6 — 1900.

Napoli — *Accademia Pontaniana* — Atti. — Vol. XXX (serie II, vol. V) — 1900.

Rivista internazionale d'igiene e di organo-opoterapia. — Anno XI, n. 11-12 — 1900.

Annali di nevrologia. — Anno XVIII, fasc. 6.

Palermo — *Circolo matematico* — Rendiconti. — Tomo XIV, fasc. 6 — 1900.

Società siciliana d'igiene — Bollettino. — Nuova serie, anno III, fasc. 3-4 — 1900.

Pisa — *Società toscana di scienze naturali* — Processi verbali. — Vol. XII, adunanza 1° Luglio 1900.

Roma — *R. Accademia dei Lincei* — Rendiconti. — (Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali). — Vol. IX, fasc. 11 e 12 — 1900.

Giornale medico del r. Esercito. — Anno XLVIII, n. 11 e 12 — 1900.

L'Elettricista — Rivista mensile di elettrotecnica. — Anno X, n. 1 — 1901.

R. Comitato geologico d'Italia — Bollettino. — Vol. XXXI della raccolta, vol. I della 1ª ser., n. 3 — 1900.

Salerno — *Il Picentino.* — Anno XLII, fasc. 11-12 — 1900.

PUBBLICAZIONI STRANIERE

Barcelona — *R. Academia de ciencias y artes* — Boletin. — vol. I, n. 27 — 1900.

Berlin — *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik.* — Band 29, Heft 3, Jahrgang 1898 — 1900.

Helios. — Band 16 — 1900.

Physik.-tecnisch. Reichsanstalt — Wiss. Abhandlungen. —Vol. III — 1900.

Bonn — *Niederrheinisch. Gesellschaft für Natur- und Heilkunde* — Sitzungsb. I Hälft, A. Bog. 1 e 2; B. Bog. 1 e 2 — 1900.

Naturhistorisch. Verein — Verhandlungen. — 57 Jahrg., I Hälfte — 1900.

Budapest — *K. Ungar. Gesellschaft.* — Földtani Közlöny. — XXX Kötet, 5-7 Füzet. — Dr. A. Koch, Die Tertiärbildungen — II. Neogene Abtheilung — 1900.

Christiania — *Norwegisch.-meteorologisch. Institut.* — Jahrbuch für 1899 — 1900.

Göttingen — *K. Gesellschaft d. Wissensch.* — Nachrichten. — Geschäftliche Mittheilungen 1900, Heft. I.

Graz — *Naturwissenschaftlich. Verein* — Mittheilungen. — Jahrgang 1899.

Helsingfors — *Bidrag till Kännedom af Finlands Natur och Folk.* — Häftet 59-60 — 1900.

Ofversigt af Finska Vetenskaps-Societetens Förhandlingar. — Vol. XLII, 1899—1900.

Kiew — *Universitetskia Isvestia* (Notizie universitarie). — Vol. XL, n. 8-9 — 1900.

Kobenhavn — *Nyt Tidsskrift for Matematik.* — *B.* II Aargang, n. 4 — 1900.

R. Académie des scienc. et des lett. de Danemark. — N. 4-5 — 1900.

Krakowie — *Akademia Umiejetnosci.* — Rozprawy. Wydzial Matematyczno-Przyrodniczy. Serya II, tom. XV — 1899; serya II, tom. XVII — 1900. Sprawozdanie Komisyi Fizyograficznei. Tom. XXXIV, 1899. — (Lud. A. Birkenmajer, Mikolaj Kopernik) — 1900.

Académie des sciences — Bulletin international. — Compt. r. des séances de l'année 1900.

Leipzig — *K. Sächsisch. Gesellschaft der Wissenschaften.* — Berichte über die Verhandlungen der math.-phys. Cl., Band. 52, VI — 1900; Abhandlungen der math.-phys. Cl. (His. W., Lecithoblast und Angioblast der Wirbelthiere). N. 4 — 1900.

Deutsch. physikalisch. Gesellschaft — Verhandlungen. —Jahrg. 2, n. 16-17— 1900.

Liverpool — *Biological Society* — Proceedings and transactions. — Vol. XIV, session 1899 — 1900.

London — *R. Society* — Proceedings. — Vol. LXVII, n. 439 — 1901. — Reports to the malaria Committee. — Third series — 1900.

Linnean Society — Proceedings. — Session 112, Nov. 1899 - June — 1900.

Miner. Society — The mineralogical Magazine and Journal. — Vol. XII, n. 58 — 1900.

London—*R. astronomical Society* — Monthly Notices.—Vol. LXI, n. 1 — 1900.
Nature. — Vol. LXIII, n. 1624-1627 — 1900-1901.
Mexico — *Observatorio meteorologico central* — Boletin mensual.—Junio 1900.
El clima de la Republica mexicana en el ano 1896. — II — 1900.
Montevideo — *Museo nacional* — Anales. — Tomo II, fasc. XVI — 1900.
Odessa — *Club alpin de Crimée* — Bulletin. — N. 11 — 1900.
Paris — *Académie des sciences*—Comptes rendus hebdomadaires des séances. — Tome CXXXI, n. 24-26 — 1900; Tables, I sem., tom. CXXX — 1900.
Société d'encouragement pour l'industrie nationale — Bulletin. — Année XCIX, tome VI, série V, n. 12 — 1900; Ordre du jour., n. 6 — 1900; n. 1 — 1901.
Journal de mathématiques pures et appliquées. — Série V, tome VI, fasc. 4 — 1900.
L'année biologique. — 4me année — 1900.
Archives de néurologie. — Serie II, vol. XI, n. 61 — 1900.
Journal de l'anatomie et de la physiologie normale et pathologique de l'homme et des animaux. — XXXVI année, n. 6 — 1900.
Bureau central metéorologique — Bulletin mensuel. — N. 10 — 1900.
Sydney — *Annual mining report of the Department of mines and agriculture* — New South Wales. — 1900.
Tokio — *K. Japanisch. Universität* — Mittheilungen aus der medicinisch. Facultät. — Band IV, n. VII — 1900.
Trieste — *I. R. Osservatorio astronomico-meteorologico* — Rapporto annuale. — Anno 1897, vol. XIV — 1900.
Wien — *K. k. geolog. Reichsanstalt* — Bericht über die Feier des 50-Jährigen Jubiläums — 1900; Zur Erinnerung an die Jubiläums-Feier — 1900.
Zagreb — *Glasnik Hrvatskoga Naravoslovnoga Drustva.* — Godina XII, Broj 1-3 — 1900.

OPERE PRIVATE

Amodeo F., *Contributo alla determinazione delle sovrabbondanze dei sistemi di curve aggiunte alle curve algebriche.* — Napoli, 1900.
— *Uno sguardo alle curve algebriche in base alla gonalità.*—Napoli, 1900.
Del Re A., *Geometria proiettiva ed analitica* — Lezioni. — Modena, 1900.
Flores E., *L'Elephas antiquus* Falc. e il *Rhinoceros Mercki* Jaeg. *in provincia di Reggio Calabria.* — Roma, 1900.
Rodriguez P. A., *Sulla pressione atmosferica e sue relazioni con le fasi e posizioni della luna, con un appendice sui valori d'insolazione raccolti alla Specola vaticana durante 6 anni.* — Roma, 1900.
Taramelli T., *Osservazioni stratigrafiche a proposito delle fonti di S. Pellegrino in provincia di Bergamo.* — Roma, 1900.
— *Una gita geologica in Istria.* — Firenze, 1900.
Weinek L., *Die tychonischen Instrumente auf der Prager Sternwarte.*— Prag, 1901.
Yoshiwara S., *Preliminary notice of new japanese Echinoids.* — Tokio, 1900.
— *On two new species of Asthenosoma from the sea of Sagami.* — Tokio, 1900.

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza del dì 19 Gennaio 1901.
Presiede il presidente **A. Capelli.**

L'adunanza è aperta alle ore 11. Intervengono i socii ordinarii Albini, Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, Della Valle, Del Pezzo, De Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci, Villari e il corrispondente Masoni.

Letto il processo verbale della scorsa adunanza, che viene approvato, e presentati i libri venuti in dono e in cambio, il segretario comunica una circolare della i. r. Società zoologico-botanica di Vienna, che il 30 marzo celebrerà il cinquantesimo anniversario della sua fondazione. L'Accademia delibera di pregare il presidente di detta Società, perchè la rappresenti alla cerimonia.

Il socio Del Pezzo, per sè e per i colleghi Fergola e Masoni, legge il rapporto intorno alla Nota del prof. Domenico De Francesco *su alcuni problemi di meccanica ecc.*, proponendone l'inserzione nel Rendiconto. L'Accademia ne accoglie le conclusioni all'unanimità.

Il socio Fergola, a nome del dott. Alberti, presenta per il Rendiconto *i risultati decadici e mensuali delle osservazioni fatte durante il 1900 nell'Osservatorio di Capodimonte.*

Processo verbale dell'adunanza del dì 2 Febbraio 1901.
Presiede il presidente **A. Capelli.**

L'adunanza principia alle ore 11. Sono presenti i socii ordinarii Albini, Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, Della Valle, Del Pezzo, De Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci e Villari.

Letto il processo verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato, il segretario presenta le pubblicazioni giunte in dono e in cambio, segnalando la Memoria del prof. Carlo Fabrizio Parona: *Le rudiste e le camacee di S. Polo Matese.*

Legge in seguito una lettera del socio corrispondente Gabriele Torelli, il quale ringrazia per il premio di Matematica, testè conferitogli dall'Accademia.

Comunica poscia che il presidente ha delegato il socio senatore Schiaparelli a rappresentare l'Accademia ai funerali di Giuseppe Verdi.

Dà per ultimo il triste annunzio della morte, avvenuta il 14 Gennaio a Parigi, del socio straniero Carlo Hermite, che il presidente e il socio Siacci commemorano.

Processo verbale dell'adunanza del dì 9 Febbraio 1901. *Presiede il presidente* A. Capelli.

L'adunanza è aperta alle ore 11. Intervengono i socii ordinari Albini, Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, Della Valle, Del Pezzo, Delpino, De Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci, Villari e il corrispondente Semmola.

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato, e presenta i libri giunti in dono e in cambio, fra i quali la commemorazione di Carlo Hermite, fatta all'Accademia delle scienze di Torino dal socio Enrico d'Ovidio.

Il socio Villari legge una sua comunicazione *intorno ad una Nota del sig. prof. Ernst Dorn dal titolo:* Di una possibile spiegazione delle cariche elettriche osservate dal sig. prof. Emilio Villari e svolte dall'aria röntgenizzata.

Il socio Del Pezzo presenta una Nota del prof. Claudio Carrone *sopra un nuovo modo di generazione del complesso tetraedrale.* La Commissione che dovrà stenderne il rapporto risulta costituita dai socii Capelli, Del Pezzo e Dino.

Il segretario presenta una Nota del prof. Domenico Montesano: *Le superficie omaloidiche di 5° ordine.* Il presidente incarica i socii Cesàro, Del Pezzo e Dino di esaminarla e di riferirne.

Il corrispondente Semmola espone alcune sue considerazioni intorno all'influenza della pioggia sulle eruzioni del Vesuvio, riservandosi di presentare in una prossima adunanza una Nota per il Rendiconto.

In commemorazione di CARLO HERMITE

PAROLE DEL PRESIDENTE A. CAPELLI

(Adunanza del dì 2 Febbraio 1901)

Al lutto dell'arte italiana, che è anche lutto universale di tutto il mondo civile, si è aggiunto pur troppo in questi stessi giorni quello gravissimo della scienza matematica francese che è pure lutto generale di tutto il mondo matematico.

Il nostro socio straniero Carlo Hermite *) è morto il dì 14 del decorso Gennajo, e la sua morte riveste pei matematici italiani (come probabilmente per quelli di ogni altra nazione) il carattere, direi quasi, di lutto nazionale, tanto il suo nome era tra noi conosciuto e venerato e tanta era la messe di simpatie da lui raccolta fra gli innumerevoli suoi corrispondenti nel lungo periodo (ahi! non abbastanza lungo) della sua luminosa carriera.

Hermite fu innanzi tutto un grande algebrista. I suoi teoremi e metodi di dimostrazione nell'analisi algebrica e specialmente nella teoria delle equazioni erano già da parecchio tempo venuti ad accrescere il patrimonio comune dei trattatisti, quando noi, ancora principianti, li incontravamo, ad ogni piè sospinto, nei trattati più importanti della nostra epoca. Oltre a ciò Hermite dev'essere considerato come uno dei principali fondatori dell'algebra moderna, insieme con Cayley, Sylvester, Aronhold, Brioschi ed altri pochi. E questo mi porge anche occasione ad osservare come egli sia stato uno dei pochi che abbiano coltivato efficacemente, unitamente all'algebra, anche la teoria dei numeri; giacchè i suoi primi lavori sulla teoria delle forme algebriche trassero la loro origine da punti di vista puramente aritmetici. E alla teoria dei numeri lo vediamo poi ritornare in seguito, ad intervalli, con particolare predilezione di quelle questioni che ricevono luce dall'applicare alla teoria dei numeri l'analisi dell'infinito e gli sviluppi in serie delle funzioni trascendenti.

Del resto le applicazioni delle funzioni trascendenti, ed in particolar modo poi delle funzioni ellittiche, a qualsiasi ramo delle matematiche sembrano essere stato per Hermite un compito a lui quasi imposto dalle versatilità della sua mente e dalla necessità di dare sfogo alla sua straordinaria operosità scientifica. Come egli tanto eccelse fra i benemeriti dello sviluppo odierno della teoria delle funzioni ellittiche, che non sarebbe possibile fare la storia delle funzioni doppiamente periodiche e delle funzioni ad esse affini senza tener conto del prezioso suo contributo, così egli eccelse

*) Era nato in Lorena il 24 Dicembre 1822.

del pari e forse superò ogni altro nel campo, tanto esteso, delle loro applicazioni.

La risoluzione delle equazioni del 5° grado per mezzo delle trascendenti ellittiche, nella quale ebbe a collaboratori il Kronecker ed il Brioschi, è appunto uno dei più bei frutti da lui raccolti in questo campo ed è al tempo stesso una delle sue opere capitali. Del resto anche le sue opere minori in questo campo sono di grande importanza, specialmente quelle che hanno attinenza colla teoria della moltiplicazione complessa, e in tutte poi si ammira la somma facilità che egli aveva, simile in ciò al Brioschi, nel maneggio del complicato calcolo delle funzioni ellittiche. Passando poi al campo abeliano, vediamo la teoria della trasformazione delle funzioni abeliane prendere nelle sue mani le forme più geniali innestandosi a studii importantissimi di analisi combinatoria con tanto vantaggio per il progresso della teoria delle sostituzioni, in ispecie di quella dei gruppi lineari.

Ciò che fin qui ho detto delle opere di Hermite non sembrerà certamente poca cosa. Eppure non ho ancor parlato del suo capolavoro pel quale il suo nome si è collegato indissolubilmente ad uno dei grandi problemi dell'antichità, il problema della quadratura del circolo. L'impossibilità di quadrare il circolo col solo uso della riga e del compasso è stata dimostrata soltanto ai nostri giorni per merito principale (se non per opera immediata) di Hermite che nelle memorabili comunicazioni da lui fatte nel 1873 all'Accademia delle Scienze di Francia insegnò per la prima volta la via che poteva tenersi per penetrare nelle proprietà caratteristiche dei numeri trascendenti. Aperta la breccia, alla dimostrazione della trascendenza del numero e data dallo stesso Hermite tenne dietro a breve intervallo quella della trascendenza del numero affine π per opera del Lindemann e con ciò si trovò definitivamente stabilita l'impossibilità di quadrare il cerchio con operazioni di indole puramente algebrica. Una volta raggiunta la vetta per l'innanzi inaccessibile, lo sguardo di altri eminenti matematici potè dominare tutte le difficoltà e le sinuosità della salita e il sentiero faticoso tracciato da Hermite fu presto convertito in una comoda strada maestra; cosicchè è da prevedersi non lontano il giorno nel quale la teoria della quadratura del cerchio potrà prendere il suo posto fra i rudimenti dell'insegnamento delle matematiche.

Tale è l'eredità che il secolo testè spirato ha lasciato al nuovo per opera di Carlo Hermite!

Il socio Siacci aggiunge parole di compianto per l'illustre estinto, ricordandone specialmente l'alta generosità; della quale il grande analista era largo non solo verso i suoi connazionali, ma anche verso gli stranieri, andando spesso loro incontro, ed incoraggiando in special modo giovani volonterosi, per quanto oscuri. Parecchi in Italia hanno sperimentato e ricordano con riconoscenza cotesta generosità veramente squisita. Bene

a ragione adunque il presidente *de l'Académie des Sciences*, il 14 gennaio annunciando la morte dell'uomo insigne, diceva: « Partout où la Science « est cultivée, partout le nom de C. Hermite était prononcé avec véné- « ration. Sa perte que nous déplorons, se-a vivement ressentie par les cor- « respondants si nombieux qu'il avait dans le monde entier et qui ne ces- « saient de faire appel chaque jour à ses conseils, à sa bienveillance iné- « puisable ».

INTORNO AD UNA NOTA DEL SIG. PROF. ERNST DORN, DAL TITOLO: « *Di una possibile spiegazione delle cariche elettriche osservate dal signor prof. Emilio Villari svolte dall'aria Röntgenizzata* »; *Risposta del prof.* **Emilio Villari.**

(Adunanza del dì 9 Febbraio 1901)

Nello scorso anno pubblicai nei nostri Rendiconti una breve Nota [1] che fu stampata per esteso nei Rendiconti dell'Acc. dei Lincei [2] ed in estratto nel Physikalische Zeitschrift, n.° 16, 1901. In essa io dicevo che l'aria ixata, a seconda che striscia fortemente o lievemente sulle superficie metalliche le carica energicamente in (+) od in (—), e l'aria acquista una lievissima carica omologa alle superficie stesse. Per spiegare questo fatto aggiungevo, facendo le più ampie riserve, che le cariche contrarie alle superficie metalliche, le quali avrebbero dovuto riscontrarsi nell'aria ixata non si osservavano, forse perchè erano consumate o spese per ridurre l'aria ixata stessa in aria ordinaria: e feci una tale supposizione, in quanto che avevo dimostrato in un altro lavoro, che realmente l'aria ixata può ridursi in aria ordinaria a spesa dell'elettricità.

Il Prof. Dorn di Halle prende in esame i risultati delle mie ricerche, ed in una breve Nota pubblicata nel Physikalische Zeitschrift [3] propone una differente interpretazione. Egli parte dalle recenti ricerche del fisico inglese Zeleny, il quale dice in un suo lavoro, che nei gas ionizzati dagli X ed esaminati da lui ha trovato che le particelle o gli ioni negativi si muovono più rapidamente dei positivi, e perciò debbono avere minore massa di questi ultimi. Nell'acido carbonico umido invece si verificherebbe il contrario: e cioè, i suoi ioni negativi sarebbero più torpidi e di maggiore massa di quelli positivi. E su queste differenze di masse dei diversi ioni, il Prof. Dorn basandosi, fonda la sua nuova interpretazione, la quale è quì difficile di riassumere.

Egli mi manda la sua Nota accompagnandola con una cortese lettera, nella quale mi scrive così: « Forse vi degnerete sottoporre la cosa (la in- « terpretazione) alla vostra considerazione; e possibilmente eseguirete delle

[1]) Rend. Acc. d. Sc. fisiche e matematiche di Napoli. Fasc. 1° e 2°, 1900.

[2]) Rend. ecc., 1° e 2° semestre, 1900.

[3]) 2 Jahrgang, n.° 16, p. 238, 1900.

« ricerche che confermeranno o confuteranno la mia spiegazione. Pei ri-
« sultati dello Zeleny, *ammessi come esatti*; dovrebbe l'acido carbonico
« umido, per es., produrre delle cariche contrarie a quelle degli altri gas
« giacchè nell'acido carbonico umido gli ioni negativi hanno maggiore
« massa dei positivi.

Io, coi modesti mezzi dei quali dispongo, ho ben volentieri riprese le mie precedenti ricerche, per confrontare il modo di comportarsi dell'aria e dell'acido carbonico umido. Ho fatto agire l'acido muriatico del commercio sul marmo pesto ed ho preparato l'acido carbonico, e ne ho riempito dei sacchi di gomma di una cinquantina di litri. Ho spinto con forte pressione il gas attivato dagli X [1]) per un tubo di zinco (30 × 2,7 cm.) bene isolato contenente un cartoccio di foglia di ferro (20 × 2,7 cm.) riuniti all'elettrometro, e questo deviò, pel passaggio dell'acido carbonico ixato, per carica negativa dai — 120 ai — 170 mm, Ripetendo le identiche misure con l'aria umida l'elettrometro deviò, del pari per carica negativa, ma da — 240 a — 325 mm. In questo caso le cariche prodotte dallo strofinio dell'acido carbonico e dell'aria, benchè di diversa intensità, pure hanno lo stesso segno e sono abbastanza energiche in ambedue i casi.

Ripetei simili ricerche spingendo l'acido carbonico ixato per un tubo di ottone (10 × 2,5 cm.) contenente 60 dischi di fitta rete d'alluminio, bene isolato ed unito all'elettrometro; e questo deviò per carica positiva da + 20 a + 30 mm. Spingendovi l'aria ixata l'elettrometro deviò, ancora, per carica positiva ma di circa + 200 mm.

Spingendo l'acido carbonico ixato attraverso un cartoccio di fitta rete di ottone ottenni delle cariche deboli ed incerte, mentre che con l'aria ixata s'ottenevano forti cariche positive.

Da quanto precede può dirsi, che le cariche svolte sulle superficie metalliche strisciate dall'acido carbonico, sono più deboli ma del medesimo segno di quelle svolte dall'aria. Perciò questi risultati, mi pare, non confermano la spiegazione proposta dal Prof. Dorn, giacchè egli stesso dice, che le cariche svolte dall'acido carbonico dovrebbero essere di segno contrario a quelle prodotte dall'aria, lo che non si è verificato. Tuttavia è degna di attenzione la sensibile differenza di tensione delle cariche svolte dall'acido carbonico e dall'aria, differenza dimostrata in seguito alle idee messe avanti dal Prof. Dorn.

Dopo di che non saprei, per ora almeno, che riproporre la mia precedente interpretazione, tanto più che essa spiega anche perchè l'aria Röntgenizzata strisciando sulle superficie metalliche si riduce ad aria ordinaria. Ma ripeto, che do tale interpretazione con la massima riserva ed a titolo di semplice chiarimento.

---

[1]) Per più particolari indicazioni vedi la mia Nota pubblicata nei Rend. dei Lincei, già citata.

Rapporto *sulla Nota del dottor* Claudio Carrone.

(Adunanza del dì 16 Febbraio 1901)

I piani trisecanti di una curva C, immersa nello spazio a quattro dimensioni S_4, in numero triplamente infinito, segano uno spazio ordinario S_3 nelle rette di un complesso di grado pari all'ordine della rigata delle trisecanti alla curva γ projezione generica di C in S_3. I punti comuni ad S_3 e C ed i piani che li uniscono a tre a tre sono sostegni di stelle di rette e di piani rigati appartenenti al complesso. Se C è la curva normale di quart'ordine si ottiene così un complesso tetraedrale, le cui note proprietà il dottor Carrone deduce dalla suddetta costruzione in questa nota che la Commissione propone sia stampata nei Rendiconti.

A. Capelli
N. S. Dino
P. del Pezzo, *relatore.*

Sopra un nuovo modo di generazione del complesso tetraedale; *Nota di* **Claudio Carrone.**

(Adunanza del dì 9 Febbraio 1901)

1.° Il seguente modo di ricavare e collegare le principali proprietà del complesso tetraedrale, nuovo per quanto è a mia conoscenza, servirà ancora una volta a provare come *la geometria degli spazi superiori renda sinteticamente visibili i diretti legami fra particolari teorie e figure dello spazio ordinario* *).

In uno spazio fondamentale a quattro dimensioni S_4 si considerino una curva C del quarto ordine, normale, ed il sistema Σ, triplamente infinito, dei piani R_2 che la incontrano in *tre* punti.

I piani del sistema che passano per un punto arbitrario M_0 di S_4 sono in numero semplicemente infinito e formano una serie conica del second'ordine: essi si ottengono proiettando dal punto considerato il sistema delle trisecanti della curva *c* del quarto ordine e della seconda specie, immagine dal punto M_0 su un iperpiano qualsiasi di S_4 della curva C dianzidetta. Se il punto M_0 invece si sceglie sulla stessa curva C, i piani R_2 passanti per quel punto sono in numero doppiamente infinito e si ottengono proiettando dal punto che si considera il sistema delle corde di C.

I piani R_2 che incontrano lungo una retta un piano arbitrario P_2 di S_4 sono in numero semplicemente infinito e le rette *r*, tracce di questi piani su P_2, inviluppano una conica: per un punto qualsiasi O_0 di P_2 pas-

*) G. Bordiga, *Sulle congruenze del quarto ordine e 2ª classe dello spazio a quattro dimensioni.* Atti Istituto Veneto, serie VII, vol. 5.

sano infatti due sole rette r, quelle costituenti la intersezione di P_2 con il cono dei piani R_2 del sistema Σ passanti per O_2.

Se il piano P_2 si appoggia a C in un punto, l'inviluppo delle rette r si spezza in due fasci uno dei quali ha centro in quel punto; così se P_2 incontra C in due punti il sistema delle rette r si spezza ancora in due fasci coi centri rispettivi nei punti di appoggio. Se finalmente il piano P_2 di cui si tratta è un piano R_2 del sistema Σ, esso non incontra che in punti i rimanenti piani R_2 esclusi, si intende, quelli che passano per una delle tre corde di C che il piano P_2 dianzidetto contiene.

2.° Ciò premesso, se con un iperpiano arbitrario S_3 di S_4 seghiamo il sistema Σ dei piani R_2, otterremo in quell'iperpiano un sistema triplamente infinito di rette formanti un *complesso* G, e poichè le rette del complesso per un punto ad arbitrio di S_3 formano un cono quadrico e quelle in un piano inviluppano una conica il complesso di cui si parla è del *secondo grado*.

Si indichino ora con A_1, A_2, A_3, A_4 i punti traccia di C su S_3 e con $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ rispettivamente le facce apposte nel tetraedro dei punti stessi. Ogni retta passante per un punto A_i, o giacente in un piano α_h fa evidentemente parte del complesso G; questo possiede adunque quattro stelle di raggi e quattro piani rigati che hanno per sostegno rispettivamente i vertici e le facce di un tetraedro e perciò è un *complesso tetraedrale*: i punti A_i ed i piani α_h sono rispettivamente i suoi *punti* ed i suoi *piani principali* *).

Tutti i coni del complesso tetraedrale passano evidentemente per i punti principali del complesso stesso e correlativamente.

3.° Come è noto, chiamasi *punto singolare* del complesso ogni punto il cui cono (di 2° ordine) si spezza e piano singolare ogni piano il cui inviluppo (di 2ª classe) si scinde in due fasci.

La varietà conica del second'ordine formata dai piani R_2 di Σ che passano per un punto di un piano principale del complesso, contiene evidentemente questo piano principale: essa viene segata perciò da S_3 nel piano principale dianzidetto ed in un secondo piano passante per il vertice del tetraedro ad esso apposto. Perciò:

Tutti i raggi del complesso che passano per un punto posto su di una faccia del tetraedro principale formano due fasci aventi quel punto come centro e situati l'uno sulla faccia considerata del tetraedro, l'altro sopra un piano passante per il vertice ad essa apposto.

Si conclude quindi che il luogo dei punti singolari del complesso, cioè la *superficie singolare* del complesso stesso, è costituita dai quattro piani principali. Da quanto poi si disse in fine al n.° 1 si ricava immediatamente che l'inviluppo dei piani singolari del complesso è costituito dai suoi punti principali.

---

*) Reye, *Geometrie der Lage*. Bd. 2.

4.° Si fissi ad arbitrio un piano trisecante della curva C e sia P_2. Le serie quadriche di piani trisecanti della C che hanno i vertici nei diversi punti di P_2 formano una rete: per due punti A_0, B_0 arbitrariamente presi in S_4 ne passa una soltanto, quella che ha per vertice il punto di P_2 intersezione variabile delle due coniche sezioni di quel piano colle due serie coniche di piani trisecanti la C che hanno i vertici rispettivamente in A_0 e B_0. Tutte le serie quadriche della rete contengono la curva C ed hanno inoltre in comune il piano P_2: i loro piani generatori esauriscono evidentemente il sistema Σ dei piani R_2 trisecanti della C stessa.

Segando la rete anzidetta coll'iperpiano S_3 si ottiene una rete di rigate del 2° ordine le quali hanno in comune una generatrice ed i quattro punti A_i. Quindi:

Il complesso costituito dalle rette di una rete di rigate quadriche che hanno in comune una generatrice e quindi ancora quattro punti è un complesso tetraedrale cui appartiene la generatrice base della rete *).

Da qui traesi immediatamente il noto teorema:

Un complesso tetraedrale è pienamente determinato dati i suoi quattro punti principali ed un raggio arbitrario.

Se si osserva ancora che le generatrici di tutte le rigate della rete di cui si parla formano il sistema completo delle corde delle ∞^2 cubiche intersezione variabile di quelle rigate due a due, si conclude ancora che:

Un complesso tetraedrale è l'assieme delle corde di tutte le cubiche gobbe che passano per quattro punti e tagliano due volte una retta arbitraria dello spazio.

5.° Si consideri ora una retta arbitraria *r* di S_4 che incontri la curva C in un certo punto O_0; poichè le corde della C formano una varietà a tre dimensioni del terzo ordine per cui la C medesima è una curva doppia si conclude che una sola corda *s* della C, che non passi per O_0, si appoggerà alla retta *r*. I piani R_2 trisecanti della C per un punto M_0 di *r* formano una serie conica di secondo ordine che, al variare di M_0, varierà in un fascio F cui appartiene evidentemente il cono di seconda specie luogo dei piani che dalla *s* proiettano i punti della C. Ad ogni retta appoggiata alla C in un punto viene per tal modo a farsi corrispondere un certo fascio di serie coniche di piani del second'ordine coi vertici nei punti della retta di cui si parla.

Tutte le serie del fascio F dianzidetto contengono evidentemente il piano *rs* e però hanno ancora in comune una rigata del terzo ordine Γ, che passa evidentemente per la C e le cui generatrici, una delle quali è la *r*, si appoggiano tutte alla retta *s*, la quale è quindi la retta trasversale della rigata stessa. I piani R_2 generatori delle serie del fascio F segano evidentemente tutti la rigata Γ lungo coniche.

---

*) Montesano, *Su di un complesso di rette di terzo grado*; in fine. Memorie R. Accademia Istituto di Bologna, serie V, tomo 3.

Segando con l' iperpiano S_3 il fascio F delle serie di piani di cui si parla, si ottiene un fascio di rigate quadriche che hanno in comune la retta g traccia su S_3 del piano rs ed una cubica gobba γ, intersezione di Γ con S_3, passante per i quattro punti A_1, A_2, A_3, A_4 ed appoggiata alla g nei due punti R ed S che appartengono rispettivamente alle r ed s. Le generatrici delle rigate quadriche di cui si parla formano evidentemente il sistema completo delle corde della cubica γ ed appartengono al complesso G; or siccome al variare della retta r, intorno ad O_6 nel piano $O_6 s$, il fascio F di coni corrispondenti descrive il sistema completo Σ dei piani trisecanti di C, così si conclude immediatamente che:

Un complesso tetraedrale può ottenersi come l'assieme delle corde di tutte le ∞^1 cubiche gobbe che passano per cinque punti fissi arbitrariamente presi nello spazio e si appoggiano dippiù in un punto variabile ad una retta che passi per uno di essi.

Riferendoci a quanto si disse in fine al n.° precedente si vede adunque che delle ∞^2 cubiche passanti per i quattro punti A_1, A_2, A_3, A_4 ed aventi per corda una retta m dello spazio dallo insieme delle cui corde risulta un complesso tetraedrale, è sufficiente, per la determinazione di questo, prendere soltanto quelle, in numero ∞^1, che incontrano la m in un punto fisso ed in uno variabile e che stanno perciò in quel cono della rete di rigate quadriche determinata dai quattro punti A e dalla m, che ha il vertice nel punto fisso di cui si parla.

Suppongasi ora che la retta r appartenga ad S_3, che sia ad esempio una retta di questo spazio per il punto A_1. Il fascio F di coni derminato dalla r è segato da S_3 in un fascio di coni, i coni del complesso coi vertici sulla r, la base del quale consta della retta r, contata due volte e della conica, passante per i punti A_2, A_3, A_4, che costituisce la residua intersezione di Γ collo spazio S_3. Si deduce:

Tutti i coni del complesso G i cui vertici sono allineati con un vertice del tetraedro principale segano la faccia opposta secondo una medesima conica e si toccano lungo la retta dei vertici.

Suppongasi infine più particolarmente che la retta r, appoggiata alla C, appartenga ad un piano principale del complesso G, sia ad esempio una retta di $\alpha_2 \equiv A_1 A_3 A_4$ per il punto A_1: la retta s coinciderà allora collo spigolo $A_3 A_4$ del tetraedro fondamentale di G. Il fascio F di coni determinato dalla retta r di cui si parla, è segato attualmente da S_3 in un fascio di rigate quadriche spezzate tutte in due fasci di rette, l'uno posto sul piano fisso α_2, l'altro in un piano variabile appartenente ad un fascio cui asse è una retta r' passante per A_2 ed appoggiata ad $A_3 A_4$, e però contenuta nel piano α_1, retta che costituisce la residua intersezione di S_3 colla rigata del terzo ordine Γ. Si conclude da qui che il complesso tetraedrale G contiene la congruenza lineare di rette che ha per direttrici le rette r, r'; e siccome al variare della retta r in α_2 attorno ad

A_i, la r' varierà in α_i attorno ad A_2 descrivendo un fascio proiettivo a quello descritto da r così si conclude ancora che:

Un complesso tetraedrale può ottenersi come l'assieme delle rette che si appoggiano alle coppie di raggi corrispondenti di due fasci di rette fra loro omografici e comunque situati nello spazio.

6.° Consideriamo ora due piani R_2 qualsivoglia del sistema Σ e sia O_0 il punto che essi hanno a comune. Proiettando da O_0 su S_3 la curva C si ottiene una quartica c razionale che passa per i punti A_i e che ammette come trisecanti le tracce dei due piani R_2 considerati sullo spazio S_3. Le due rette che così si ottengono appartengono al complesso G; e poicchè proiettando da esse i quattro punti A_i, per una nota proprietà delle curve del quarto ordine razionali, si ottengono due quaderne di piani proiettive, così deduciamo il notissimo teorema:

I vertici del tetraedro principale vengono proiettati dai raggi del complesso secondo quaderne di piani aventi tutte un medesimo rapporto anarmonico.

7.° In uno spazio S_4 si considerino due stelle della terza specie, proiettive. Come è noto vi è un numero ∞' di raggi dell' una stella che incontrano i loro corrispondenti nell'altra, ed il luogo del punto comune a due raggi corrispondenti è una curva del quarto ordine normale di S_4 passante per i centri delle due stelle. Due iperpiani corrispondenti delle stelle di cui si parla si segano secondo un piano il quale, come si vede immediatamente, è trisecante della curva stessa. Viceversa poi, data una curva del quarto ordine normale di S_4 proiettando da due suoi punti qualunque il sistema dei piani che la trisecano si ottengono due stelle di iperpiani della terza specie, proiettive, e la curva di cui si tratta nascerà allora come luogo del punto comune a due raggi corrispondenti nelle stelle che si considerano.

Ciò posto da due punti scelti arbitrariamente sulla curva C si proiettino i piani R_2 e si seghino le due stelle proiettive che così si ottengono collo spazio S_3. Nasceranno per tal modo in S_3 due spazi omografici sovrapposti, con quattro piani uniti, i piani α_i, e quattro punti uniti, i punti A_i; e poicchè evidentemente due piani corrispondenti nei due spazi, sezione cioè con S_3 di due iperpiani delle due stelle che contengono un medesimo piano R_2 trisecante C, hanno a comune una retta del complesso, si ottiene così una nuova generazione del complesso tetraedrale, quella con la quale il Reye per il primo lo ottenne e studiò:

Un complesso tetraedrale è l'assieme delle rette intersezioni di due piani corrispondenti in due spazi omografici sovrapposti con quattro punti uniti.

Da qui, come è noto, deducesi immediatamente che un complesso tetraedrale è l'assieme delle rette che uniscono i punti corrispondenti nei due spazi medesimi, ovvero l'insieme delle rette dell'uno spazio che incontrano le loro corrispondenti nell'altro. Il complesso tetraedrale è quindi correlativo a sè medesimo.

Nel nostro caso è facile vedere come un complesso tetraedrale possa generarsi, nel modo anzidetto, mediante ∞^1 spazi omografiei due a due. Proiettando infatti su S_3 il sistema Σ dei piani R_2 trisecanti la C da un punto variabile sulla curva C medesima, si ottengono ∞^1 spazi, due a due proiettivi, ciascuno dei quali è poi evidentemente riferito biunivocamente al sistema delle rette del complesso: ad ogni piano (o punto) dello spazio appartiene una retta del complesso e viceversa.

I piani corrispondenti ad un piano fisso considerato come appartenente ad uno degli infiniti spazi omografici dianzidetti formano fascio attorno alla retta del complesso situata su quel piano: due qualunque di quegli spazi generano quindi sempre il complesso G come luogo della retta comune a due piani in essi corrispondenti. Correlativamente i punti corrispondenti ad un punto fisso considerato come appartenente ad uno degli infiniti spazi omografici di cui si tratta formano la punteggiata che ha per sostegno la retta del complesso per il punto considerato, e però due di quegli spazi generano sempre il complesso G come luogo della retta che unisce due punti in essi corrispondenti.

Da quanto precede ricavasi poi che un complesso tetraedrale è rappresentabile sui punti di uno spazio a tre dimensioni: le sue rette sono infatti in corrispondenza (generalmente) biunivoca ai punti ed ai piani di uno degli spazi, omografici fra loro, sovrapposti in S_3 *).

Gioverà fare ancora una osservazione. Negli infiniti spazi omografici due a due che nascono segando con S_3 le ∞' stelle di terza specie che dai punti della curva C proiettano il sistema dei piani che la trisecano, si corrispondono evidentemente le cubiche gobbe proiezioni della C dai punti stessi sullo spazio S_3 considerato. Il complesso tetraedrale nasce allora come luogo delle ∞' congruenze del 1° ordine e della 3ª classe costituite dalle corde delle cubiche precedenti.

Le cubiche di cui si tratta passano per i quattro vertici del tetraedro principale. Due qualunque di esse hanno un sol punto variabile in comune; ad una retta arbitraria dello spazio se ne appoggiano sei divise in tre coppie ciascuna delle quali costituita da cubiche che si appoggiano alla retta data in un medesimo punto, mentre una retta qualunque del complesso G è corda di tre cubiche del sistema che a due a due si segano sulla retta stessa.

8.° Il metodo adoperato in questa nota per lo studio del complesso tetraedrale può inoltre adoperarsi a ricavare notevoli congruenze nel complesso stesso contenute. Basterà assoggettare i piani R_2 trisecanti la C

---

*) Weiter, *Eine Abbildung des tetraedralen Complexes auf den Punktraum.* Zeitsch. für Math. XXIII.

G. Loria, *Intorno alla geometria su di un complesso tetraedrale.* Torino, Atti 19.

ad una nuova condizione perchè si ottenga, come luogo delle tracce dei piani medesimi su S_3, una congruenza contenuta nel complesso tetraedrale di cui si parla.

Per portare un esempio, si considerino i piani R_2 del sistema Σ considerato che si appoggiano ad una retta arbitraria r di S_4. Essi sono in numero doppiamente infinito e formano un sistema Σ' tale che per un punto arbitrario dello spazio ne possano due soltanto: per il punto che si considera passano infatti ∞^1 piani del sistema Σ formanti una serie quadrica la quale quindi contiene solo due piani che si appoggiano alla r e che appartengono perciò al sistema Σ'. Cerchiamo ora quanti piani di questo sistema sono incidenti ad un piano arbitrario P_2 di S_4.

I piani di Σ che tagliano P_2 secondo rette sono in numero ∞' e però formano una varietà V_3, a tre dimensioni, per la quale, si vede subito, P_2 è un piano doppio: fra i piani R_2 di Σ passanti per un punto di P_2 ve ne sono infatti due soltanto incidenti a questo piano. Da qui si ricava poi immediatamante che le rette dei piani di V_3 poste su P_2 inviluppano una conica. Un iperpiano arbitrario di S_4 per il piano P_2 sega V_3, allo infuori di P_2 medesimo, nei quattro piani facce del tetraedro che ha per vertici i punti di C posti sull' iperpiano di S_4 che si considera; la V_3 è quindi del sesto ordine.

La rigata Γ luogo delle corde di C che si appoggiano a P_2 è evidentemente doppia per la varietà V_3 di cui si parla: i piani R_2 per una generatrice formano infatti un cono quadrico della seconda specie, segata da P_2 lungo due rette; e però due soli piani R_2 per quella generatrice sono incidenti a P_2. La rigata Γ è segata da P_2 lungo la curva del terzo ordine sezione di P_2 stesso colla varietà costituita da tutte le corde di C; e poicchè un iperpiano arbitrario di S_4 per P_2 sega Γ, all' infuori di quella curva nelle sei rette spigoli del tetraedro che ha per vertici i punti di C posti sull' iperpiano segante di cui si parla, concludiamo che la rigata Γ è del nono ordine. Si vede poi immediatamente che la curva C è tripla per la rigata Γ ed è ancora tripla per la varietà V_3.

Poichè adunque la V_3 è del sesto ordine essa va ad incontrare la r in sei punti; e però concludiamo che sono sei soltanto i piani di Σ' che sono incidenti ad un piano arbitrario di S_4. Si conclude anzi dippiù che le sei rette di incidenza inviluppano una medesima conica. Segando quindi il sistema Σ' di piani R_2 di cui parliamo con S_3 si ottiene una congruenza γ; e poicchè per un punto di S_3 passano due sole rette della congruenza stessa ed in un piano ne giacciono sei soltanto, formanti un seilatero Brianchon, la congruenza γ di cui si parla è del ***second'ordine*** e ***della sesta classe.***

Per un punto X della quartica C passa un numero ∞' di piani appoggiati in altri due punti alla C ed in un punto variabile alla r. Il luogo di questi piani è una varietà conica del quarto ordine per cui è doppio

il cono cubico delle corde di C che passano per il punto X: essa può ottenersi proiettando da X la rigata del quarto grado di uno spazio R_3 arbitrario formata dalle corde della cubica proiezione da X stesso su R_3 della quartica C che si appoggiano alla retta proiezione di *r* dallo stesso punto sul medesimo spazio. Da qui deducesi immediatamente che per ogni vertice del tetraedro principale di S_3 passano infinite rette della congruenza γ formanti un cono razionale del quarto ordine le cui tre rette doppie sono i tre spigoli del tetraedro concorrenti in quel vertice. I vertici del tetraedro sono quindi *punti singolari di quarto grado* per la congruenza (2,6) di cui si parla. Per ogni punto di *r* passano ∞^1 piani trisecanti C i quali formano un cono quadrico; per la traccia di *r* su S_3 passano adunque ∞^1 rette della congruenza γ formanti un cono del second'ordine e però quel punto è singolare di secondo grado per la congruenza stessa.

Le corde della quartica C formano una varietà a tre dimensioni del terzo ordine: vi sono perciò tre corde soltanto di C, le corde *h*, che si appoggiano ad *r*. Proiettando da una di esse un punto X qualunque di C otteniamo un piano trisecante questa curva ed appoggiato ad *r*; e poichè al variare del punto X su C quel piano descrive una varietà conica del secondo ordine si conclude che per ciascuno dei tre punti tracce delle corde *h* su S_3 passano ∞^1 rette della congruenza formanti ancora un cono quadrico. Si ottengono per tal modo in S_3 altri tre punti singolari di secondo grado della congruenza γ.

Si prendano infine su *r* tre punti arbitrari: i tre coni quadrici di piani R_3 aventi rispettivamente i vertici in quei punti si segano, all'infuori di C, in una nuova curva del quarto ordine C', appoggiata a C in sei punti, che evidentemente è il luogo dei vertici dei coni di piani R_3 che contengono la retta *r*. Da qui si conclude che i quattro punti di intersezione di C' co S_3 sono anch'essi singolari del secondo grado per la congruenza (2,6) della quale ci occupiamo. Questa congruenza contiene adunque *quattro punti singolari di quarto grado* ed *otto punti singolari del secondo grado.* I coni quadrici per gli otto punti singolari di secondo grado sono evidentemente circonscritti al tetraedro fondamentale $A_1A_2A_3A_4$: gli spigoli di questo tetraedro sono rette doppie della congruenza. La congruenza γ di cui si parla è adunque una di quelle che Sturm chiama della seconda specie; e ciò d'altronde era da prevedersi perchè delle due diverse congruenze (2,6) quella della seconda specie solamente può appartenere ad un complesto tetraedrale.

Ogni punto di S_4 è vertice di un cono quadrico di piani trisecanti la C: fra i coni di cui si parla ve ne ha una tripla infinità formata da coni che toccano la *r*. Troviamo così in S_4 una varietà M_3, a tre dimensioni, luogo dei vertici dei coni anzidetti od, in altri termini, luogo dei punti di S_4 per ognuno dei quali passano due piani del sistema Σ' infinitamente vicini. Servendoci opportunamente del principio di corrispondenza, possia-

mo facilmente vedere che una retta arbitraria m di S_4 ha soltanto quattro punti di M_3; se però la retta m si appoggia in un punto alla C od alla C', ovvero alla retta r o ad una delle tre corde h di C che incontrano r, quei punti si riducono soltanto a due. La M_3 è quindi una varietà del quarto ordine che possiede come doppie le curve C e C' la retta r e le tre corde h. La superficie intersezione della M_3 collo spazio S_3, che è evidentemente la *superficie focale* della congruenza γ, è adunque del quarto ordine ed ha altrettanti punti doppi nei dodici punti singolari della congruenza γ medesima.

Ancora qualche osservazione. Si fissi un piano P_2 di Σ', un piano cioè trisecante la curva C ed appoggiato alla retta r. Per un punto di P_2 passa, astrazione fatta dal piano P_2 medesimo, un sol piano di Σ' cui traccia su S_3 è una retta di γ; se questa retta si assume come corrispondente di quel punto la congruenza γ viene ad essere rappresentata biunivocamente snl piano P_2 di cui si tratta. Ed infine se il sistema dei piani di Σ' si proietta su S_3 da due punti di C si ottengono due inviluppi ∞^2 di piani della seconda classe proiettivi e la congruenza γ può ottenersi come luogo della retta comune a due piani corrispondenti negli inviluppi di cui si parla.

Altre congruenze notevoli del complesso tetraedrale potrebbero ottenersi con procedimento affatto analogo. Così, come ultimo esempio, i piani R_2, trisecanti di C, che incontrano una conica c appoggiata a C in un punto, formano un sistema tale che per un punto arbitrario dello spazio ne passano *tre*, i tre piani del cono quadrico di piani R_2 col vertice in quel punto che incontrano la c fuori di C, e *nove* soltanto sono incidenti ad un piano arbitrario P_2 di S_4, perchè la varietà V_3 del sesto ordine, luogo dei piani R_2 incidenti a P_2, incontra c fuori di C soltanto in nove punti.

Segando con S_3 il sistema di piani di cui si parla, otteniamo una congruenza (3, 9) la quale possiede quattro coni ellittici del sesto ordine coi vertici nei quattro vertici del tetraedro principale del complesso G: ognuno di quei coni ha, come rette triple i tre spigoli del tetraedro che passano per il suo vertice. I sei spigoli del tetraedro stesso sono rette triple per la congruenza di cui si parla *).

Questa possiede ancora sei coni quadrici [e soltanto sei in generale]: due coi vertici nei punti tracce di c su S_3, gli altri quattro nei punti di S_3 posti sulle quattro corde della quartica C che incontrano la conica c.

La congruenza (3, 9) di cui si tratta è rappresentabile sopra un piano R_2 incidente a quello della conica c; per ogni punto di P_2 passa, in generale, un sol piano trisecante C ed appoggiato a c in un punto varia-

*) Cfr. G. Fano, *Sulle congruenze di rette del terzo ordine prive di linea singolare*. Torino, Atti 29.

bile, e viceversa. D' altronde servendoci della nota rappresentazione del complesso tetraedrale sull'ordinario spazio punteggiato *) si deduce che ad una superficie cubica generale arbitrariamente presa nello spazio rappresentativo, corrisponde una congruenza (9, 3) del complesso avente per rette triple le rette doppie del complesso medesimo ed avente un inviluppo piano di 6ª classe con tre tangenti triple in ogni piano principale del complesso di cui si parla **). Siccome la superficie generale del terzo ordine è rappresentabile univocamente su di un piano, si conclude che la congruenza (9, 3) di cui trattasi, e quindi anche la sua correlativa (3, 9) che più sopra abbiamo considerata, è rappresentabile univocamente sui punti di un piano. Questo d'altronde era a prevedersi, poichè come è noto, ogni congruenza del terzo ordine priva di linea singolare, meno forse, se esiste, la (3, 7) di genere 6, è rappresentabile sopra un piano.

Rapporto *sulla Nota del prof.* Domenico Montesano.

(Adunanza del dì 16 Febbraio 1901)

Con trasformazioni birazionali dello spazio a tre dimensioni, seguendo un metodo indicato da Cremona, si deducono da superficie note altre nuove, in vario modo, e se le prime sono univocamente rappresentabili sul piano si ottiene col metodo stesso immediatamente la rappresentazione delle seconde, non sempre la più semplice, che però con facili osservazioni si può semplificare. Siffatto metodo il prof. Montesano ha applicato in una precedente nota apparsa in questi Rendiconti a costruire e studiare due superficie del quint'ordine ed ora costruisce molti altri tipi di superficie del quint'ordine, o nuovi, o appena di sfuggita citati da altri, e ne assegna i sistemi rappresentativi in maniera da giungere immediatamente in ciascun caso al sistema minimo. La Commissione propone la inserzione della presente nota nei Rendiconti.

E. Cesàro
N. S. Dino
P. del Pezzo, *relatore.*

---

*) G. Loria, *Intorno alla geometria su di un complesso tetraedrale.*

**) G. Loria, *L. c.*, n. 12.

Le superficie omaloidiche di 5° ordine; *Nota di* **Domenico Montesano.**

(Adunanza del dì 9 Febbraio 1901)

> Les trasformations sont le propre de l'Algebre; on conçoit donc combien des procédés analogues en géometrie doivent apporter de puissance et de facilité.
>
> Chasles — *Discours d'inauguration du cours de géometrie supérieure.*

Il problema di determinare tutti i tipi di superficie razionali di 5° ordine non è stato ancora risoluto. A renderne più agevole la soluzione cercai di ottenere alcune di tali superficie come corrispondenti in trasformazioni birazionali dello spazio ad altre già note; volli cioè applicare per la costruzione delle superficie omaloidiche di 5° ordine il metodo così fecondo usato da Cremona e da Noether per la determinazione e lo studio di quasi tutte le superficie omaloidiche sino ad ora conosciute *).

Già in una precedente mia Nota presentata a questa Accademia nel giugno u. s., io studiai due superficie razionali di 5° ordine ottenute col metodo indicato e feci cenno di varii altri tipi di superficie omaloidiche dello stesso ordine, non ancora noti, che potevano ottenersi col medesimo procedimento.

Di queste superficie io mi occupo nella presente Nota.

La maggior parte di esse possono ritenersi del tutto nuove, mentre delle restanti (che indicherò man mano) si trova un semplice cenno in un opuscolo del Dott. Pensa pubblicato contemporaneamente alla predetta mia Nota **).

In esso l'A. parte dal teorema di Castelnuovo sulla condizione di razionalità di una superficie algebrica, e dopo aver determinato l'influenza di alcune singolarità di una superficie sul suo genere numerico e sul bigenere, enumera varii tipi di superficie razionali di 5° ordine.

Questo metodo, mentre sembra il più adatto alla determinazione completa dei varii tipi di superficie omaloidiche di 5° ordine, limitando il campo delle ricerche occorrenti, non fornisce immediatamente la dimostrazione dell'effettiva esistenza dei tipi riconosciuti possibili, nè dà facilmente la loro rappresentazione sul piano, la quale invece discende con la maggior semplicità dal procedimento da me tenuto.

---

*) Notevoli sono anche le ricerche di Hill, condotte con lo stesso procedimento, sulle superficie razionali di 5° e di 7° ordine. *Mathematical Review.*, vol. I, e *American Journal of Mathematics*, vol. XIX.

**) *Sulla influenza di alcune singolarità di superficie sul genere numerico e sul bigenere* P, *con applicazione alla determinazione di superficie razionali di 5° ordine.* Mondovì, Tip. edit. vescovile, 1900.

Io la stabilisco nei singoli casi, e faccio dipendere da essa tutte le proprietà della superficie, delle quali indico soltanto le più notevoli.

I tipi fondamentali che ottengo sono in tutto 24; 4 presentano una conica doppia, 7 una retta doppia e gli ultimi 13 hanno soltanto punti tripli o punti doppii singolari.

§ 1.

Una superficie razionale di 4° ordine $\varphi_4 \equiv O^2$ della 3ª specie di Noether presenta un punto doppio O col quale si accumulano altre singolarità nell'unica direzione di una retta semplice c della superficie. Queste singolarità sono caratterizzate dal fatto che il punto O costituisce una cuspide per le sezioni piane generiche della superficie passanti per esso, mentre le sezioni variabili della superficie con i piani passanti per la c sono cubiche aventi per tangenti di inflessione nel punto O la c, escluso soltanto un piano ω, che, contato due volte, forma il cono tangente nel punto O, il quale tocca la superficie lungo tutta la retta c e la sega ulteriormente secondo una conica b_2 che è tangente alla c in O.

Noi diremo che il punto O è un *punto doppio singolare di 2° ordine*, mentre diremo *singolare di 1° ordine* un punto doppio di una superficie dovuto alla coincidenza in una determinata direzione di un punto doppio biplanare con un tacnodo *), quale è quello che si presenta nella superficie della 2ª specie di Noether **).

La superficie φ_4 può essere rappresentata su di un piano in modo che le sezioni piane abbiano per immagine curve $c_9 \equiv 8A^3, B^2C$, essendo i punti B, C rispettivamente le immagini della conica b_2 e della retta c.

I 10 punti fondamentali della rappresentazione soddisfano all'unica condizione di trovarsi sulla medesima cubica $c_3 \equiv 8A, BC$ che è l'immagine del punto doppio O.

Le sezioni della superficie con i piani per O hanno per immagini curve $c_6 \equiv 8A^2, BB'$, essendo B' il coniugato di B nell'involuzione birazionale determinata dagli 8 punti A. Così le sezioni della superficie con i piani del fascio (c) hanno per immagini le cubiche $c_3 \equiv 8A, A_9$, essendo A_9 l'ultimo punto base del fascio formato da tali linee.

I punti B', A_9 trovansi sulla cubica $c_3 \equiv 8A, BC$ già indicata.

Ora si assuma su una siffatta superficie φ_4 un punto arbitrario P (la cui immagine sia P'), e si immagini una quadrica φ_2 che contenga questo punto e la conica b_2. L'ulteriore sezione delle φ_4, φ_2 è una curva di 6° or-

*) Per la composizione di questo punto vegg. Segre, *Sulla scomposizione dei punti singolari delle superficie algebriche*, § 21. Annali di Matematica. Serie II, tomo XXV.

**) *Ueber die rationalen Flächen vierter Ordnung*, § 6 (pag. 561). Mathem. Annalen. Bd. XXXIII.

dine che ha in O un punto doppio e che è segata da un piano della stella (O), anche se questo piano contenga la c, in altri 4 punti, oltre che in O. Per avere l' immagine della curva sezione ora indicata basta notare che in generale la sezione della φ_4 con una $\varphi_2 \equiv P$ ha per immagine una $c_{18} \equiv 8A^6, B^4C^2P'$.

Se poi la φ_2 contiene anche la conica b_2, il punto B sarà multiplo secondo 5 per l' immagine, ma contemporaneamente si staccherà da essa due volte la $c_3 \equiv 8A, BC$ (perchè la φ_2 viene a contenere, oltre il punto O, l' altro punto doppio O' della superficie infinitamente vicino al precedente sulla retta c), onde resterà una

$$c_{12} \equiv 8A^4, B^3P' \text{ *)}.$$

Due di queste curve debbono segarsi in 5 punti variabili e ciascuna di esse deve avere in comune con le linee $c_6 \equiv 8A^2, BB'$ 4 punti variabili, onde necessariamente debbono avere anche in comune il punto B'.

Ciò posto, si esegua nello spazio una trasformazione birazionale quadratica $T \equiv \left\{ \varphi_2 \equiv Pb_2, \psi_2 \equiv Qc_2 \right\}$.

Essa trasformerà la φ_4 in una *superficie omaloidica* φ_5 *di 5° ordine avente in* Q *un punto doppio e per linea doppia la conica* c_2.

La φ_5 contiene due rette; l' una corrisponde nella trasformazione T all' insieme dei punti della φ_4 infinitamente vicini a P, epperò giace nel piano della conica c_2; l' altra corrisponde nella T al punto O, epperò si trova sul cono che dal punto Q proietta la c_2.

Designando con o quest'ultima retta e con e la PO, si ha che nella T ad un piano π del fascio (e) corrisponde un piano π' del fascio (o) con corrispondenza quadratica che ha per punti fondamentali in π i punti P,O ed E che al pari di O è sulla b_2, e in π' i punti Q, O', $E' \equiv oc_2$, dei quali il secondo al pari di E' trovasi sulla c_2. Alla curva di sezione di π con la φ_4 corrisponde nella T la sezione di π' con la φ_5 diversa dalla o; ora la prima di tali curve è una $c_4 \equiv PO^2E$ che ha le tangenti in O coincidenti nella OE, epperò la seconda è una $c'_4 \equiv QO'^2E'$ che ha gli ultimi due punti di sezione con la retta QE' coincidenti in Q, vale a dire che un piano generico del fascio (o) sega ulteriormente la φ_5 secondo una curva di 4° ordine avente per tangente di inflessione nel punto Q la retta o ed appoggiata alla c_2 in due punti, l' uno (fisso) semplice e l' altro (variabile) doppio per la curva.

Se il piano π passa per la retta c della φ_4, la curva c_4 si spezza nella c ed in una cubica $c_3 \equiv POEF$, ove i punti O, E, F sono infinitamente prossimi l'uno all'altro sulla c; onde nel corrispondente piano π' la curva c'_4 si spezza nella o ed in una $c'_3 \equiv QO'E'F'$, ove O' è infinitamente vicino ad E' sulla c_2 ed F' è infinitamente vicino a Q sulla o. Perciò il piano π' ora in-

*) Cfr. Noether, Not. cit., pag. 569.

dicato è tangente alla superficie φ_5 lungo tutta la retta o, e la sega ulteriormente secondo una cubica che tocca la o in Q e la incontra ancora nel punto E'.

Alla sezione della superficie φ_4 con un piano uscente da P corrisponde nella trasformazione T la sezione della superficie φ_5 con un piano passante per Q; epperò riesce agevole riconoscere che quest' ultima curva ha soltanto una cuspide nel punto Q con la tangente nell'anzidetto piano π'; onde il punto Q è soltanto un punto doppio uniplanare per la superficie φ_5.

Ma dalla particolarità che presentano le sezioni dovute ai piani passanti per la c, segue che col punto Q si accumulano su questa retta altre singolarità della superficie.

Nella rappresentazione piana della superficie φ_5, che deriva da quella data per la φ_4, le sezioni piane hanno per immagini curve

$$c_{12} \equiv 8A^4, B^3B'P';$$

la conica doppia ha per immagine la

$$c_{12} \equiv 8A^4, B^3B'P'^3;$$

il punto Q la

$$c_3 \equiv 8A, BB'C$$

e le sezioni piane per Q le

$$c_9 \equiv 8A^3, B^3CP'.$$

Le quadriche che passano per le c_2 e per la o, segano la φ_5 secondo curve gobbe c_5 di genere 2, che hanno per immagini le

$$c_6 \equiv 8A^2, BB'.$$

Quelle di tali quadriche che si riducono a coni, segano la φ_5 secondo curve gobbe c_4 di 1ª specie tangenti in Q alla o, le quali hanno per immagini le

$$c_3 \equiv 8A, A_0.$$

E fra i coni in quistione, quello che ha il vertice in Q sega la φ_5 secondo una curva c_4 che si spezza nella o ed in una cubica gobba tangente in Q alla o, la quale ha per immagine il punto B.

In sostanza la superficie φ_5 contiene la o e le due rette che le sono infinitamente vicine sul cono che dal punto doppio Q proietta la conica doppia c_2, e ciò caratterizza ulteriormente la natura delle singolarità della superficie che si accumulano nel punto Q sulla retta o.

Infine le sezioni della φ_5 con i piani del fascio (o) hanno per immagini curve

$$c_6 \equiv 8A^2, BB'P'P_1'$$

essendo P'_1 il coniugato di P' nell' involuzione determinata dagli 8 punti A. Esso è l' immagine del punto $E' \equiv oc_2$.

Sulla superficie φ_5 si hanno 2.120 curve gobbe razionali di 4° ordine $c_4 \equiv Qc_2^4$. Esse a due a due si trovano sopra superficie rigate $\varphi_3 \equiv o^2 c_2^2$, ciascuna delle quali presenta la particolarità che le due generatrici uscenti dal punto Q coincidono con la o nel piano π', etc.

§ 2.

Si parta da una superficie di 4° ordine con retta doppia e sia la $\varphi_4 \equiv k_2$. Si assumano su di essa una conica c_2 in un piano per k e un punto P fuori delle k., c_2; e si esegua nello spazio una trasformazione birazionale quadratica $T \equiv \{ \varphi_2 \equiv Pc_2 , \psi_2 \equiv Qe_2 \}$.

Essa muta la φ_4 in una superficie di 5° ordine φ_5 che ha per linea doppia la conica fondamentale e_2 e per punti doppii il punto fondamentale Q e i punti che gli sono infinitamente vicini nel piano ω' che nella T corrisponde a quello che da P proietta la retta k. Perciò il punto Q è un *tacnodo* della superficie φ_5.

Si è dunque ottenuta *una superficie omaloidica di 5° ordine con una conica doppia ed un tacnodo.* (Pensa, XI).

Il piano ω' che è tangente alla φ_5 nel tacnodo Q, sega la superficie secondo due rette r uscenti da Q ed appoggiate alla conica doppia e_2 (le quali corrispondono nella T ai punti kc_2) e secondo una cubica $c_3 \equiv Q^2$ che si appoggia alla e_2 in due punti.

La superficie ha un'ultima retta s, situata nel piano della e_2, la quale corrisponde all'insieme dei punti della φ_4 infinitamente vicini a P.

Se si rappresenta la superficie φ_4 su di un piano in modo che le sezioni piane abbiano per immagini curve $c_4 \equiv O^2, 8P$, indicando con S l'immagine del punto P, con $c' \equiv Q$ la retta immagine della c_2 e con 2R i punti immagini di quelli comuni alle k, c_2, non situati sulla c', ne risulta una rappresentazione della φ_5, nella quale le sezioni piane hanno per immagini curve

$$c_7 \equiv O^3, 8P^2, 2R, S,$$

e il punto Q e la conica e_2 hanno rispettivamente per immagini le

$$c_3 \equiv O, 8P, 2R \quad , \quad c_7 \equiv O^3, 8P^2, S^2, 2R,$$

in modo che le sezioni piane per Q sono rappresentate da curve

$$c_4 \equiv O^2, 8P, S.$$

La superficie possiede 16 coniche che corrispondono nella T alle rette della φ_4, epperò ciascuna di esse passa per Q, è tangente in questo punto al piano ω' e si appoggia in due punti alla e_2. Di più a due a due le 16 coniche si distribuiscono su 8 quadriche $\psi_2 \equiv Q\omega', e_2$.

Ai 64 piani tritangenti della superficie φ_4 corrispondono altrettante quadriche $\psi_2 \equiv Qe_2$, di cui ciascuna contiene due cubiche gobbe della φ_5. Si hanno con ciò in tutto 2.64 cubiche gobbe della superficie. Esse sono tangenti in Q al piano ω' e trisegano la e_2; ecc.

Può succedere che il punto Q risulti infinitamente vicino alla conica e_2, o che questa si spezzi in due rette, o che si verifichino tutti e due questi fatti.

Può accadere anche che la superficie φ_4 da cui si parte, abbia per retta doppia cuspidale la k *). In tale caso il punto Q diventa un *un punto di regresso di 2ª specie* per la superficie φ_5; esso cioè risulta un *cuspinodo* per le sezioni piane generiche della superficie passanti per esso.

§ 3.

Una superficie di 4° ordine $\varphi_4 \equiv O^2$ della 2ª specie di Noether può avere due coniche complanari che non passino per il punto doppio O. Se ciò si verifica, il sistema rappresentativo della superficie, il quale è formato da curve $c_7 \equiv Q^3, 9R^2$, contiene una linea che si scinde in una conica $c_2 \equiv 6R$ ed in una curva $c_5 \equiv Q^3, 6R, 3R'^2$. Queste due curve sono le immagini delle due coniche in quistione.

Chiamando con g_2 la seconda di esse, eseguiamo nello spazio una trasformazione birazionale $T \equiv \left\{ \varphi_2 \equiv Pg_2, \psi_2 \equiv De_2 \right\}$, che, oltre alla g_2, abbia anche il punto fondamentale P sulla φ_4, in posizione generica.

Essa trasforma la φ_4 in *una superficie di 5° ordine* φ_5 *che ha per linea doppia la conica fondamentale* e_2, *e ha due punti doppii, l'uno ordinario nel punto fondamentale* D, *l'altro singolare e di 1° ordine nel punto* O' *che corrisponde al punto doppio* O *della* φ_4.

Nella rappresentazione piana della φ_5, che deriva da quella della φ_4, le immagini delle sezioni piane sono curve

$$c_8 \equiv Q^3, 6R^3, 3R'^2, P' ;$$

la conica doppia ha per immagine la

$$c_9 \equiv Q^2, 6R^2, 3R'^2, P'^2 ,$$

e i punti doppii D, O' hanno rispettivamente per immagini le

$$c_2 \equiv 6R \quad ; \quad c_3 \equiv Q, 6R, 3R' ;$$

sicchè le sezioni piane per i detti punti hanno rispettivamente per immagini le

$$c_7 \equiv Q^3, 6R^2, 3R'^2, P' \quad , \quad c_6 \equiv Q^2, 6R^2, 3R'P' .$$

---

*) Cremona, *Sulle trasformazioni razionali nello spazio.* Annali di Matematica, ser. II, tom. V, n. 29.

Queste ultime curve hanno un altro punto S in comune situato sulla cubica $c_3 \equiv Q, 6R, 3R'$, la quale in tale punto tocca la retta QS.

La superficie possiede una sola retta situata nel piano della conica doppia ed ha soltanto tre coniche semplici non situate nello stesso piano, le quali si appoggiano in due punti alla conica doppia, e fra di loro si toccano nel punto doppio singolare.

La tangente t comune alle tre coniche segna la direzione nella quale coincidono in O' i punti singolari della superficie; cioè la sezione della φ_5, con un piano generico che passi per la t, è una curva di 5° ordine e di genere 1 avente in O' un ocsnodo.

La immagine di tale sezione è una $c_3 \equiv Q, 6R, P'$, la quale variando il piano, descrive un fascio che ha l'ultimo punto base P'' sulla retta OP'. Questa retta è l'immagine della curva dovuta al piano tD; mentre la curva del fascio che passa per il punto S è l'immagine della curva $c_5 \equiv O'^3$ dovuta al piano tangente in O' alla superficie.

Le rette generiche del fascio (Q) sono immagini di curve gobbe razionali di 6° ordine della φ_5, le quali hanno in D un punto doppio ordinario e in O' un ocsnodo e sono le sezioni variabili della φ_5 con le quadriche di un fascio avente per base la conica c_2 ed una conica $r_2 \equiv DO'e^2{}_2$ tangente in O' alla retta t, ma non situata sulla superficie.

Tre quadriche del fascio dànno rispettivamente per sezione con la φ_5 le tre coniche semplici di questa e tre curve di 4° ordine $c_4 \equiv D^2O'$; mentre altre 6 quadriche dànno ciascuna per sezione due cubiche che si segano in D e si osculano in O'.

Inoltre la superficie possiede altre 32 cubiche gobbe che passano soltanto pel punto O', e sono quelle che hanno per immagini il punto Q e le linee $c_1 \equiv 2R$; $c_2 \equiv Q, 4R$; $c_3 \equiv Q^2, 6R$; etc.

§ 4.

Se per individuare una superficie $\varphi_4 \equiv O^2$ della 3ª specie di **Noether** si parte dal sistema rappresentativo, e si suppone che una linea di questo sistema si spezzi in una retta $c_1 \equiv 2A, C$ ed in una curva di 8° ordine $c_8 \equiv 2A^2, 6A'^3, B^2$, la φ_4 viene ad acquistare due coniche complanari g_2, g'_2, che non passano per il punto doppio O. La prima di esse si appoggia alla retta c della φ_4 e non incontra la conica b_2 della superficie; l'altra invece si appoggia alla b_2 in due punti e non incontra la c.

Ora assunto un punto generico P della φ_4, si esegua nello spazio una trasformazione birazionale $T \equiv \{ \varphi_2 \equiv Pg_2, \psi_2 \equiv De_2 \}$ che abbia per elementi fondamentali nel primo sistema il punto P e la prima delle due coniche indicate.

Essa trasforma la φ_4 in *una superficie di 5° ordine* φ_5 *che ha per linea doppia la conica fondamentale* e_2 *ed ha due punti doppii, l'uno ordinario nel*

punto fondamentale D, *l'altro singolare e di 2° ordine nel punto* O' *che corrisponde al punto doppio* O *della* φ_4.

La retta c della φ_4 appoggiandosi alla conica fondamentale g_2 (senza passare per il punto fondamentale P) ha per corrispondente nella trasformazione T una retta c', la quale si trova sulla φ_5 e passa per il punto doppio singolare O'; sicchè la superficie φ_5 possiede due rette p, c', l'una situata nel piano della conica doppia, l' altra uscente dal punto doppio singolare.

Con opportuna trasformazione birazionale nel piano si può ottenere come sistema rappresentativo della φ_4 un sistema formato sempre da curve $c_9 \equiv 7A^3, A'^3, B^2C$ ma tale che la conica g_2 della superficie abbia per immagine una $c_6 \equiv 7A^2, A'^3C$, nel qual caso la conica g_2 ha per immagine una $c_3 \equiv 7A, B^2$.

Allora nella rappresentazione della φ_5 che deriva da quella della φ_4, le immagini delle sezioni piane sono curve

$$c_{12} \equiv 7A^4, A'^3B^4CP' ;$$

la conica doppia ha per immagine la

$$c_{12} \equiv 7A^4, A'^3B^4CP'^2$$

e i punti doppii D, O' hanno rispettivamente per immagini le

$$c_3 \equiv 7A, B^2 \quad , \quad c_3 \equiv 7A, A'BCB' ;$$

diguisachè le sezioni piane generiche della superficie che contengono l'uno o l'altro dei detti punti, hanno rispettivamente per immagini curve

$$c_9 \equiv 7A^3, A'^3B^2C \quad ; \quad c_9 \equiv 7A^3, A'^2B^3P'B' ,$$

continuando a designare con B' il punto coniugato a B nell' involuzione determinata dagli 8 punti A.

La retta c' segna la direzione nella quale si accumulano in O' le singolarità della superficie.

Un piano generico per tale retta corrisponde nella trasformazione T ad una quadrica $\varphi_2 \equiv cg_2P$.

Ora in generale la sezione di una superficie φ_4 della 3ª specie di Noether con una quadrica che passi per la retta c della superficie ha per immagine una $c_{12} \equiv 8A^4, B^2C$; e siccome un piano generico del fascio (c) contiene tre punti variabili della curva obbiettiva, perciò la linea immagine deve essere segata in tre punti variabili da ogni cubica $c_3 \equiv 8A, A_0$, epperò essa deve necessariamente contenere il punto A_0.

Nel caso in esame la quadrica contiene la conica g_2 della superficie, epperò dalla linea c_{12} si stacca la c_6 immagine di questa conica e resta una $c_6 \equiv 7A^2, A'B^2P'A_0$.

D'altra parte la quadrica φ_2, qualunque sia il piano del fascio (c') a cui corrisponde, contiene la retta d che passa per P e si appoggia alle c, g_2; e perciò la predetta linea c_6 contiene un altro punto fisso P'', immagine dell'ultimo punto di sezione della d con la φ_4.

Dunque nella rappresentazione data per la superficie φ_5, le sezioni variabili della superficie con i piani generici del fascio (c') hanno per immagini curve

$$c_6 \equiv 7A^2, A'B^2P'A_0P''$$

formanti fascio. Esse non contengono il punto C, onde le curve obbiettive non segano la c' in punti variabili, cioè queste curve passano tutte per il punto di appoggio della c' alla conica doppia e_2 ed hanno per tangente di inflessione in O' la retta c'.

Da ciò segue che la φ_5 lungo tutta la retta c' tocca il medesimo piano τ'. Ciò è confermato dal fatto che fra le curve c_6 anzidette ve ne è una che si scinde nella $c_3 \equiv 7A, A'BA_0C$ immagine del punto O' ed in una $c_3 \equiv 7A, B, P', P''$. Quest'ultima è immagine di una cubica che non contiene punti non singolari della c e che ha due punti variabili in comune con i piani generici della stella (O'); dunque nel fascio (c') vi è un piano sul quale la linea di sezione variabile c_4 con la superficie si scinde nella c' ed in una cubica che tocca la c' nel punto O' e la sega nel punto $c'e_2$; epperò questo piano τ' è tangente alla superficie in ogni punto della c' e in particolare nel punto singolare O'.

Le linee di ordine minimo della superficie φ_5 sono: 1° le due rette p, c'; 2° una cubica gobba (avente per immagine A') che passa per il punto O' ed ha in esso per tangente la c' e per piano osculatore il piano τ'; 3° una curva gobba di 4° ordine e di 1ª specie (avente per immagine B) che ha in D un punto doppio e passa con un solo ramo per O', ove tocca la c' ed oscula il piano τ', (e questa curva è su di una quadrica tangente alla superficie φ_6 lungo la c'); 4° 56 curve gobbe di 4° ordine e di 2ª specie che passano per i punti D, O' nel secondo dei quali toccano la retta c ed osculano il piano τ'. Queste ultime curve hanno per immagini i punti A, e le linee $c_1 \equiv 2A, c_2 \equiv 5A, c_3 \equiv A^2, 6A$; etc.

§ 5.

Si parta da una superficie di 4° ordine $\varphi \equiv c^2$ dotata di retta doppia c. Essendo d una qualsiasi delle 16 rette della superficie, si assumano fuori di questa due rette a, b appoggiate alla d e sghembe con la c, e si esegua nello spazio una trasformazione birazionale

$$T \equiv \left\{ \varphi_3 \equiv d^2abc, \psi_2 \equiv lABC \right\} \text{*)}$$

*) Cremona, Not. cit., n.° 29.

Siccome alle rette del secondo spazio corrispondono nella T^{-1} coniche appoggiate alle d, a, b, c, le quali segano in 5 punti la φ_4 fuori delle c, d, perciò la T trasforma la φ_4 in una superficie di 5° ordine φ_5.

E dal fatto che nella T^{-1} alle rette appoggiate alla l corrispondono rette appoggiate alla d, ed alle stelle di raggi (A), (B), (C) corrispondono rispettivamente le congruenze lineari di raggi che hanno per direttrici le rette $b; c$; c, a; a, b, segue che la φ_5 ha per retta doppia la l, ha due punti tripli in A, B e un punto semplice in C.

Si è dunque ottenuta *una superficie di 5° ordine con una retta doppia e due punti tripli.*

Ai punti di sezione delle a, b con la superficie φ_4, situati fuori della d, corrispondono due terne di rette della superficie φ_5, situate rispettivamente nei due fasci che dai punti tripli A, B proiettano la retta doppia l.

A un piano generico π del fascio (c) corrisponde nella trasformazione T un piano π' del fascio (AB) con corrispondenza quadratica che in π ha per punti fondamentali le traccie delle rette d, a, b e in π' la traccia della l e i punti A, B. Da ciò segue che la sezione variabile della φ_5 con un piano generico del fascio (AB), il quale incontri la retta l nel punto L, è una $c_4 \equiv (ABL)^2$, epperò la retta AB è una linea semplice della φ_5.

Oltre il piano cd esistono 7 piani del fascio (c) che segano la superficie φ_4 in coppie di rette. Corrispondentemente esistono 7 piani per la retta AB, di cui ciascuno contiene due coniche della superficie φ_5 aventi in comune i punti A, B e la traccia della retta l.

La superficie φ_5 possiede anche 64 cubiche gobbe, le quali corrispondono nella trasformazione T alle coniche della φ_4 situate nei piani tritangenti della superficie ed appoggiate alla d. Tutte queste cubiche passano per i punti A, B ed hanno per corda la retta l.

Rappresentata la superficie φ_4 su di un piano in modo che le sezioni piane, la retta doppia c e la retta semplice c abbiano rispettivamente per immagini le $c_4 \equiv 0^2, 7P, P'$; $c_3 \equiv 0, 7P, P'$; $c' \equiv 0P'$, e di più indicando con Q quello dei due punti immagini del punto cd che non si trova sulla retta $c' \equiv 0P'$, e così designando con 3A', 3B' le terne di punti immagini di quelle in cui le a, b segano la superficie fuori della d, viene ad aversi una rappresentazione piana della superficie φ_5, nella quale le immagini delle sezioni piane sono curve

$$c_7 \equiv 0^3, 7P^2, Q, 3A', 3B'.$$

La retta doppia l ed i punti tripli A, B hanno rispettivamente per immagini le

$$c_4 \equiv 0^2, 7P, 3A', 3B' \; ; \quad c_3 \equiv 0, 7P, Q, 3A' \; ; \quad c_3 \equiv 0, 7P, Q, 3B',$$

perchè le superficie che corrispondono ai detti elementi nella T^{-1} sono la quadrica $\varphi_2 \equiv dabc$ e i piani da, db rispettivamente.

Il punto Q e le terne di punti A', B' sono rispettivamente le immagini della retta AB e delle terne di rette della superficie φ_5 situate nei piani Al, Bl; i punti P e le rette OP sono immagini delle coniche della φ_5, e il punto O, le rette $c \equiv 2P$, le coniche $c_2 \equiv 0,4P$ e le cubiche $c_3 \equiv 0^2,6P$ sono immagini delle cubiche gobbe della superficie.

Ciascuna di queste cubiche incontra in un terzo punto (oltre che in A, B) una sola di due coniche complanari della φ_5, e con essa determina una quadrica che contiene la l e perciò sega ulteriormente la φ_5 secondo un'altra cubica gobba appoggiata in un terzo punto a quella stessa conica.

Di conseguenza il numero delle quadriche in quistione (di cui ciascuna contiene la retta l, una conica e due cubiche gobbe della φ_5) è $\frac{64.7}{2} = 224$; per ogni cubica passano 7 di tali quadriche, e per ogni conica ne passano 32.

Così è agevole riconoscere che una cubica gobba della φ_5 ne incontra 7 in altri due punti (oltre che in A, B), ne incontra 35 in un altro punto, e con le restanti 21 ha in comune soltanto i punti A, B; etc.

Le sezioni della φ_5 con i piani dei fasci (AB), (l) e con le quadriche che passano per la retta l e per i punti A, B, hanno rispettivamente per immagini le rette del fascio (O), le cubiche $c_3 \equiv 0,7P, Q$ e le curve $c_4 \equiv 0^2,7P$.

Può succedere che le rette fondamentali a, b della trasformazione T risultino infinitamente vicine fra loro, o che una o entrambe siano infinitamente vicine all'altra retta fondamentale d *). Corrispondentemente i due punti tripli A, B della superficie φ_5 risultano infinitamente vicini su una retta ben determinata (Pensa, XVI), ovvero uno o entrambi i detti punti risultano infinitamente prossimi alla retta doppia l.

Nè riesce difficile stabilire quali particolarità acquisti nei predetti casi il sistema rappresentativo della superficie φ_5.

§ 6.

Una superficie di 4° ordine φ_4 della 1ª specie di Noether ha un tacnodo O dal quale escono 4 rette r situate nel corrispondente piano tangente ω.

Nella più semplice rappresentazione piana della superficie il sistema rappresentativo è formato da curve $c_6 \equiv 7D^2, 4R$; il punto doppio O ha per immagine una $c_3 \equiv 7D, 4R$; le sezioni dovute ai piani per una delle 4 rette della superficie (che designeremo con r') sono rappresentate da curve $c_3 \equiv 7D, R'$, le quali hanno in comune un altro punto R'' della $c_3 \equiv 7D, 4R$, che è l'immagine del punto infinitamente vicino ad O sulla r'.

*) Cremona, Not. cit., n.° 25, p. 145.

Una quadrica φ_2 che passi pel punto O, senza toccare in esso il piano ω, sega la superficie secondo una curva $c_8 \equiv O^2$, la cui immagine è una $c_9 \equiv 7D^3, 4R$.

Se la φ_2 contiene la retta r' della superficie, l'ulteriore curva di sezione con la φ_4 ha per immagine una $c_9 \equiv 7D^3, R'^2, 3R, R''$, essendo R'', come si è detto, il punto immagine di quello chè è infinitamente vicino ad O sulla r'.

Se la φ_2 soddisfa ulteriormente alla condizione di essere tangente in un punto S alla φ_4, allora la curva $(\varphi_2\varphi_4)$ ha per immagine una linea $c_9 \equiv 7D^3, R'^2, S'^2, 3R, R''$. Inoltre nel caso indicato la φ_2 contiene la tangente s in S alla φ_4 che si apppoggia alla r'; onde la curva $(\varphi_2\varphi_4)$ contiene l'ultimo punto P di sezione della s con la φ_4, epperò la curva immagine è una $c_9 \equiv 7D^3, R'^2S'^2, 3R, R''P'$.

Ciò posto, indicando con σ il piano tangente in S alla φ_4, si esegua nello spazio una trasformazione $T \equiv \{ \varphi_4 \equiv r's, S\sigma; \psi_2 \equiv mn, N\nu \}$, nella quale il sistema delle ψ_2 (analogo a quello delle φ_2) abbia la retta fondamentale n nel fascio $(N - \nu)$, in modo che ai piani dei fasci $(r'), (s)$ corrispondano omograficamente nella trasformazione T i piani dei fasci $(m), (n)$.

Tale trasformazione muta la φ_4 in una superficie di 5° ordine φ_5 che ha per retta doppia la m, per retta semplice la n ed ha in N un punto doppio.

Per determinare la natura del punto N basta notare che la trasformazione T fra due piani corrispondenti π, π' delle stelle (N), (S) stabilisce una corrispondenza quadratica θ, nella quale due punti fondamentali S, S' del piano π coincidono in S sulla retta $\pi\sigma$, mentre il terzo punto fondamentale R è sulla retta r; e così nel piano π' due punti fondamentali N, N' coincidono in N sulla retta $\pi'\nu$ ed il terzo M è sulla retta m; onde la curva di sezione del piano π' con la φ_5, corrispondendo nella θ alla curva $c_4 \equiv SS'R$ sezione del piano π con la φ_4, risulta essere una $c_5 \equiv (NN'M)^2$, epperò il punto N è un tacnodo per la superficie φ_5, e il piano tangente in esso è ν.

Al punto O della r' corrisponde nella T un raggio o del fascio $(N - \nu)$. A una retta uscente da O corrisponde una retta appoggiata alle o, m, la quale perciò ha due punti in comune con la superficie fuori delle o, m; epperò la o é linea semplice della φ_5.

Un piano α per r' sega la φ_4 secondo una c_3 che è tangente alla r' nel punto O. Corrispondentemente un piano α' per la retta m sega ulteriormente la φ_5 secondo una cubica c'_3 che è tangente alla retta $\alpha'\nu$ nel punto $O' \equiv \alpha' o$, vale a dire che nel fascio $(N - \nu)$ oltre alla n vi sono due rette della φ_5 che coincidono nella o.

Quando il piano α coincide col piano tangente in O alla φ_4, nel corrispondente piano α' la cubica c'_3 della φ_5 si spezza in tre rette r uscenti dal punto $O' \equiv o\omega'$.

Alla stella di raggi che ha il centro in questo punto O', corrisponde nella T^{-1} la congruenza delle coniche che passano per O, S e che toccano in essi i piani ω, σ. Ciascuna di queste coniche sega la φ_4 in due punti variabili, epperò ogni retta uscente da O' sega altrove la φ_5 in 2 punti, cioè O' è triplo per la φ_5.

Un piano generico β per la retta s sega la φ_4 secondo una curva c_4 che è tangente alla retta s in S e passa pei punti P e $Q \equiv r's$. Corrispondentemente un piano generico β' per la retta n sega ulteriormente la φ_5 secondo una curva c'_4 che è tangente alla n nel punto N e la sega in un punto P' e nel punto $Q' \equiv mn$. Col variare del piano β' attorno alla n, il punto P' varia proiettivamente ad esso sulla n; onde la φ_5 contiene un'altra retta p infinitamente vicina e sghemba alla n.

La linea di sezione del piano ν con la φ_5 è costituita dalla retta n, dalla o' contata due volte e da una conica $c_2 \equiv NO'Q'$; e così la linea di sezione della φ_5 col piano mn comprende le rette m, n ed una conica s_2 che passa pel punto N.

Nella rappresentazione piana della superficie φ_5, che discende da quella della corrispondente φ_4, le sezioni piane hanno per immagini le curve

$$c_9 \equiv 7D^3, R'^2 S'^2 R'', 3R, P'$$

già indicate, ove i punti $R'', 3R, P'$ sono rispettivamente immagini della retta $o \equiv NO'$ delle tre rette r e della n; mentre i punti R', S' sono immagini delle coniche $r_2 \equiv NO'Q'$, $s_2 \equiv N$ già indicate.

I punti N, O' e la retta m hanno rispettivamente per immagini le

$$c_3 \equiv 7D, R'R''S'P' \;;\quad c_3 \equiv 7D, R'R'', 3R \;;\quad c_6 \equiv 7D^2, S^2, 3R, P' \;;$$

sicchè le sezioni della superficie con i piani delle stelle (N), (O') sono rappresentate rispettivamente da curve

$$c_6 \equiv 7D^2, R'S', 3R \;,\quad c_6 \equiv 7D^2, R'S'^2 P' .$$

Quest'ultime sono di genere 2, e segano la curva immagine del punto O' in terne di punti variabili, onde O' è un punto triplo ordinario della φ_5.

Dunque questa ha *una retta doppia, un tacnodo ed un punto triplo ordinario situato nel piano tangente nel tacnodo.*

I punti D del piano rappresentativo, le rette che li uniscono a due a due, le coniche che passano per essi a 5 a 5 e le cubiche che li contengono tutti e sette avendo un punto doppio in uno di essi, sono immagini di 56 cubiche gobbe $c_3 \equiv N\nu, O'm^2$ della superficie. Queste cubiche si distribuiscono a due a due su 28 quadriche $\varphi_2 \equiv mno, N\nu$; etc.

§ 7.

Su di un monoide di 4° ordine φ_4, oltre alle 12 rette uscenti dal vertice V, può trovarsi una retta r che non passi per tale punto. In tale caso tre delle 12 rette uscenti dal vertice si trovano nel piano che questo punto

determina con la retta r; e nella più semplice rappresentazione piana della superficie, nella quale le sezioni piane hanno per immagini curve di 4° ordine aventi 12 punti in comune, tre di questi si trovano su di una medesima retta r'.

Ciò posto, assunto sulla φ_4 un punto generico S, sul piano σ che in questo punto è tangente alla superficie, si prenda la retta s che passa per S e si appoggia alla r; e si esegua nello spazio una trasformazione $T \equiv \{ \varphi_2 = rs, S\sigma; \psi_2 \equiv mn, N\nu \}$ del tipo indicato nel precedente §.

Essa trasforma la φ_4 in *una superficie di 5° ordine* φ_5 *che ha per retta doppia la* m, *ed ha un tacnodo in* N *ed un punto triplo ordinario nel punto* O *che corrisponde al vertice della* φ_4.

Questo punto O *si trova fuori del piano* ν *che è tangente alla superficie nel tacnodo* (Pensa, IX).

La retta n si trova sulla superficie. Oltre di essa la φ_5 contiene tre rette semplici k situate nel piano Om, ed una retta p infinitamente vicina e sghemba con la n.

La sezione della superficie φ_5 con un piano generico del fascio (NO), il quale incontri in M la m, è una curva razionale di 5° ordine $c_5 \equiv O^3M^2N^2N'^2$; e fra i piani del fascio ve ne sono 9 di cui ciascuno dà per sezione con la φ_5 una conica $h_2 \equiv OMNN'$ ed una cubica $h_3 \equiv O^2MNN'$, indicando sempre con N' un punto infinitamente vicino ad N nel piano ν.

Le 9 coniche h_2 sono a due a due su quadriche $\varphi_2 \equiv (mn, N\nu)$ le quali segano ulteriormente la φ_5 secondo cubiche gobbe che hanno per corda la m e passano per i punti O, N nel secondo dei quali toccano il piano ν.

La superficie φ_5 può essere rappresentata su di un piano in modo che le immagini delle sezioni piane siano delle

$$c_7 \equiv 9H^2, S'^3, 3K, P',$$

essendo i punti H, S', K, P' le immagini delle linee h_2, s, k, n già indicate.

I punti singolari O ed N della superficie hanno rispettivamente per immagini le cubiche $c_3 \equiv 9H, 3K$; $c_3 \equiv 9H, S'P'$, sicchè le sezioni piane generiche passanti per essi hanno rispettivamente per immagini curve $c_4 \equiv 9H, S'^2 P'$; $c_4 \equiv 9H, S', 3K$; mentre la curva $c_4 \equiv N^3$ che con la n forma la sezione del piano ν con la superficie, ha per immagine la retta $c_1 \equiv 3K$.

Infine le sezioni della superficie con i piani passanti per la retta ON sono rappresentate dalle rette del fascio (S'); etc.

§ 8.

Si è visto (§ 4) che una superficie di 4° ordine φ_4 della 3ª specie di Noether ed una quadrica φ_2 che contenga la retta c della φ_4, hanno ulteriormente in comune una curva di 7° ordine la cui immagine nella rappresentazione piana della superficie risulta essere una $c_{12} \equiv 8A^4, B^2CA_0$.

Se ulteriormente la φ_2 soddisfa alla condizione di essere tangente nel punto S alla superficie φ_4, nel qual caso essa contiene la tangente s in S alla φ_4 appoggiata alla c, allora la curva c_7 ha per immagine una $c_{12} \equiv 8A^4, B^2 S'^2 C A_0 P'$, essendo S' e P' rispettivamente le immagini del punto S e dell'ultimo punto di sezione P della s con la φ_4.

Ciò posto, essendo σ il piano tangente in S alla φ_4, si esegua nello spazio una trasformazione $T \equiv \{ \varphi_2 \equiv cs, S\sigma ; \psi_2 \equiv mn, N\nu \}$ del tipo indicato nei § precedenti.

Essa trasforma la φ_4 in una superficie φ_5 di 5° ordine che ha per linea doppia la retta m, per linea semplice la n ed ha un tacnodo nel punto N, nel quale risulta tangente al piano ν.

Al punto doppio O della φ_4 corrisponde un raggio o del fascio $(N - \nu)$ che è retta semplice della φ_5. Anzi pel fatto che un piano generico α' del fascio (m) sega ulteriormente la φ_5 secondo una cubica che nel punto $o\alpha'$ ha per tangente di inflessione la retta $\alpha'\nu$, segue che la superficie φ_5 contiene tre rette coincidenti nella o nel fascio $(N - \nu)$.

Alla conica b_2 della φ_4 corrisponde una conica b'_2 della φ_5 situata in un piano ω' del fascio (m) e tangente alla retta $n' \equiv \omega'\nu$ nel punto N' in cui questa retta sega la o. E siccome il piano ω della b_2 tocca la φ_4 lungo la c, perciò la sezione del piano ω' con la φ_5 oltre la m e la b'_2 comprende la retta $n' \equiv \omega'\nu$ ora indicata. Questa retta con la n e con la o' contata 3 volte, forma la completa sezione del piano ν con la φ_5.

Alle rette della stella (N') corrispondono nella T^{-1} le coniche tangenti ai piani ω, σ nei punti O, S.

Queste segano la superficie φ_4 in terne di punti variabili, onde il punto N' è doppio per la superficie φ_5.

Un piano del fascio (NN') diverso dal piano ν, corrispondendo ad un piano del fascio (SO) diverso dal piano sc, dà per sezione variabile con la superficie φ_5 una curva di 4° ordine bitangente alla retta o nei punti N, N'; onde il cono tangente nel punto N' alla φ_5 riducesi al piano ν contato due volte; e siccome su un raggio generico del fascio $(N' - \nu)$ quattro punti di sezione con la φ_5 coincidono in N', perciò il punto N' è anche esso un tacnodo.

Si è dunque ottenuta *una superficie di 5° ordine con una retta doppia e due tacnodi situati sopra una retta semplice della superficie.*

I piani tangenti alla superficie in questi due punti coincidono, come si è visto, in un unico.

E può facilmente riconoscersi che i due tacnodi si trovano nelle stesse condizioni rispetto alla superficie. Ad esempio, anche il piano mn sega ulteriormente la φ_5 secondo una conica b''_2 che è tangente in N alla n; e così la superficie contiene altre due rette infinitamente vicine e sghembe l'una alla n, l'altra alla n'.

La superficie può essere rappresentata su di un piano in modo che

le sezioni piane abbiano per immagini le curve

$$c_{12} \equiv 8A^4, B^2S'^2 CA_0P'$$

già indicate. I punti N, N' e la retta *m* hanno rispettivamente per immagini le

$$c_3 \equiv 8A, S'A_0P' \quad ; \quad c_3 \equiv 8A, BCA_0 \quad ; \quad c_9 \equiv 8A^3, B^2S'^2 CP' \; ;$$

mentre le rette n', o', c' e le coniche b'_2, b''_2 hanno rispettivamente per immagini i punti $P', A_0, C; B, S'$.

Le sezioni delle superficie con i piani passanti per N o per N' o per la retta *m* hanno rispettivamente per immagini le

$$c_9 \equiv 8A^3, B^2CS' \quad ; \quad c_9 \equiv 8A^3, S'^2P'B \quad ; \quad c_3 \equiv 8A, A_0 \; ;$$

mentre le sezioni della φ_5 con i piani del fascio (NN') hanno per immagini le $c_6 \equiv 8A^2, S'S''BB'$, essendo S'' e B' i punti coniugati ad S' e B nell'involuzione determinata dagli 8 punti A. Essi si trovano rispettivamente sulle cubiche immagini dei punti N, N'.

La superficie possiede 2.120 curve gobbe di 4° ordine e di 2ª specie che passano per i punti N, N' ed hanno per trisegante la *m*. Ciascuna di queste curve si trova con la retta *r* su di una quadrica, la cui ulteriore sezione con la superficie φ_5 è una curva gobba di 4° ordine e di 1ª specie che passa per i punti N, N' ed ha per corda la *m*.

Le immagini di queste 2.120 curve c_4 di 1ª specie si ottengono facilmente notando che una quadrica che passa per la retta *m* e per i punti N, N' sega ulteriormente la φ_5 secondo una curva c_8 la cui immagine è una $c_9 \equiv 8A^3, BS'$.

§ 9.

La superficie di 4° ordine $\varphi_4 \equiv O^2$ della 1ª specie di Noether può acquistare una quinta retta *r*, non uscente dal tacnodo. Se ciò si verifica, il sistema piano rappresentativo della superficie (formato da curve $c_6 \equiv 7D^2, 4Q$) contiene un fascio di curve degeneri formate da una cubica fissa $c_3D'^2, 6D, Q'$ e da cubiche $c_3 \equiv 6D, 3Q$ che variano in un fascio.

Il piano che la retta *r* determina con il tacnodo O, sega ulteriormente la superficie secondo una conica (avente per immagine il punto D') e secondo una delle 4 rette *q* della superficie uscente da O, retta che ha per immagine il punto Q'.

Ora costruita in un fascio di tangenti $(S - \sigma)$ della φ_4 quella retta *s* che si appoggia alla *r*, si esegua nello spazio una trasformazione birazionale $T \equiv \left\{ \varphi_2 \equiv rs, S\sigma ; \psi_2 \equiv mn, N\nu \right\}$.

Essa muta la φ_4 in *una superficie di 5° ordine φ_5 che ha una retta doppia e due tacnodi non situati sopra una stessa retta della superficie* (Pensa, X).

La retta doppia è la *m*, e i due tacnodi sono il punto fondamentale

N e il punto N' che nella T corrisponde al tacnodo O della φ_4. I piani tangenti in essi alla superficie sono il piano fondamentale ν ed il piano ν' tangente in N' alla quadrica φ_2 che nella T corrisponde al piano tangente in O alla φ_4.

La φ_5 possiede due rette semplici che sono i raggi dei fasci $(N - \nu)$, $(N' - \nu')$ appoggiati alla retta doppia m: l'una è la retta fondamentale n, l'altra è la retta n' che nella trasformazione T corrisponde alla retta q' della φ_4 appoggiata alla r.

Invece alle altre tre rette q della φ_4 corrispondono tre coniche q_2 della superficie φ_5, tangenti ai piani ν, ν' nei punti N, N' rispettivamente, appoggiate alla m e situate con questa retta e con le n, n' sulla quadrica φ_2 già indicata.

La superficie contiene altre due coniche $c_2 \equiv N$, $c'_2 \equiv N'$ situate rispettivamente nei piani mn, mn'; nè ha altre linee di 2° ordine.

I due tacnodi si trovano nelle stesse condizioni rispetto alla superficie; ad esempio può riconoscersi che a ciascuna delle rette n, n' è infinitamente vicina un'altra retta della φ_5, etc.

Nella rappresentazione della superficie φ_5 che deriva da quella della φ_4, il sistema rappresentativo è formato da curve

$$c_9 \equiv 6D^2, D'^2, 3Q^2, S'^2P'Q' ;$$

ove i punti P', Q'; S', D', Q sono rispettivamente immagini delle rette n, n' e delle coniche $c_2 \equiv N$, $c'_2 \equiv N'$, $q_2 \equiv NN'$ già indicate.

I punti N, N' e la retta doppia m hanno rispettivamente per immagini le curve

$$c_3 \equiv 6D, 3Q, S'Q' \quad ; \quad c_3 \equiv 6D, 3Q, D'P' \quad ; \quad c_6 \equiv (6D, D'S')^2, 3Q, P'Q' ;$$

sicchè le sezioni piane generiche della superficie con i piani che passano per uno dei tacnodi o per la retta doppia hanno rispettivamente per immagini curve

$$c_6 \equiv 6D^2, D'^2, 3Q, S'P' \quad ; \quad c_6 \equiv 6D^2, S'^2, 3Q, D'Q' \quad ; \quad c_3 \equiv 6D, 3Q .$$

Così le sezioni con i piani generici del fascio (NN') sono rappresentate da curve $c_3 \equiv 6D, D'S'S''$, essendo S'' l'immagine del punto di incontro della retta NN' con la φ_5. Inoltre le curve di sezione della φ_5 con i piani ν, ν' hanno rispettivamente per immagini le

$$c_3 \equiv D'^2, 6D, Q' \quad ; \quad c_3 \equiv S'^2, 6D, P' .$$

La superficie possiede 27 cubiche gobbe, che passano per i punti N, N' ed hanno per corda la m, formanti configurazione analoga a quella delle 27 rette della superficie di 3° ordine; etc.

§ 10.

Una superficie di 4° ordine $\varphi_4 \equiv O^2$ della 2ª specie di Noether può avere una retta semplice r non uscente dal punto doppio O. E si può supporre che l'immagine di questa retta, nella rappresentazione piana della superficie sia una curva $c_4 \equiv Q^3, 9R$, essendole immagini delle sezioni piane, come nel caso generale, delle $c_7 \equiv Q^2, 9R^2$. Con ciò, il punto Q risulta l'immagine della cubica $c_3 \equiv O^2$ della superficie situata nel piano Or.

Ora, costruita, come nei § precedenti, una retta s appoggiata alla r e tangente alla superficie φ_4 nel punto $\overline{S}$ e nel piano σ, si esegua nello spazio una trasformazione birazionale $T \equiv \left\{ \varphi_2 \equiv rs, \overline{S}\sigma, \psi_2 \equiv mn, N\nu \right\}$.

Essa trasforma la φ_4 *in una superficie di 5° ordine* φ_5 *che ha una retta doppia* m, *un tacnodo ed un punto doppio singolare di 1° ordine*: O'.

La superficie passa per la retta $n \equiv N$, ed ha un' unica conica $c_2 \equiv N$ situata nel piano mn. Il piano tangente in N alla superficie è il piano $\nu \equiv n$; e come nei casi precedenti vi è sulla superficie un'altra retta infinitamente vicina e sghemba alla n.

Nella rappresentazione della superficie φ_5 su di un piano, che deriva da quella data per la φ_4, le immagini delle sezioni piane sono curve

$$c_{10} \equiv Q^3, 9R^3, S'^2P' \ ;$$

e le immagini della retta doppia m e dei punti singolari N, O' sono rispettivamente delle

$$c_7 \equiv Q^3, 9R^2, S'^2P' \quad ; \quad c_3 \equiv 9R, S'P' \quad ; \quad c_3 \equiv Q, 9R \ ;$$

sicchè le sezioni della superficie con i piani del fascio (m) o con quelli delle stelle (N), (O') hanno rispettivamente per immagini delle

$$c_3 \equiv 9R \quad , \quad c_7 \equiv Q^3, 9R^2, S' \quad , \quad c_7 \equiv Q^2, 9R^2, S'^2P'S \ ;$$

essendo S un punto ben determinato della cubica $c_3 \equiv Q, 9R$.

La linea $c_4 \equiv Q^3, 9R$ del piano rappresentativo è l'immagine della curva di sezione della superficie col piano ν. Questa curva ha in N un punto triplo e passa pel punto nm.

Resta ora a far cenno della retta e su cui si accumulano le singolarità della φ_5 coincidenti in O'. Essa è l'asse t' del fascio di piani che nella trasformazione T corrispondono alle quadriche $\varphi_2 \equiv rs, S\sigma$ che passano per della i due punti doppii infinitamente prossimi φ_4.

Un piano generico π di tale fascio (t') sega la superficie φ_5 secondo una linea $c_5 \equiv O'^2$ avente per immagine una curva $c_4 \equiv Q, 9R, S'^2P'$, la quale forma una c_{10} del sistema rappresentativo assieme alla cubica immagine del punto O', contata due volte. Di più la c_4, col variare del piano π attorno alla t', descrive un fascio avente per ultimo punto base l'immagine P'' del punto d'incontro della t' con la φ_5, diverso da O.

La curva obbiettiva c_5, al pari dell'immagine, è di genere 2; e potendo avere soltanto punti doppii infinitamente vicini ad O' oltre quello dovuto alla m, ha necessariamente un ocsnodo in O'.

Una curva soltanto del sistema che si considera, ha un punto triplo in O', ed è la curva che ha per immagine la c_4 del fascio che passa per il punto S. Il piano τ' di tale curva è tangente in O' alla superficie.

Inoltre la linea di sezione della superficie col piano t'N ha per immagine la retta QS'P'' oltre alla cubica $c_3 \equiv 9R, S'P'$ immagine del punto N.

La superficie presenta una cubica piana $c_3 \equiv O'$ situata nel piano $O'm$ (avente per immagine il punto Q') e 9 cubiche gobbe $c_3 \equiv NO'm^2$ (aventi per immagini i punti R) situate con le rette m, n su altrettante quadriche che dànno per ulteriore sezione con la φ_5 9 curve gobbe $c_4 \equiv N^2O''$ Una di queste curve e la corrispondente cubica gobba si osculano in O' e la tangente comune è la t'; etc.

§ 11.

Una superficie di 4° ordine $\varphi_4 \equiv O^2$ della 3ª specie di **Noether** può presentare una retta semplice r che non passi pel punto doppio O. A ciò basta supporre che nel sistema rappresentativo della superficie vi sia un fascio di curve degeneri formate da una curva fissa $c_6 \equiv 7A^2, A'^3B$ (immagine della r) e da curve $c_3 \equiv 7A, BC$ che variino in un fascio; nel qual caso il punto A' risulta l' immagine della cubica $c_3 \equiv O^2$ della φ_4 situata nel piano Or.

Allora con trasformazione quadratica analoga a quella usata nei precedenti §, dalla φ_4 si ottiene *una superficie di 5° ordine* φ_5 *che ha una retta doppia* m, *un tacnodo* N *ed un punto doppio singolare di 2° ordine* O'.

La superficie possiede due rette sghembe coincidenti in un'unica: n. Questa passa pel tacnodo N, giace nel piano tangente ν in tale punto, e si appoggia alla retta doppia m.

Così la φ_5 contiene due coniche c_2, s_2; l' una passa per entrambi i punti singolari, l'altra invece contiene soltanto il tacnodo. Quest' ultima si trova nel piano mn.

Nella rappresentazione piana della superficie φ_5 che deriva da quella della φ_4, le sezioni piane hanno per immagini curve

$$c_{12} \equiv 7A^4, A'^3B^2C^2S'^2P' \;;$$

e la retta doppia m e i punti singolari N, O' hanno rispettivamente per immagini le

$$c_9 \equiv 7A^3, A'^3B^2CS'^2P' \quad ; \quad c_3 \equiv 7A, BCS'P' \quad ; \quad c_3 \equiv 7A, A'BCB' \;;$$

sicchè le sezioni della φ_5 con i piani generici passanti per la m, o per N, o per O′ hano rispettivamente per immagini le

$$c_3 \equiv 7A, BC \quad , \quad c_9 \equiv 7A^2, A'^3B^2CS' \quad , \quad c_9 \equiv 7A^2, A'^2B^2CS'^2P'B' \, .$$

La tangente t' in O′ alla conica $c_2 \equiv NO'$ della superficie segna la direzione nella quale si accumulano in O′ le singolarità della φ_5 coincidenti in O′; cioè le sezioni della φ_5 con i piani generici del fascio (t') hanno un ocsnodo in O′.

Esse sono rappresentate da curve $c_6 \equiv 7A^2$, $ABS'^2P'P''$ che formano linee c_{12} del sistema rappresentativo assieme alla cubica immagine del punto O′ contata due volte. Le c_6 formano un fascio; il punto P″ non fondamentale che hanno in comune è l'immagine del punto d'incontro della t' con la superficie diverso da O′; e fra di esse quella che passa per il punto B′, è l'immagine della curva $c_3 \equiv O'^3$ della superficie situata nel piano tangente in O′ alla φ_5; etc.

I punti fondamentali tripli A′, B della rappresentazione sono le immagini l'uno della cubica situata nel piano $O'm$, l'altro di una cubica gobba $b_3 \equiv NO'm$ tangente in O′ alla t'. Quest'ultima curva si trova con le rette m, n e con la conica c_2 su di una medesima quadrica la quale risulta tangente alla φ_5 lungo la c_2.

Infine i punti A e le linee $c_1 \equiv 2A$, $c_2 \equiv 5A$, $c_3 \equiv A^2, 6A$ sono immagini di 56 curve gobbe di 4° ordine e di 2ª specie $c_4 \equiv NO'm^3$ tangenti in O′ alla t'. Ciascuna di esse si trova con la m su di una quadrica, che ulteriormente sega la φ_5 secondo una curva gobba di 4° ordine e di 1ª specie, la cui immagine si determina facilmente notando che la linea variabile di sezione della φ_5 con le quadriche $\varphi_2 \equiv mNO'$ tangenti in O′ alla t' hanno per immagini curve $c_6 \equiv 7A^2, A'BS'$; etc.

La curva di sezione della φ_5 col piano ν diversa dalla n (curva che ha un punto triplo in N e passa pel punto nm) ha per immagine la $c_6 \equiv 7A^2, A'^3B$.

§ 12.

La superficie di 3° ordine che hanno per punti doppii i vertici di un tetraedro $D_1 .. D_4$, formano un sistema omaloidico avente per base gli spigoli del tetraedro.

In ogni trasformazione birazionale dello spazio connessa a tale sistema, il sistema congiunto è formato anche esso da superficie di 3° ordine aventi in comune 4 punti doppii $Q_1, .. Q_4$ non complanari e le rette che uniscono a due a due questi punti, in modo che a un punto D_i viene a corrispondere nella trasformazione il piano $Q_l Q_m Q_n$ (per $i, l, m, n = 1, 2, 3, 4$ in qualsiasi ordine) e viceversa; e alla stella di raggi (D_i) corrisponde la stella di raggi (Q_i) con corrispondenza quadratica avente per raggi fon-

damentali nell'una stella le rette D_iD_l, D_iD_m, D_iD_n e nell'altra le Q_iQ_l, Q_iQ_m, Q_iQ_n *).

Un punto di una retta D_iD_l ha per corrispondente per intero la retta Q_mQ_n, e viceversa; e ad un piano per la D_iD_l corrisponde un piano per la Q_iQ_l.

Ora avendo nello spazio una trasformazione T del tipo indicato, si assegni una superficie di 3° ordine σ_3 che passi semplicemente per i punti $D_1, .. D_4$.

Essa è trasformata dalla T in *una superficie di 5° ordine* φ_5 *che ha quattro punti tripli ordinarii nei punti fondamentali* Q *e passa semplicemente per le rette che uniscono a due a due questi punti* (Pensa, I).

Rappresentata la superficie σ_3 su di un piano in modo che le immagini delle sezioni piane siano delle $c_3 \equiv 6P$, indicando con E_i i punti immagini dei punti D_i e con R_{il} il punto immagine di quello in cui la σ_3 è segata dalla retta D_iD_l, oltre che in D_i, D_l, viene ad aversi una rappresentazione sul piano della superficie φ_5, nella quale le immagini delle sezioni piane sono delle

$$c_9 \equiv 6P^3, 4E^3, 6R .$$

Un punto triplo Q_i della φ_5 ha per immagine la

$$c_3 \equiv 6P, E_lE_mE_nR_{mn}R_{nl}R_{lm} ,$$

e le sezioni piane per esso sono rappresentate da curve

$$c_6 \equiv 6P^2, E_i^2E_lE_mE_nR_{il}R_{im}R_{in}$$

I punti R sono immagini delle 6 rette della superficie.

La superficie contiene quattro coniche situate nelle faccie del tetraedro $Q_1 .. Q_4$, le quali corrispondono rispettivamente agli insiemi dei punti della σ_3 infinitamente vicini a $D_1, .. D_4$; e così la φ_5 contiene 27 cubiche gobbe $c_3 \equiv 4Q$ che corrispondono alle 27 rette della σ_3 e di cui perciò si può facilmente stabilire le proprietà.

Può succedere che due punti fondamentali della trasformazione T coincidano in ciascun sistema. In tale caso due punti tripli della superficie φ_5 risultano infinitamente vicini fra di loro su di una retta ben determinata (Pensa, XII).

§ 13.

Partiamo da una superficie di 4° ordine a conica doppia, e sia la $\varphi_4 \equiv c_2^2$. Assumiamo sulla c_2 tre punti D_1, D_2, D_3, e fuori della c_2 prendiamo sulla φ_4 un punto arbitrario D_4.

*) Noether, *Eindeutige Raumtransformationen.* Mathemat. Annalen, Bd. III, § 5 (G).

Con trasformazione $T \equiv \{ \varphi_3 \equiv 4D^2, \psi_3 \equiv 4E^2 \}$ la φ_4 si trasforma in una superficie di 5° ordine $\varphi_5 \equiv (E_1 E_2 E_3)^3 E_4^2$ che contiene infiniti altri punti doppii, tutti infinitamente vicini ad E_4 e situati nel piano che corrisponde nella T al cono che dal punto D_4 proietta la conica c_2. Perciò il punto E_4 è un tacnodo della superficie; cioè si è ottenuta *una superficie di 5° ordine con tre punti tripli ordinarii ed un tacnodo* (Pensa, V).

La φ_5 contiene le rette che uniscono a due a due i punti E_1, E_2, E_3.

Rappresentata la superficie φ_5 su di un piano in modo che le immagini delle sezioni piane siano curve $c_3 \equiv 5P$, designando con Q_i, Q'_i le immagini del punto doppio D_i, diguisachè i 6 punti Q sono con i 5 punti P su di una medesima cubica c'_3 immagine della conica doppia, e di più indicando con R l'immagine del punto D_4 e con S_i la immagine del punto ulteriore sezione della φ_4 con la retta $D_4 D_i$, (per $i = 1, 2, 3$), viene ad aversi una rappresentazione piana della superficie φ_5, nella quale le immagini delle sezioni piane sono curve

$$c_9 \equiv 5P^3, 6Q^2, R^2, 3S \ .$$

Il tacnodo ha per immagine la

$$c'_3 \equiv 5P, 6Q$$

e le sezioni piane per esso sono rappresentate da curve

$$c_6 \equiv 5P^2, 6Q, R^2, 3S \ ;$$

mentre un punto triplo E_i ha per immagine la

$$c_3 \equiv 5P, 2Q_l, 2Q_m, RS_l S_m$$

e le sezioni piane per esse sono rappresentate da curve

$$c_6 \equiv 5P^2, 2Q_i^2, 2Q_l, 2Q_m, RS_i$$

per $i, l, m = 1, 2, 3$ in qualsiasi ordine.

La superficie possiede 7 coniche circoscritte ai triangoli che formano le faccie del tetraedro $E_1 .. E_4$, e propriamente una delle 7 coniche è circoscritta al triangolo $E_1 E_2 E_3$, e le altre 6 sono a due a due circoscritte ai triangoli $E_4 E_2 E_3, E_4 E_3 E_1, E_4 E_1 E_2$. Esse hanno per immagini il punto R e i 6 punti Q.

Sulla superficie esistono anche 16 cubiche gobbe circoscritte al tetraedro $E_1 .. E_4$, le quali corrispondono nella trasformazione T alle 16 rette della superficie φ_4, epperò riesce agevole stabilirne le proprietà.

Due casi particolari della superficie in esame sono degni di nota; il caso in cui due dei punti tripli risultano infinitamente vicini, e quello in cui al posto del tacnodo si presenta un regresso di 2ª specie.

Il primo caso si presenta quando due dei punti fondamentali D_1, D_2, D_3 della trasformazione T si assumono infinitamente vicini sulla conica c_2;

l'altro caso invece si ottiene quando questa conica è linea doppia cuspidale della superficie φ_4 *).

Di più possono verificarsi contemporaneamente i due fatti indicati, nè riesce difficile stabilire le particolarità che nei tre casi viene ad acquistare il sistema rappresentativo della superficie.

§ 14.

Una superficie di 4° ordine $\varphi_4 \equiv k^2$ dotata di retta doppia k, può avere altri due punti doppii D_1, D_2 situati in un medesimo piano con la k, nel qual caso la superficie contiene la retta D_1D_2 ed in ciascun punto di essa è tangente al piano kD_1D_2.

Nel sistema piano rappresentativo della superficie (formato da curve $c_4 \equiv O^2, 8P$) due punti fondamentali semplici, che designeremo con Q e Q', vengono a coincidere fra loro sopra una retta passante per il punto fondamentale doppio O, diguisachè i punti D_1, D_2 vengono ad avere rispettivamente per immagini la retta OQ ed il punto Q.

Ora si assumano sulla superficie due punti D_3, D_4, l'uno sulla k, e l'altro fuori di essa; si indichino con D e D' le immagini del primo e con E l'immagine del secondo; si designi con R quel punto che forma con Q la coppia immagine del punto comune alle rette k, D_1D_2 (in modo che i punti D, D', R si trovano sulla cubica $c_3 \equiv O, 6P, QQ'$ immagine della retta k) ed infine si indichino con S_1, S_2, S_3 i punti immagini degli ultimi punti di incontro della φ_4 con le rette D_4D_1, D_4D_2, D_4D_3.

Una trasformazione birazionale $T \equiv \{ \varphi_3 \equiv 4D^2, \psi_3 \equiv 4E^2 \}$ dello spazio muta la φ_4 in una superficie di 5° ordine $\varphi_5 \equiv (E_1E_2E_3)^3E_4^2$, la quale presenta infiniti altri punti doppii tutti infinitamente vicini ad E_4 e situati nel piano $\omega \equiv E_4E_3$ che nella T corrisponde al piano D_4D_3k; epperò si presenta *una superficie φ_5 che ha un tacnodo e tre punti tripli, uno dei quali si trova sul piano tangente nel tacnodo.*

Nella rappresentazione piana della superficie φ_5, che deriva da quella della φ_4, le curve immagini delle sezioni piane sono delle

$$c_{10} \equiv O^4, 6P^3, Q^2 (DD'E)^2R, 3S .$$

La multiplicità del punto Q si stabilisce notando che una retta del piano rappresentativo che passi per esso, è immagine di una cubica gobba della φ_4 che passa per D_2 ed ha per corda la k, onde la corrispondente curva della φ_5 è di 7° ordine, epperò la retta deve incontrare la c_{10} immagine di una sezione piana della φ_5 in altri 7 punti.

*) Cfr. Cremona, *Rappresentazione piana di alcune superficie algebriche dotate di curve cuspidali.* Memorie dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Serie III, tomo II, § 2.

La φ_5 passa per i lati del triangolo $E_1E_2E_3$ (che hanno per immagini i punti S) e per la retta E_3E_4 (che ha per immagine il punto R). Le ulteriori linee di sezione della φ_5 con le faccie del tetraedro $E_1 .. E_4$ possono determinarsi considerando i piani o i coni tangenti alla φ_4 nei punti $D_1 .. D_4$. I due coni di 2° grado tangenti alla superficie φ_4 nei punti D_1, D_2 passano entrambi per la retta D_1D_2 (lungo la quale toccano il piano kD_1D_2); epperò i coni che corrispondono ad essi nella trasformazione T, segano rispettivamente i piani $E_2E_3E_4$, $E_1E_3E_4$ secondo curve $c_3 \equiv E_2^2E_3E_4$, $c_3 \equiv E_1^2E_3E_4$, le quali appartengono alla superficie φ_5 ed hanno rispettivamente per immagini sul piano rappresentativo la retta OQ ed il punto Q.

Ciò mostra che il punto Q′ infinitamente vicino a Q sulla retta OQ non è punto fondamentale della rappresentazione della φ_5.

Infine i due piani del fascio (k) che toccano la φ_4 nel punto D_3, ed il piano tangente alla φ_4 nel punto D_4 hanno rispettivamente per corrispondenti nella T coni che segano rispettivamente i primi due il piano $E_1E_2E_4$ e l'ultimo il piano $E_1E_2E_3$ secondo coniche $d_2 \equiv E_1E_2E_4$, $d'_2 \equiv E_1E_2E_4$, $e_2 \equiv E_1E_2E_3$ situate sulla φ_5 ed aventi rispettivamente per immagini i punti D, D′, E.

Le d_2, d'_2 toccano nel punto E_4 la stessa retta t la quale con la E_4E_3 determina il piano tangente alla φ_5 in E_4.

I punti E_1, E_2, E_3, E_4 hanno rispettivamente per immagini le

$$c_4 \equiv O^2, 6P, Q^2DD'ES_2S_3 \quad ; \quad c_3 \equiv O, 6P, DD'ES_3S_1$$

$$c_3 \equiv O, 6P, QES_1S_2R \quad ; \quad c_3 \equiv O, 6P, QDD'R \; ;$$

e le sezioni piane per essi sono rappresentate rispettivamente da curve

$$c_6 \equiv O^3, 6P^2, QDD'ES_1R \quad ; \quad c_7 \equiv O^3, 6P^2, Q^2DD'ES_2R$$

$$c_7 \equiv O^3, 6P^2, Q^2(DD')^2ES_3 \quad ; \quad c_7 \equiv O^3, 6P^2, Q^2DD'E^2, 3S \; .$$

La superficie possiede 1°) 12 cubiche gobbe $c_3 \equiv E_1E_2E_3E_4$ (che hanno per immagini i punti P e le rette OP); 2°) 32 curve gobbe $c_4 \equiv E_1^2E_2E_3E_4$ che hanno per immagini il punto O e le linee $c_1 \equiv 2P$, $c_2 \equiv O, 4P$; $c_3 \equiv O^2, 6P$; 3°) 32 curve gobbe $c_4 \equiv E_2^2E_1E_3E_4$ che hanno per immagini le linee $c_1 \equiv PQ$; $c_2 \equiv OQ, 3P$; $c_3 \equiv O^2Q, 5P$; etc.

§ 15.

Tre coniche a_2, b_2, c_2 situate in piani distinti α, β, γ che abbiano in comune il punto D comune a tali piani e che a due si seghino ulteriormente in punti A, B, C delle rette $\beta\gamma, \gamma\alpha, \alpha\beta$, individuano un sistema omaloidico di superficie di 3° ordine $\varphi_3 \equiv D^2a_2b_2c_2$.

In una trasformazione birazionale θ dello spazio connessa a tale sistema, il sistema congiunto è formato da superficie di 3° ordine ψ_3 aventi in comune tre rette l, m, n, formanti triangolo, ed una cubica gobba h_3

che si appoggia semplicemente alle l, m, n, in modo che al punto D corrisponde nella θ il piano lmn e ai punti delle a_2, b_2, c_2 corrispondono rispettivamente le corde delle h_3 appoggiate alla l, alla m, o alla n, le quali formano rispettivamente le quadriche $\alpha_2 \equiv h_3 l$, $\beta_2 \equiv h_3 m$, $\gamma_2 \equiv h_3 n$.

Viceversa ai punti delle l, m, n corrispondono i raggi dei fasci $(D - \alpha)$, $(D - \beta)$, $(D - \gamma)$, mentre ai punti della h_3 corrispondono le rette appoggiate contemporaneamente alle a_2, b_2, c_2 le quali formano una $\sigma_5 \equiv (a_2 b_2 c_2)^2$ *).

Designando con L, M, N i punti mn, nl, lm rispettivamente, si assuma nel secondo spazio una quadrica σ'_2 che passi per la retta n e pel punto N.

La superficie σ che le corrisponde nella θ^{-1} è di 5° ordine, ha per linee doppie le a_2, b_2 e per linea semplice la c_2. Inoltre tenendo calcolo che nella θ ai raggi della stella (D) corrispondono le corde della cubica h_3 e ai raggi della stella (C) le coniche c_2 che passano per N e si appoggiano semplicemente alla n ed in 3 punti alla h_3, si riconosce facilmente che i punti D e C risultano tripli per la superficie σ_5.

Rappresentata la σ'_2 su di un piano in modo che le sezioni piane, il punto N e la retta n abbiano rispettivamente per immagini le coniche $c_2 \equiv OO'$, la retta $o \equiv OO'$ e la retta $n' \equiv O'$, designando con P le immagini dei 5 punti di sezione della h_3 con la σ'_2 diversi da quello situato sulla n, e così designando con P' il punto della $o \equiv OO'$ che è l'immagine del punto della σ_2 infinitamente vicino ad N e situato nel piano lm, si riconosce facilmente che nella rappresentazione piana della σ_5 che deriva da quella data per la σ'_2, le sezioni piane hanno per immagini curve $c_4 \equiv O^2, O', 5P, P'$ ove i punti O, O', P' sono su di una medesima retta o.

Ai piani della stella (C) corrispondono nella θ superficie $\varphi_3 \equiv N^2 lmnh_3$ le quali contengono tutte la corda c della h_3 che passa per N, onde segano la σ'_2 secondo curve che hanno in N un punto doppio e che contengono il secondo punto d'incontro Q_1 della c con la σ'_2. Esse hanno per immagini delle $c_3 \equiv O, 5P, Q$; sicchè queste sono anche le immagini delle sezioni della superficie σ_5 con i piani della stella (C).

Invece ai piani della stella (D) corrispondono nella trasformazione le quadriche che passano per la cubica h_3, le quali segano la σ'_2 secondo curve c_4 non passanti per N, aventi per immagini curve $c_4 \equiv O^2 O'^2, 5P, S$, essendo S l'immagine del punto d'appoggio della h_3 alla n. Queste curve c_4 sono perciò le immagini delle curve della σ_5 situate nei piani della stella (D).

Infine è agevole riconoscere che le coniche doppie a_2, b_2 della σ_5 hanno rispettivamente per immagini delle $a_3 \equiv OO', 5P, SQ$, $b_3 \equiv OO', 5P, SQ$, come le sezioni della σ_5 con i piani del fascio (CD) hanno per immagini le altre singole cubiche del fascio determinato dalle a_3, b_3.

---

*) Questa trasformazione è un caso particolare di quella indicata da Noether nel § 5 (E) della Nota: *Eindeutige Raumtransformationen* già cit.

Ciò posto, si assumano due punti $\bar{A}, \bar{B}$, l'uno sulla b_2, l' altro sulla a_2, e si esegua nello spazio una trasformazione birazionale

$$T \equiv \left\{ \varphi_2 \equiv (\bar{A}\bar{B}CD)^2 \quad , \quad \psi_2 \equiv (A'B'C'D')^2 \right\} .$$

Essa trasforma la σ_5 in una superficie di 5° ordine φ_5 che ha due punti doppii in A', B', due punti tripli in C', D', e infiniti punti doppii infinitamente vicini gli uni ad A' gli altri a B' in due piani α', β' che passano rispettivamente per tali punti, i quali perciò risultano dei tacnodi.

Dunque *la superficie ottenuta presenta due punti tripli e due tacnodi* (Pensa VI).

Ai punti singolari A', B', C', D' della φ_5 corrispondono nella σ_5 rispettivamente le coniche a_2, b_2 e le curve c_5 situate nei piani $\bar{A}\bar{B}D, \bar{A}\bar{B}C$; onde nella rappresentazione della φ_5 su di un piano che deriva da quella della σ_5, i punti A', B', C', D' hanno rispettivamente per immagini le

$$a_2 \equiv OO', 5P, SQB_1B_2 \; ; \qquad b_3 \equiv OO', 5P, SQ, A_1A_2 \; ;$$

$$c_4 \equiv O^2O'^2, 5P, SA_1A_2B_1B_2E' \; ; \quad d_3 \equiv O, 5P, QA_1A_2B_1B_2E' \; ;$$

ove i punti $A_1, A_2; B_1, B_2; E'$ sono le immagini, nella rappresentazione della σ_5, dei punti $\bar{A}, \bar{B}$ e del punto E in cui la rettta $\bar{A}\bar{B}$ sega ulteriormente la σ_5.

La trasformazione T fa corrispondere ai piani del fascio (CD) quelli del fascio (C'D'), onde le sezioni prodotte da questi piani sulla φ_5 hanno per immagini le $c_3 \equiv OO', 5P, SQ$. Ciascuna di queste linee con le c_4, d_3, immagini dei punti C', D', forma una curva immagine di una sezione piana della φ_5, onde una sezione piana generica della superficie è rappresentata da una curva

$$c_{10} \equiv O^4O'^3, 5P^3, (A_1A_2B_1B_2SQ)^2E' .$$

Ne segue che la φ_5 contiene una sola retta e (che è la congiungente i due punti tripli) e 6 coniche aventi per immagini i punti $A_1, A_2; B_1, B_2$; S; Q circoscritte rispettivamente due al triangolo B'C'D', due al triangolo A'C'D', una al triangolo A'B'C' e l'altra al triangolo A'B'D'.

I cinque punti P sono immagini di cubiche gobbe circoscritte al tetraedro A'B'C'D', mentre il punto O' e la retta OO' sono immagini delle cubiche piane $c_3 \equiv C'^2A'B'$, $c'_3 \equiv D'^2A'B'$ ulteriori sezioni della superficie con i piani A'B'C', A'B'D'.

Un piano che passi per il tacnodo A' o per B' sega la φ_5 secondo una curva la cui immagine è una

$$c_7 \equiv O^3O'^2, 5P^2(A_1A_2)^2B_1B_2(SQ)^2E'$$

o una

$$c_7 \equiv O^3O'^2, 5P^2, A_1A_2(B_1B_2)^2(SQ)^2E'$$

e così una sezione piana della superficie per il punto triplo C o per D ha per immagine una

$$c_6 \equiv O^2O', 5P^2, A_1A_2B_1B_2SQ^2$$

o una

$$c_7 \equiv O^3O'^3, 5P^2, A_1A_2B_1B_2S^2Q$$

etc.

§ 16.

Avendo nello spazio una trasformazione birazionale

$$\theta = \left\{ \varphi_3 \equiv D^2a_2b_2c_2 \quad , \quad \psi_3 \equiv lmnh_3 \right\}$$

del tipo indicato nel § precedente, si assegni una quadrica σ'_2 che passi per i vertici L, M, N del trilatero lmn. Essa è trasformata dalla θ^{-1} in una superficie di 6° ordine $\sigma_6 \equiv D^4(a_2b_2c_2)^2(ABC)^2$.

Nella corrispondenza biunivoca che intercede fra le σ_6, σ'_2, le sezioni piane della prima hanno per corrispondenti sulla seconda curve c_6 che passano per i punti L, M, N, per i punti infinitamente vicini ad essi situati rispettivamente nei piani mn, nl, lm, e per i 6 punti di sezione della h_3 con la σ'_2.

Perciò proiettando la σ'_2 dal punto N su di un piano, viene ad aversi una rappresentazione piana della σ_6, nella quale le immagini delle linee piane della superficie risultano essere delle $c_5 \equiv 2H^2, L'L'_1M'M'_1N'_1, 6P'$, ove i punti L' e L'_1 e così i punti M' e M'_1 sono infinitamente vicini fra di loro, ed il punto N'_1 si trova sulla retta che unisce i punti H.

Le coniche a_2, b_2, c_2 hanno rispettivamente per immagini le

$$c_3 \equiv 2H, M', 6P', TU \ ; \ c_3 \equiv 2H, L', 6P', US \ ; \ c_4 \equiv 2H^2, L'M', 6P', ST,$$

avendo designato con S, T, U le immagini, nella rappresentazione della σ'_2, dei punti in cui questa è ulteriormente segata dalle corde della h_3 che passano per L, M, N rispettivamente.

Le sezioni della σ_6 con i piani delle stelle (A), (B), (C), (D) hanno rispettivamente per immagini curve

$$c_5 \equiv 2H^2, L'^2M'M'_1N', 6P', S \quad ; \quad c_5 \equiv 2H^2, L'L'_1M'^2N', 6P', T \ ;$$

$$c_4 \equiv 2H, LL'_1M'M'_1, 6P', U \quad ; \quad c_4 \equiv 2H^2, 6P'.$$

Così potrebbero determinarsi le immagini delle sezioni della φ_6 con i piani dei fasci (AD), (BD), (CD). Le ultime, ad esempio, sono delle $c_3 \equiv 2H, 6P', U$.

Inoltre notando che al piano (ABC) corrisponde nella θ la superficie $\varphi_3 \equiv (LMN)^2h_3$, si riconosce che la sezione della σ_6 col piano (ABC) ha per immagine una $c_4 \equiv 2H, L'^2M'^2, 6P', STU$.

Ciò posto, si esegua nello spazio una trasformazione

$$T \equiv \left\{ \varphi_3 \equiv (ABCD)^2 \ , \ \psi_3 \equiv (A'B'C'D')^2 \right\} .$$

Essa muta la σ_6 in *una superficie di 5° ordine* φ_5 *che ha tre tacnodi* A', B', C' *e un punto triplo in* D' (Pensa VII).

Ragionando come nel § precedente, si riconosce che nella rappresentazione piana della φ_5 che deriva da quella data della σ_6, i punti A', B', C', D' hanno rispettivamente per immagini delle

$$c_3 \equiv 2H , M' , 6P' , TU \quad ; \quad c_3 \equiv 2H , L' , 6P' , US \ ;$$

$$c_4 \equiv 2H^2 , L' , M' , 6P' , ST \quad ; \quad c_4 \equiv 2H , L'^2 M'^2 , 6P' , STU \ .$$

Inoltre le sezioni della φ_5 con i piani del fascio (C'D') hanno per immagini le $c_3 \equiv 2H , 6P' , U$; onde una sezione piana generica della superficie ha per immagine una curva

$$c_{11} \equiv 2H^4 , (6P' , L'M')^3 (STU)^2 \ .$$

Perciò sulla superficie non si trova alcuna retta; si trovano invece: 1°) tre coniche (aventi per immagini i punti S, T, U) circoscritte rispettivamente ai triangoli B'C'D', C'A'D', A'B'D'; 2°) tre cubiche piane $c_3 \equiv D'^2$ (aventi per immagini i punti L', M' e la retta $c_1 \equiv 2H$) complanari alle predette coniche; 3° sei cubiche gobbe circoscritte al tetraedro A'B'C'D' (aventi per immagine i punti P'); 4°) 12 curve gobbe di 4° ordine e di 2ª specie circoscritte al tetraedro A'B'C'D' (aventi per immagini le rette che uniscono i punti H ai punti P'); 5°) sei curve gobbe di 4° ordine e di 1ª specie circoscritte al tetraedro A'B'C'D' ed aventi un punto doppio due in A', due in B' e due in C', le quali hanno rispettivamente per immagini le rette HL', HM' e i punti H; etc.

§ 17.

Partiamo da una superficie di 4° ordine $\sigma_4 \equiv dk_3{}^2$ formata dalle corde di una cubica gobba k_3 appoggiate ad una retta d non avente alcun punto in comune con la k_3.

La σ_4 può essere rappresentata su di un piano in modo che le immagini delle sezioni piane siano curve $c_4 \equiv O^3D$, ove D è infinitamente vicino ad O in una determinata direzione.

L'immagine della cubica doppia k_3 è una $c_4 \equiv O^2D^2$, onde una retta del piano rappresentativo è l'immagine di una cubica gobba h_3 che si appoggia alla k_3 in 4 punti ed in un punto ad ogni generatrice della superficie.

Le due cubiche h_3, k_3 avendo 4 punti in comune senza trovarsi su una

medesima quadrica, sono linee fondamentali di una trasformazione $T_{3,3}$ dello spazio, la quale ammette anche nel secondo sistema per linee fondamentali due cubiche gobbe h'_3, k'_3 aventi 4 punti in comune, in modo che un punto della h_3 (o della k_3) ha per corrispondente nella T una corda della h'_3 (o della k'_3) appoggiata all'altra cubica fondamentale del secondo spazio; e viceversa *).

Ora si considerino tre generatrici l, m, n della superficie σ_4 che siano in un medesimo piano del fascio (d). Esse determinano un trilatero avente i vertici L, M, N sulla k_3; inoltre, trovandosi sulla σ_4, esse si appoggiano semplicemente alla h_3, epperò hanno per corrispondenti nella trasformazione T tre punti L_0, M_0, N_0 della k'_3, mentre i punti L, M, N della k_3 in cui esse si incontrano a due a due, hanno per corrispondenti i lati l_0, m_0, n_0 del triangolo $L_0M_0N_0$, i quali lati perciò si appoggiano semplicemente alla h'_3.

Ora assumiamo nel secondo spazio una superficie $\sigma'_3 \equiv h'_3 l_0 m_0 n_0$. La superficie che le corrisponde nel primo spazio nella T^{-1}, è una

$$\sigma_5 \equiv (LMN)^2 k^2{}_3 h_3 lmn \ ,$$

come può facilmente riconoscersi, notando per i punti L, M, N che una retta uscente da uno di essi ha per corrispondente nella trasformazione T una conica appoggiata in 4 punti alla h_3, in 2 alla k'_3 e semplicemente ad una delle rette l, m, n.

Si rappresenti la superficie σ'_3 su di un piano in modo che le l, m, n abbiano per immagini le rette $c^{(1)} \equiv 2P_1$, $c^{(2)} \equiv 2P_2$, $c^{(3)} \equiv 2P_3$ e la k'_3 abbia per immagine una $c_5 \equiv 6P^2$. Allora i punti L_0, M_0, N_0 vengono ad avere per immagini i punti L′, M′, N′ vertici del trilatero formato dalle tre rette c.

Oltre i detti punti L_0, M_0, N_0 ed oltre quelli comuni alle h'_3, k'_3, quest'ultima cubica sega la σ'_3 in due punti. Si indichino con P_4 le loro immagini.

Allora viene ad aversi una rappresentazione piana della φ_5, nella quale le immagini delle sezioni piane sono delle $c_4 \equiv 8P$, L′M′N′; i punti L, M, N hanno per immagini le rette c, e le k_3, h_3 sono rappresentate rispettivamente dalla $c_4 \equiv 6P, 2P_4{}^2$ e dalla $c_3 \equiv$ L′M′N′, $2P_4$; mentre la retta $c^{(4)} \equiv 2P_4$ è l'immagine della conica $c_2 \equiv$ LMN ulteriore sezione della φ_5 col piano lmn.

Ora si esegua nello spazio una trasformazione birazionale $\theta_{3,3}$ che abbia per linee fondamentali nell'un sistema le l, m, n, h_3 e nell'altro le coniche $c^{(1)}{}_2, c^{(2)}{}_2, c^{(3)}{}_2$, concorrenti in un punto D_4 ed aventi a due a due in comune i punti D_1, D_2, D_3 sulle rette di sezione dei loro piani. Questa trasformazione muta la superficie σ_5 in una superficie di 7° ordine

*) Noether, *Eindeutige Raumtransformationen* § 5 (F).

φ_7 avente per punti quadrupli i 4 punti D e per le linee doppie le coniche $c_2^{(1)}, c_2^{(2)}, c_2^{(3)}$ e quella conica $c_2^{(4)}$ che corrisponde alla k_3 nella trasformazione T; *si presenta cioè una superficie di 7° ordine con quattro punti quadrupli non complanari e con quattro coniche doppie circoscritte ai triangoli formati dai punti quadrupli presi a tre a tre.*

Volendo rappresentare questa superficie φ_7 su di un piano, ricorreremo, al solito, alla rappresentazione piana della φ_5, e innanzi tutto noteremo che tutte le superficie $\varphi_3 \equiv lmnh_3$ che corrispondono nella θ^{-1} ai piani del secondo spazio, contengono i punti della φ_5 infinitamente vicini ad L, M, N sulla conica $c_2 \equiv$ LMN della superficie, epperò nella rappresentazione piana della φ_7, che deriva da quella della φ_5, saranno fondamentali (semplici) sul piano rappresentativo i punti R in cui la retta $c^{(4)}$ immagine dell'anzidetta conica sega le rette $c^{(1)}, c^{(2)}, c^{(3)}$, immagini dei punti L, M, N della φ_5.

E così le curve variabili di sezione delle superficie φ_3 ora indicate con la φ_7 passano tutte semplicemente per i 4 punti comuni alle cubiche k_3, h_3; onde vi saranno altri 4 punti fondamentali (semplici) S nella rappresentazione della φ_7; epperò in tale trasformazione le sezioni piane della φ_7 hanno per immagini curve

$$c_7 \equiv 8P^2, L'M'N', 3R, 4S ,$$

ove i 6 punti L', M', N', 3R sono i vertici del quadrilatero completo che ha per lati le rette $c^{(i)}$.

Queste rette sono rispettivamente le immagini dei punti quadrupli D_i della φ_7; una conica doppia $c_2^{(i)}$ della superficie ha per immagine una $c_4 \equiv 2P_i^2, 2P_l, 2P_m, 2P_n; 4S$, per $i, l, m, n = 1,2,3,4$ in qualsiasi ordine; ed una sezione della φ_7 con un piano generico che passi per la retta $D_i D_l$ ha per immagine una $c_5 \equiv 2P_i, 2P_l, 2P_m^2, 2P_n^2, P_{mn}$, indicando con P_{mn} quello dei punti L', M', N', 3R che è comune alle rette $c^{(m)}, c^{(n)}$.

Ciò posto, si esegua nello spazio una trasformazione birazionale

$$T \equiv \left\{ \varphi_3 \equiv 4D^2 \ , \ \psi_3 \equiv 4E^2 \right\} .$$

Essa muta la φ_7 in *una superficie di 5° ordine* φ_5 *che ha quattro tacnodi nei punti* $E_1, \ldots E_4$ (Pensa, VIII).

Nella rappresentazione piana di tale superficie che deriva da quella della φ_7, un tacnodo E_i ha per immagine una curva

$$c_4 \equiv 2P_i^2, 2P_l, 2P_m, 2P_n, 4S ;$$

e la sezione della superficie con un piano generico del fascio $(E_i E_l)$ ha per immagine una

$$c_5 \equiv 2P_i, 2P_l, 2P_m^2, 2P_n^2, P_{mn} ,$$

continuando ad indicare con P_{mn} il punto comune alle rette $c^{(m)}, c^{(n)}$; ep-

però le sezioni piane della superficie φ_5 hanno per immagini curve

$$c_{12} \equiv 8P^4, 4S^3 ;$$

e le sezioni della superficie con i piani generici della stella (E_i) hanno per immagini curve

$$c_9 \equiv 2P_i^3, 2P_l^3, 2P_m^3, 2P_n^3, 4S^2 .$$

Le curve di ordine minimo situate sulla superficie sono cubiche gobbe (in numero di 4). Esse sono circoscritte al tetraedro $E_1 .. E_4$. Poi vi sono curve gobbe di 4° ordine, in numero di 8, che a due a due hanno un punto doppio in ciascuno dei vertici del tetraedro $E_1 .. E_4$ e passano semplicemente per gli altri tre vertici; etc.

§ 18.

Una superficie di 4° ordine $\varphi_4 \equiv O^3$ della 2ª specie di Noether può presentare altri tre punti doppii ordinarii D_1, D_2, D_3. Se ciò si verifica, tre coppie di punti fondamentali doppii R del sistema rappresentativo della superficie verranno ad allinearsi col punto fondamentale triplo della rappresentazione; e le rette risultanti $c^{(i)} \equiv Q, 2R_i$ saranno le immagini dei predetti punti D_i.

Ora si esegua nel piano una trasformazione birazionale quadratica che abbia come fondamentali nel primo sistema gli ultimi tre punti fondamentali R della rappresentazione e nel secondo sistema tre punti arbitrarii che designeremo con Q.

Fatta la trasformazione indicata, il sistema rappresentativo della superficie φ_4 risulta costituito da curve $c_8 \equiv 4Q^3, (2R_1, 2R_2, 2R_3, 2R_4)^2$; un punto doppio D_i della superficie ha per immagine la conica $c_2^{(i)} \equiv 4Q, 2R_i$ (per $i = 1, 2, 3$) e il punto O ha per immagine una cubica $c_3 \equiv 4Q, 8R$.

Ciò posto, si assuma sulla superficie un punto generico D_4 e si esegua nello spazio una trasformazione birazionale $T \equiv \left\{ \varphi_3 \equiv 4D^2, \psi_3 \equiv 4E^2 \right\}$.

Essa trasforma la φ_4 in *una superficie di 5° ordine* φ_5 *avente tre punti tripli* E_1, E_2, E_3, *un punto doppio ordinario* E_4 *ed un punto doppio singolare di 1° ordine*: O'.

Nella rappresentazione piana della superficie φ_5 che deriva dalla seconda rappresentazione data della φ_4, le immagini delle sezioni piane sono curve

$$c_{12} \equiv 4Q^3, 6R^4, D^2, 3P ;$$

avendo indicato con D l'immagine del punto D_4 nella rappresentazione della φ_4 e con P_i il punto immagine dell'ultimo punto di incontro della φ_4 con la retta DD_i.

Il punto triplo E_i della φ_5 ha per immagine una

$$c_4 \equiv 4Q, 2R_i^2, 2R_l, 2R_m DP_l P_m ;$$

per $i, l, m = 1, 2, 3$ in qualsiasi ordine, sicchè le sezioni della superficie con i piani della stella (E_i) sono rappresentate da curve

$$c_8 \equiv 4Q^2, 2R_i^2, 2R_l^2, 2R_m^2, DP_i .$$

Il punto doppio E_4 ha per immagine la

$$c_2 \equiv 6R$$

e le sezioni piane per esso sono rappresentate da curve

$$c_{10} \equiv 4Q^2, 6R^2, D^2, 8P .$$

Infine il punto doppio singolare O′ ha per immagine la

$$c_3 \equiv 4Q, 6R, S$$

e le sezioni piane per esso hanno per immagini le

$$c_9 \equiv 4Q^2, 6R^3, D^2, 3P, S .$$

Quelle di tali sezioni che contengono anche il punto doppio O'_1 della superficie infinitamente vicino ad O′, hanno per immagini curve

$$c_6 \equiv 4Q, 6R^2, D^2, 3P . P' ;$$

ove P′ è l'immagine dell'ultimo punto di incontro della superficie con la retta $t' \equiv O'O'_1$.

Le curve obbiettive hanno in O′ un ocsnodo; — una sola di esse ha in O′ un punto triplo, ed è quella dovuta al piano tangente in O′ alla superficie. La sua immagine contiene il punto S.

Le linee di ordine minimo della superficie sono: 1° i lati del triangolo $E_1E_2E_3$ che hanno per immagini i punti P; 2° una conica circoscritta allo anzidetto triangolo la quale ha per immagine il punto D; 3° quattro cubiche gobbe $c_3 \equiv E_1E_2E_3O'O'_1$ che hanno per immagini i punti Q; 4° sei curve gobbe di 4° ordine e di 1ª specie aventi per immagini i punti R, le quali hanno in comune i punti $E_1, E_2, E_3, E_4, O', O'_1$ ed hanno un punto doppio due in E_1, due in E_2, due in E_3; 5° le 12 curve gobbe di 4° ordine e di 1ª specie rappresentate dalle rette che uniscono due punti R non aventi lo stesso indice. Quella di tali curve che è rappresentata dalla retta R_iR_l è una $c_4 \equiv E_iE_lE_m^2O'O'_1$; etc.

§ 19.

Si parta da una superficie di 4° ordine con retta doppia e sia la $\varphi_4 \equiv k^2$. Si assuma sulla k un punto generico O, e si assegni una conica c_2 fuori della superficie, che sia tangente a questa nel punto O. Essendo ω il piano tangente in O alla φ_4 ed alla c_2, si esegua nello spazio una trasformazione birazionale $T \equiv \{ \varphi_2 \equiv c_2, O\omega , \psi_2 \equiv e_2, Q\chi \}$.

Essa fa corrispondere alla φ_4 una superficie di 5° ordine φ_5 che passa semplicemente per la conica fondamentale e_2 ed ha due punti tripli sopra questa conica, l'uno nel punto fondamentale Q, l'altro in quel punto K che corrisponde alla retta doppia k della φ_4, come è agevole riconoscere.

Tenendo presente che la trasformazione T fa corrispondere ad un piano π della stella (O) un piano π' della stella (Q) con trasformazione quadratica $t \equiv (OO'C, QQ'E)$ nella quale i punti fondamentali O', Q' sono infinitamente vicini ad O e Q rispettivamente sui piani ω e χ, e gli ultimi punti fondamentali C, E si trovano rispettivamente sulle coniche c_2, e_2, si deduce che la c_5 sezione del piano π' con la φ_5, corrispondendo nella trasformazione t alla $c_4 \equiv O^2O'$ sezione della φ_4 col piano π, ha un punto triplo in Q, ha un punto doppio nel punto Q' (infinitamente vicino al precedente) e passa semplicemente pel punto E della conica fondamentale e_2. Inoltre delle tre tangenti in Q alla curva due coincidono nella retta QQ', mentre la terza si trova nel piano $\chi' \equiv QK$ che corrisponde nella trasformazione T al secondo piano tangente in O alla φ_4.

Perciò il punto Q è un punto triplo a cui è infinitamente vicina una retta doppia infinitesima della superficie, e il cono tangente in esso alla superficie si spezza nei piani χ, χ' già indicati, contando il primo due volte.

La retta $t \equiv QK$ si trova sulla φ_5, perchè un piano generico π' per tale retta, corrispondendo nella T ad un piano del fascio (k) sega la φ_5 secondo una $c_4 \equiv Q^2Q'^2K^2$, indicando con Q' il punto infinitamente vicino a Q sulla retta $\pi'\chi$.

Nel piano χ' questa c_4 si spezza nella t ed in una $c_3 \equiv Q^2Q'K$, vale a dire che la superficie φ_5 è toccata dal piano χ' lungo tutta la retta t.

Ai cinque punti diversi da O comuni alla conica fondamentale c_2 ed alla φ_4, corrispondono 5 rette della φ_5 situate nel fascio $(Q-\chi)$. E la superficie non contiene altre rette.

Rappresentata la φ_4 su di un piano in modo che le sezioni piane abbiano per immagini curve $c_4 \equiv A^2, 8B$, indicando con B_1 e B' i punti immagini del punto O, di cui il primo sia coordinato al piano tangente ω, e designando con B'' il punto infinitamente vicino a B' sulla cubica $c_3 \equiv A, 8B, B_1B'$ immagine della retta k, si ha che nella rappresentazione piana della φ_5 che deriva da quella della φ_4, le sezioni piane hanno per immagini curve

$$c_8 \equiv A^4, 9B^2, B'B'', 5S\ ;$$

essendo S le immagini, nella rappresentazione della φ_4, dei punti diversi da O in cui la φ_4 è segata dalla conica fondamentale c_2.

I punti Q, K hanno rispettivamente per immagini le

$$c_4 \equiv A^2, 9B, B', 5S \quad , \quad c_3 \equiv A, 9B, B'B''\ ;$$

e le sezioni piane generiche per essi hanno rispettivamente per immagini curve

$$c_4 \equiv A^2, 9B, B' \quad ; \quad c_5 \equiv A^3, 9B, 5S \ .$$

Dall' esame di queste ultime curve si deduce che K è un punto triplo ordinario della superficie.

Si è dunque ottenuta *una superficie omaloidica di 5° ordine avente un punto triplo a cui è infinitamente vicina una retta doppia infinitesima ed avente un secondo punto triplo ordinario* (Pensa, XVII).

Per la retta t della superficie passano nove piani di cui ciascuno contiene una coppia di coniche della φ_5, aventi in comune i punti Q, K e tangenti al piano χ nel primo di essi. Tutti gli altri piani del fascio (t) segano la φ_5 secondo curve razionali di 4° ordine le cui immagini sono le rette del fascio (A); etc.

Se la k coincidesse con la tangente alla conica fondamentale nel punto O, si presenterebbe la prima delle due superficie di 5° ordine studiate da me nella precedente Nota.

§ 20.

Una superficie di 4° ordine $\varphi_4 \equiv O^2$ della 3ª specie di Noether è segata dalle quadriche che nel punto doppio O toccano il piano tangente ω della superficie, secondo curve le cui immagini nella più semplice rappresentazione della superficie sono di 12° ordine ed hanno dei punti quadrupli nei punti fondamentali A della rappresentazione, come può riconoscersi notando che ogni punto A e la retta che unisce due di tali punti, sono immagini di cubiche gobbe della φ_4 che nel punto O toccano la retta c ed osculano il piano ω, sicchè queste cubiche hanno in comune 4 punti variabili con ogni quadrica $\varphi_2 \equiv O\omega$.

Di più dal fatto che la conica b_2 della φ_4 ha due punti variabili in comune con una quadrica $\varphi_2 \equiv O\omega$, segue che il punto fondamentale B della rappresentazione è doppio per le curve c_{12} in esame, e così dovendo ogni linea $c_6 \equiv 8A^2, BB'$, segare in 5 punti variabili ogni curva c_{12} (e ciò si riconosce considerando le sezioni della φ_4 e di una $\varphi_2 \equiv O\omega$ con un piano generico per O), perciò le c_{12} hanno anche in comune il punto B' che è semplice per esse.

Ma vi è ancora un altro punto, infinitamente vicino a B', comune alle c_{12}.

Infatti il sistema lineare ∞^5 dei coni di 2° grado che hanno il vertice nel punto O, fa parte del sistema lineare ∞^6 delle quadriche $\varphi_2 \equiv O\omega$. Ora le immagini delle curve di sezione della φ_4 con tali coni sono delle $c_{12} \equiv 8A^4, B^2B'^2$ (Noether, *Not. cit.*, pag. 569), sicchè il sistema lineare Σ formato dalle ∞^6 curve $c_{12} = 8A^4, B^2B'$ immagini delle linee $(\varphi_4\varphi_2 \equiv 0, \omega)$ contiene un sistema lineare ∞^5 di curve aventi un punto doppio nel punto

fondamentale B', epperò il sistema Σ ammette un secondo punto base semplice B'' infinitamente vicino a B'.

Di più fra le quadriche $\varphi_2 \equiv O\omega$ quelle che contengono la retta c della φ_4, avendo ciascuna tre punti variabili in comune con ogni cubica gobba della superficie, dànno per sezione con questa curve c_7 che hanno per immagini delle $c_9 \equiv 8A^3, B$, le quali non contengono il punto B', come può riconoscersi considerando le sezioni variabili di una di queste curve c_9 con una $c_6 \equiv 8A^2, BB'$.

Le c_9 formano curve del sistema Σ insieme alla cubica $c_3 \equiv 8A, BB'$; epperò l'ultimo punto fondamentale B'' del sistema Σ è infinitamente prossimo a B' sulla cubica anzidetta.

Ciò posto, si assuma nello spazio una conica c_2 tangente al piano ω nel punto O, e si esegua nello spazio una trasformazione birazionale $T \equiv \left\{ \varphi_2 \equiv c_2, O\omega\,;\, \psi_2 \equiv e_2, Q\chi \right\}$.

Essa trasforma la φ_4 in una superficie di 5° ordine φ_5 che ha un punto triplo in Q e per linea semplice la conica e_2.

Un piano generico π' uscente da Q sega la seperficie secondo una curva c_5 che ha un punto triplo in Q, ha un punto doppio Q' infinitamente vicino a Q sulla retta $\pi'\chi$ e passa semplicemente pel secondo punto d'incontro E del piano con la conica e_2. Inoltre delle tre tangenti in Q alla c_5 due coincidono nella retta $\pi'\chi$ e l'ultima è la QE, la quale perciò, oltre Q, E, non ha altri punti in comune con la φ_5.

Dunque il punto Q è un punto triplo della superficie a cui è infinitamente vicina una retta doppia infinitesima, ed il cono che in esso è tangente alla superficie si scinde nel piano χ contato due volte e nel piano χ' della conica e_2.

Inoltre dalle cose dette segue che un raggio generico del fascio $(Q-\chi')$ sega la superficie φ_5 nel punto Q che conta per 4, e nel secondo punto di incontro con la conica e_2. D'altra parte l'unico raggio del fascio $(Q-\chi')$ che si trovi sulla superficie φ_4 è quello che contiene il punto G della conica e_2 che corrisponde nella T alla retta c della φ_4 (perchè ogni piano π' che passi per tale raggio $g \equiv QG$ corrispondendo nella trasformazione T ad un piano π del fascio (c), sega la superficie φ_5 secondo una curva $c_4 \equiv Q^2Q'^2$ tangente in G alla g), perciò la linea di sezione del piano χ' con la φ_5 è costituita dalla conica e_2 e dalla retta g contata tre volte.

Invece il piano χ sega la φ_5 secondo 5 rette uscenti da Q le quali corrispondono nella trasformazione T ai punti diversi da O in cui la φ_4 è incontrata dalla conica fondamentale c_2.

Una retta generica r' della stella (G) corrispondendo nella trasformazione T ad una retta appoggiata alle c_2, c, sega la φ_5 in tre punti diversi da G.

Uno di questi punti può coincidere con G soltanto nel caso che la r' càda nel piano χ', ma in tale caso vengono a coincidere col punto G due dei predetti punti; epperò il punto G è un tacnodo.

Si è dunque ottenuta *una superficie di 5° ordine con un punto triplo a cui è infinitamente vicina una retta doppia, e con un tacnodo* (Pensa, XVII).

La superficie φ_5 può essere rappresentata su di un piano in modo che le immagini delle sezioni piane siano curve

$$c_{12} \equiv 8A^4, B^2B'B'', 5R$$

nelle quali il punto B″ è infinitamente vicino a B′ sulla cubica $c_3 \equiv 8A, BB'$ che è immagine del tacnodo G. Invece il punto triplo Q ha per immagine la $c_6 \equiv 8A^2, BB', 5R$, sicchè le sezioni della φ_5 con i piani generici per G o per Q sono rappresentate rispettivamente dalle

$$c_9 \equiv 8A^3, B, 5R \quad ; \quad c_6 \equiv 8A^2, BB' .$$

I punti B′ e B sono rispettivamente immagini della retta $g \equiv QG$ e della conica e_2 della superficie. Questa presenta 2.120 curve gobbe di 4° ordine e di 1ª specie $c_4 \equiv Q^2G$ situate a due a due su coni di 2° grado aventi il vertice in Q e tangenti al piano χ' lungo la retta $g \equiv QG$; etc.

§ 21.

Le coniche dello spazio che osculano una data quadrica φ_2 in un punto K di essa, si distribuiscono su ∞^3 superficie di 2° ordine che hanno in comune le generatrici g, h della φ_2 uscenti da K, e formano un sistema omaloidico che comprende la φ_2, al posto della quale per individuare il sistema può assumersi un'altra qualsiasi quadrica contenuta in esso.

In sostanza il sistema è costituito da quadriche aventi in comune due generatrici incidenti g, h ed osculantisi nel punto K comune a queste rette.

Riferendo omograficamente questo sistema di quadriche a quello dei piani dello spazio, ne risulta una trasformazione birazionale $T_{2,2}$ nello spazio, nella quale le quadriche ψ_2 che formano il secondo dei due sistemi di superficie connesso alla trasformazione, si comportano nello stesso modo della superficie φ del primo sistema, hanno in comune cioè due generatrici incidenti g', h' e si osculano nel punto K′ comune a queste rette.

La Jacobiana dei due sistemi è costituita pel primo del piano $\pi \equiv gh$ contato 4 volte e pel secondo dal piano $\pi' \equiv g'h'$ contato del pari 4 volte. I predetti piani corrispondono rispettivamente nella T^{-1} e nella T ai punti fondamentali K′, K; onde le rette $g, h; g', h'$ sono fondamentali di 2ª specie per la trasformazione T, cioè ad un punto generico della g o della h corrisponde per intero la g' o la h' e viceversa.

Inoltre la trasformazione T fa corrispondere ai piani dei fasci (g), (h) i piani dei fasci $(g'), (h')$ e fra due piani corrispondenti individua una omografia nella quale sempre al punto K corrisponde il punto K′.

Ciò posto, si parta da una superficie di 4° ordine φ_4 che sia una monoide o una delle tre superficie di Noether, ed assunto su di essa un punto generico K si considerino tutte le coniche dello spazio che osculano in questo punto K la superficie. Esse si distribuiscono su ∞^3 quadriche φ_2 di un sistema omaloidico del tipo ora indicato avente per elementi fondamentali il punto K e le rette g, h che in tale punto osculano la superficie φ_4.

Ora si esegua nello spazio una trasformazione $T \equiv \left\{\varphi_2 \equiv ghK\,, \psi_2 \equiv g'h'K'\right\}$ connessa a tale sistema.

Siccome ad una retta del secondo spazio corrisponde nel primo una conica che oscula in O la φ_4 e che perciò la sega ulteriormente in 5 punti, perciò alla φ_4 corrisponde nella trasformazione T una superficie di 5° ordine φ_5. Questa ha in O' un punto doppio e presenta un punto triplo ordinario o un altro punto doppio singolare secondochè la φ_4 è un monoide o una superficie di Noether.

Un piano per g' o per h' sega la superficie in esame secondo una curva di 4° ordine che ha un flesso nel punto K', onde le g', h' sono rette semplici della φ_5, la quale di più contiene due rette g'', h'' sghembe e infinitamente vicine alle precedenti.

Un piano generico π' uscente da K' sega la φ_5 secondo una curva avente tre punti doppii coincidenti in K' su una qualsiasi conica $\pi'\psi_2$, cioè il punto K' è un ocsnodo per le curve piane generiche della superficie passanti per esso *).

Noi diremo perciò che esso è un *ocsnodo* per la superficie.

Il piano π' che è tangente in tale punto K' alla superficie, oltre alle rette g', h', dà per sezione con la φ_5 una cubica k_3 avente in K' un punto doppio e tangente in esso alle g', h'. Questa cubica è definita dalla proprietà che ogni retta appoggiata ad essa e situata fuori del piano π' ha per corrispondente nella T^{-1} una conica che nel punto K ha un contatto quadripunto con la superficie φ_4.

Rappresentata questa superficie φ_4 su di un piano, se il sistema rappresentativo è formato da curve $c_\omega \equiv A_i^{\nu_i}$ e se il punto K e gli altri due punti di incontro della superficie con le rette g, h hanno rispettivamente per immagini i punti K_1, G, H, le sezioni della superficie con le quadriche φ_2 della trasformazione T hanno per immagini curve $c_{2\omega} \equiv A_i^{2\nu_i}$, le quali hanno in K_1 un punto triplo, a causa dell'osculamento che si verifica in K fra la φ_4 e le φ_2, e di più passano semplicemente per i punti G, H.

Ora queste curve sono le immagini delle sezioni piane della φ_5 nella rappresentazione di tale superficie, che deriva da quella della φ_4; epperò resta nota la rappresentazione della φ_5 su di un piano.

---

*) Cfr. Segre, *Not. cit.* § 19.

In essa i punti G, H, K_1 sono rispettivamente le immagini delle rette g', h' e della cubica k_3 della φ_5 situata nel piano di tali rette, mentre la curva $c_\infty \equiv A_1^{2y_1} K_1^2 GH$ che rappresenta la sezione della φ_4 col piano tangente π, risulta l'immagine dell'ocsnodo della φ_5 e contata due volte forma la curva $c_{2\infty}$ del sistema rappresentativo della φ_5 dovuta al piano π'.

Si presentano dunque i seguenti casi:

1.° *La superficie* φ_5 *ha un ocsnodo* K' *ed un punto triplo ordinario* V'.

Il sistema rappresentativo della φ_5 è formato da curve

$$c_8 \equiv 12P^2, K_1^3 GH .$$

I punti K', V' hanno rispettivamente per immagini le

$$c_4 \equiv 12P, K_1^2 GH \quad , \quad c_3 \equiv 12P$$

e le sezioni piane per essi sono rappresentate rispettivamente da curve

$$c_4 \equiv 12P, K_1 \quad , \quad c_5 \equiv 12P, K_1^3 GH .$$

La superficie possiede 12 coniche $c_2 \equiv K'V'$ situate a due a due su quadriche $\psi_2 \equiv g'h'V'$, le cui ulteriori sezioni con la φ_5 sono curve gobbe di 4° ordine e di 1ª specie $c_4 \equiv K'^2V'$; etc.

2.° *La superficie* φ_5 *ha un ocsnodo* K' *ed un tacnodo* O'.

Il sistema rappresentativo delle φ_5 è formato da curve

$$c_{12} \equiv 7D^4, 4R^2, K_1^3 GH .$$

I punti K', O' hanno rispettivamente per immagini le

$$c_6 \equiv 7D^2, 4R, K_1^2 GH \quad ; \quad c_3 \equiv 7D, 4R ;$$

sicchè le sezioni piane per essi hanno rispettivamente per immagini le

$$c_6 \equiv 7D^2, 4R, K_1 \quad ; \quad c_9 \equiv 7D^3, 4R, K_1^3 GH .$$

La superficie possiede 4 coniche $c_2 \equiv K'O'$ situate su una medesima quadrica $\varphi_2 \equiv g'h'O'$. Presenta anche 56 curve gobbe di 4° ordine e di 1ª specie $c_4 \equiv K'^2O'$; etc.

3.° *La superficie* φ_5 *ha un ocsnodo* K' *ed un punto doppio singolare di 1° ordine:* O'.

Il sistema rappresentativo della φ_5 è formato da curve

$$c_{14} \equiv Q^6, 9R^4, K_1^3 GH .$$

I punti K', O' hanno rispettivamente per immagini le

$$c_7 \equiv Q^3, 9R^2, K_1^3 GH \quad , \quad c_3 \equiv Q, 9R, S$$

e le sezioni piane per essi sono rappresentate rispettivamente da curve

$$c_7 \equiv Q^3, 9R^2, K_1 \quad ; \quad c_{11} \equiv Q^5, 9R^3, K_1^3 GHS .$$

Le sezioni piane della superficie che ne contengono i due punti doppii coincidenti in O' (le quali hanno in O' un ocsnodo) hanno per immagini curve $c_8 \equiv Q^4, 9B^2, K_1{}^3GHP'$ formanti fascio, e quella fra di esse dovuta al piano tangente in O' alla φ_5 (la quale ha in O' un punto triplo) ha per immagine la curva c_8 del fascio che passa per S.

La superficie non possiede coniche, ma vi sono 9 quadriche $\psi_2 \equiv ghO'O'_1$, di cui ciascuna sega la φ_5 secondo due curve gobbe di 4° ordine e di 1ª specie $c_4 \equiv K'^2O'O'_1$ che si osculano in O', etc.

4.° *La superficie* φ_5 *ha un ocsnodo* K' *ed un punto doppio singolare di 2° ordine*: O'.

Il sistema rappresentativo della φ_5 è formato da curve

$$c_{18} \equiv 8A^6, B^4C^2K_1{}^3GH \ .$$

I punti K', O' hanno per immagini rispettivamente curve

$$c_9 \equiv 8A^3, B^2CK_1{}^2GH \quad ; \quad c_3 \equiv 8A, BCB'$$

e le sezioni piane per essi sono rappresentate rispettivamente da curve

$$c_9 \equiv 8A^3, B^2CK_1 \quad ; \quad c_{15} \equiv 8A^5, B^3CK_1{}^3GHB' \ .$$

Inoltre indicando con O'_1 il secondo punto doppio della superficie infinitamente vicino ad O', le sezioni della superficie con i piani del fascio $(O'O'_1)$ (le quali hanno un ocsnodo in O') hanno per immagini curve

$$c_{12} \equiv 8A^4, B^2K_1{}^3GHP'$$

formanti fascio; e quella fra di esse dovuta al piano tangente in O' alla φ_5 (la quale ha in O' un punto triplo) ha per immagine la curva c_{12} del fascio che passa per B'.

La superficie possiede un' unica conica $c_2 \equiv K'$ situata su una quadrica $\psi_2 \equiv ghO'O'_1$, la quale tocca lungo la detta conica la φ_5 e la sega ulteriormente secondo una curva gobba di 4° ordine e di 1ª specie $c_4 \equiv K^2O'O'_1$ avente per immagine il punto B'; etc.

Si sono ottenuti con ciò 24 diversi tipi di superficie omaloidiche di 5° ordine.

Ad esse bisogna aggiungere la seconda delle due superficie ottenute nella precedente mia Nota (§ 10 e 11). *Tale superficie è dotata di due punti tripli infinitamente vicini, ad uno dei quali è infinitamente vicina una retta tripla infinitesima, sicchè tutte le singolarità della superficie si accumulano in un punto in un'unica direzione.*

E i risultati ottenuti possono riassumersi nel seguente quadro:

Superficie omaloidica di 5° ordine dotata di	Sistema piano rappresentativo:
1) conica doppia ed un punto doppio sing. di 3° ordine	$c_{12} \equiv 8A^4, B^3B'P'$
2) conica doppia ed un tacnodo	$c_7 \equiv O^3, 8P^2, 2R, S$
3) conica doppia, un punto doppio ord. ed un punto doppio sing. di 1° ordine. .	$c_9 \equiv Q^3, 6R^2, 3R'^2, P'$
4) conica doppia, un punto doppio ord. ed un punto doppio sing. di 2° ordine. .	$c_{12} \equiv 7A^4, A'^3B^4CP'$
5) retta doppia e due punti tripli . . .	$c_7 \equiv O^3, 7P^2, Q, 3A', 3B'$
6) retta doppia, un punto triplo ed un tacnodo situati su una retta della sup. .	$c_9 \equiv 7D^3, R'^2S'^2R'', 3R, P'$
7) retta doppia, un punto triplo ed un tacnodo non situati su una retta della sup.	$c_7 \equiv 9H^2, S'^2, 3K, P'$
8) retta doppia e due tacnodi situati su una retta della superficie.	$c_{12} \equiv 8A^4, B^2S'^2CA_6P'$
9) retta doppia e due tacnodi non situati su una retta della superficie. . . .	$c_9 \equiv 6D^3, D'^2, 3Q^2, S'^2P'Q'$
10) retta doppia, un tacnodo ed un punto doppio sing. di 1° ordine	$c_{10} \equiv Q^3, 9R^3, S'^2P'$
11) retta doppia, un tacnodo ed un punto doppio sing. di 2° ordine	$c_{12} \equiv 7A^4, A'^2B^3C^2S'^2P'$
12) quattro punti tripli	$c_9 \equiv 6P^3, 4E^2, 6R$
13) tre punti tripli ed un tacnodo . . .	$c_9 \equiv 5P^3, 6Q^2, R^2, 3S$
14) tre punti tripli ed un tacnodo situato con un punto triplo sopra una retta della superficie	$c_{10} \equiv O^4, 6P^3, Q^3(DD'E)^2 R, 3S$
15) due punti tripli e due tacnodi. . . .	$c_{10} \equiv O^4O'^2, 5P^3, (A_1A_2B_1B_2SQ)^2E'$
16) un punto triplo e tre tacnodi	$c_{11} \equiv 2H^4, (6P', L'M')^3(STU)^2$
17) quattro tacnodi	$c_{12} \equiv 8P^4, 4S^3$
18) tre punti tripli, un punto doppio ord. e un punto doppio sing. di 1° ordine. .	$c_{12} \equiv 4Q^3, 6R^4, D'^2, 3P$
19) un punto triplo a cui è infinitamente vicina una retta doppia infinitesima, ed un punto triplo ordinario.	$c_8 \equiv A^4, 9B^2, B'B'', 5S$
20) un punto triplo a cui è infinitamente vicina una retta doppia infinitesima ed un tacnodo.	$c_{12} \equiv 8A^4, B^3B'B'', 5R$
21) un ocsnodo e un punto triplo	$c_8 \equiv 12P^2, K^3GH$
22) un ocsnodo e un tacnodo	$c_{12} \equiv 7D^4, 4R^2, K^3GH$
23) un ocsnodo e un punto doppio sing. di 1° ordine	$c_{14} \equiv Q^6, 9R^4, K^3GH$
24) un ocsnodo e un punto doppio sing. di 2° ordine	$c_{18} \equiv 8A^6, B^4C^2K^3GH$
25) due punti tripli infinitamente vicini ad uno dei quali è infinitamente vicina una retta tripla	$c_9 \equiv Q^5, 12R^2, SS'S''$.

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Gennaio 1901

Latitudine . . 40 52′ N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich
Altitudine . . 149m sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 + 9h	15h	21h	Medio diurno	Temperatura centigrada 9h	15h	21h	Min.	Mass.	Medio diurno	Umidità assoluta in mm. 9h	15h	21h	Medio diurno	Umidità relativa in cent. 9h	15h	21h	Medio diurno	Quantità delle nubi 9h	15h	21h	Vento Direzione 9h	15h	21h	Vento Velocità oraria in chilom. 9h	15h	21h	Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
1	37.9	38.3	40.6	38.93	9.5	10.6	9.4	8.5	13.2	10.15	7.2	7.3	6.4	6.97	82	75	72	76.3	3	4	0	W	W	NW	2	0	4	5.7	1.0
2	43.6	43.6	45.2	44.13	7.1	7.0	3.5	3.5	10.4	6.12	4.5	4.2	3.2	3.97	59	56	54	56.3	0	7	2	E	ENE	NE	2	2	5	—	1.1
3	46.4	45.7	46.4	46.17	1.9	2.6	—0.2	—0.2	2.8	1.07	3.2	2.5	2.8	2.83	60	44	61	55.0	3	4	0	ENE	E	E	4	3	2	—	1.1
4	45.0	43.3	42.8	43.70	—[illegible]	0.3	—1.3	—1.4	2.0	—0.20	4.1	4.0	3.9	4.00	90	85	94	89.7	1	9	10	ENE	E	NNE	3	2	3	—	1.7
5	40.6	40.6	41.6	40.93	—0.8	0.9	0.3	—3.0	1.5	—0.50	3.0	3.9	3.8	3.57	70	79	81	76.7	9	9	10	ENE	E	NE	6	4	4	0.6	—
6	43.9	44.6	46.4	44.97	2.2	4.3	3.1	0.5	4.9	2.67	4.5	4.8	3.7	4.33	84	77	64	75.0	10	8	10	E	E	NNE	4	1	3	1.7	—
7	50.7	51.1	52.4	51.40	3.8	7.3	4.0	2.1	7.6	4.37	3.8	4.1	3.6	3.83	64	54	59	59.0	0	5	1	NE	E	NE	1	0	0	—	3.9
8	53.7	53.1	53.4	53.40	5.2	7.6	4.9	3.5	8.9	5.62	4.2	4.2	4.2	4.20	63	55	64	60.7	2	4	0	NE	E	NE	3	5	4	—	1.2
9	54.3	53.7	54.1	54.03	4.9	7.8	5.3	3.5	8.3	5.50	4.2	4.4	3.8	4.13	64	57	57	59.3	3	3	0	N	N	NE	1	0	0	—	1.8
10	53.7	53.0	53.8	53.50	5.5	6.8	5.8	3.9	7.5	5.67	4.2	5.1	4.8	4.70	62	70	70	67.3	10	10	0	N	N	N	0	2	8	—	1.5
11	52.6	50.9	51.0	51.50	6.4	11.2	8.2	4.8	11.4	7.70	4.9	6.1	6.0	5.67	68	61	74	67.7	5	3	0	NNW	NW	N	5	3	3	—	1.6
12	51.5	51.4	52.7	51.87	9.2	11.2	8.3	7.1	12.0	9.15	5.9	6.4	6.5	0.27	68	65	79	70.7	8	9	10	NE	NE	NE	2	2	5	0.5	1.3
13	52.0	51.7	52.7	52.33	8.1	8.8	6.0	5.2	10.0	7.32	4.6	3.8	3.1	3.83	57	46	45	49.3	4	0	0	NE	E	NE	2	5	13	7.0	1.4
14	53.1	52.5	55.2	53.60	1.3	4.8	4.2	0.4	7.3	3.30	3.2	3.4	3.5	3.37	62	53	57	57.3	3	0	0	N	ENE	ENE	2	15	2	—	2.7
15	55.7	54.7	55.7	55.37	5.3	8.3	4.8	3.8	8.5	5.60	3.2	4.0	3.2	3.47	49	49	50	49.3	0	0	0	NE	NE	NNE	2	3	0	—	2.2
16	56.5	56.0	55.7	56.07	5.3	8.3	5.2	3.7	8.6	5.85	4.0	4.0	3.9	3.97	57	50	58	55.0	0	1	0	E	E	NE	3	1	1	—	1.9
17	54.5	53.1	52.8	53.47	4.8	9.2	6.7	3.4	9.2	6.02	4.3	4.4	4.1	4.27	67	51	56	58.0	1	0	0	N	N	NW	0	0	2	—	1.4
18	52.9	52.6	54.4	53.30	6.3	11.4	7.5	4.3	11.4	7.37	3.6	2.2	4.2	3.00	37	22	56	38.3	0	0	0	N	N	NE	3	0	0	—	1.4
19	56.3	55.5	56.9	56.23	7.2	11.8	8.4	5.9	13.0	8.62	5.1	4.1	4.5	4.57	68	39	55	54.0	0	0	0	N	S	NE	1	0	0	—	2.1
20	58.0	57.4	58.1	57.83	8.2	12.1	8.3	6.4	13.8	9.17	4.4	5.1	6.1	5.20	55	49	74	59.3	0	0	0	NE	W	W	1	1	0	—	1.9
21	58.2	55.5	55.0	56.23	9.2	11.1	10.0	8.0	14.1	10.32	5.5	6.8	7.3	6.53	63	69	80	70.7	9	10	10	NW	W	W	0	1	0	—	1.2
22	56.2	55.8	57.8	56.60	8.5	11.7	10.0	5.1	13.2	9.20	3.9	2.8	2.9	3.20	48	27	32	35.7	5	0	0	NE	NE	NE	15	12	18	—	0.9
23	60.5	60.0	61.1	60.53	9.4	14.6	10.1	7.7	14.6	10.45	4.0	3.3	5.3	4.20	45	27	57	43.0	0	0	0	N	N	W	1	0	0	—	4.5
24	61.6	60.4	59.8	60.60	9.5	13.7	9.7	7.4	13.7	10.07	5.8	7.3	7.9	7.00	65	62	88	71.7	0	0	3	N	S	S	0	0	0	—	2.0
25	58.7	56.3	56.0	57.00	9.6	11.6	10.2	8.2	12.1	10.02	7.3	7.6	8.7	7.87	83	75	94	84.0	3	8	10	S	S	S	0	0	0	—	0.5
26	52.2	48.7	45.0	48.63	9.3	11.6	10.6	8.3	12.5	10.17	7.4	6.8	8.2	7.47	86	67	87	80.0	9	7	10	ESE	W	SW	0	6	5	1.2	0.7
27	45.8	46.0	46.3	46.03	8.4	11.7	8.3	6.9	14.5	9.52	6.4	4.4	6.5	5.77	78	43	79	66.7	0	0	3	N	W	W	0	1	0	2.5	0.9
28	43.4	43.3	45.1	43.93	11.0	13.7	10.6	8.1	14.7	11.10	8.9	8.5	8.8	8.73	91	73	93	85.7	10	7	0	W	W	SW	0	1	0	2.0	0.8
29	43.0	41.5	41.6	42.03	12.8	13.6	11.9	10.4	14.5	12.40	7.3	7.3	8.6	7.73	67	63	84	71.3	5	1	1	W	WSW	SW	13	18	11	0.6	1.1
30	41.7	41.3	42.9	41.97	11.5	11.9	10.0	10.0	13.1	11.15	7.7	6.9	7.1	7.23	76	67	79	74.0	8	10	6	W	WSW	WSW	0	14	0	—	1.6
31	42.7	44.3	48.7	45.23	11.4	11.3	8.8	8.2	12.5	10.22	8.2	5.9	5.8	6.63	82	59	68	69.7	9	1	3	S	WSW	W	2	10	0	0.8	1.8
Medie mens.	50.89	50.19	51.01	50.69	6.85	9.32	6.86	4.97	10.38	7.26	5.08	5.02	5.24	5.11	66.77	57.07	68.42	64.09	3.87	3.87	2.87							somma 22.6	somma 47.2

CATALOGO

DELLE PUBBLICAZIONI PERVENUTE ALL'ACCADEMIA

dal 13 Gennaio al 16 Febbraio 1901

PUBBLICAZIONI ITALIANE

Catania — *Accademia Gioenia di scienze naturali* — Atti, anno LXXII, serie IV, vol. XIII — 1900; Bollettino, fasc. LXV — 1900.

Società degli spettroscopisti italiani — Memorie, vol. XXIX, disp. 9ª — 1901.

Firenze — *Rivista scientifico-industriale* — Anno XXXIII, n. 2 — 1901.

Biblioteca nazionale centrale — Bollettino delle pubblicazioni italiane, n. 1 — 1901.

Genova — *Società ligustica di scienze naturali e geografiche* —Vol. XI, n. 3— 1900.

Jesi — *Giornale di agricoltura* — Anno LXII, n. 11-12 — 1900.

Livorno — *Periodico di matematica per l'insegnamento secondario* — Anno XVI, fasc. IV, serie II, vol. III — 1901.

Milano — *R. Istituto lombardo di scienze e lettere* — Rendiconti, serie II, vol. XXXIII, fasc. XX — 1900; vol. XXXIV, fasc. I-II — 1901.

L'Elettricità — Anno XIX, n. 52 — 1900; anno XX, n. 1 — 1901.

Napoli — *Rivista internazionale d' igiene e di organo-opoterapia* —Anno XII, n. 1 — 1901.

Roma — *R. Accademia dei Lincei* — Rendiconti, vol. X, fasc. 1-2 — 1901.

L'Elettricista — Anno X, n. 2 — 1901.

Società degli ingegneri e degli architetti italiani — Annali, anno XV, fasc. IV-V — 1900.

Torino — *Osservatorio centrale del r. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri* — Bollettino, serie II, vol. XX, n. 7-8 — 1901.

Venezia — *R. Istituto veneto di scienze lettere ed arti* — Atti, tomo LX, disp. 1ª.

Verona — *Accademia di agricoltura scienze lettere arti e comm.* — Serie IV, vol. I, fasc. I — 1900.

PUBBLICAZIONI STRANIERE

Amsterdam — *K. Akademie van Wetenschappen* — Verhandelingen, 1ª sectie. deel VII, n. 1-5; 2ª sectie, deel VII, n. 1-3; nieuwe reeks, deel II, n. 3, Verslag, deel VIII — 1900; Jaarboek, 1899; Proceedings, vol. II — 1900.

Boston — *American Academy of arts and sciences* — Proceedings, vol. XXXV, n. 23-27 — 1900.

Bruxelles — *Société belge de géologie de paléontologie et d'hydrologie*—Bulletin, t. XIV, fasc. 2-3 — 1900.

Berlin — *K. preussisch. Akademie der Wissenschaften* — Sitzungsberichte, XXXIX-LIII — 1900.

Buenos Aires — *Bureau démographique national* — Boletin, ano I, n. IV — 1900.

Chicago — *Academy of sciences* — Bulletin, n. III, part. I — 1898.

Ekaterinesburg — *Société ouralienne d'amateurs des sciences naturelles* — Bulletin, t. XX, livr. I — 1898; t. XXI et annexe — 1899.

Göttingen — *K. Gesellschaft der Wissenschaften* — Nachrichten, math.-phys. Cl., Heft 2-3 — 1900.

Granville — *The journal of comparative neurology* — Vol. X, n. 4 — 1900.

Heidelberg — *Naturhistorisch.-medizinisch. Verein* — Verhandlungen, neue Folge, Band 6, Heft 4 — 1900.

Jena — *Medizinisch.-naturwiss. Gesellschaft* — Zeitschrift für Naturwissenschaft, vol. 35 — 1901.

Kasan — *Société physico-mathématique* — Serie 2ª, t. VIII, n. 4; t. IX, n. 1 e 2 — 1899.

Kiew — *Universitetskia Isvestia* (Notizie universitarie) — Vol. XL, n. 10-12 — 1900.

La Haye — *Société hollandaise des sciences* —Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles, série II, tome V — 1900.

Lancaster — *American mathematical Society* — Transactions, vol. I, n. 3 — 1900.

Lawrence — *Kansas University Quarterly* — Bulletin, vol. I, n. 2 — 1900.

Leiden — *Verslag van den Staat der Sterrenwacht* — 1898, 1901.

London — *Royal Society*—Proceedings, vol. LXVI, n. 428—1900; vol. LXVII, n. 440, 441 — 1901.

R. astronomical Society — Monthly notices, appendix to vol. LX; vol. LXI, n. 2 — 1900.

Nature — Vol. LXIII, n. 1629-1632 — 1901.

Mexico — *Observatorio astronomico nacional* — Boletin, tomo II, n. 6 — 1900.

Mosca — *Musée Roumiantzoff* — Compt.-rend. — 1899.

Odessa — *Club alpin de Crimée* — Bulletin, n. 12 — 1900.

Paris — *Académie des sciences* — Comptes rendus hebdomadaires des séances, tome CXXXII, n. 1-5 — 1901.

Société d'encouragement pour l'industrie nationale — Bulletin, tome 101 n. 1 — 1900; Compt.-rend., 1900, n. 115; 1901, n. 2.

Bulletin des sciences mathematiques — Série II, tom. XXIV — 1900.

Archives de neurologie — Série II, vol. XI, n. 62 — 1901.

St.-Pétersbourg — *Académie imp. des sciences* — Bulletin, V série, tom. IX, n. 2-5 — 1898; tom. X, n. 1-5; tom. XI, n. 1-5 — 1899; tom. XII, n. 1— 1900; Mémoires, vol. VI, n. 11-13 — 1898; vol. VII, n, 1-4; vol. VIII, n. 1-5 — 1898-99.

Horae Societatis entomologicae rossicae — T. XXXII, n. 3-4 — 1898.

Santiago de Chile — *Museo nacional* — Anales, entr. 14, seccion I, Zoolojia — 1900.

Stockholm — *Académie r. des sciences de Suède* — Observations météorologiques, vol. 37 (1895) — 1900.

Société entomologique — Journal, Arg. 21, Haft 1-4 — 1900-1901.

Washington — *United States naval Observatory* — Report of the Superintendent, 1900.

U. S. Department of agriculture — Biol. bulletin, n. 14 — 1900.

Geologic atlas of the United States — Folio 38-58 — 1897-1899.

U. S. Coast and geodetic Survey — Report of the Superintendent — 1899.

Wien — *K. k. geologisch. Reichsanstalt* — Verhandlungen, n. 13-16 — 1900; Jahrbuch, L Band, 2 Heft — 1900.

K. k. zoologisch.-botanisch. Gesellschaft — Verhandlungen, Band L—1900.

OPERE PRIVATE

Arcidiacono S., *Principali fenomeni eruttivi avvenuti in Sicilia e nelle isole adiacenti nell'anno 1899.* — Modena, 1900.

De Lorenzo G., *Influenza dell'acqua atmosferica sull'attività del Vesuvio.* — Napoli, 1901.

D'Ovidio E., *Carlo Hermite* — Commemorazione. — Torino, 1901.

Inaugurazione del monumento a Francesco Brioschi. —Milano, 1901.

Mascari A., *Osservazioni dell'eclisse parziale di sole del 28 Maggio 1900, fatte all'Osservatorio astrofisico di Catania.* — Catania, 1901.

Matteucci R. V., *Sur l'état actuel des volcans de l'Europe méridionale.* — Paris, 1899.

Sur la production simultanée de deux sels azotés dans le cratère du Vésuve. — Paris, 1900.

Salmiak vom Vesuvkrater, einem neuen Fundorte. — Stuttgart, 1901.

Das Vorkommen des Breislakits bei der Vesuveruption von 1895-1899.— Stuttgart, 1901.

Silberführender Bleiglanz vom Monte Somma. — Stuttgart, 1901.

Parona C. F., *Le rudiste e le camacee di S. Polo Matese.* — Torino, 1901.

Riccò A., *Occultazione di Saturno del 13 giugno 1900 osservata nell'Osservatorio di Catania.* — Catania, 1900.

Riccò A. e Franco L., *Stabilità del suolo all'Osservatorio Etneo.*—Catania, 1900.

Tacchini P. e Riccò A., *Osservazioni della eclisse totale di sole del 28 maggio 1900.* — Catania, 1900.

Udden J. A., *An old indian village* — Rock Island Ill, 1900.

Fascicolo 3° ANNO XL. Marzo 1901.

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza del dì 16 Febbraio 1901.
Presiede il presidente **A. Capelli.**

L'adunanza è aperta alle ore 11 con l'intervento dei socii ordinarii Albini, Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci e Villari.

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato, e presenta i libri giunti in cambio e in dono, segnalando fra questi ultimi cinque pubblicazioni del dottor V. R. Matteucci intorno ai monti Somma e Vesuvio: due inserite nei *Comptes rendus* dell'Accademia delle scienze di Parigi e tre nel *Centralblatt für Min. Geol.* etc. di Stuttgart.

Il socio del Pezzo legge i rapporti delle Commissioni sulla Nota del prof. Domenico Montesano e sull'altra del prof. Claudio Carrone, presentate nella passata adunanza, proponendo l'inserzione di entrambe nel Rendiconto. L'Accademia approva all'unanimità le conclusioni delle due relazioni.

Il socio Oglialoro presenta una Memoria della dott. M. Bakunin *sulla sintesi degli acidi non saturi e sui loro prodotti di disidratazione.* Il presidente incarica i socii Oglialoro, Villari e Piutti di esaminarla e di riferirne.

Processo verbale dell'adunanza del dì 2 Marzo 1901.
Presiede il presidente **A. Capelli.**

L'adunanza ha principio alle ore 11. Sono presenti i socii ordinarii Albini, Bassani (segretario) Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci, Villari e i corrispondenti de Lorenzo e Semmola.

Il segretario legge il verbale della precedente adunanza, che viene approvato, presenta i libri giunti in dono e in cambio e comunica una lettera di ringraziamento dell'Accademia delle scienze di Parigi per le condoglianze inviatele in occasione della morte del socio Hermite.

Il socio Fergola, a nome dell'autore V. Tedeschi, presenta per l'inserzione nel Rendiconto le *Variazioni della declinazione magnetica osservate nella R. Specola di Capodimonte nell'anno 1900.*

Il corrispondente Semmola fa una comunicazione su *La pioggia ed il Vesuvio — 2ª Nota*, che l'Accademia approva con tredici voti favorevoli su quindici votanti.

Il corrispondente de Lorenzo, dopo avere esposte alcune osservazioni sulla precedente comunicazione del socio Semmola, legge una Nota intitolata: *La pioggia e il Vesuvio*, che viene approvata con quattordici voti favorevoli e uno contrario.

Processo verbale dell'adunanza del dì 9 Marzo 1901.
Presiede il presidente **A. Capelli.**

L'adunanza ha principio alle ore 11. Sono presenti i socii ordinarii Albini, Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci e Villari.

Il segretario legge il verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato, e presenta i libri giunti in dono e in cambio.

Il socio Siacci fa questa comunicazione: « La seguente equazione differenziale, alquanto più generale di quella di Riccati

$$\frac{dy}{dx}+y^2=x^{2q-2}+aqx^{q-2}$$

« può essere integrata in termini finiti con funzioni algebriche, esponenziali « o circolari, quando a e q soddisfano alle seguenti condizioni

$$a=r-s\ ,\ \pm\frac{1}{q}=r+s+1\ ,$$

« essendo r ed s due numeri interi e positivi (lo zero compreso) ».

Il socio Albini espone la continuazione delle sue ricerche *sul letargo delle marmotte*, chiedendone l'inserzione nel Rendiconto.

In seguito a parere favorevole del socio Delpino, l'Accademia delibera a maggioranza di associarsi al voto dell'Istituto d'Incoraggiamento di Napoli per promuovere dal Ministero della P. I. l'acquisto dei manoscritti inediti del celebre botanico napolitano Giovanni Gussone, da depositarsi nella Biblioteca universitaria.

RAPPORTO *sulla Memoria della dottoressa* M. Bakunin.

(Adunanza del dì 16 Marzo 1901)

In questa memoria la Bakunin si occupa della influenza esercitata dalla presenza dell'anidride carbonica nella sintesi degli acidi non saturi con aldeidi ed acidi della serie generale $CH_2(R)(COOH)$.

L'atmosfera di anidride carbonica, ostacolando la decomposizione degli acidi e la formazione di prodotti resinosi, contribuisce ad un maggior rendimento degli allo-isomeri. La sua influenza è dovuta in parte alla possibilità di realizzare lo scaldamento a più elevate temperature, favorevoli alla formazione di alcuni allo-isomeri più stabili, e in parte dall'essere da essa ostacolata la decomposizione degli alloisomeri meno stabili.

Per quanto riguarda gli indoni ed i truxoni la Bakunin studia la trasformazione degli indoni in truxoni, prepara il truxone, il feniltruxone, il fenilindone e ne determina il peso molecolare.

Dalla formazione di un prodotto rosso, f. a 170°, nella disidratazione dell'acido allocinnamico argomenta la formazione di indone. Inoltre prepara l'anidride e l'indone dell'acido allometanitrofenilcinnamico.

Questo importante lavoro può considerarsi come la continuazione di quello precedente e perciò la vostra commissione ve ne propone egualmente l'inserzione negli Atti.

E. VILLARI
A. PIUTTI
A. OGLIALORO, *relatore.*

SULLA SINTESI DEGLI ACIDI NON SATURI E SUI LORO PRODOTTI DI DISIDRATAZIONE. *Memoria della dottoressa* M. Bakunin.

(Adunanza del dì 16 Febbraio 1901) — (Sunto dell'Autrice)

Oggetto di questa memoria sono alcune osservazioni fatte sulla favorevole influenza della corrente di CO_2 durante lo scaldamento delle aldeidi con gli acidi della serie generale $CH_2(R)$ (COOH) in presenza di anidride od acido acetico, e sulla formazione degli stereoisomeri in relazione con la temperatura alla quale la mescolanza viene riscaldata.

Degli alloisomeri preparati sono studiati i prodotti di disidratazione, cioè le anidridi, gl'indoni ed i truxoni, ottenuti per azione dell'anidride fosforica sugli acidi sciolti in solventi opportuni.

VARIAZIONI DELLA DECLINAZIONE MAGNETICA OSSERVATE NELLA R. SPECOLA DI CAPODIMONTE NELL' ANNO 1900; *Nota del 2° Astronomo aggiunto* **V. Tedeschi.**

(Adunanza del dì 2 Marzo 1901)

Le osservazioni della declinazione magnetica per l'anno 1900 furono, come sempre, fatte nella 1ª Stazione Magnetica col magnetometro differenziale di Heurtaux [1]).

Le letture della scala del magnetometro sono state tradotte in numeri rappresentanti i valori assoluti della declinazione magnetica mediante la formola:

$$D = k + 0'.3289(550-n);$$

nella quale D rappresenta la declinazione magnetica corrispondente ad una lettura n della scala, e K rappresenta il valore della declinazione assoluta corrispondente alla divisione 550 della stessa scala.

La costante k è stata determinata più volte, a diversi intervalli, mediante osservazioni contemporanee fatte nella 1ª Stazione magnetica da me, e nel Padiglione Magnetico dal 1° Astronomo aggiunto, prof. Alberti; e si è, poi, dato ad essa il valore 9°26'.45, medio delle determinazioni fatte nell'anno.

Per il calcolo dei medii relativi all'anno tutti i medii mensuali sono stati ritenuti dello stesso peso.

I risultati delle osservazioni sono stati esposti in quattro tavole: la prima contiene la determinazione della costante K; la seconda i valori della declinazione magnetica; la terza le escursioni diurne; e la quarta contiene i medii mensuali ed il medio annuo della declinazione magnetica.

---

[1]) Le osservazioni del mattino sono state fatte dal Dott. V. Nobile, quelle delle 15^h e quelle della sera sono state fatte da me.

Determinazioni della declinazione magnetica, corrispondente alla lettura di 550.ᵖ0 del Magnetometro differenziale di Heurtaux.

Data 1900		T. M. di Napoli (Ora del princ. e della fine)	N.° dei confronti	Declinaz. data dal Magnetom. assoluto	Lettura della scala al Magnet. differenziale	Declinaz. magnetica per 550.ᵖ0
Gennaio	10	16ʰ 15ᵐ — 16ʰ 35ᵐ	5	9° 11'.27	595ᵖ.24	9° 26'.15
	22	16 14 — 16 42	8	13.08	596.69	28.44
Febbraio	19	15 55 — 16 45	11	9.95	597.78	25.66
	26	16 15 — 17 5	11	11.19	597.13	26.69
Marzo	12	16 0 — 16 50	11	12 99	592.02	26.81
Aprile	20	17 15 — 17 45	7	11.58	593.37	25.84
	30	18 15 — 18 45	7	10 72	599.94	26.98
Maggio	25	17 35 18 5	7	10 34	601.71	27.35
Luglio	18	18 50 — 19 20	7	9.38	594.20	23.92
Settembre	13	16 0 — 16 30	7	12.61	592.66	26.64
					Medio	**9 26.45**

Declinazione magnetica occidentale in valore assoluto.

9° +

1900	Gennaio				Febbraio				Marzo			
	8ʰ	15ʰ	21ʰ	Medio	8ʰ	15ʰ	21ʰ	Medio	8ʰ	15ʰ	21ʰ	Medio
1	10.0	11.2	10.6	10.7	10.2	11.9	10.5	10.9	9.6	14.3	10.6	11.5
2	10.6	11.3	10.8	10.9	10.3	12.1	10.2	10.9	9.1	12.1	10.5	10.6
3	9.6	12.0	11.0	10.9	11.1	12.0	10.2	11.1	9.8	13.0	10.5	11.1
4	10.9	11.2	10.3	10.8	9.2	12.8	9.1	10.4	10.9	13.8	10.7	11.8
5	11.6	—	9.8	—	11.3	10.8	10.5	10.9	9.0	12.3	10.7	10.7
6	10.7	11.0	9.7	10.5	10.4	11.1	10.5	10.7	8.7	10.8	10.5	10.0
7	11.3	11.5	10.3	11.0	—	11.8	10.5	—	8.2	13.8	10.7	10.9
8	9.8	12.5	10.3	10.9	9.2	14.5	11.0	11.6	8.8	15.9	10.5	11.7
9	9.1	12.5	11.1	10.9	9.3	12.9	9.6	10.6	10.5	15.4	12.6	12.8
10	9.9	12.2	8.0	10.0	7.9	12.1	10.3	10.1	8.7	12.4	10.2	10.4
11	9.1	11.9	8.8	9.9	9.2	13.0	10.0	10.7	8.1	13.0	10.5	10.5
12	10.2	12.3	7.7	10.1	8.6	12.4	10.7	10.6	—	13.1	10.8	—
13	9.8	11.8	10.8	10.8	8.9	11.0	10.2	10.0	8.4	10.7	8.6	9.2
14	10.1	12.6	4.6	9.1	9.5	11.8	10.8	10.7	7.9	14.5	10.1	10.8
15	10.7	11.5	9.9	10.7	10.4	12.5	9.2	10.7	7.9	12.5	9.9	10.1
16	9.3	12.0	11.0	10.8	10.8	10.8	10.5	10.7	7.3	14.4	10.7	10.8
17	10.7	10.7	10.5	10.6	10.1	11.7	10.4	10.7	7.7	14.5	10.1	10.8
18	10.1	11.5	10.7	10.8	10.3	10.4	10.0	10.2	7.4	15.1	10.8	11.1
19	10.8	11.7	10.7	11.1	9.8	11.2	10.5	10.5	8.0	12.8	10.6	10.5
20	10.5	11.9	4.1	8.8	6.7	12.0	10.3	9.7	7.3	12.1	9.0	9.5
21	11.1	11.4	10.7	11.1	10.3	11.8	8.0	10.0	7.9	13.4	10.5	10.6
22	10.5	11.1	10.3	10.6	9.1	11.3	10.8	10.4	7.7	14.5	10.2	10.8
23	10.3	12.8	10.8	11.3	—	12.0	11.0	—	7.6	14.3	10.0	10.6
24	10.1	11.9	11.0	11.0	9.4	13.4	10.4	11.1	8.1	13.3	10.8	10.7
25	10.5	12.0	10.5	10.5	8.4	11.2	10.5	10.0	6.9	13.9	9.8	10.2
26	11.3	10.0	8.2	9.8	9.3	12.1	10.9	10.8	6.4	13.9	10.0	10.1
27	10.0	12.0	10.2	10.7	9.3	11.6	8.6	9.8	6.3	13.6	10.2	10.0
28	10.1	12.5	10.3	11.0	8.3	11.9	10.5	10.2	6.6	13.1	10.8	10.2
29	9.9	13.0	10.7	11.2					7.1	13.6	10.3	10.3
30	10.1	12.3	10.8	11.1					6.7	13.5	6.4	8.9
31	10.1	12.1	10.5	10.9					8.8	13.6	10.5	11.0
Medio	10.3	11.8	9.8	10.6	9.5	11.9	10.2	10.5	8.1	13.5	10.3	10.6

Declinazione magnetica occidentale in valore assoluto.

9° +

1900	Aprile				Maggio				Giugno			
	7h	15h	21h	Medio	7h	15h	21h	Medio	7h	15h	21h	Medio
1	7′.7	13′.6	9′.6	10′.3	7′.3	13′.5	8′.9	9′.9	5′.8	13′.4	10′.0	9′.7
2	7.2	13.8	10.2	10.4	8.2	12.3	9.2	9.9	6.1	13.6	8.5	9.4
3	9.1	14.3	10.6	11.3	7.7	14.7	9.0	10.5	6.3	15.4	8.9	10.2
4	8.1	14.2	10.8	11.0	7.9	12.8	10.0	10.2	4.6	14.1	9.5	9.4
5	7.9	14.8	10.5	11.1	9.6	9.0	10.8	9.8	5.8	13.3	8.9	9.3
6	7.2	12.9	9.8	10.0	7.5	10.7	9.2	9.1	6.1	13.3	8.8	9.4
7	8.0	13.2	10.0	10.4	6.8	10.7	11.2	9.6	6.1	11.6	9.2	9.0
8	8.3	12.0	9.8	10.0	7.2	10.6	9.2	9.0	6.8	14.0	10.0	10.3
9	6.3	13.9	9.2	9.8	6.9	12.1	10.2	9.7	—	—	—	—
10	7.7	14.2	9.2	10.4	7.1	12.1	8.8	9.3	—	—	—	—
11	8.7	13.3	10.2	10.7	6.5	11.9	9.8	9.4	—	—	—	—
12	6.9	12.0	10.2	9.7	9.8	11.9	10.0	10.6	9.1	17.0	—	—
13	8.1	14.4	9.5	10.7	6.9	12.5	9.2	9.5	8.2	—	13.0	—
14	7.7	15.3	10.0	11.0	6.2	11.8	9.5	9.2	8.6	16.4	12.0	12.3
15	6.1	12.9	10.3	9.8	5.7	11.4	9.5	8.9	8.3	16.2	11.6	12.0
16	8.0	14.1	9.4	10.5	6.3	11.3	9.7	9.1	8.5	—	10.3	—
17	6.8	14.1	10.5	10.5	5.6	12.1	9.7	9.1	8.0	17.1	11.6	12.2
18	6.0	14.3	9.2	9.8	7.0	13.7	10.5	10.4	8.3	—	11.6	—
19	8.0	12.7	9.3	10.0	6.3	15.2	9.3	10.3	8.5	15.8	11.7	12.0
20	8.7	15.5	10.0	11.4	5.6	13.9	10.0	9.8	7.8	14.8	11.0	11.2
21	7.0	14.7	9.8	10.5	4.6	13.7	10.2	9.5	7.8	14.6	12.5	11.6
22	7.1	13.2	10.0	10.1	5.1	12.2	9.6	9.0	7.4	14.8	11.2	11.1
23	8.1	12.2	9.4	9.9	7.0	11.1	9.5	9.2	8.0	15.6	11.7	11.8
24	7.6	12.1	10.0	9.9	6.3	11.5	10.0	9.3	7.6	16.3	13.1	12.3
25	8.0	11.6	10.0	9.9	5.2	12.4	9.7	9.1	8.3	16.6	11.1	12.0
26	7.1	11.4	10.1	9.5	5.5	12.0	10.6	9.4	7.9	16.2	11.0	11.7
27	6.2	12.5	8.2	9.0	6.5	13.7	9.1	9.8	8.5	15.8	12.3	12.2
28	7.0	12.5	9.7	9.7	6.1	13.8	10.2	10.0	7.2	17.4	11.8	12.1
29	6.8	13.6	10.0	10.1	5.1	14.7	9.0	9.6	7.9	15.1	10.0	11.0
30	5.1	12.6	10.3	9.3	5.3	13.1	10.0	9.5	6.2	15.0	10.7	10.6
31					5.2	13.6	9.1	9.3				
Medio	7.4	13.4	9.9	10.2	6.6	12.5	9.7	9.6	7.4	15.1	10.8	11.0

Declinazione magnetica occidentale in valore assoluto.

9° +

1900	Luglio				Agosto				Settembre			
	7h	15h	21h	Medio	7h	15h	21h	Medio	7h	15h	21h	Medio
1	9.2′	15.3′	11.5′	12.0′	7.5′	15.4′	11.3′	11.4′	7.4′	13.8′	11.4′	10.9′
2	8.5	16.8	11.6	12.3	6.1	15.6	10.6	10.8	7.5	12.3	11.8	10.5
3	6.3	16.1	11.8	11.4	7.4	13.6	10.8	10.6	7.9	12.8	11.8	10.8
4	8.5	14.8	11.6	11.6	7.4	13.7	11.0	10.7	7.5	13.5	10.7	10.6
5	8.7	15.4	12.3	12.1	8.2	13.9	10.9	11.0	8.7	13.1	11.6	11.1
6	9.0	14.9	11.7	11.9	8.6	12.4	10.6	10.5	7.0	13.4	11.2	10.5
7	7.6	15.6	11.6	11.6	9.6	15.6	11.0	12.1	7.4	12.3	10.7	10.1
8	7.5	15.7	12.1	11.8	8.1	15.6	11.0	11.6	7.2	13.0	10.5	10.2
9	8.5	14.1	12.0	11.5	8.0	14.2	11.4	11.2	6.8	13.3	10.0	10.0
10	8.5	14.5	11.9	11.6	7.4	15.6	10.7	11.2	6.4	11.5	10.7	9.5
11	8.7	15.9	11.8	12.1	6.3	14.4	11.0	10.6	6.3	11.6	9.4	9.1
12	7.9	14.5	10.8	11.1	7.5	14.0	10.6	10.7	8.6	12.2	10.8	10.5
13	8.0	14.2	12.0	11.4	7.7	16.4	12.4	12.2	8.0	13.7	10.7	10.8
14	7.5	15.7	11.7	11.6	8.0	16.1	11.8	12.0	8.6	12.6	10.3	10.5
15	6.7	15.7	11.6	11.3	5.2	15.7	11.4	10.8	8.1	14.3	10.2	10.9
16	7.3	16.8	11.8	12.0	8.3	16.3	10.8	11.8	8.3	14.2	10.2	10.9
17	8.7	15.3	11.7	11.9	6.7	12.6	10.9	10.1	8.3	13.6	10.4	10.8
18	8.0	16.7	11.5	12.1	7.4	13.2	10.4	10.3	9.3	12.1	10.1	10.5
19	8.3	15.2	12.0	11.8	7.1	15.4	11.2	11.2	8.0	11.0	10.6	9.9
20	6.2	16.5	10.9	11.2	8.7	13.0	9.0	10.2	8.1	11.3	10.5	10.0
21	7.9	17.3	10.9	12.0	6.2	13.2	10.0	9.8	8.3	10.8	10.0	9.7
22	8.1	15.0	11.3	11.5	8.9	12.9	10.2	10.7	8.5	12.3	10.7	10.5
23	7.9	13.6	11.5	11.0	7.2	12.8	10.3	10.1	8.2	13.5	10.0	10.6
24	5.6	15.0	11.8	10.8	7.5	11.6	10.7	9.9	8.6	13.3	10.2	10.7
25	7.2	14.6	10.2	10.7	6.9	13.5	10.3	10.2	9.5	13.5	10.1	11.0
26	6.5	14.5	11.6	10.9	7.7	14.3	10.7	10.9	8.4	12.9	10.0	10.4
27	9.5	14.4	11.2	11.7	7.5	16.2	9.2	11.0	6.7	12.6	10.0	9.8
28	8.4	15.3	11.8	11.8	6.9	14.2	11.1	10.7	8.3	14.8	10.0	11.0
29	6.8	15.4	11.9	11.4	7.5	13.0	11.2	10.6	8.3	13.1	10.0	10.5
30	7.3	13.6	11.5	10.8	7.0	14.1	11.1	10.7	8.8	12.0	9.6	10.2
31	7.1	13.9	10.6	10.5	7.5	15.4	10.8	11.2				
Medi	7.8	15.2	11.6	11.5	7.5	14.3	10.8	10.9	8.0	12.8	10.5	10.4

Declinazione magnetica occidentale in valore assoluto.

9° +

1900	Ottobre				Novembre				Dicembre			
	8ʰ	15ʰ	21ʰ	Medio	8ʰ	15ʰ	21ʰ	Medio	8ʰ	15ʰ	21ʰ	Medio
1	8.0	13.6	9.6	10.4	7.5	11.1	6.0	8.2	7.9	10.0	8.0	8.6
2	7.5	12.1	10.2	9.9	7.8	9.3	6.3	7.8	7.6	10.3	8.4	8.8
3	8.2	13.1	9.6	10.3	7.1	9.8	8.7	8.5	9.0	9.3	8.7	9.0
4	7.4	12.6	10.9	10.3	7.3	10.0	8.4	8.6	9.2	10.7	7.8	9.2
5	6.5	11.8	9.6	9.3	7.0	9.8	8.4	8.4	8.0	9.3	8.4	8.6
6	7.0	12.2	9.6	9.6	6.5	9.5	8.2	8.1	8.3	10.2	8.4	9.0
7	7.7	11.2	8.9	9.3	8.2	10.5	8.2	9.0	8.4	10.7	7.7	8.9
8	6.8	12.0	10.1	9.6	8.5	11.0	8.7	9.4	8.0	9.5	8.7	8.7
9	8.7	12.9	9.6	10.4	8.1	9.3	8.4	8.6	8.9	10.2	8.4	9.2
10	8.1	13.5	11.1	10.9	9.0	9.2	8.4	8.9	9.3	9.3	8.3	9.0
11	7.6	13.1	10.0	10.2	8.2	9.7	8.9	8.9	9.0	9.2	8.0	8.7
12	8.2	13.2	10.3	10.6	8.1	10.2	8.7	9.0	8.8	9.7	8.6	9.0
13	8.4	13.2	10.3	10.6	8.5	10.3	7.4	8.7	8.7	9.0	8.2	8.6
14	7.2	12.8	10.2	10.1	9.2	9.5	8.7	9.1	8.8	9.3	—	—
15	6.0	13.2	9.3	9.5	8.7	10.0	8.8	9.2	8.8	9.2	8.2	8.7
16	7.0	12.6	10.2	9.9	7.7	10.2	8.6	8.8	8.5	9.7	8.0	8.7
17	7.6	12.6	10.4	10.2	8.4	9.8	8.9	9.0	8.4	10.0	8.3	8.9
18	7.2	12.8	10.1	10.0	9.8	10.0	8.2	9.3	7.9	9.3	8.5	8.6
19	7.4	13.3	10.0	10.2	8.9	9.3	8.4	8.9	9.3	9.8	8.3	9.1
20	6.7	13.7	9.0	9.8	8.7	8.6	8.4	8.6	8.7	9.5	8.5	8.9
21	8.0	11.3	8.9	9.4	8.8	9.3	8.1	8.7	9.3	9.8	8.7	9.3
22	8.3	11.5	9.1	9.6	7.5	10.0	—	—	8.8	9.8	8.5	9.0
23	7.4	12.1	9.1	9.5	9.2	9.3	8.7	9.1	9.0	9.8	8.8	9.2
24	6.6	12.2	8.9	9.2	8.8	8.7	7.2	8.2	9.0	10.0	8.4	9.1
25	8.8	10.9	8.3	9.3	9.0	8.9	8.5	8.8	8.3	9.7	8.2	8.7
26	9.2	11.1	8.8	9.7	8.8	9.2	8.7	8.9	8.8	9.7	8.2	8.9
27	6.9	10.0	7.6	8.2	8.5	10.3	8.5	9.1	9.3	10.5	5.4	8.4
28	7.7	10.0	8.3	8.7	8.7	9.3	8.7	8.9	9.5	8.8	6.4	8.2
29	7.8	11.0	8.8	9.2	9.0	8.8	8.7	8.8	8.5	9.2	7.7	8.5
30	8.4	11.7	6.7	8.9	8.0	9.0	8.5	8.5	8.4	9.5	8.3	8.7
31	7.7	10.9	9.0	9.2	8.3				9.2	9.5	8.4	9.0
Medio	7.6	12.2	9.4	9.7		9.7	8.3	8.8	8.7	9.7	8.1	8.8

Escursione diurna della declinazione magnetica.

1900	Genn. 15h—8h	Febb. 15h—8h	Marzo 15h—8h	Aprile 15h—7h	Magg. 15h—7h	Giugno 15h—7h	Luglio 15h—7h	Agosto 15h—7h	Sett. 15h—7h	Ottob 15h—8h	Nov. 15h—8h	Dic. 15h—8h
1	+1'.2	+1'.7	+4'.7	+5'.9	+6'.2	+7'.6	+6'.1	+7'.9	+6'.4	+5'.6	+3'.6	+2'.1
2	0.7	1.8	3.0	6.6	4.1	7.5	8.3	9.5	4.8	4.6	1.5	2.7
3	2.4	0.9	3.2	5.2	7.0	9.1	9.8	6.2	4.9	4.9	2.7	0.3
4	0.3	+3.6	2 9	6.1	+4.9	9.5	6.3	6.3	6.0	5.2	2.7	1.5
5	—	−0.5	3.3	6.9	−0.6	7.5	6.7	5.7	4.4	5.3	2.8	1.3
6	0.3	+0.7	2.1	5.7	+3.2	7.2	5.9	3.8	6.4	5 2	3.0	1.9
7	0.2	—	5.6	5.2	3.9	5.5	8.0	6.0	4.9	3.5	2.3	2.3
8	2.7	5.3	7.1	3.7	3.4	7.2	8.2	7.5	5.8	5.2	2.5	1.5
9	3.4	3.6	4.9	7.6	5.2	—	5.6	6.2	6.5	4.2	1.2	1.3
10	2.3	4.2	3.7	6.5	5.0	—	6.0	8.2	5.1	5.4	0.2	0.0
11	2.8	3.8	4.9	4.6	5.4	—	7.2	8.1	5.3	5.5	1.5	0.2
12	2.1	3.8	—	5.1	2.1	7.9	6.6	6.5	3.6	5.0	2.1	0.9
13	2.0	2.1	2.3	6.3	5.6	—	6.2	8 7	5.7	4.8	1.8	0.3
14	2.5	2.3	6.6	7.6	5.6	7.8	8.2	8.1	4 0	5.6	0.3	0.5
15	0.8	2.1	4 6	6.8	5.7	7.9	9.0	10.5	6.2	7.2	1.3	0.4
16	2.7	0.0	7.1	6.1	5.0	—	9.5	8 0	5.9	5 6	2.5	1.2
17	0.0	1.6	6.8	7.3	6.5	9.1	6.6	5.9	5.3	5.0	1.4	1.6
18	1.4	0.1	7.7	8.3	6.7	—	8.7	5.8	2 8	5.6	0.2	1.4
19	0 9	1.4	4.8	4.7	8.9	7.3	6 9	8 3	3.0	5.9	+0.4	0.5
20	1.4	5.3	4.8	6.8	8.3	7.0	10.3	4 3	3.2	7.0	−0.1	0.8
21	0.3	1.5	5.5	7.7	9.1	6.8	9 4	7.0	2.5	3.3	+0.5	0.5
22	0.6	2.2	6.8	6.1	7.1	7.4	6 9	4.0	3.8	3.2	2.5	1.0
23	2.5	—	6.7	4.1	4 1	7.6	5.7	5.6	5.3	4.7	+0.1	0.8
24	1.8	4.0	5.2	4.5	5.2	8.7	9.4	4.1	4.7	5 6	−0.1	1.0
25	+1.5	2.8	7.0	3.6	7.2	8.3	7.4	6.6	4.0	2.1	−0.1	1.4
26	−1.3	2.8	7.5	4.3	6.5	8.3	8.0	6.6	4.5	1.9	+0.4	0.9
27	+2.0	2.3	7.3	6.3	7.2	7.3	4.9	8.7	5.9	3 1	1.8	+1 2
28	2.4	3.6	6.5	5.5	7 7	10.2	6.9	7.3	6.5	2 3	+0.6	−0.7
29	3.1		6.5	6.8	9.6	7.2	8.6	5.5	4.8	3 2	−0.2	+0.7
30	2.2		6.8	7.5	7.8	8.8	6.3	7.1	3.2	3.3	+1.0	1.1
31	2.0		4.8		8.4		6.8	7.9		3.2		0.3
Medio	+1.6	+2.4	+5.4	+6.0	+5 9	+7.9	+7.4	+6.8	+4.8	+4.6	+1.3	+1.0

Medii mensuali e medio annuo della declinazione magnetica.

West

1900	Genn.	Febb.	Marzo	Apr.	Mag.	Giug.	Lugl.	Agos.	Sett.	Ott.	Nov.	Dic.	Anno
	9° +												
7^h o 8^h	10.3	9.5	8.1	7.4	6.6	7.4	7.8	7.5	8.0	7.6	8.3	8.7	8.1
15^h	11.8	11.9	13.5	13.4	12.5	15.1	15.2	14.3	12.8	12.2	9.7	9.7	12.7
21^h	9.8	10.2	10.3	9.9	9.7	10.8	11.6	10.8	10.5	9.4	8.3	8.1	9.9
Medio	10.6	10.5	10.6	10.2	9.5	11.0	11.5	10.9	10.4	9.7	8.8	8.8	10.2
Escursione	+1.6	+2.4	+5.4	+6.0	+5.9	+7.9	+7.4	+6.8	+4.8	+4.6	+1.3	+1.0	+4.6

Paragonando il valore medio 9°10'.2, ottenuto per l'anno 1900, con quelli ottenuti per gli anni precedenti, a fine di dedurre la variazione annua, si ha:

Anno	Declinaz. magnet. (Medio annuo)	Variazione annua
1884	10° 31'.4	
1885	10 26.1	— 5'.3
1886	10 20.9	— 5.2
1887	10 16.0	— 4.9
1888	10 11.7	— 4.3
1889	10 7.0	— 4.7
1890	10 2.3	— 4.7
1891	9 56.4	— 5.9
1892	9 52.1	— 4.3
1893	9 47.0	— 5.1
1894	9 41.7	— 5.3
1895	9 37.0	— 4.7
1896	9 32.1	— 4.9
1897	9 26.3	— 5.8
1898	9 22.6	— 3.7
1899	9 15.8	— 6.8
1900	9 10.2	— 5.6

Napoli, Capodimonte, Febbraio 1901.

La pioggia ed il Vesuvio; *Nota 2ª del socio corrispondente prof.* **Eugenio Semmola.**

(Adunanza del dì 2 Marzo 1901)

Il signor dottore G. de Lorenzo in una 2ª nota sull' influenza della pioggia per attivare i fuochi del Vesuvio, afferma che l'incremento nella attività del nostro vulcano, manifestatosi nel Novembre ultimo, sia stato *provocato* dalle piogge autunnali, e dice proprio così: « Cercai dimostrare nella 1ª nota che la grandiosa esplosione di Maggio fosse stata provocata dall' abbondante precipitazione atmosferica della primavera e dello inverno precedenti. A *chiara conferma* di questa ipotesi ora dopo sei mesi di moderata e non appariscente attività del Vesuvio, ed in seguito a tre settimane di precoci e strabocchevoli piogge autunnali, in questa 3ª decade di Novembre il vulcano ha improvvisamente ed in modo vistoso attivato i suoi fuochi ». Ora nel solo interesse della storia del Vesuvio e delle dottrine di vulcanologia io credo opportuno far notare che il dottor De Lorenzo senza volerlo è caduto in equivoco, poichè i dati da cui è partito non sono stati bene assicurati. Di fatti la pioggia caduta nelle prime tre settimane di Novembre non fu certo precoce, e tutt' altro che strabocchevole: non precoce, imperocchè ogni buon napoletano ricorda bene i piovosi autunni di queste contrade: non fu strabocchevole, imperocchè caddero solo 99,7 mm. di pioggia [1]), quantità scarsa e bene inferiore alla media di questo mese. La pioggia dunque delle prime tre settimane di Novembre non essendo stata nè precoce, nè strabocchevole, viene a mancare del tutto la *chiara conferma* dell' ipotesi, come pensa il dottor De Lorenzo; il quale avrebbe dovuto per lo meno essere meno esplicito nella sua affermazione. Tanto più che non è punto esatto che l'attività esplosiva del Vesuvio crebbe solo nella 3ª decade di Novembre: dalle notizie raccolte dalla cronaca vesuviana, che giorno per giorno viene registrata nell'Osservatorio omonimo, l'incremento s' iniziò a' primi giorni di questo mese come del resto ricordano bene gli abitanti de' comuni vesuviani messi in allarme da' violenti boati del monte. L' incremento con fasi di aumento e diminuzione durò fino al 28 Novembre, ed al 31 del mese il monte aveva ripresa del tutto la sua calma abituale. E qui va notato che la pioggia, scarsa fino al 20 Novembre, cadde poi copiosa nella 3ª decade del mese, durante la quale vennero giù 156 mm. di acqua; e questa pioggia così abbondante precedette solo di pochi giorni la cessazione completa della maggiore attività, che avvenne, come ho già detto, alla fine del mese. Questo particolare è degno della maggiore considerazione, e basterebbe esso solo a confutare brillantemente la chiara conferma voluta dal dottor De Lo-

[1]) L' acqua di pioggia riportata in questa nota è quella misurata al pluviometro dell' Università di Napoli. Nella nota del dottor De Lorenzo è in vece riportata quella misurata al pluviometro del R. Osservatorio di Capodimonte, la quale in generale è minore.

renzo. Un'altra fase d'incremento si manifestò prima di quella del Novembre, e proprio nella 1ª decade del passato Settembre, durante la quale per parecchie sere si ebbe lo spettacolo del pennacchio di fuoco sulla cima del monte con forti boati; e fu allora che s'iniziò la costruzione dell'attuale cono avventizio, e questa fase, della quale il dottor De Lorenzo non fa menzione, fu preceduta dalla quasi completa secchezza estiva ne' mesi di Luglio ed Agosto. Un ultimo incremento si è manifestato quasi improvviso la sera del 15 passato Febbraio con boati terribili, da ricordare quelli del passato Maggio, e con forti proiezioni di fuoco. Questa violente fase esplosiva, durante la quale rovinò una parte del cono avventizio terminale, durò solo qualche ora, e già nel giorno 16 i boati erano più rari e meno forti. Un ben modesto residuo di questa maggiore attività perdura tuttavia oggi, come si rivela dall'alta ed abbondante colonna di fumo. La pioggia intanto caduta dal 1º Gennaio al 15 Febbraio è stata solo di 100 mm.; quantità inferiore alla media; come del resto è inferiore alla media la pioggia di tutto il passato inverno, il cui tipo è delineato dal dominio di venti boreali, dal barometro più o meno alto, dal termometro basso, e dalla pioggia sempre scarsa. Dunque anche quest'ultimo incremento non è stato certo favorevole ad affermare l'influenza della pioggia sull'attività del vulcano. Una nuova prova di ciò si ha prendendo in esame alcuni periodi di copiosa pioggia, caduta durante l'efflusso laterale di lava che ebbe luogo al Vesuvio dal Luglio 1895 a Settembre 1899. Così p. e. ne' 4 mesi, Ottobre, Novembre, Dicembre 1896 e Gennaio 1897 caddero 735 mm. di pioggia, quantità veramente strabocchevole, e fu proprio nel Gennaio 1897 che l'efflusso lavico passò per un minimo. Nel Settembre 1898 l'efflusso lavico passò per un massimo, e questo fu preceduto dalla secchezza della state: ne' tre mesi seguenti, Ottobre, Novembre e Dicembre cadde pioggia abbastanza copiosa (382 mm.) e l'efflusso in questi mesi passò per un altro minimo. A' fatti ricordati si aggiunga la considerazione che gli incrementi dell'attività vulcanica arrivano a salti, spesso improvvisi, ad intervalli così mutabili, di così varia durata da poche ore a molti giorni, e si verrà alla conclusione che l'influenza della pioggia sull'attività vulcanica è assai poco sicura. Si noti altresì che, ammessa questa, si dovrebbe per necessità logica ammettere anche l'influenza della pioggia sulla genesi de' terremoti, essendo da tutti consentita l'analogia che corre fra l'azione sismica e quella vulcanica del nostro pianeta; e questo concetto così strano e poco serio non sarebbe certo accolto da un qualunque cultore della scienza.

L'acqua pertanto tanto necessaria alla funzione vulcanica, e per affermare ciò basterebbe la colonna di fumo che ora modesta, ora minacciosa vien fuori dalla cima di ogni vulcano attivo, come dal fumaiuolo di un potente motore a vapore, quest'acqua potrebbe essere somministrata al focolare vulcanico dalla circolazione così continua e abbondante dalle acque sotterranee, le quali penetrando per vie ignote fino a grandi profondità, si tro-

verebbero nelle migliori condizioni per alimentare le caldaie vulcaniche, le quali per quanto da taluni si ritengono superficiali, debbono di necessità trovarsi ad una sufficiente profondità [1]). Da ultimo mi par degno di nota far ri-

---

[1]) In una terza Nota letta all'Accademia delle scienze nella stessa tornata del 2 Marzo, il dottor De Lorenzo ritorna sulla quistione, e senza rispondere ad alcuna delle mie obbiezioni, ripete quanto ebbe già a dire nelle due note precedenti, aggiungendo solo che il breve parosismo del 15 Febbraio u. p., sia stato cagionato da' 72 mm. di pioggia caduti dal 1° al 13 dello stesso mese. Riporta poi in un quadro la pioggia caduta ne' singoli mesi da Gennaio 1900 a Febbraio 1901, ed in questa distribuzione trova con facile fede la causa de' tre parosismi vesuviani (Maggio, Novembre e Febbraio, saltando quello di Settembre); e dico con facile fede perchè in vero non è possibile ricavare da quei numerí la conseguenza voluta. Di fatti come spiegare che per determinare il parosismo di Maggio, ci son voluti cinque continui mesi di pioggia (768 mm.)!; ed inoltre che il vulcano dal 10 Maggio in poi ritornò in completa calma, quantunque la pioggia fosse continuata, e si fossero avuti altri mm. 60,8 di acqua dal 10 al 30. Nella 1ª e 2ª decade di Novembre la pioggia fu poca, ed il vulcano esplose con violenza: nell'ultima decade piovve molto, ed il Vesuvio ritorna in calma vera (non apparente, come dice il dottor De Lorenzo). In Dicembre e Gennaio u. p. cadono oltre 114 mm. di acqua, ed il monte riposa; in Febbraio 72 mm. di pioggia cagionano la nuova esplosione. Secondo il dottor De Lorenzo il periodo di pioggia più o meno lungo, necessario per determinare un' esplosione sarebbe dovuto alla diversa profondità, cui deve pervenire l'acqua per infiltrazione per incontrare la colonna lavica; ed ammette quindi « che le esplosioni di Novembre e Febbraio « abbiano seguito più da vicino il periodo piovoso perchè la estremità della colonna « lavica affiorava alla cima del vulcano, e poteva quindi più presto risentire dell' in- « filtrazione dell' acqua ». Ora io non capisco come si possa solo pensare che in un periodo di calma precedente un'esplosione, il fuoco tranquillo e scherzevole affiori la cima del vulcano aspettando che venga la pioggia per fare un po' di tumulto! Il dottor De Lorenzo invita coloro che si interessano della quistione a leggere il suo studio geologico del monte Vulture, dove egli discute questa teoria: per me ritengo che se è difficile tentare risolvere la quistione con le osservazioni continue e dirette su i vulcani attivi, è poi difficilissimo tentarne la soluzioue con lo studio de' vulcani spenti. Mi piace da ultimo ricordare che in una breve discussione tenuta all'Accademia stessa fra me e il dottor De Lorenzo, questi disse che alla fine il concetto suo (l'alimentazione diretta delle caldaie vulcaniche mercè le acque di pioggia), ed il mio (l'alimentazione mercè la circolazione delle acque sotterranee) valevano presso a poco lo stesso, poichè sono le acque di pioggia che vanno ad alimentare le correnti sotterranee: ora in questa affermazione del De Lorenzo io non posso punto consentire; e per confutarla basterebbe solo osservare quanto diversa cosa sia attinger l'acqua da un pozzo perenne e sorgivo, ovvero andare ad attingerla da una grondaia, aspettando che piova sul lastrico.

levare doversi ritenere assai poco sicuro il concetto del De Lorenzo che le maggiori attività de' vulcani fossero determinate dalle maggiori quantità di acqua versatesi ne' loro focolari: potrebbero in vece esser dovute, e con miglior ragione, sia alle frane superficiali o profonde, capaci di ostruire i condotti vulcanici, sia alle temperature più alte, alla maggiore estensione, alla minore profondità de' fornelli vulcanici, nel modo istesso come la potenza di una macchina a vapore assai più che dalla quantità eccedente di acqua che si versa nella caldaia, dipende dall'attività de' suoi fornelli. Ed ora per concludere, dopo questo breve esame un solo concetto vien fuori chiaro e sicuro, quello cioè che le forze endogene dopo lunghi studii e pazienti ricerche, sono tuttavia oggi circondate dal mistero, e che il difficile problema del vulcanismo della Terra passa insoluto da una generazione all' altra in modo da giustificare del tutto l'affermazione del chiarissimo prof. De Stefani, ricordata dallo stesso dottor De Lorenzo, che *la vulcanologia è al giorno d'oggi poco più avanzata che non fosse a' tempi di Posidonio.*

La pioggia e il Vesuvio; *Nota del socio corrispondente* G. De Lorenzo.

(Adunanza del dì 2 Marzo 1901)

Dopo che il Vesuvio, in seguito alle strabocchevoli piogge autunnali, ebbe, verso la fine di Novembre u. s., improvvisamente ridestata l'attività dei suoi fuochi (v. la mia Nota « *Influenza dell' acqua atmosferica sull' attività del Vesuvio* » nei Rendiconti del Decembre 1900), scaricatasi ed esauritasi con quel breve parossismo esplosivo la soverchia tensione, il vulcano cadde di nuovo in un quasi assopimento, prolungatosi per i due mesi di Decembre e di Gennaio, durante i quali anche la precipitazione atmosferica è stata scarsa. Infatti durante tutto il mese di Decembre, se si tolgono i 22.4 mm. di pioggia caduti proprio nel primo giorno, non si ebbero (secondo le misure fatte a Capodimonte) che 60 mm. di acqua, e nel mese di Gennaio poi, trascorso quasi completamente asciutto, non se ne sono avuti in tutto che mm. 22.6. Ma in compenso la prima metà di Febrajo è stata considerevolmente piovosa, tanto da dare nei primi 13 giorni secondo l' osservatorio di Capodimonte mm. 62.7 e secondo quello dell' Università mm. 72.1 di precipitazione atmosferica. Ed ecco che la sera del 15 Febrajo il Vesuvio ruppe improvvisamente il suo silenzio con una serie di esplosioni, che si sentirono distintamente fino da Napoli e che durante la notte provocarono il franamento di parte del conetto eruttivo, che s'era completato durante l'attività del Novembre e che da allora era rimasto stazionario. Questo parossismo esplosivo del Febrajo, accompagnato da uno svolgersi enorme di vapori e di ceneri dal cratere terminale, è stato meno violento e duraturo di quelli del Maggio e del No-

vembre, e col giorno 20 il vulcano era già rientrato nel suo stato di apparente tranquillità.

Così che nel breve giro d' un anno abbiamo osservato, che per tre volte (Maggio e fine Novembre 1900, Febrajo 1901) costantemente a un periodo più o meno lungo di pioggia intensa ha tenuto dietro (come si vede da questa tabella)

1900	Gennaio	Pioggia	mm.	93.4
»	Febrajo	»	»	89.1
»	Marzo	»	»	105.2
»	Aprile	»	»	146.3
»	Maggio	»	»	109.6 *
»	Giugno	»	»	69.8
»	Luglio	»	»	20.5
»	Agosto	»	»	18.3
»	Settembre	»	»	35.4
»	Ottobre	»	»	100.2
»	Novembre	»	»	209.9 *
»	Decembre	»	»	82.1
1901	Gennaio	»	»	22.6
»	Febrajo (primi 13 giorni)	»	»	72.1 *

un parossismo eruttivo del vulcano. L'unica differenza nelle tre fasi esplosive è stata questa, che ora, in Febrajo come in Novembre, le esplosioni hanno seguito più da vicino il periodo piovoso: ciò che del resto è naturale, perchè ora la estremità della colonna lavica affiorava alla cima del vulcano e poteva quindi più presto risentire dell' infiltrazione dell'acqua, mentre in maggio essa era molto inferiore all'orlo del cratere.

Tale relazione tra l'attività del Vesuvio e la pioggia è quindi troppo intima e costante, perchè la si possa senz'altro attribuire al caso e non si debba piuttosto pensare, che tra l' una e l' altra esista un vero nesso causale; il quale d'altronde è confermato dalla statistica da me riportata nella su citata nota, che dimostra come delle 102 maggiori eruzioni laviche ed esplosive, avvenute al Vesuvio dal 1631 ad oggi, 37 si sono verificate nell' inverno, 34 in primavera, 22 in estate e 9 in autunno. Così che anche questo caso di Febrajo concorre ancora una volta ad indicare come quasi reale quella che io nel Maggio scorso indicai semplicemente come *causa probabile* dell'aumentata attività di allora.

E con ciò io non ho fatto che cercare di trovare *sperimentalmente* nel Vesuvio quello che già una schiera grande di eccellenti studiosi, per ragioni teoriche e per osservazioni sperimentali, ha supposto ed assodato per altri vulcani della terra: cioè la indiscutibile relazione e il probabile nesso causale esistente tra l'acqua esteriore della terra e l'attività del fuoco in-

teriore. Tale teoria è stata da me largamente e in varia guisa descritta e discussa nel mio *Studio geologico del Monte Vulture*, al quale rimando coloro che della questione si vogliono interessare; aggiungendo ancora una volta, che in queste mie tre ultime note, publicate nei Rendiconti, io non ho fatto, che riportare dei dati sperimentali, tratti dal Vesuvio, i quali mi pare che vadano in appoggio di tale veduta, non nuova nè mia, ma antichissima ed universale.

Napoli, Museo geologico dell'Università.

Sul letargo delle Marmotte; *Nota 2ª del socio ordinario* G. Albini.

(Adunanza del dì 9 Marzo 1901)

Alla Nota presentata nell' Adunanza del 12 Gennaio faccio seguire altre osservazioni sulle marmotte, osservazioni le quali dimostrano all'evidenza che l' abbassamento della temperatura dell' ambiente non basta per provocare il letargo vero, profondo, accompagnato da corrispondente raffreddamento degli animali.

La marmotta che s'era mantenuta sveglia e calda (perchè fornita di alimento) dal giorno 4 al giorno 8 Gennaio e che, dopo quattro giorni di digiuno, cioè il 12 Gennaio, era caduta in letargo, fredda al tatto e segnava una temperatura rettale + 11°, si mantenne sempre immobile e fredda fino al giorno 24 Gennaio, nel quale giorno la sua temperatura rettale era + 10° e qualche decimo.

Lo stesso giorno 24 Gennaio, mediante faradizzazione piuttosto prolungata e riscaldamento artificiale, si tentò di svegliarla; appena che il termometro introdotto nel retto incominciò a segnare un aumento della temperatura interna, la marmotta fu riposta nel fieno della gabbia e portata in camera riscaldata mediante stufa. Nella gabbia si posero molte castagne e mele.

Il giorno 25 l' animale segnava una temperatura di + 29° ed i non pochi gusci di castagne vuoti provarono che la marmotta aveva lavorato colle mandibole. Allora si riportò nella camera fredda.

Per non maltrattarla troppo coll'esplorazione della temperatura rettale mi limitai ne' giorni consecutivi (ultimi di Gennaio e primi di Febbraio) a constatare, che l'animale si manteneva sveglio e caldo, introducendo la mano nella gabbia per accarezzarlo dolcemente, ed a convincermi che aveva mangiato dalla scomparsa delle castagne poste nella mangiatoia, i cui gusci vuoti si trovavano giornalmente nascosti nel fieno. Ma, per avere un' idea più precisa della temperatura della marmotta senza

*

maltrattarla, pensai d'introdurre verticalmente per una maglia della rete superiore della gabbia un lungo termometro che appoggiavo sull' animale procurando che il bulbo fosse, per così dire, tutto immerso nel pelo.

Il termometro così appoggiato servì anche coi suoi movimenti in *toto* (d'innalzamento ed abbassamento) da misuratore *certo* della frequenza ed *approssimativo* della profondità de' movimenti respiratorii. Dico approssimativo perchè le escursioni, i gradi d' innalzamento e d' abbassamento del termometro dipendevano dal punto del tronco (torace ed addome) su cui potevasi appoggiare.

Il giorno 12 Febbraio a questa stessa marmotta fu tolto non l' alimento ma tutto il fieno, per lasciarla sul nudo zinco della gabbia e così poter raccogliere l'urina non inquinata, che emetteva in certa quantità, per analizzarla e studiare comparativamente il ricambio materiale, specialmente dell' azoto, nella marmotta sveglia ed alimentata e quello delle marmotte che di tanto in tanto emettono durante il letargo.

Tralascio di descrivere i caratteri fisico-chimici, la costituzione e specialmente la quantità d' azoto riscontrata nell' urina che al mattino seguente si trovò raccolta nella bottiglia sottoposta all'orinatoio della gabbia; ciò che m'importa di qui notare si è che questa marmotta si mantenne sempre sveglia, perfino ne' giorni 15 e 16 Febbraio, ne' quali si ebbe in Napoli un freddo quasi straordinario perchè, come è noto, il termometro discese in città a —4° ed in alcuni punti fino a —5°. È ben vero che nella camera, con finestre e balconi aperti sì di giorno che di notte, il termometro non segnò che un minimum di + 1°. In ogni modo però per più giorni la temperatura ambiente la gabbia si mantenne sempre al di sotto di + 7°, temperatura alla quale d'ordinario le marmotte cadono in letargo.

La marmotta sveglia, anche ne' giorni più rigidi, aveva movimenti respiratorii abbastanza frequenti e profondi; la minima frequenza del ritmo respiratorio fu di 14, la massima di 22 al minuto primo. Per ciò che riguarda la temperatura abbiamo osservato che il termometro dopo 10-15 minuti che era stato in contatto colla pelle dell'animale non ha mai segnato meno di + 27° e talvolta salì a + 29°.

Soltanto il giorno 18 Febbraio, quando già la temperatura dell' ambiente era salita fra + 8° e + 9°, la marmotta sembrò intorpidita ed un po' fredda al tatto, ma al mattino seguente, 19 Febbraio, si mostrò sveglia, calda e vorace.

Tale resistenza al freddo ambiente senza cadere in letargo venne poi dimostrata con maggiore evidenza dalla stessa marmotta, la quale, per circa 48 ore si mantenne calda, vivace, con movimenti respiratorii abbastanza frequenti e profondi sebbene posta (con fieno ed alimento) in una cassetta di zinco, chiusa superiormente da rete metallica, e circondata dagli altri cinque lati da uno strato di circa 10 centimetri di neve bene compressa e spesso rifornita.

L'esperimento incominciò il giorno 6 Marzo verso mezzodì; verso sera dello stesso giorno la temperatura interna della cassetta di zinco era + 6°; l'animale aveva 22 movimenti respiratorii al minuto primo ed il termometro appoggiato col bulbo sull'addome della marmotta dopo 15 minuti segnava + 24.

Alle ore 22 dello stesso giorno l'animale era sveglio e gridò quando si proiettò nella gabbia la luce elettrica d'una lampada con riflettore.

Al mattino del giorno 7 l'animale sembrava un poco stordito ma i movimenti respiratorii erano abbastanza frequenti sebbene sembrassero piuttosto superficiali.

Nello stesso stato press'a poco si trovò la marmotta il giorno 8, nel quale giorno si dovette togliere dalla cassetta per la necessaria pulizia (chè l'animale aveva abbondantemente defecato ed urinato). Quando la si obbligò a passare dalla cassetta di zinco nella solita gabbia a due scompartimenti, tentò ribellarsi e gridò. Nel fieno dalla cassetta non fu trovato alcun residuo di castagna ma soltanto gusci perfettamente vuoti.

Debbo pure notare che ne' giorni 7 ed 8 si osservarono le pareti interne della cassetta, fino all'altezza del livello della neve esterna, bagnate per deposito sotto forma di rugiada del vapore acqueo espirato e perspirate dalla marmotta.

Il termometro al *Maximum* e *Minimum*, posto insieme alla marmotta il giorno 6 nella cassetta, al termine dell'esperimento, cioè il giorno 8, segnava un Maximum di + 6 ed un Minimum di + 4.

Concludiamo. Questa marmotta, svegliata ad arte il 24 Gennaio, avendo trovato sempre l'alimento del quale si mostrò ghiotta fino dai primi giorni che era giunta a Napoli, superò senza cadere in vero letargo le giornate rigidissime del 15 e 16 Febbraio e sopportò dal giorno 6 al giorno 8 Marzo la dimora in un ambiente che non superò mai la temperatura di + 6°.

La compagna di gabbia, s'intende nell'altro scompartimento, si mantenne sempre in uno stato di profondo letargo, e così in letargo più o meno pronunciato, fredde al tatto, si trovarono sempre le altre marmotte, giunte nella prima decade di Febbraio da Courmayeur, che non si erano mai svegliate nè avevano toccato l'alimento (castagne, mele e pastinache) posto nelle mangiatoie.

Di alcuni notevoli fenomeni osservati con una corrente di aria attivata dai raggi X (ixata); *Nota del socio ordinario prof.* **Emilio Villari.**

(Adunanza del dì 16 Marzo 1901)

1.° Spingendo l'aria ixata per un tubo di zinco, alla cui estremità di efflusso trovasi il polo di una pila a secco (anche se fuori la corrente di aria), il tubo caricasi fortemente della elettricità del polo.

2.° La carica presa dal tubo scema allontanando in qualunque direzione il polo dall'estremo del tubo; ed è nulla, nelle mie esperienze, al di là di 25 a 30 centimetri.

3.° Il polo posto di sopra al tubo pare che operi più energicamente che di sotto, ma la cosa merita conferma.

4.° L'azione del polo è nulla quando trovasi all'origine del tubo e si manifesta soltanto quando trovasi verso l'estremità dalla quale esce l'aria ixata.

5° L'aria ixata, che esce da un tubo di zinco unito al suolo ed influenzato alla sua estremità d'efflusso dal polo della pila, spinta contro una pallina metallica la carica fortemente dell'elettricità del polo.

6.° La corrente d'aria ixata nell'uscire dal tubo, pare che si diffonda fino alla pila e trasporti la elettricità da questa al tubo ed ai corpi che incontra: talchè ponendo un ampio schermo alla estremità del tubo, in modo da impedire all'aria ixata che esce di pervenire alla pila, il tubo e la pallina non si caricano affatto.

7.° La pila coperta da un provino di vetro verniciato agisce, in principio di esperienza, come quella scoperta ed anche più energicamente.

8.° La corrente d'aria ixata, osservata direttamente in diversi modi, mostrò, nell'uscire dal tubo, una lieve aspirazione e non già una diffusione all'intorno.

9.° Quando all'estremità libera di due tubi metallici soprapposti, concentrici ed isolati fra loro, si approssima un polo di una pila a secco e si soffia per quello interno una corrente d'aria ixata (anche se questa non colpisca la pila) il tubo interno prende forte carica omologa al polo e l'esterno carica indotta contraria. Lo stesso ha luogo se il tubo interno è di vetro.

10.° L'aria ixata, esaminata con speciali scandagli elettrici, nel venir fuori dal tubo di zinco non pare che si diffonde.

Così che per alcuni fenomeni l'aria ixata sembrerebbe si diffondesse nel venir fuori dal tubo, per altri no.

11.° Un tubo di vetro percorso dall'aria ixata e rinchiuso in uno di metallo, caricato da una pila a secco postavi con un suo polo a contatto, si carica all'interno fortemente della elettricità del polo, trasportatavi dal tubo metallo carico, per via della ixata che esce da quello di vetro.

12.° Lo stesso tubo di vetro nudo, sotto l'azione d' un polo approssimatovi nel mezzo, prende, al passaggio dell'aria ixata, forte carica contraria al polo, giacchè questo attira nel tubo carica opposta, che gli vien ceduta dalla corrente ixata.

13.° Lo stesso tubo di vetro coperto per intiero da uno metallico unito al suolo ed influenzato da un polo approssimatovi nel mezzo, non si carica al passaggio dell' aria ixata, 1° perchè il tubo metallico è a zero, 2° perchè esso impedisce la influenza del polo sul tubo di vetro, 3° perchè il polo trovasi troppo lontano dall'aria ixata che vien fuori dal tubo di vetro, e perciò questa non può trasportarvi la carica del polo.

14.° Questi varii fenomeni possono coesistere insieme e produrne altri più complessi ed intricati.

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Febbraio 1901

Latitudine . . 40°52' N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich
Altitudine. . 149m sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 + 9h	15h	21h	Medio diurno	Temperatura centigrada 9h	15h	21h	Min.	Mass.	Medio diurno	Umidità assoluta in mm. 9h	15h	21h	Medio diurno	Umidità relativa in cent. 9h	15h	21h	Medio diurno	Quantità delle nubi 9h	15h	21h	Vento Direzione 9h	15h	21h	Velocità oraria in chilom. 9h	15h	21h	Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
1	50.6	48.9	47.9	49.13	8.4	13.9	12.4	7.2	14.0	10.50	4.4	5.3	6.2	5.30	54	45	58	52.3	1	7	2	NNE	NW	NW	0	0	0	—	2.0
2	46.5	47.3	48.6	47.47	12.6	10.6	9.2	9.2	13.4	11.10	7.7	6.2	4.9	6.27	70	65	57	64.0	10	10	10	NE	NE	E	28	15	6	—	1.9
3	47.7	46.7	46.6	47.00	8.3	6.8	5.8	5.8	9.1	7.25	5.8	6.5	5.6	5.97	71	88	82	80.3	8	7	9	NE	WSW	W	1	4	0	3.5	1.9
4	46.8	46.1	40.3	46.40	7.6	9.7	7.4	5.6	10.1	7.67	6.0	6.5	6.4	6.30	77	73	83	77.7	7	8	6	SSW	NW	W	2	2	1	9.1	0.8
5	42.1	40.4	41.1	41.20	10.6	10.3	9.4	7.4	11.9	9.82	5.9	8.5	8.0	7.47	62	92	91	81.7	10	10	10	N	ENE	E	1	14	0	3.8	0.7
6	43.3	45.8	46.9	45.33	10.9	12.1	9.2	8.4	13.0	10.37	6.6	6.9	7.3	6.93	69	66	84	73.0	3	6	1	E	NE	E	6	9	6	5.2	0.7
7	47.5	46.4	49.4	47.77	7.9	10.8	7.4	7.3	11.2	8.45	6.9	7.8	5.6	6.77	88	82	73	81.0	10	9	10	W	SE	E	10	5	6	18.5	1.5
8	50.8	50.5	52.6	51.30	4.7	5.5	4.7	4.7	7.3	5.30	6.0	6.0	5.0	5.67	94	89	78	87.0	10	10	0	SSE	SSE	S	7	7	0	8.3	0.8
9	52.9	51.4	51.9	52.07	5.4	8.5	4.2	3.5	8.9	5.50	4.9	5.7	5.9	5.50	74	69	96	79.7	10	8	10	SW	NW	W	3	2	4	3.2	0.4
10	51.0	50.0	50.8	50.60	4.5	8.7	5.2	2.9	9.0	5.40	5.0	4.5	4.5	4.67	79	54	68	67.0	0	7	0	S	SW	SSW	7	5	3	3.2	0.4
11	50.1	48.2	48.0	48.77	5.1	9.4	6.7	3.7	9.2	6.17	3.4	4.1	3.3	3.60	52	46	45	47.7	0	0	2	S	NE	ESE	6	2	6	—	1.7
12	45.9	44.4	41.6	44.03	5.2	7.8	6.2	4.1	8.9	6.10	6.1	7.0	6.1	6.40	92	89	87	89.3	10	8	10	W	W	SW	0	0	2	3.7	2.2
13	42.4	43.3	45.9	43.87	4.6	5.5	0.6	0.6	7.1	3.22	5.4	4.0	2.4	3.93	86	59	51	65.3	7	2	0	SSW	SSW	SW	6	6	5	4.2	0.3
14	49.1	48.0	49.9	49.20	0.8	3.2	—0.2	—1.8	3.4	0.55	3.1	2.7	4.0	3.27	65	47	89	67.0	0	8	0	SW	WSW	SW	2	4	4	—	—
15	51.6	50.6	50.1	50.77	0.2	3.5	1.4	—2.4	3.7	0.72	3.0	2.7	3.4	3.03	65	45	67	59.0	3	9	10	SW	NNE	SW	9	4	7	—	—
16	45.4	42.6	43.2	43.73	0.1	1.1	—0.1	0.0	1.9	0.47	4.3	4.0	4.1	4.13	92	81	90	87.7	10	10	0	NNE	ENE	NE	17	14	10	0.9	4.6
17	46.0	45.5	45.8	45.77	—0.1	5.2	0.4	—1.0	5.4	1.17	4.1	3.0	3.8	3.63	90	45	80	71.7	5	0	0	N	NNE	NW	5	3	4	—	—
18	44.9	44.2	44.2	44.43	2.2	5.7	1.0	—0.7	7.3	2.67	3.2	5.1	5.0	4.43	59	74	95	76.0	0	10	10	N	SW	NW	3	2	7	0.5	3.5
19	41.9	43.3	47.2	44.13	2.1	5.0	2.0	1.4	6.2	2.92	5.1	5.5	4.3	4.97	94	84	82	86.7	7	7	0	E	N	N	1	4	1	8.7	0.5
20	49.7	48.8	48.9	49.13	1.8	5.7	2.4	0.8	7.1	3.02	3.6	4.8	5.0	4.47	68	70	91	76.3	10	10	7	N	NW	NE	3	2	1	2.8	0.4
21	47.3	46.8	47.6	47.23	2.9	4.5	2.6	1.9	5.1	3.12	4.7	5.0	4.2	4.63	82	79	75	78.7	10	10	6	NW	NNW	NNW	13	7	6	3.1	0.6
22	49.8	49.9	50.3	50.00	3.6	5.7	4.1	1.8	6.2	3.02	3.6	3.7	4.0	3.77	60	54	66	60.0	10	10	10	N	ENE	NE	9	7	7	—	0.8
23	50.1	46.6	45.3	47.33	4.4	7.1	6.6	3.1	7.6	5.42	4.6	6.3	5.1	5.33	74	84	70	76.0	10	10	10	NW	NNW	NNW	12	11	19	1.9	1.5
24	42.8	40.6	39.5	40.97	8.0	11.0	6.9	5.7	12.1	8.17	5.7	6.4	5.4	5.83	71	65	73	69.7	0	9	0	NNW	N	NNW	16	5	7	—	1.2
25	38.3	39.3	44.1	40.57	8.0	11.3	7.8	5.8	11.4	8.25	5.3	5.4	3.9	4.87	65	53	50	56.0	3	9	10	NNE	NNE	NE	4	3	2	—	1.2
26	47.1	47.0	47.5	47.20	8.1	11.1	6.5	5.4	11.2	7.80	3.8	4.3	3.5	3.87	49	43	57	49.7	2	5	0	ENE	E	NE	7	2	2	—	2.1
27	48.3	47.9	59.1	48.43	7.4	12.3	9.3	5.9	12.8	8.85	4.6	6.0	6.0	5.53	60	56	69	61.7	0	9	0	N	W	NNE	7	2	5	—	2.4
28	49.4	48.7	50.1	49.40	8.4	12.7	9.3	6.4	13.5	9.40	5.0	5.2	6.8	5.67	61	47	78	62.0	0	2	3	N	SW	E	3	1	0	—	1.6
Medi mens.	47.12	46.42	47.23	46.92	5.49	8.02	5.33	3.67	8.86	5.83	4.92	5.32	4.99	5.08	72.25	65.86	74.46	70.86	5.57	7.50	4.86							somma 80.6	somma 35.7

CATALOGO

DELLE PUBBLICAZIONI PERVENUTE ALL'ACCADEMIA

dal 17 Febbraio al 16 Marzo 1901

PUBBLICAZIONI ITALIANE

Brescia — *Commentari dell'Ateneo* — Anno 1900.

Catania — *Società degli spettroscopisti italiani* — Memorie, vol. XXIX, disp. 10ª — 1901.

Firenze — *Rivista scientifico-industriale* — Anno XXXIII, n. 3 e 4 — 1901.

Biblioteca nazionale centrale — Bollettino delle pubblicazioni italiane, n. 2 — 1901.

Jesi — *Giornale di agricoltura* — Anno LXIII, n. 1 e 2 — 1901.

Livorno—*Supplemento al Periodico di matematica*—Anno IV, fasc. 3 e 4—1901.

Milano — *R. Istituto lombardo di scienze e lettere* — Memorie, vol. XVIII, fasc. XI (*Ricerche petrografiche e geologiche sulla Valsesia di* Artini E. e Melzi G. — 1900); Rendiconti, serie II, vol. XXXIV, fasc. III e IV — 1901.

Società italiana di sc. nat. e del Museo civico di storia naturale — Atti, vol. XXXIX, fasc. 3 e 4 — 1901.

L'Elettricità — Anno XIX, n. 45-47 — 1901.

Modena — *Le stazioni sperimentali agrarie italiane* —Vol. XXXIV, fasc. I— 1901.

Napoli — *Società di Naturalisti* — Bollettino, serie I, vol. XIV — 1900-1901.

Annali di nevrologia — Anno XIX, fasc. 1° — 1901.

R. Istituto d'Incoraggiamento — Atti, serie 5ª, vol. II — 1901.

Padova — *R. Accademia di scienze lettere ed arti* — Atti e Memorie, anno CCCLIX, nuova serie, vol. XVI — 1899-1900.

Roma — *Giornale medico del r. Esercito* — Anno 49, n. 1 e 2 — 1901.

Accademia pontificia dei nuovi Lincei—Atti, anno LIV, sessione 1ª—1900.

R. Accademia dei Lincei — Rendiconti, vol. X, fasc. 3 e 4 — 1901.

L'Elettricista — Anno X, n. 3 — 1901.

Società degli ingegneri e degli architetti italiani—Anno XV, fasc. VI—1900.

Rovereto — *I. R. Accademia di scienze, lettere ed arti degli Agiati* — Atti, anno CL, serie III, vol. VI, fasc. IV — 1900.

Salerno — *Il Picentino* — Anno XLIII, fasc. 1 e 2 — 1901.

PUBBLICAZIONI STRANIERE

Berlin — *Botanisch. Verein der Provinz Brandenburg* — Verhandlungen, Jahrg. XLII (1900) — 1901.

Calcutta — *Geological Survey of India* — Memoirs, vol. XXVIII, p. 2; Palaeontologia indica, ser. IX, vol. II, p. II; ser. XV, vol. III, p. 2 — 1900.

Easton — *American Association for the advancement of science* — Proceedings — 1899. .

Frankfurt a. M. — *Senckenbergisch. naturforsch. Gesellschaft* — Abhandlungen, vol. 25, p. 1; vol. 26, p. 2; vol. 28; Bericht, 1900.

Haarlem — *Archives du Musée Teyler* — Série II, vol. VII, 2e p. — 1900.

Kasan — *Société physico-mathématique* — Bulletin, série 2e, t. IX, n. 3 e 4; t. X, n. 1 — 1900.

Kobenhavn — *Nyt Tidsskrift for Matematik* — A, 12 Aargang, *n.* 1 e 2; B, 12. Aargang, n. 1 — 1901.

Krakovie — *Académie des sciences* — Bulletin international. Compt. r. des séances de l'année 1900.

Leipzig — *Mathematisch. Gesellschaft in Hamburg* — Mittheilungen, Bd. IV, Heft. 1 — 1901.

K. Sächsisch. Gesellschaft der Wissenschaften — Berichte über die Verhandlungen, math.-phys. Cl., Bd. 52, VII — 1900.

Deutsch. physikalisch. Gesellschaft — Verhandlungen, Jahrg. 3, n. 1 e 2 — 1901.

London — *Mathem. Society* — Proceedings, vol. XXXII, n. 731-737 — 1901.

R. astronomical Society — Monthly notices, vol. LXI, n. 3 — 1901.

Nature — Vol. LXIII, n. 1633-1636 — 1901.

British association for the advancement of science — Report of the seventieth meeting — 1900.

Royal Society — Proceedings, vol. LXVIII, n. 442 — 1901.

Montevideo — *Museo nacional* — Anales, tom. III, fasc. XVIII — 1900; tom. II, fasc. XVII — 1901.

Mosca — *Société imp. des naturalistes* — Année 1899, n. 2-4 — 1900.

München — *K. b. Akademie der Wissenschaften* — Abhandlungen, Bd. XX, 3. Abth.; Die akad. Commission für Erforsch. d. Urg. und die Org. d. urgeschicht. Forschung in Bayern durch König Ludwig I.

New Haven — *Connecticut Academy of arts and sciences* — Transactions, vol. X, part. 2 — 1900.

New York — *American mathematical Society* — Transactions, vol. I, n. 2 — 1900.

Paris — *Académie des sciences* — Comptes rendus hebdomadaires des séances, tome CXXXI, n. 19, 20, 27; tome CXXXII, n. 6-9 — 1901.

Société d'encouragement pour l'industrie nationale — Compt.-rendu, n. 3 e 4 — 1901; Annuaire pour l'année 1901; Bulletin, tome 101, n. 2 — 1901.

Muséum d'histoire naturelle — Bulletin, n. 5 e 6 — 1900.

Société d'anthropologie — Bulletins, t. 10, IV série, fasc. 6 — 1899; Bulletins et mémoires, V série, t. I, fasc. 1 — 1900.

Bulletin des sciences mathématiques — Série II, tom. XXIV — Novembre 1900.

Journal de l'anatomie et de la physiologie normales et pathologiques de l'homme et des animaux — XXXVII année, n. 1 — 1901.

Archives de neurologie — Série II, vol. XI, n. 63 — 1901.

San Francisco — *The university chronicle an official record* — Vol II, n. 1 e 2 — 1899.

St.-Pétersbourg — *Académie imp. des sciences* — Mémoires, série VIII, vol. VIII, n. 6-10 — 1899; vol. IX, n. 1-9; vol. X, n. 1-2 — 1900.

Horae Societatis entomologicae rossicae — T. XXXIII, n. 1-2; t. XXXIV, n. 3-4 — 1890.

Oeuvres de P. L. Tchebychef publiées par les soins de MM. A. Markoff et N. Sonin — T. I — 1899.

Società entomologica russa — Indice delle comunicazioni fatte nell'assemblea generale per il 35° anno della sua fondazione — 1899.

Comité géologique — Bulletins, XVIII, n. 3-10 — 1899-1900; Mémoires, vol. VII, n. 3-4; vol. IX, n. 5; vol. XV, n. 3 — 1899.

Strassburg i. E. — *Kaiser-Wilhelms-Universität* — Inaugural-Dissertationen zur Erlangung der Doctorwürde:

1. Beitter Albert, *Pharmacognostisch-chemische Untersuchung der Catha edulis* — 1900.
2. Bok Oskar, *Die Breusch* — 1900.
3. Darreye Adolf, *Polare Felder und Kegelschnitte mit gemeinsamem Poldreieck* — 1900.
4. Jacobsthal Walther, *Ueber die asymptotische Darstellung der Integrale einer gewissen linearen Differentialgleichung zweiter Ordnung* — 1899.
5. Lepère Erich, *Ueber drei isomere Oxyvalerolactone und ihre Umwandlung in Laevulinsäure* — 1900.
6. Schaller Julius, *Chemische und mikroskopische Untersuchung von dolomitischen Gesteinen des lothringischen Muschelkalks* — 1900.
7. Weill Alexander, *Die geometrische Interpretation der Gleichung fünften Grades auf invarianten-theoretischer Grundlage* — 1900.
8. Wirtz Carl, *Die steiner'sche Hypocycloide* — 1900.
9. Zuppinger Robert, *Electromotorische Kräfte von Schwefelmetallen und Acetylen-Gasketten* — 1900.

Toulouse — *Faculté des sciences de l'université* — Annales, II série, t. II — 1900.

Urbana — *Illinois State laboratory of natural history* — Bulletin, vol. V, article XI — 1900; article XII — 1901.

Washington — *U. S. Départment of agriculture* — North american fauna, n. 16 — 1899.

Wien — *K. k. Central-Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus* — Jahrbücher, Jahrgang 1898, Band XXXV; Jahrgang 1899, Band XXXVI, I Theil — 1900.

K. k. geologisch. Reichsanstalt — Verhandlungen, n. 17-18—1900; n. 1—1901.

OPERE PRIVATE

Barone G., *Les études et les découvertes de Géoendodynamique en Italie dans les trente dernières années.* — Bruxelles, 1900.

Oddone E., *Ricerche strumentali in sismometria con apparati non pendolari.* — Modena, 1900.

Piutti A., *Sull'aria liquida.* — Napoli, 1900.

Fascicolo 4° ANNO XL. Aprile 1901.

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza del dì 16 Marzo 1901.
Presiede il presidente **A. Capelli.**

Sono presenti i socii ordinarii Albini, Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci e Villari.

Il segretario legge il verbale dell'ultima tornata, che viene approvato, e presenta le pubblicazioni giunte in cambio e in dono, segnalando fra queste ultime la conferenza del corrispondente Piutti *su l'aria liquida.*

Comunica in seguito la circolare del Comitato esecutivo per il primo centenario di Vincenzo Gioberti, accompagnata dalla scheda di sottoscrizione. L'Accademia, associandosi alla cerimonia che avrà luogo il 30 corrente a Torino in onore del grande italiano, delibera di farvisi rappresentare dai socii Cossa e D'Ovidio.

Distribuisce da ultimo gli inviti, offerti dalla presidenza, all'inaugurazione dell'Università popolare di Napoli.

Si accetta il cambio del Rendiconto col Bulletin della *Société scientifique et médicale* di Rennes.

Il socio Oglialoro, anche a nome dei colleghi Piutti e Villari, riferisce sulla Memoria della dott. M. Bakunin, presentata nell'adunanza del 16 Febbraio, proponendone la pubblicazione negli Atti. L'Accademia approva all'unanimità.

Il socio Villari legge, per l'inserzione nel Rendiconto, una Nota su *alcuni notevoli fenomeni osservati con una corrente di aria attivata dai raggi* X (*ixata*).

Processo verbale dell'adunanza del dì 6 Aprile 1901.
Presiede il presidente **A. Capelli.**

Sono presenti i socii ordinarii Albini, Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci e Villari.

Il segretario legge il verbale dell'ultima adunanza, che viene approvato; presenta i libri giunti in dono e in cambio e il vol. X, serie II degli Atti accademici, testè pubblicato, e partecipa l'invito del Comitato promotore all'inaugurazione del Congresso dell'Unione Zoologica italiana, che avrà luogo in Napoli il giorno 10 corrente. Il presidente incarica i socii Paladino, della Valle e Bassani, membri del Comitato, di rappresentarvi l'Accademia.

Lo stesso segretario annunzia che la Société Ouralienne d'amateurs des Sciences Naturelles d'Ekatherinesburg celebrerà il 4 (17) Giugno il giubileo semisecolare del suo presidente dott. Alessandro Andréévitch Mislawsky. L'Accademia delibera di associarsi alla cerimonia e di pregare il vicepresidente della detta Società di rappresentarla.

Comunica da ultimo che al concorso di Chimica scaduto il 31 Marzo sono stati presentati i seguenti lavori:

a) sei Memorie stampate della dottoressa Marussia Bakunin: 1) *Sugli acidi fenilnitrocinnamici e sui loro isomeri stereometrici*; 2) *Stereoisomero dell'acido fenilcinnamico (fen-2-fen-1-propenilacetico)*; 3) *Stereoisomeri degli acidi fenilnitrocinnamici*; 4) *Sull'acido ossifenilcinnamico*; 5) *Sulla formazione degli indoni in rapporto colle stereoisomerie e su di un nuovo metodo per la preparazione di indoni, anidridi ed eteri*; 6) *Sulla sintesi degli acidi non saturi e sui loro prodotti di disidratazione.*

b) una Memoria manoscritta, in lingua francese, intitolata: *Nouvelles conséquences de la théorie stéréochimique* e distinta con la lettera *A.*

Si accetta il cambio del Rendiconto con la *Rivista tecnica delle scienze, delle arti applicate all'industria e dell'insegnamento industriale* (Torino).

Il socio Villari presenta, per l'inserzione nel Rendiconto, una Nota intitolata: *Come l'idrogeno svolge elettricità positiva strofinando sulle superficie metalliche* [1]).

Processo verbale dell'adunanza del dì 13 Aprile 1901.
Presiede il presidente **A. Capelli.**

Sono presenti i socii ordinarii Albini, Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci, Villari e il corrispondente Semmola.

---

[1]) Questa Nota sarà inserita in un prossimo fascicolo.

Il segretario legge il verbale dell'ultima tornata, che viene approvato, e presenta i libri giunti in cambio e in dono, segnalando fra questi ultimi l'opera in tre volumi del dott. Provido Siliprandi: *Capitoli teorico-pratici di politica sperimentale* (Mantova, 1898).

Comunica in seguito una lettera circolare relativa alla sottoscrizione per la pubblicazione delle opere complete del compianto prof. Eugenio Beltrami. L'Accademia delibera di raccomandare alla Direzione della Biblioteca universitaria l'acquisto di una copia di dette opere.

Partecipa da ultimo l'invito al quinto Congresso internazionale dei fisiologi, che avrà luogo in Torino dal 17 al 21 del prossimo Settembre. L'Accademia stabilisce di farvisi rappresentare dai socii Albini, Mosso e Paladino.

Si accetta il cambio dei Rendiconti e degli Atti accademici con l'*Archiv der Mathematik und Physik* di Lipsia.

Il socio Siacci presenta, per l'inserzione nel Rendiconto, una Nota *sulla integrazione di una equazione differenziale e sulla equazione di Riccati.*

Il corrispondente Semmola legge una Nota intitolata: *Il nuovo cono eruttivo vesuviano nell'Aprile 1901*, che l'Accademia accoglie all'unanimità per il Rendiconto.

Sulla integrazione di una equazione differenziale e sulla equazione di Riccati; *Nota del socio ordinario* F. Siacci.

(Adunanza del dì 13 Aprile 1901)

1. L'equazione differenziale è questa:

$$\frac{dy}{dx}+y^2=x^{2q-2}+aqx^{q-2}, \tag{1}$$

la quale mentre appartiene alla categoria di quelle che diconsi di *Riccati* *), è alquanto più generale della classica

$$\frac{dy}{dx}+y^2=x^{2q-2}, \tag{2}$$

che è la vera equazione di Jacopo Francesco Riccati **). Questa, come è ben noto, s'integra con un numero finito di segni algebrici ed esponenziali, quando $q=0$, o quando $\frac{1}{q}$ è un numero impari positivo o negativo.

*) Pascal, *Repertorium der höheren Mathematik*, I, pag. 172-173.

**) n. il 28 maggio 1676 a Venezia, m. il 15 aprile 1754 a Treviso.

La (1), che io sappia, non è stata ancora integrata, ma è integrabile anch'essa con un numero finito di segni algebrici ed esponenziali, quando si verificano queste condizioni:

$$a = r - s \ , \ \frac{1}{q} = \pm (r + s + 1) \ ,$$

essendo r ed s due numeri interi e positivi (zero compreso).

Per integrare la (1) si può adoperare il metodo dei coefficienti indeterminati, come ha fatto il Cayley *) per integrare la (2), ma giova operare sulla equazione:

$$u\frac{d\rho}{du} + (1-m)\rho + cu(\rho^2 - 1) = a \ , \tag{3}$$

alla quale la (1) si riduce ponendo:

$$\frac{1}{q} = m \ , \ x = \left(\frac{cu}{m}\right)^m \ , \ y = \rho\left(\frac{cu}{m}\right)^{1-m} .$$

L'equazione (3) è di più semplice maneggio, ed ha la proprietà di rimanere inalterata, quando in luogo di m e di ρ vi si mettano $-m$, e $\rho - \frac{m}{cu}$. Con che il procedimento si riduce a metà, giacchè una volta conosciuto l'integrale $\rho = f(u, m)$ per m positivo, quello per m negativo sarà:

$$\rho - \frac{m}{cu} = f(u, -m) \ . \tag{4}$$

2. Poniamo:

$$F(\alpha, \beta, u) = 1 + \sum_{i=1} \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-i+1)}{(\alpha+\beta)(\alpha+\beta-1)\dots(\alpha+\beta-i+1)} \frac{(2cu)^i}{1.2\dots i}$$

con queste condizioni: 1° che tanto per $\alpha + \beta = 0$ quanto per $\alpha = 0$ sia $F = 1$; 2° che se $\alpha + \beta$ è intero e positivo, α e β siano pure interi e positivi, e in tal caso lo sviluppo di F non vada oltre il termine corrispondente ad $i = \alpha$.

L'integrale della (3), supposto c diverso da zero, si ottiene derivando

*) On Riccati's Equation (*Philosophical Magazine*, XXXVI, 1868, p. 348). Cfr. Bach, *De l'intégration par les séries de l'équation*

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{n-1}{x}\frac{dy}{dx} = y \ .$$

(Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure, 1874, p. 47).

logaritmicamente rispetto ad u l'una o l'altra delle seguenti equazioni, cioè:

(I) $$e^{c\int \rho du} = Ce^{cu}F(r, s, -u) + C'e^{-cu}F(s, r, u) ,$$

quando si ponga

$$a = r - s \ , \ m = 1 + r + s \ ;$$

ovvero

(II) $$(cu)^{-m} e^{c\int \rho du} = Ce^{cu}F(r, s, -u) + C'e^{-cu}F(s, r, u) \ ,$$

quando si ponga

$$a = r - s \ , \ m = -1 - r - s \ .$$

C e C' sono costanti arbitrarie, di cui una può esser posta eguale all'unità.

Il procedimento d'integrazione appare dalla forma stessa degl'integrali. Ponendo nella (3)

$$e^{c\int \rho du} = z \quad , \quad e^{c\int (\rho - 1) du} = z_1 \quad , \quad e^{c\int (\rho + 1) du} = z_2 \ ,$$

si hanno tre equazioni lineari di 2° ordine; onde se z'_1 e z'_2 sono due integrali particolari delle due ultime equazioni, l'integrale generale della prima sarà:

$$z = e^{c\int \rho du} = Ce^{cu} z'_1 + C'e^{-cu} z'_2 \ .$$

I due integrali particolari z'_1 e z'_2 si ottengono col metodo dei coefficienti indeterminati, ponendo cioè

$$z'_1 = 1 + A_1 u + A_2 u^2 + \cdots \ ,$$

$$z'_2 = 1 + B_1 u + B_2 u^2 + \cdots \ ;$$

e, quando si faccia $a = r - s$, $m = r + s + 1$, trovasi appunto:

$$z'_1 = F(r, s, -u) \quad , \quad z'_2 = F(s, r, u) \ ;$$

e così si ha la (I). Si passa poi immediatamente alla (II) coll'equazione (4).

Se r ed s sono interi e positivi (zero compreso), l'una o l'altra delle espressioni (I) e (II), è, per le condizioni sopra enunciate di F, un polinomio finito.

Se a ed m non sono compatibili con r ed s interi e positivi (zero compreso), allora l'integrale della (3) si può avere in una serie convergente, assumendo la (II) se m è positivo, e assumendo la (I) quando m è negativo. Così $r + s$ è sempre negativo, ed il denominatore nella F non si annulla mai. Le serie sono convergenti qualunque sia u.

3. Quando $a=0$, ossia $r=s$, la (I), o la (II), dà l'integrale dell'equazione di *Riccati* (propriamente detta) in una forma alquanto più semplice dell'ordinaria, avvertendo anche che quando m è un numero impari negativo l'integrale si potrà avere dalla (I), mettendovi $\frac{1}{\rho}$ in luogo di ρ, e $2-m$ al posto di m; cioè ponendovi $r=s=\frac{1-m}{2}$, giacchè la (3) resta inalterata quando in luogo di ρ e di m, vi si mettano $\frac{1}{\rho}$ e $2-m$.

Se $c=0$, la (3) si riduce a

$$\frac{d(\rho u^{1-m})}{u^{-m}du}=a\,,$$

il cui integrale è

$$\rho=\frac{a}{1-m}+bu^{m-1}\,,\quad \text{oppure}\quad \rho=a\log u+b\,,$$

secondochè $m \gtrless 1$, od $m=1$.

4. Ho incontrato l'equazione (3) in una questione di balistica, che ha una certa importanza, poichè si tratta di un problema di D'Alembert.

Per ridurre alle quadrature le equazioni differenziali del moto di un proietto in un mezzo resistente, dove la resistenza sia direttamente opposta alla velocità, e funzione della sola velocità, occorre integrare l'equazione:

$$(a)\qquad du\cos\theta-u(\rho+\operatorname{sen}\theta)\,d\theta=0\,,$$

dove u è la velocità, θ è l'angolo ch'essa fa coll'orizzonte, e ρ è il rapporto della resistenza al peso del proietto. Prima di D'Alembert non si conosceva altro caso d'integrabilità che $\rho=au^n$ risolto da Giovanni Bernoulli nel 1719; D'Alembert cercò altre funzioni ρ, che si prestassero all'integrazione di quella equazione da lui stesso stabilita, e ne trovò quattro, le sole che si conoscano:

$$\rho=au^n+b\,,\qquad \rho=a\log u+b$$

$$\rho=au^n+R+bu^{-n}\,,\qquad \rho=a(\log u)^2+R\log u+b\,,$$

nelle quali ultime però le costanti a, b, R, n, ed a, b, R sono rispettivamente legate da una equazione, cosicchè le costanti arbitrarie non sono più di tre *).

*) D'Alembert, *Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides*. Paris, MDCCXLIV, p. 358.

Le nuove funzioni ρ date dalle (I) e (II) contengono quattro costanti arbitrarie r, s, c, ed una delle C.

Altre due funzioni ρ che pure permettono l'integrazione della (a), sono le seguenti:

$$\text{(III)} \qquad u = a(\rho + 1)^c + b(\rho - 1)^c ,$$

$$\text{(IV)} \qquad cu = (\rho + 1 + 2a)^a (\rho - 1 - 2b)^b [(a + b + 2)\rho + a - b] ,$$

a, b, c, essendo tre costanti qualunque.

Il nuovo cono eruttivo vesuviano nell'Aprile 1901; *Nota del socio corrispondente* E. Semmola.

(Adunanza del dì 13 Aprile 1901)

Avendo di recente fatta un'escursione al Vesuvio, mi permetto comunicare all'Accademia poche e brevi notizie sulle attuali condizioni del suo nuovo cono eruttivo. Questo cono costruitosi da pochi mesi, seguendo le vecchie tradizioni del vulcano [1]), che pur variando, ripete sempre se stesso, conserva una moderata altezza, una quarantina di metri: la salita però ne è abbastanza faticosa, sia per la forte inclinazione delle pareti, sia per la copiosa e profonda sabbia che da pertutto lo ricopre. Giunto al suo orlo superiore si osserva che la cavità interna, irregolarmente ellittica, nella direzione OSO-ENE, è divisa secondo l'asse maggiore, lungo intorno a' 95 metri, in due parti. In quella più ampia verso il NE, si è formato un cratere ad imbuto, abbastanza regolare, la cui profondità valutata ad occhio non va oltre i 25 m.: in fondo di esso vi è la bocca eruttiva, dalla quale vien fuori una copiosa colonna di fumo. Nella parte minore poi vi si è formata un'ampia fossa crateriforme piena di anfratti e con le pareti più o meno scoscese, e quà e là fumanti. Questa fossa è divisa dal cratere eccentrico di sopra ricordato, come da un muro, che si eleva dal fondo fino a metà altezza; e su questo muro si distende e poggia una parte del tavolato del cratere, quella parte che corrisponde da questo lato. Va notato che il margine di questo tavolato, è tutto lacero ed irregolare da mostrare con evidenza che a questo limite il tavolato è stato spezzato, ed è sprofondata quella parte di esso, che faceva da volta all'attuale fossa, e che doveva essere la continuazione da questo lato della parete del cratere. I segni delle lacerazioni cagionate dallo sprofondamento, sono manifesti fino

---

[1]) Questo cono, la cui costruzione fu iniziata nel settembre 1900, sorge presso a poco sullo stesso posto del precedente, il quale rovinò all'inizio dell'efflusso lavico, che avvenne nel luglio 1895.

a raggiungere l'orlo del cono, che da questa parte è alquanto più basso. Questa speciale conformazione del cratere, ha un certo interesse geologico, specialmente perchè si presta ad osservare assai bene la spezzatura del tavolato ed a studiarne la struttura. Le pareti interne del cratere sono tapezzate largamente di sublimazioni, nelle quali predominano i colori giallo e rosso in varie gradazioni. Il fumo bianco esce a globi che rapidamente elevandosi e distendendosi, si rimescolano e si sovrappongono come balle di soffice bambagia, formando sovente un bellissimo pino alto alcune centinaia di metri, allorchè vien favorito dalla calma dell'aria. Nelle ripiegature del fumo spesso si osserva un colore carnicino, dovuto certamente a vapori delle stesse sostanze minerali sublimate sulle pareti del cratere. Una carta azzurra di tornasole, immersa nel fumo si arrossa di un color vivo, mostrandone così la forte acidità. L'anidride solforosa si fa sentire quà e là pel suo odore, e riesce soffocante allorchè si è investito dal fumo. Il suolo della cima del cono si sente caldo sotto i piedi: misurata la temperatura alla profondità di una cinquantina di centimetri, fu trovata di 50°. Di notte non si osservano riverberi luminosi sul cratere, il che è dovuto al trovarsi il fuoco ad una sufficiente profondità. Da' fatti osservati risulta che l'attività del Vesuvio trovasi oggi in un periodo abbastanza vivace; e pure tutto avviene con una calma considerevole senza esplosioni e boati, senza cenere, nè proiettile alcuno: del che mi pare non si possa altrimenti dar ragione che ammettendo essere le vie vulcaniche interne affatto libere da ogni ostacolo: queste peculiari condizioni permettono che la vita del vulcano si possa esplicare in un modo affatto normale, direi quasi, fisiologico, rispondente del tutto alla funzione vulcanica nel periodo attuale della creazione: di che ci fa testimonianza permanente la vita dello Stromboli.

Marzo 1901

· Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Latitudine. . 40 52′ N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich
Altitudine. . 149^{m} sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 +				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle nubi			Vento Direzione			Vento Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Min.	Mass.	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	9h	15h	21h	9h	15h	21h		
1	50.6	50.2	50.3	50.37	9.2	12.5	10.8	8.4	13.3	10.42	7.6	6.9	6.9	7.13	89	64	71	74.7	10	3	5	S	NNW	SW	0	5	4	2.3	1.1
2	46.4	46.5	48.0	46.97	11.3	13.7	11.4	10.1	14.2	11.75	9.5	8.8	8.4	8.90	96	75	84	85.0	10	6	10	SW	WSW	SW	22	14	0	27.0	1.2
3	45.8	43.7	44.4	44.63	12.2	13.3	13.0	11.3	13.8	12.57	10.6	10.5	10.0	10.37	100	93	90	94.3	10	10	10	NE	SW	SW	6	14	1	4.5	0.8
4	46.3	46.5	48.7	47.17	11.5	12.3	6.0	8.0	13.2	10.17	6.7	6.1	4.8	5.87	66	58	60	61.3	5	2	5	SW	WSW	NW	10	30	6	0.2	1.5
5	49.2	49.4	49.9	49.50	8.4	11.4	9.2	5.8	12.9	9.07	5.0	3.9	5.4	4.77	61	38	62	53.7	2	0	0	N	NE	W	1	4	2	—	2.1
6	50.1	49.1	48.0	49.07	10.2	12.6	11.4	6.8	13.5	10.47	5.8	8.4	8.2	7.47	62	78	82	74.0	0	8	10	N	SW	SW	1	1	9	—	1.4
7	43.2	39.0	39.4	40.53	12.1	11.8	9.0	8.0	13.1	10.55	8.8	8.7	6.1	7.87	84	85	71	80.0	7	10	10	SW	SSW	WSW	14	7	21	8.6	1.1
8	40.6	36.8	36.9	38.10	10.9	13.0	11.2	8.0	14.8	11.22	6.2	5.4	7.8	6.47	63	48	79	63.3	0	10	10	E	NE	WSW	1	3	26	0.2	1.3
9	46.6	48.1	46.8	47.17	11.4	13.5	12.5	9.3	13.8	11.75	6.7	7.4	5.3	6.47	66	64	49	59.7	4	2	0	WSW	SW	NNE	16	6	8	2.6	2.4
10	41.7	40.7	41.5	41.30	7.3	19.5	18.9	12.0	20.5	17.17	5.0	8.0	8.0	7.00	34	48	49	43.7	10	10	10	NE	NE	SE	9	4	17	—	3.8
11	45.2	45.5	47.9	46.20	13.5	14.9	10.5	10.3	15.2	12.37	9.5	7.7	6.7	7.97	83	61	71	71.7	10	0	0	SW	SW	W	7	5	2	—	3.9
12	47.5	45.2	44.5	45.73	11.4	14.0	11.4	7.9	15.2	11.47	5.4	6.3	7.2	6.30	54	51	72	59.0	0	0	6	N	NNW	NW	1	[illegible]	6	—	1.4
13	45.6	45.5	48.5	46.53	11.0	13.5	10.5	9.2	13.7	11.10	6.1	6.7	7.6	6.80	62	58	80	66.7	9	8	2	NE	NW	W	2	3	13	—	2.1
14	52.9	53.1	54.3	53.43	11.8	13.5	10.3	8.4	14.1	11.15	7.1	6.9	7.0	7.00	69	60	75	68.0	2	2	0	SW	SW	SW	1	5	1	—	1.1
15	54.2	53.2	53.7	53.70	11.7	11.9	11.2	8.5	15.6	11.75	6.0	5.8	6.5	6.10	58	47	66	57.0	0	2	0	N	SW	WSW	0	8	2	—	1.4
16	53.5	52.9	53.3	53.23	12.9	14.9	11.6	10.3	15.3	12.52	6.8	9.4	8.9	8.37	62	74	88	74.7	0	2	0	SW	NE	SW	1	5	0	—	2.1
17	52.2	49.8	49.3	50.43	11.1	15.5	10.9	8.7	15.6	11.57	8.4	8.0	7.9	8.10	85	60	82	75.7	2	5	0	N	W	WNW	1	1	0	—	0.7
18	45.2	42.7	40.6	42.83	14.9	16.7	14.7	9.4	17.3	14.07	6.3	7.0	5.3	6.20	51	50	43	48.0	7	8	0	SW	NW	SE	1	5	0	—	1.4
19	37.3	34.3	34.3	35.30	15.2	15.7	13.9	12.8	17.7	14.90	6.0	7.3	8.7	7.33	47	56	73	58.7	10	8	10	SE	SW	SE	13	7	17	—	3.2
20	28.6	31.2	33.0	30.93	13.6	13.4	11.4	10.4	14.7	12.52	10.1	9.1	8.3	9.17	88	80	83	83.7	10	9	10	E	SW	SW	20	4	4	12.4	2.4
21	36.1	38.1	40.0	38.07	10.6	11.5	9.5	8.7	12.1	10.22	6.1	6.1	7.1	6.43	64	60	80	68.0	10	9	10	WSW	WSW	WSW	34	14	14	3.9	1.5
22	40.2	40.0	40.6	40.27	10.1	13.9	11.8	8.4	14.9	11.30	7.9	7.5	9.3	8.23	86	64	91	80.3	9	6	9	NE	W	WSW	2	10	3	2.5	1.5
23	40.2	40.3	42.0	40.83	11.3	11.0	8.0	8.0	12.4	9.92	7.7	7.6	5.2	6.83	77	77	64	72.7	7	9	10	W	SSE	E	3	2	2	4.8	1.0
24	44.3	44.3	45.1	44.57	9.1	12.1	9.2	6.0	12.7	9.25	4.8	5.8	5.9	5.50	56	55	68	59.7	1	8	10	ENE	SSW	W	3	4	1	—	1.7
25	44.8	43.9	43.5	44.07	9.4	11.2	10.3	6.8	12.2	9.67	7.3	6.4	6.3	6.67	83	65	67	71.7	8	8	10	SE	SW	SW	1	6	2	3.8	1.2
26	42.1	40.6	40.6	41.10	10.9	13.7	11.8	8.8	13.8	11.32	7.5	8.2	8.7	8.13	77	70	85	77.3	10	8	9	SW	SW	SW	0	3	1	—	0.9
27	40.0	39.9	41.6	40.50	12.3	13.8	9.4	8.7	13.8	11.05	7.2	6.6	5.2	6.33	67	57	59	61.0	9	2	0	WSW	SW	SW	3	6	6	1.8	1.3
28	41.1	41.2	43.3	41.87	9.4	12.0	9.2	6.9	12.0	9.37	5.2	5.2	5.5	5.30	59	49	63	57.0	10	5	0	NW	SW	SW	0	11	5	—	1.7
29	48.0	48.9	51.2	49.37	9.7	11.1	9.5	6.6	11.9	9.42	4.6	5.6	4.2	4.80	51	57	47	51.7	3	9	1	W	SW	WSW	4	19	9	0.5	2.2
30	55.1	55.2	55.5	55.20	10.7	12.8	9.7	7.0	13.0	10.10	5.5	6.4	5.5	5.80	57	58	61	58.7	9	4	0	NE	SSE	SE	1	2	0	—	1.9
31	55.2	54.3	53.7	54.40	12.9	13.9	12.5	8.6	15.0	12.25	5.2	5.3	5.2	5.23	47	45	48	46.7	4	10	10	NE	NW	SW	0	5	0	—	1.8
Medi mens	45.48	44.84	45.50	45.27	11.55	13.49	11.05	8.65	14.24	11.37	6.86	7.06	6.87	6.93	67.8	61.5	69.8	66.4	6.1	5.9	5.4							somma 75.1	somma 53.1

CATALOGO

DELLE PUBBLICAZIONI PERVENUTE ALL'ACCADEMIA

dal 17 Marzo al 20 Aprile 1901

PUBBLICAZIONI ITALIANE

Catania — *Società degli spettroscopisti italiani* — Memorie, vol. XXIX, disp. 11 e 12 — 1901.

Accademia Gioenia di scienze naturali — Bollettino, fasc. LXVI — 1901.

Firenze — *Rivista scientifico-industriale* — Anno XXXIII, n. 5 e 6 — 1901.

Biblioteca nazionale centrale — Bollettino delle pubblicazioni italiane, n. 3 — 1901.

Jesi — *Giornale di agricoltura* — Anno LXIII, n. 3 — 1901.

Livorno — *Associazione « Mathesis »* — Periodico di matematica per l'insegnamento secondario, serie II, vol. III, fasc. V — 1901.

Supplemento al Periodico di matematica per l'insegnamento secondario — Anno IV, fasc. V — 1901.

Milano — *R. Istituto lombardo di scienze e lettere* — Rendiconti, serie II, vol. XXXIV, fasc. V e VI — 1901.

R. Osservatorio astronomico di Brera — Nascere e tramontare della luna; articoli generali del calendario per l'anno 1902.

Modena — *Le stazioni sperimentali agrarie italiane*—Vol. XXXIV, fasc. II—1901.

Napoli — *Rivista internazionale d'igiene e di organo-opoterapia* — Anno XII, n. 2 e 3 — 1901.

Palermo — *Società siciliana d'igiene* — Bollettino, anno IV, fasc. I — 1901.

Pisa — *Società toscana di scienze naturali* — Processi verbali, vol. XII, adunanze del 25 nov. 1900 e 27 genn. 1901.

Roma — *R. Accademia dei Lincei* — Rendiconti, vol. X, fasc. 5 e 6—1901; Annuario 1901.

L'Elettricista — Anno X, n. 4 — 1901.

Giornale medico del r. Esercito —Anno XLIX, n. 3 — 1901.

R. Comitato geologico d'Italia — Bollettino, n. 4 — 1900.

Salerno — *Il Picentino* — Anno XLIII, fasc. 3 e 4 — 1901.

Siena — *R. Accademia dei Fisiocritici* — Atti, serie IV, vol. XII, n. 5-10 — 1900.

R. Università — Annuario 1900-1901.

Spezia — *Società « Gerolamo Guidoni »* — Pro Guidoni — 1901.

Torino — *La rivista tecnica delle scienze, delle arti applicate all'industria e dell'insegnamento industriale* — Anno I, fasc. 1 — 1901.

R. Accademia delle scienze — Memorie, serie 2ª, t. 50; Atti, vol. XXXVI, disp. 1-5; Osservazioni meteorologiche fatte nell'anno 1900 all'osservatorio della R. Università — 1901.

Venezia — *R. Istituto veneto di scienze, lettere ed arti* — Atti, tomo LX, disp. 2 e 3 — 1900-1901.

PUBBLICAZIONI STRANIERE

Barcelona — *R. Academia de ciencias y artes* — Boletin, vol. I, n. 28 —1900.

Berlin — *K. preussisch. meteorologisch. Institut* — *Veröffentlichungen*, Heft. I (1900) — 1901.

Bern — *Naturforschend. Gesellschaft* — Mittheilungen, n. 1451-1477 — 1899-1900.

Birmingham — *Natural history and philosophical Society* — Proceedings, vol. X, p. I e II; vol. XI, p. I — 1897-1899.

Bruxelles — *Société belge de géologie, de paléontologie et d'hydrologie* — Bulletin, t. XIII, fasc. II (1899); t. XIV, fasc. IV — 1900.

Budapest — *K. ungar. geologisch. Gesellschaft* — Földtani Közlöni, XXX Kötet, 8-9 Füzet — 1900.

K. ungar. geologisch. Anstalt — Mittheilungen, XII Band, 3-5 Heft — 1900-1901.

Calcutta — *Geological Survey of India* — Memoirs, vol. XXXIII, p. I —1901.

Cambridge Mass. — *American Academy of arts and sciences* — Vol. XXXVI, n. 1-8 — 1900.

Cherbourg — *Société nationale des sciences naturelles et mathématiques* — Mémoires, tom. XXXI — 1898-1900.

Chicago — *Field Columbian Museum* — Publication. 46-50 — 1900.

Cracovie — *Académie des sciences* — Bulletin international. Compt. r. des séances, Décembre 1900.

Göttingen — *K. Gesellschaft d. Wissenschaften*—Nachrichten, math.-phys. Cl., Heft 4 — 1900.

Kharkow — *Société mathématique* — Communications, 2 série, t. VII, n. 1 — 1900.

Kiew — *Universitetskia Isvestia (Notizie universitarie)*—Vol. XLI, n. 1 e 2— 1901.

Kobenhavn — *R. Académie des scienc. et des lett. de Danemark* — Bulletin, n. 6 (1900); n. 1 (1901); Fortegnelse, Januar 1901.

Lancaster — *Academy of sciences of New-York* — Annals, vol. XII, parts II and III — 1899-1900.

Lawrence — *Kansas University Quarterly* — Bulletin, vol. I, n. 3 — 1900.

Leipzig — *Deutsch. physikalisch. Gesellschaft* — Verhandlungen, Jahrg. 3, n. 3 — 1901.

Archiv der Mathematik und Physik — Band. 1, Heft 1 u. 2 — 1901.

London — *Nature* — Vol. LXIII, n. 1637-1641 — 1901.

Royal Society — Year-Book, n. 5—1901; Proceedings, vol. LXVI, n. 428;

vol. LXVIII, n. 443 — 1901; Reports to the malaria committee, fourth series.

London — *Mathematical Society* — Proceedings, vol. XXXIII, n. 738-744—1901.

R. Astronomical Society — Monthly notices, n. 5; Appendix to vol. LXI, n. 1 — 1901.

Mexico — *Observatorio astronomico nacional* — Anuario 1901.

Instituto geologico — Boletin, n. 14 — 1900.

Sociedad cientifica « Antonio Alzate » — Memorias y revista, t. XIV, n. 7 y 10 — 1900.

München — *K. b. Akademie der Wissenschaften* — Sitzungsberichte der math.-phys. Cl., 1900, Heft III — 1901; Inhaltsverzeichniss, Jahrg. 1886-1899.

Odessa — *Club Alpin de Crimée* — Bulletin, n. 1-2 — 1901.

Paris — *Académie des sciences* — Comptes rendus hebdomadaires des séances, tome CXXXII, n. 10-14 — 1901.

Société mathématique — Bulletin, tome XXIX, fasc. I.

Bibliothèque de l'Ecole des h. ét. — Bulletin des sciences mathématiques — Série II, tom. XXIV, décembre 1900.

École normale supérieure — Annales scientifiques, III série, tome XVII, n. 10-12 — 1900.

Société d'encouragement pour l'industrie nationale — Compt.-rend., n. 5; Bulletin, t. 101, n. 3 — 1901.

Archives de neurologie — Vol. XI, n. 64 — 1901.

Journal de l'anatomie et de la physiologie normales et pathologiques de l'homme et des animaux — XXXVII année, n. 2 — 1901.

Philadelphia — *The Academy of natural sciences* — Proceedings, part. II — 1900.

Tokio — *Earthquake investigation Committee* — Publications, n. 5-6 — 1901.

Zaragoza — *Revista trimestral de matemdticas* — Ano I, n. 1 — 1901.

OPERE PRIVATE

Mottareale G., *Su di un caso di fasciazione spirale nel Linum strictum, L.* — Firenze, 1899.

Per la terra delle Calabrie. Lettera aperta all'On. G. Mantica — Napoli, 1901.

Siliprandi P., *Capitoli teorico-pratici di politica sperimentale, in considerazione dei mali d'Italia e della necessità di riformare lo Stato* — Volumi 3. Mantova, 1898.

Fascicolo 5° ANNO XL. Maggio 1901.

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza del dì 20 Aprile 1901.
Presiede il presidente **A. Capelli.**

Sono presenti i socii ordinarii Albini, Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci e Villari.

Il segretario legge il verbale della tornata precedente, che viene approvato, e presenta i libri giunti in dono e in cambio.

Partecipa in seguito una lettera del socio E. d'Ovidio, che accetta l'incarico di rappresentare, insieme al collega prof. A. Cossa, l'Accademia alle onoranze commemorative di VINCENZO GIOBERTI.

Indi comunica la seguente lettera, diretta al presidente dal dott. V. R. Matteucci nell'accompagnare i lavori topografici relativi al Vesuvio, testè compiuti, in seguito alla proposta di lui, dal r. Istituto geografico militare, cioè il rilievo del Gran Cono e regione circostante alla scala di 1:10.000 e la carta al 25.000 del Somma-Vesuvio:

Napoli, 18 Aprile 1901.

Ill.mo Signor Presidente,

Fin dalla metà del secolo scorso il Direttore dell'Officio Topografico di Napoli provvide affinchè venisse ordita una rete geodetica intorno al Somma-Vesuvio per costruirne poi una carta a grande scala. Ma solo negli anni 1875-1876 il R. Istituto Geografico Militare fece eseguire la prima levata planimetrica ed altimetrica del Vesuvio e dintorni, a cui furono apportati poi, nel 1886, alcuni lievi emendamenti.

Codesta carta in 6 tavolette, sia per la sua grande scala di 1 : 10.000, sia per le numerose quote e pei particolari topografici, sia per la rappresen-

tazione del terreno mediante isoipse equidistanti 5 metri, potè essere vantaggiosamente consultata per parecchi anni dall'epoca della levata.

Ma le continue modificazioni prodotte dalla mano dell'uomo nella regione bassa, come nuove strade, ampliamento di caseggiati, nuovi scavi a Pompei, costruzione della Ferrovia Napoli-Ottaiano-S. Giuseppe etc., ed i vistosi cambiamenti dovuti alla incessante attività del Monte nella regione elevata, resero ben presto la suddetta carta inservibile per i lavori civili e per gli studii scientifici.

Occorrendo a me una carta topografica esatta per alcuni lavori di vulcanologia, verso la fine del 1899 feci pratiche presso il Ministero della Guerra affinchè il R. Istituto Geografico Militare facesse eseguire una revisione generale delle 6 tavolette in discorso ed un rilievo *ex novo* del Gran Cono e regione circostante.

L'on. sig. Generale Viganò, Direttore dell' Istituto Geografico, dispose subito cortesemente per l' esecuzione del lavoro in campagna, che, principiato nel Febbraio, fu ultimato nell'Agosto 1900 dal distinto topografo signor Alfredo Fiechter.

Nell'attesa che sia messa al corrente l' intera carta al 10.000, mi pregio sottoporre all'esame dell'on. Consesso, presieduto dalla S. V. Ill.ma, la riproduzione fotografica dell'originale inedito del rilievo del Gran Cono. E Le unisco anche un riporto della carta preesistente, alla stessa scala, dal cui paragone col nuovo rilievo si rendono assai manifeste le variazioni orografiche prodotte dagli ultimi quattro efflussi lavici laterali del 1881-83 (a S.E.), del 1885-86 (a S.S.W.), del 1891-94 (a N.) e del 1895-99 (ad W.N.W.).

Mi è grato poi anche mostrare a codesta spett. Accademia una copia della edizione al 25.000, a colori, che si è fatta del territorio compreso nella intera carta al 10.000 e che fra breve sarà posta in commercio. Questa carta al 25.000, abbracciando tutto il Somma-Vesuvio e alquanto territorio in pianura, offrendo moltissimi particolari topografici (al pari della carta al 10.000), ed essendo di piccole dimensioni, parmi che presenti vantaggi assai pratici sulla tavoletta preesistente al 50mila, che non serviva agli studiosi, nè ai numerosissimi visitatori del nostro classico vulcano.

Ritenendo che la storia di un vulcano attivo si completi con la dettagliata conoscenza della sua mutabile orografia, ho creduto utile occuparmi del Vesuvio anche dal lato topografico ed ho trovato opportuno di renderne consapevole codesta R. Accademia.

Nel porgerle i sensi della mia profonda considerazione, ho l'onore di professarmi della S. V. Ill.ma

devot.mo

R. V. Matteucci

Il socio Bassani si compiace vivamente nel riconoscere la perfeziono dei predetti lavori e si mostra grato all' Istituto geografico militare, al

topografo signor Alfredo Fiechter e, in modo speciale, al dott. Matteucci, il quale, proponendo con lodevolissima iniziativa il nuovo rilevamento del nostro vulcano e sorvegliandone con cura sapiente l'esecuzione, ha efficacemente contribuito al progresso degli studii vesuviani.

L'Accademia si associa alle considerazioni del collega Bassani e delibera un voto di plauso e di ringraziamento al dott. Matteucci.

Il socio della Valle presenta un lavoro manoscritto del dott. Antonio Breazzano, intitolato: *Sul rostello delle Davaineae — Contributo alla morfologia del rostello.* Il presidente incarica i socii Albini, della Valle e Paladino di esaminarlo e di riferirne.

Processo verbale dell'adunanza del dì 4 Maggio 1901
Presiede il presidente **A. Capelli**

Sono presenti i socii ordinarii Albini, Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Oglialoro, Pinto, Villari e il corrispondente Palmeri.

Il segretario legge il verbale della tornata precedente, che viene approvato, e presenta i libri giunti in cambio e in dono, segnalando fra questi ultimi due opere del corrispondente Comes (*Monographie du genre Nicotiana*, Napoli 1899, e *Histoire, géographie et statistique du tabac*, Napoli 1900) e una Memoria del signor Serge Socolow di Mosca: *Corrélations régulières supplémentaires du système planétaire.*

Comunica in seguito:

una lettera della presidenza della i. r. Società zoologico-botanica di Vienna, riconoscente per l'adesione al suo giubileo semisecolare;

un'altra lettera del presidente del Comitato per il primo centenario di VINCENZO GIOBERTI, con la quale egli ringrazia l'Accademia, che ha aderito e si è fatta rappresentare alle onoranze testè rese in Torino dall'Italia al suo grande cittadino;

e una terza del direttore della Biblioteca universitaria di Napoli, che, accogliendo cortesemente la preghiera dell'Accademia, ha sottoscritto per l'acquisto di una copia delle opere complete del compianto prof. Eugenio Beltrami.

Il socio della Valle, anche a nome dei colleghi Albini e Paladino, legge la relazione sulla Memoria del dott. A. Breazzano presentata nell'adunanza del 20 Aprile, proponendone l'inserzione, con la tavola che l'accompagna, negli *Atti*. Le conclusioni del rapporto sono approvate all'unanimità.

Il corrispondente Palmeri fa omaggio di 22 sue pubblicazioni, fra le quali un volume intitolato: *Industrie fondate sulla distillazione.* Il presidente, interpretando i sentimenti dei colleghi, gli esprime vivi ringramenti.

Indi lo stesso socio Palmeri intrattiene l'Accademia intorno al risultato delle analisi ch'egli ha compiute *sui pulviscoli tellurici e cosmici e le sabbie affricane*, esponendo numerose considerazioni sull'argomento. La Nota del collega Palmeri è accolta all' unanimità per l' inserzione nel Rendiconto.

A questo proposito il socio Bassani aggiunge che anch'egli, insieme con l' ing. Alberto Viglino, ha esaminato al microscopio le dette sabbie, cadute recentemente a Napoli, ma non è riuscito a riconoscervi diatomee, nè foraminifere. Esse contengono numerosi minerali, fra i quali, secondo le osservazioni dell' ing. Viglino: apatite, epidoto, rutilo, zircone, plagioclasio, attinoto, tremolite, tormaline, miche, clorite e magnetite.

Il socio Albini rileva che nei varii campioni da lui raccolti quasi contemporaneamente in diversi punti della nostra città ha riscontrato una sensibile differenza di colore.

Prende in seguito la parola il socio Delpino, che dice: « Anch' io volli studiare ed esaminare le tenuissime particelle delle arene dei deserti o Saarico o Libico, trasportate dal Simoun o dal Camsin, che causarono la notevole *pioggia di sangue* testè caduta. E poichè taluni ascrivono il fenomeno all'azione di vortici o trombe sollevanti a grande altezza acque fangose di vaste paludi affricane, le sottoposi ad esame microscopico; ma non trovai nè diatomacee, nè altri residui organici testimoni di vita palustre, confermando così quel che dianzi asseriva il collega prof. Bassani.

Quanto alla diversità di colore notata dal socio prof. Albini, credo che da altro non dipenda se non che da una ragione puramente meccanica; cioè da un diverso stato d'agglomerazione delle particelle stesse. E mi spiego. Il polviscolo in discorso cadeva dall' atmosfera in due modi diversi, cioè per via umida e per via secca. Nel primo caso era incorporato nelle goccie di acqua (goccie fangose); nell'altro caso era secchissimo ed aggregato in globuli cavi, minutissimi. Questa differenza naturalmente trae seco diversità di colore, secondo la proporzione della parte secca alla parte umida.

A proposito dei globuli surriferiti, non mi pare che sia stata ancora bene spiegata l'origine loro. Sono minutissimi, ma di vario diametro, con tutte le gradazioni dal *maximum* di $^1/_3$ di millimetro al *minimum* di $^1/_{20}$. Sono elaborati in forma di sferette cave di sorprendente regolarità; tantochè, collocati sopra un piano orizzontale, ne seguono ogni minima inclinazione, scorrendo quasi come le goccie di mercurio: fenomeno strano, forse in relazione con lo stato vescicolare dell'acqua delle nubi, la quale avrebbe formato sulla superficie delle sue vescicole il tenuissimo polviscolo di cui si parla, scomparendo poi per evaporazione, ma lasciando in suo luogo altrettante vescicole di polviscolo, asciuttissime, mobilissime e leggiere tanto da poter essere trasportate dai venti a favolose distanze ».

Il corrispondente Palmeri aggiunge che nella mattina del 10 marzo, quando non pioveva, il pulviscolo che cadeva, si presentava in sferette, leggere e scorrevoli nei piatti. Osservò anzi un agglomerato in forma di ciambella. Egli riferisce queste forme alla condensazione dell'acqua avvenuta nelle alte regioni dell' atmosfera; poi, discendendo, le goccioline fangose si sono disseccate e son rimaste colla forma sferulare d'una certa resistenza, perchè contengono poca quantità di sali solubili.

Espone da ultimo altre considerazioni il socio Oglialoro, che ha ricevuto dal socio Fergola una certa quantità della sabbia in discorso.

Il segretario presenta, per il Rendiconto, una Nota del corrispondente Piutti: *Sopra i derivati di amminofenoli con anidridi ed acidi bibasici.* L'Accademia l'approva all'unanimità.

Relazione *sulla Memoria del dott.* A. Breazzano.

(Adunanza del dì 4 Maggio 1901)

Sul valore anatomico e morfologico dell'organo terminale del capo di taluni Cestodi molto si è discusso; e ricerche di autori più recenti tenderebbero a stabilire che, per alcune specie, si tratti di una vera ventosa frontale.

Il dott. Breazzano esamina la struttura ed i rapporti dell'organo in molte forme del sottog. *Davainea*, fra cui quella nella quale la ventosa frontale parve evidente; e dimostra che invece trattasi di un vero rostello, assai semplice, e che appunto per il suo essere rudimentale ha analogia con una ventosa.

Questo tipo, il più semplice di tutti, completa per così dire la serie delle forme di transizione sino al rostello assai complesso di certe tenie; e nella discussione morfologica se l' organo terminale del capo dei Cestodi corrisponda alla tromba dei Platelminti liberi, oppure ad una ventosa, può aver peso, perchè, conciliando entrambe le vedute, mostra che ventosa, rostello e tromba sono modificazioni successive, sia nel senso progressivo che nel regressivo.

Pertanto la Commissione è d'avviso che la detta Memoria del Breazzano si possa accogliere per essere pubblicata negli *Atti*, insieme alla tavola che vi è unita.

G. Albini
G. Paladino
A. della Valle, *relatore.*

SUL ROSTELLO DELLE DAVAINEAE. CONTRIBUTO ALLA MORFOLOGIA DEL ROSTELLO; *Memoria del dott.* **Antonio Breazzano.**

(Adunanza del dì 20 Aprile 1901) — (Sunto dell'Autore)

Scopo del mio lavoro è il voler dimostrare che nel genere *Davainea* e nella *Chapmania tauricollis* esiste un rostello rudimentale, contrariamente a ciò che si ritenne per la *Davainea contorta* e *struthionis*, nonchè per la *Chapmania tauricollis*, nelle quali fu ammessa l'esistenza di una ventosa frontale.

Dal confronto poi di questo rostello rudimentale con i rostelli complessi di altre specie io parto per tentare di ravvicinare le disparate vedute morfologiche che gli autori hanno sul rostello, concludendo su d'una fondamentale equivalenza degli organi appendicolari del capo dei Cestodi.

SUI PULVISCOLI TELLURICI E COSMICI E LE SABBIE AFFRICANE. ANALISI E CONSIDERAZIONI; *Nota del socio corrispondente* **P. Palmeri.**

(Adunanza del dì 4 Maggio 1901)

Ogni qualvolta accade la caduta di un pulviscolo, sopra una vasta regione, se sopratutto è accompagnata da mutazione della luce solare, si verifica un interessamento generale, al quale non si sottraggono i cultori di scienze, e ognuno nella cerchia dei proprii studii, esamina il fenomeno ed esprime il suo concetto sulla natura e l'origine del medesimo.

Frequentemente si avverano differenze nella qualità delle materie ritrovate nel pulviscolo; chi lo definisce affricano pel vento che l' ha portato: chi dubita sia vulcanico: chi pensa sia cosmico o che contenga elementi cosmici: chi, trovando materie organiche e organizzata contraddice. L' incompleta conoscenza genera confusione e dubbio.

Credo dovere del naturalista contribuire, per quanto è possibile, a dissipare i dubbi sui fenomeni naturali.

Da tempo ormai lontano, dal 1879, mi trovai in questa discussione e su d'una polvere che tutto dimostrava d'origine del deserto di Sahara, si elevò il dubbio che non era dimostrata l'origine, che non era esclusa la presenza di altri pulviscoli.

Altri, per me dimostrò la costanza del vento sciroccale in quei giorni e l'esclusione della cenere vesuviana. Ma io compresi il valore delle obiezioni: mi occupai delle ricerche necessarie per rispondervi; nel frattempo pubblicai un'altra analisi di nuovo pulviscolo 1891, che senza esitazione definii per africana. Ma ragioni diverse non mi fecero pubblicare altro.

La caduta del pulviscolo avvenuta il 10 marzo 1901 ha risvegliato il polveroso argomento, e adesso che le mie occupazioni me lo permettono, ho

l' onore di presentare a questa illustre Accademia il frutto delle mie ricerche e considerazioni.

1.° Presento l'analisi del pulviscolo con ricerche sull' analisi immediata di esso.

2.° Pubblico le mie analisi quantitative del pulviscolo 1879 [1]).

3.° Faccio confronti con altre polveri esaminate in diverse epoche.

4.° Presento alcune notizie chimiche sopra 19 campioni di sabbie del deserto di Sahara che ho avuto cura di procurarmi.

5.° Riferisco l'analisi di un pulviscolo caduto in Sicilia, e quella di una sabbia del Sahara di Macagno, e le confronto con le composizioni delle meteoriti e polveri cosmiche.

6.° Esamino le memorie di G. Tissandier e S. Meunier sulle sferette di ossido ferrosoferrico.

Con questi elementi mi permetto trarre alcune conseguenze sui pulviscoli che cadono sulla terra.

Pulviscolo del 10 marzo 1901.

Dalle ore 21 del giorno 9, alle 9 del 10 marzo il vento soffiava da S.E. con forza crescente: dalle 9 alle 15 del 10 dal S.E. ebbe la velocità di 22.8 kilom. dalle 15 alle 21 passò a S. con velocità di 23 5 pioggia millimetri 0.2 (Osservatorio meteorologico di Portici).

Quantità caduta. — All' osservatorio di Portici sopra un terrazzo fu messa una scodella di porcellana, elevata da terra, appena cominciò a cadere la pioggia colorata. Ho raccolto e seccata all' aria la polvere e l' ho trovata nella proporzione di gr. 0,093 per decimetro quadrato.

Sopra una terrazza del Palazzo di Portici il Dott. L. De Luise mise una mattonella di porcellana, e anche su questo ho determinato la proporzione per decimetro quadrato in gr. 0.103.

L' Ing. E. Passaro (V. Corriere di Napoli del 12 marzo) dice che nella notte è caduta in proporzione di gr. 110 per decimetro quadrato. Ognuno può calcolare, data l'approssimazione, quanta ne è o ne sarebbe caduta sopra una vasta estensione.

La polvere è giallo-rossiccia, sottilissima: nell'acqua resta sospesa lungamente una parte, come fa l' argilla, mentre un'altra parte si deposita.

Al microscopio, a 350 diametri, si mostra costituita di frammenti rotondeggianti vitrei, taluni colorati in gialliccio, taluni incolori dotati di notevole potere refrangente: son silicati. Si scorgono schegge o laminette trasparenti che son solfato di calcio e altri silicati. Fibre e altri brandelli che non cerco di determinare.

Evaporata una goccia di acqua che è stata in contatto colla polvere

---

[1]) P. Palmeri, *Sul pulviscolo del 1879.* Vedi Rend. R. Accad. Sc. Nap. Aprile 1879.

(che raccolsi asciutta nella mattina del 10 marzo) si scorgono cristalletti cubici di cloruro di sodio.

Si veggono altresì nel pulviscolo dei frammenti angolosi, neri, opachi, lucenti, taluni attaccati a roccia vitrea che sembra quarzo; questi son attirabili dalla calamita. Per veder meglio questi frammenti procedo come segue.

L'ossido ferroso-ferrico polarimagnetico.

Getto contro un polo di grande sbarra calamitata la polvere asciutta: e la parte che vi resta aderente raccolgo e sottopongo all'osservazione microscopica (250-400 diametri).

Giovandomi di una cameretta formata da due lastrine messe parallelamente sopra un portaoggetti in modo che sopra i lembi di essa possa stare una terza lastrina quadrata: le lastrine essendo di 3/20 di millimetro, formano una cameretta di questa dimensione. Prima di mettere la lastrina, metto la polvere attirabile e una goccia di acqua; copro ed osservo. Avvicinando un ago calamitato al preparato si vedono i frammenti dirigersi e spesso muoversi e correre spingendosi tra la folla dei frammenti inerti.

Di più allontanando l'ago, e dando invece dei colpetti al microscopio, o al tavolo, i frammenti angolosi neri opachi lucidi di splendore grafitico si muovono e obbediscono all' attrazione magneto-polare di cui sono forniti e si attaccano, spesso allineandosi.

Per raccogliere i frammenti attirabili adopro anche un ago da cucire calamitato, immergendolo nel pulviscolo e arandolo: i frammenti si attaccano; staccati a modo si studiano come sopra.

A compiere i caratteri di questi frammenti, adopro una goccia di acido cloridrico in altro consimile preparato e osservo che i frammenti non fanno effervescenza. Infine aggiungendo una goccia di solfato di rame in altro preparato, non si manifesta colorazione rosso-rame.

L'apparenza, l'angolosità, il colore, il magnetismo, il polarimagnetismo, la non effervescenza coll'acido, la non precipitazione del rame, indicano che i frammenti sono di ossido ferroso-ferrico polarimagnetico, e non di ferro metallico: non essendo sferulari, non avendo pareti rotondeggianti non possono confondersi colle sferette di Tissandier, tanto più che spesso si trovano aderente a frammenti di roccia vitrea.

Analisi qualitativa del pulviscolo del 10 marzo 1901.

La polvere dimostra contenere cloruri, solfati carbonati, silicati fosfati; nitrati in tracce tenuissime.

Ammoniaca, calce, magnesia, allumina, ossido ferrico, potassa, soda, acqua igroscopica, acqua di costituzione sostanza organica.

Cromo in tracce tenuissime (ricercato sopra 5 grammi di polvere raccolto in Napoli).

Non si sono trovati, ricercati in 5 grammi di polvere, nè nichel, nè cobalto, nè rame.

Analisi immediata. — Una parte è solubile nell'acqua: e contiene cloruri, solfati di calcio e di sodio.

Un'altra parte è solubile nell'acido acetico diluitissimo, costituita di carbonato di calcio.

L'altra parte è insolubile, è costituita di silicati e di ossido ferrosoferrico, è parzialmente intaccata dall'acido cloridrico.

Analisi quantitativa del pulviscolo del 10 marzo 1901.

Allumina	19.770
Sesquiossido di ferro	7.030
Ossido di calcio	6.500
» di magnesio	3.134
» di potassio	2.072
» di sodio	2.608
Anidride silicica	45.400
» carbonica	3.456
» solforica	1.373
» fosforica	0.200
Acqua perduta a 100°	4.136
Sostanza organica e acqua perduta al rosso	4.052
Sostanze non pesate	0.269
	100.000

Parte solubile nell'acqua 2.373 °/₀ costituita da

Anidride solforica	1.373
Ossido di calcio	1.000

Parte solubile nell'acido acetico diluito della polvere già precedentemente lavata

Coll'acqua	7.856
Anidride carbonica	3.456
Ossido di calcio	4 400

L'acido cloridrico bollente scioglie:

della polvere	40.300 °/₀
e lascia insolubile	59.700 »

Da questi dati si deduce:

La parte solubile nell'acqua è costituita da solfato di calcio calcolato in base alla calce	2.334
Cloruri, nitrati, solfati d'ammonio e di sodio	0.039
	2.373 °/₀

Ora calcolo la calce com' è distribuita:

Calce totale	6 500	
Si diminuisce della parte solubile nell'acqua che è		1.000
e della parte sciolta dall'acido acetico che è		4.400
		5 400
da togliersi dal totale	5.400	
	1.100	

Cosicchè il pulviscolo insolubile nell'acqua e nell'acido acetico diluito, cioè sceverato da quella parte solubile nell'acqua e dal carbonato terroso, resta formato così:

Pulviscolo depurato della parte solubile nell'acqua e nell'acido acetico diluito-secco.

Allumina	19.770
Sesquiossido di ferro	7.030
Ossido di calcio	1.100
» di magnesio	3.134
» di potassio	2.072
» di sodio	2.608
Anidride silicica	45.400
» fosforica	0.200
	81.314

Riduco in proporzione centesimale [1]):

Allumina	24.317
Sesquiossido di ferro	8.646
Ossido di calcio	1.353
» di magnesio	3.854
» di potassio	2.546
» di sodio	3.207
Anidride silicica	55.842
» fosforica	0.246
	100.011

A questi numeri, che divido pel peso molecolare rispettivo, corrispondono le molecole seguenti:

$$Al^2O^3 = 24.317 : 104 = 0.233$$
$$Fe^2O^3 = 8.646 : 160 = 0.054$$
$$CaO = 1.353 : 56 = 0.024$$

[1]) Moltiplicando le suddette cifre per 1.229, o col più breve 1.23.

$MgO = 3.854 : 40 = 0.096$
$K^2O = 2.546 : 94 = 0.026$
$Na^2O = 3.207 : 62 = 0.051$
$SiO^2 = 55.842 : 60 = 0.930$
$P^2O^5 = 0.246 : 142 = 0.017$

Probabili aggruppamenti. — Tenendo conto delle proprietà chimiche e fisiche si possono calcolare i probabili aggruppamenti cui questi corpi possono dar luogo.

Gli aggruppamenti probabili sono feldispati, argille, ossido ferroso-ferrico e fosfato di ferro, delle seguenti formole:

$(R'R'')O(R^{vi})O^3(SiO^2)^4$	Feldispati
$Al^2O^3(SiO^2)^2$	Argille
Fe^3O^4	Ossido ferroso-ferrico
$Fe^3(PO^4)^2$	Vivianite [1])

Infatti

$(R'R'')O = 0.197 = (K^2Na^2)O + (CaMg)O = 10.960$
$(R^{vi})O^3 = 0.197 = Al^2O^3 = 20.480$
$4SiO^2 = 0.197 \times 4 = 0.788 = 49.280$

Feldispati 78.720

Avanzano di

$(R^{vi})O^3 = 0.290 - 0.197 = 0.093$
$SiO^2 = 0.930 - 0.788 = 0.142$

che si aggruppano come argilla, così

$SiO^2 = 0.142 \qquad = 8.530$

$R^{vi}O^3 = \frac{0.142}{2} = 0.071$ di cui $\left\langle \begin{array}{l} 0.039 . Al^2O^3 = 4.083 \\ 0.032 . Fe^2O^3 = 4.720 \end{array} \right.$

Argilla 17.333

Avanzano di

$(R^{vi})O^3$; $0.091 - 0.071 = 0.020$ che è $Fe^2O^3 = 3.200$

da questo tolgo 0.155 di Fe^2O^3 pari a 0 109 di Fe corrispondente a 0.246 di Anidride fosforica, per formare fosfato di ferro (vivianite), ed ho:

$Fe = 0109$; $P^2O^5 = 0.246$ pari a 0.328 di PO^4 ; Fosfato di ferro $= 0437$.

Il resto di sesquiossido di ferro, $3.200 - 0.155 = 3.045$ è pari a 2 945 di ossido ferroso-ferrico.

---

[1]) D'Achiardi, *Metalli e Minerali*, T. II, pag. 139 e 406.

Sicchè in riassunto:

Feldispati	78.720
Argilla	17.333
Fosfato di ferro	0.437
Ossido magnetico ferroso-ferrico	2.945
	99.435

E nel pulviscolo primitivo:

Acqua igroscopica	4.136
Acqua combinata e sostanza organica	4.052
Solfato di calcio	2.334
Cloruri, nitrati, solfati di ammoniaca e sodio	0.039
Carbonato di calcio	7.860
Feldispati	64.010
Argille ferruginose	14.408
Fosfato di ferro	0.355
Ossido ferroso-ferrico	2.395
	99.589

Riassumendo le conseguenze parziali e le evidenze dell'analisi risulta che il pulviscolo esaminato è costituito di una parte solubile nell'acqua, di altra solubile nell'acido acetico diluito, il resto, con molta probabilità, è un mescuglio di feldispati e di argille nella proporzione dell' 81.4 °/₀ con carbonato calcare, gesso, sostanza organica, acqua e frammenti di ossido ferroso-ferrico polarimagnetico.

Considerando la direzione del vento col quale esso è piovuto, e l'assenza del nichel, del cobalto, del ferro metallico, mi sento autorizzato a considerarlo un pulviscolo del deserto e ad escluderne la presenza di pulviscolo cosmico.

S. Meunier C. R., 1901, n. 14 (9 aprile) pag. 894, riferisce l'analisi sommaria fatta su questa polvere:

Argilla	5.20
Materia organica	3.17
Sabbia	59.14
Carbonato calcico	23.91
Argilla (per diff.)	8.58

Non ha potuto vedere se l'ossido ferroso-ferrico è magnetico, li vede taluni rotondeggianti e dice che fanno pensare ai globuli di Tissandier, senza decidersi.

Dichiara la polvere affricana, secondo Tarry [1]).

[1]) M. Tarry, *Compt. Rend.*, T. LXX, pag. 1043 e 1369.

Questa polvere è consimile a quella che esaminai nel 1879, e che pubblicai solo analizzata qualitativamente [1]: ora pubblico le quantitative.

Pulviscolo del 25 febbraio 1879 seccato a 110°.

	L. Palmieri	Guiscardi	Scacchi
Silice	88.56	39.56	41.43
Ossido ferrico	9.39	7.08	9.19
» d'alluminio	12.12	9.24	10.38
» calcico	12.96	12.44	14.10
» magnesico	0.69	1.13	0.92
» potassico	»	»	1.58
» sodico	»	»	1.66
Anidride carbonica	6.86	8.14	8.45
Sostanza organica con sostanza azotata	»	4.40	4.76
Acqua dei silicati e corpi volatili al rosso	»	»	5.14
Corpi non pesati	»	»	1.39
			100.00

Del medesimo pulviscolo il Prof. G. Roster di Firenze, raccolse all' Isola d' Elba un campione e lo esaminò pubblicandone i risultati nel 1885 [2].

Quest'analisi riportata nell'articolo del P. Denza [3], è la seguente:

Pulviscolo del 25 febbraio 1879 raccolto all' Isola dell' Elba.

Acqua igroscopica	3.1820
Materia organica	8.6671
Acido carbonico	5.1847
Ossido di calcio	8.5391
» di magnesio	1.2349
» d'alluminio e ferro	11.7044
Ferro metallico e ossido di ferro magnetico	0.7231
Silice	59.1288
Altri elementi e perdite	1.6559
	100.0000

[1] Il signor A. von Lasaulx (Aus der Sitzungsberichten der Niederrh. Gesellschaft für Natur. und Heilkunde zu Bonn. Vom 2 Mai, Jun., Jul. 1881) riportandosi alla mia analisi, mi fa dire che ho trovato le sferette di Tissandier: io invece ho detto precisamente il contrario. Valga questo a rimettere le idee al loro posto, e correggere l'errore di traduzione.

[2] Vedi giornale l'*Orosi*, anno VIII, pag. 3, marzo 1885.

[3] Bollet. mensuale di Meteorologia di Moncalieri, ser. II, vol. VI, n. 3, pag. 47.

I risultati quantitativi da me ottenuti sopra i campioni fornitimi dai chiarissimi accademici L. Palmieri e Guiscardi differivano tra loro e ne interruppi la continuazione: presi a rifare le quantitative con un campione, datami dal Prof. Scacchi, ed ottenni su due grammi, risultati, sebben di poco, differenti. Insomma, ogni campione della stessa polvere ha composizione diversa.

La stessa polvere, esaminata dal Prof. G. Roster, raccolta all'Isola dell' Elba, presenta altre differenze: vi si accenna il ferro metallico sebbene unito all'ossido ferroso-ferrico e non son determinate la potassa e la soda, che saranno racchiuse nel titolo « altri elementi ».

Ai miei occhi, il pulviscolo locale della ferrea e silicea Isola dell' Elba, ha modificata di molto la composizione del pulviscolo esaminato, come i pulviscoli locali hanno modificato tutti i campioni.

Acquisti e perdite che subiscono i pulviscoli [1]).

Queste differenze son dovute a tre diverse cause.

La prima è il modo di raccolta.

Taluni campioni son raccolti sulle terrazze: tali altri, sui vetri dai quali la polvere ha aderito: ben pochi sono stati raccolti in recipienti di vetro e di porcellana: taluni son raccolti in fondo ai recipienti dopo di essere stato in contatto coll'acqua.

Se si tien conto di queste condizioni la polvere ha perduto ed ha acquistato elementi. E così si spiega la presenza di tanti elementi citati dagli autori.

La causa seconda è la inevitabile mescolanza col pulviscolo locale proveniente dai terreni, e dalle costruzioni murarie, che il vento, sempre forte, ha mescolato alla polvere originaria.

La terza causa è la separazione e il setacciamento che dir si voglia, che avviene durante il viaggio e col cambiamento di velocità del vento. Le parti che non possono esser sostenute restano indietro e precipitano, cambiando la natura e le proporzioni dei costituenti.

Data ed ammessa questa mescolanza coi pulviscoli locali, può darsi che un analista s' imbatte in un corpo accidentale o prodotto dalle industrie o dalla roccia locale.

Dopo queste riflessioni non faranno meraviglia le differenze di analisi, la presenza di cellule, di diatomee, di fibre, di detriti organizzati che si scorgono al microscopio, o che si ritrovano nell'analisi chimica.

Quindi i pulviscoli portati dai venti sono mutabili a seconda della di-

[1]) Vedi P. Palmeri, *Anal. d'un pulv. piov. il 19 aprile 1891.* Boll. Met. mens. 1891, n. 7.

Silvestri, *Piogge rosse.* Boll. Met., 1881, e Ann. Scient., 1898.

stanza dal luogo di origine, a seconda dei pulviscoli locali e a seconda del modo di raccolta. Ma c' è ben altro.

Nei pulviscoli talvolta sono stati ritrovati il ferro metallico, l'ossido ferroso-ferrico conformato in sferette, che Tissandier dichiara nichelifero; il cobalto, il cromo, il manganese, lo zolfo, il fosforo e il carbonio.

Natura dei pulviscoli.

Senza discutere le opinioni di Arago, di Ehremberg, di Hellmann, di Tarry, i pulviscoli si suddividono: 1° in pulviscoli terrestri, 2° in pulviscoli cosmici, e 3° in pulviscoli misti.

I primi possono contenere silicati, carbonati, sali diversi solubili, calce, magnesia, allumina, potassa, soda e ferro ossidato, e, per questo, sono giallastre o rossastre, e sono i tellurici affricani.

I secondi, contengono ferro metallico, nichel, cobalto, cromo, rame, manganese, liberi e zolfo come solfuri. Talvolta hanno questi medesimi metalli combinati, e sono i pulviscoli cosmici.

I terzi, possono contenere gli elementi dei primi e dei secondi, e sono i pulviscoli misti.

(Non parlo dei pulviscoli vulcanici, nè dei locali, nè di quelli vegetali, che sono facilmente riconoscibili).

Nozioni sulla natura geologica del Deserto di Sahara.

Per comprendere il valore e il significato delle analisi è necessario ricordare la natura del deserto di Sahara, la natura delle meteoriti e la origine delle sferette di ossido ferroso-ferrico di Tissandier.

Il deserto di Sahara, di una estensione di 2 milioni di chilometri quadrati [1]), è costituito di terre secche, ardenti d' estate, fredde d' inverno Il livello è spesso più basso di quello del mare mediterraneo. Al settentrione, nei laghi salati, si producono incrostazioni saline, che, come il rimanente, si dissecca e si polverizza ed il vento, insieme colla polvere solleva e trasporta [2]).

Una parte della terra nell' Affrica settentrionale è un' argilla: nella Nubia inferiore prevale il granito bianco e il rosso: e quindi l' arenaria argillosa: l' Egitto mediano è calcare [3]).

Nelle parti sabbiose si trova il sale [4]): donde il concetto di fondo di mare.

---

[1]) Reclus, *Geog. Affrica*, pag. 884.

[2]) Reclus, *ibid.*

[3]) Somerville, *Geog. Fis.*, II, p. 121.

[4]) Somerville, *Op cit.*, II, pag. 113.

M. Pomel, che ha studiato il Sahara e che ha trovato uno strato di travertino di qualche centimetro a qualche metro di grossezza, non accetta questo concetto e ritiene formazioni d'acque dolci e salmastre, mancando, secondo dice egli, i fossili di fauna schiettamente marini [1]).

Il granito è la base dell'Affrica meridionale [2]). La struttura geologica dell' Etiopia è alquanto simile a quella del capo di Buona Speranza, essendo di granito, e gli strati soprastanti di arenaria, e qua e là calcare, schisto e breccia.

Alcune montagne vi sono sparse in catene o in isole, di grès, e di basalto [3]).

Ciò che colpisce tutti i viaggiatori che ci descrivono quelle regioni, è il mare di sabbia mobile come l'onda, che coi venti si sollevano e che spesso seppelliscono le carovane che ne sono sorprese. Raoul Pictet, nel deserto, vicino al Cairo, descrive le trombe di sabbie: come nascono, come crescono, come si moltiplicano, elevando sino a 4000 metri, la sabbia, formando colonne di 400 mm. di diametro con una temperatura di 43° a 50°.

Da questi pochissimi e incompleti cenni risulta chiaro che l'immenso deserto di Sahara, è costituito di sabbie asciutte, polverose, mobili, naturalmente formate dallo sfacelo delle rocce granitiche, basaltiche, calcari e argillose.

Basalti di vario colore, graniti rossi e chiari, e schisti variopinti, evidentemente hanno dato detriti di colore vario, e il ferro, la materia colorante dell'universo, ha dato materiali giallastri, rossastri e grigi.

Come mai può accettarsi, col solo aiuto della logica, l'asserzione, che ha avuto tanta diffusione, che le sabbie del deserto sono bianche o grige?

Aggiungo un'osservazione. Da tempo immemorabile, il deserto è agitato da venti: è stato osservato che pulviscoli diversi sono stati trasportati a distanze notevolissime che hanno perciò confuso i materiali di una regione con quelli di un'altra, trascinando materiali di rocce lontanissime, da regioni dove anche la vita vegetale e animale, lasciava le sue tracce. E siccome grande calore e secchezza impediscono le alterazioni delle sostanze organiche, non deve essere raro il trovare in esse le sostanze organiche, anche se si osserva il pulviscolo trascinato dalla tempesta in lontane regioni.

Klossowsky [4]) nel suo studio sulle tempeste di polvere nel sud della Russia, che sogliono originarsi sul mare d'Azoff accompagnate da vento violentissimo, studiò i materiali trascinati e vi ritrovò tutti gli elementi tolti al terreno, ai vegetali e alla nuda roccia.

---

[1]) Pomel, in *Ann. Scient.*, pag. 141, 1894.

[2]) Somerville, *Op cit.*, pag. 117.

[3]) Reclus, *Op. cit.*, pag. 887.

[4]) Cosmos, in *Ann. Scient.*, 32° anno, 1895, pag. 415.

Sostanze organiche azotate del Deserto.— La sostanza organica azotata, che io ho trovato in una polvere di tempesta sciroccale, può riferirsi a quella che si deve trovare mista alla sabbia del deserto.

Un fatto, narratomi da un ufficiale superiore italiano, che si trovò nei primi tempi a Massaua, mette una nota luminosa in questa quistione della sostanza organica azotata.

Per migliorare l'acqua potabile fu ordinato di stabilire la filtrazione, giovandosi delle sabbia della spiaggia: fu messo su il sistema di filtri dopo aver lavata la sabbia, il carbone etc. ma con meraviglia di tutti, l'acqua filtrata, dopo poche ore puzzava ed era peggiore dell' acqua non filtrata. Senza dire delle interpretazioni disciplinari senza base, finalmente si scopre la causa. La sabbia, di aspetto siliceo a frammenti semitrasparenti più o meno colorati, conteneva dei *frammenti* di *molluschi disseccati*, e di altri animali minuti cornei, similissimi ai frammenti silicei, che lo stato di massima secchezza, rendeva inalterati, e che l'acqua e il calore facevano subito putrefare.

Nelle sabbie secche dunque, la materia organica e azotata si mantiene e si può ritrovare anche nei pulviscoli trascinati dal vento.

Ma non contento di queste nozioni, nel 1879, quando mi fu detto che le sabbie del deserto erano o grige o bianche, mi procurai per mezzo di amici che abitavano in Egitto alcuni campioni di sabbie.

Le ho esaminate sommariamente e qui riassumo i risultati.

Note sui campioni di sabbie affricane.

I miei amici avvocato Gius. Verità e il comm. Tito Figari a mia richiesta mi inviarono vari campioni di sabbie: delle sabbie 15 a 19 giuntemi in quel tempo, non ho notizia precisa: ho solo il nome della località che riporto.

Ne ricavai, setacciandole, vari pulviscoli, taluni simili ai pulviscoli piovuti per colore e per reazioni generali. Sulle sabbie poi ho voluto accertare la presenza dei carbonati, dei silicati e dell' ossido ferroso-ferrico.

Sabbia N. 1. Giallo ranciata: ha pochi carbonati: lascia residuo di silicati: contiene l'ossido ferroso-ferrico.

» » 2. Giallo chiara: non contiene carbonati, tutti silicati: è dubbio l'ossido ferroso-ferrico.

» » 3. Bianca: non contiene carbonati, tutti silicati: pochi framm. di ossido.

» » 4. Rosea: non contiene carbonati, tutti silicati: poco ossido ferroso-ferrico.

» » 5. Bianca: contiene carbonati pochissimi, molti silicati: contiene ossido ferroso-ferrico.

» » 6. Gialliccia: contiene carbonati pochissimi, molti silicati: contiene ossido ferroso-ferrico.

Sabbia N. 7. Gialliccia: contiene carbonati pochissimi, molti silicati: contiene ossido ferroso-ferrico.

» » 8. Rosso sangue: non contiene carbonati, tutti silicati: non contiene l'ossido ferroso-ferrico.

» » 9. Passuntin: ciottoletti di varia grandezza e colore. ha carbonati e silicati: contiene l'ossido ferroso-ferrico.

» » 10. Mahalla el Kibiri, in tutto simile alla precedente.

» » 11. Turah » »

» » 12. Massura » »

» » 13. Helouun » »

» » 14. El Ouadi (alto Egitto) » »

» » 15. Kordofan: sabbia rossa: ha carbonati, silicati ed ossido ferroso-ferrico.

» » 16.. Megenes: sabbia rossa: non ha carbonati, tutta silicati: poco ossido.

» » 17. Safil: grigia: con carbonati e ossido ferroso-ferrico.

» » 18. Bakalaï: con carbonati: odore bituminoso e ossido ferroso-ferrico.

» » 19. Rahat: argilla grigia plastica: non contiene carbonati nè ossido.

L'ossido ferroso-ferrico è polarimagnetico.

Il n. 6 contiene			Il n. 7 contiene	
Silice	82.10		Silice	83.00
$Al^2O^3 . Fe^2O^3$	5.76		$Al^2O^3 . Fe^2O^3$	4.56
Calce	5.24		Calce	4.00
Magnesia	1.27		Magnesia	0.21
	94.37			91.77
Densità 2.61			Densità 2.76	

Alcune son giallicce-rossastre, altre gialle-bruno, altre grigio-chiare, altre grigio-brune, una è rosea, una è rosso-sangue.

Alcune son silicee interamente e non fanno effervescenza cogli acidi: altre contengono carbonati in piccole dose, altre in maggiore quantità: ce n'è una che è argilla plastica, schietta a pulviscolo finissimo, grigio-scuro.

In queste, 3 manifestano incerte le parti attirabili dalla calamita.

Altre 16 lo manifestano sempre a frammenti, uniti talvolta a roccia quarzosa, polarimagnetica, perchè aderiscano tra loro capo a capo, non mai ho visto le sferette o palline e granate di Tissandier.

Dall'esame delle Sabbie del Sahara, sono indotto a dichiarare che i pulviscoli sciroccali possono esser variabili per la natura dei costituenti, che contengono spesso l'ossido ferroso-ferrico magnetico e che non presentano (almeno questi miei campioni) le sferette di Tissandier.

Sulle meteoriti.

Le meteoriti o sideriti alle quali si riferiscono le sabbie cosmiche, son caratterizzate da vari elementi metallici.

Polisideriti, tutte di ferro metallico; Oligosideriti, con alquanto ferro e Criptosideriti o Asideriti, senza ferro o con pochissimo [1]).

Ecco un esempio di ciascuna di queste:

Olosiderite o Polisiderite ferrea		
Ferro metallico	Fe	90.15
Nichelio	Ni	6.55
Cobalto	Co	0.50
Rame	Cu	0.14
Stagno	Sn	0.08
Solfo	S	0.48
Alia		1.23
		99.21

Oligosiderite pietrosa	
Ferro nichelifero	26.16
Solfuro di ferro	4.79
Cromite $FeCr^2O^4$	0.85
Olivina	34.02
Enstatite	34.03
	99.85

Criptosiderite o asiderite		
Ferro		2.50
Nichelio		1.30
Rame		0.03
Carbonio		1.67
Solfo		3.38
Silice		30.80
Ossido ferroso		29.94
»	manganoso	0.97
»	magnesico	22.20
»	calcico	1.70
»	alluminico	2.05
»	cromico	0.76
Oss. di potas. e sod.		1.23
Cobalto e fosforo		tracce
Materie bituminose		0.25
		98.78

Le meteoriti dunque dall'essere tutte costituite di metalli liberi, con traccia di solfuri, si presentano altra volta con proporzione varia di ferro nichelifero, con solfuro di ferro, con cromite e con silicati; e giungono, in altri campioni a non presentare, se non combinati, i metalli sopraindicati, o a presentarne, secondo autori, delle piccole quantità e difficili a scoprirsi.

Così è della Criptosiderite riferita che è quella di Cold-Bokkeveld (Affrica meridionale) che da Faraday fu determinata senza ferro metallico, e da Harris fu trovata contenere ferro metallico, come è indicata nell'analisi su riportata.

Questa discrepanza dipende o da difficoltà di determinazione, o da differenza di costituzione dei pezzi analizzati. Infatti Goiran, Zannetti, Bertolio, Macagno e Musso dimostrarono che due frammenti della

[1]) D'Achiardi, *Metalli*, T. II, p. 81.

stessa meteorite caduta a Motta dei Conti (Casale) erano costituiti diversamente [1]).

Il ferro meteorico contiene sempre da 4 a 16 %, di nichelio, con tracce di cobalto di rame, cromo, manganese e zolfo [2]).

Un silicato, quello di magnesio e ferro, la bronzite, secondo Rammehsberg caratterizza le meteoriti pietrose: per cui se il mineralogista al microscopio giungesse a scoprirla, insieme al ferro metallico nichelifero con cromo, rame, in una polvere, potrebbe dichiarare la natura cosmica di una parte di essa.

D'Achiardi dice: « Considerando ora complessivamente e ferri e pietre meteoriche mi piace ripetere con Daubré, nessun elemento delle meteoriti essere estraneo al nostro globo e ferro e silicio, si predominanti nelle rocce terrestri, trovarsi sia liberi sia combinati in tutte le meteoriti. Dal confronto per altro con le rocce terrestri emerge chiaramente che non tutte sono paragonabili con le meteoriti e che molte sostanze in quelle frequenti, non furono finora mai trovate in queste.

« Così non si trovarono mai (nelle meteoriti) quarzo, mica, ortose, tormalina, proprie delle trachiti, graniti, e altre rocce acide..... non mai vi si trovarono i materiali delle rocce terrestri stratificati, non mai tracce di organismi..... Con le rocce basiche (meno ossigenate) coi basalti, colle lehrzoliti e serpentine, le meteoriti (pietrose) debbono paragonarsi..... le rocce telluriche son più ossidate (delle rocce delle meteoriti)..... forse a maggiore profondità si troveranno rocce più preservate e meno ossidate .... di che son chiaro indizio le masse di ferro nichelifero trovato nei basalti o doleriti d'Ovifak (Groenlandia) » (D'Achiardi, *Metalli*. T. II, p. 81).

Brevi parole sulle sferette di ossido ferroso-ferrico magnetico di Tissandier.

Nei Compt. Rend., Tom. 81, p. 576, G. Tissandier. Descrive e disegna le palline e le granate dei pulviscoli atmosferici, raccolti in aperta campagna, in tempi calmi, sul monte Bianco a 2710 m. sulle nevi.

Sui minerali di ferro, sui ferri usati nella vita non ha trovato la forma, che è dell'ossido magnetico. Le riferisce alle meteoriti e specialmente alla striscia luminosa che entrate nella nostra atmosfera queste lasciano dietro di se.

Ha bruciato il ferro nell'ossigeno: ha raccolto il pulviscolo che si forma colla pietra focaia e l'acciarino e ha ottenuto le palline a granata.

Compt. Rend., Tom. 83, pag. 76, G. Tissandier. Ha potuto distaccare dalle meteoriti dei frammenti rotondi, a pallina.

---

[1]) D'Achiardi, *Sopra gli Aeroliti caduti il 29 febbraio 1868 a Motta dei Conti Casale*, estratto dal Bollet. Meteor. del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri.

[2]) F. Pisani, *Mineralogia*, pag. 356, Paris.

Ma simili anzi eguali a queste si trovano sollevate dai venti, e tutte alle rocce, o *elevate* o *sfuggite dai camini delle nostre officine.* Ma queste son senza *nichelio.*

Questa origine terrestre non spiega la grande abbondanza di questi pulviscoli così conformati nelle nevi della regione polare delle alpi, nelle acque meteoriche e cadenti in mezzo alla campagna solitaria: l' autore questi dichiara *nicheliferi*, e li riferisce alle meteoriti come sopra.

Compt. Rend., T. 86, pag. 450, 1878, Stan. Meunier e G. Tissandier. Hanno ritrovate le stesse forme a palline e a granate nei terreni più antichi e nelle argille dei pozzi artesiani. L'ossido delle battiture, contiene sferette come quelle dell'acciarino.

Ed in nota: Nei fanghi presi a 14 metri di profondità e 700 m. al largo di Beni-Saf costa di Tunisi e Algeria, a Philippeville, a Cartagine etc. sono state trovate le sferette e le granate di ossido ferroso-ferrico, naturale.

(A Biskra si trova la polvere che analizza Macagno e trova questa meteoritica).

Tissandier e Meunier continuano dicendo che del pozzo di Grenelle, e di Passy, a 569 m. di profondità, nel fango tratto si son trovate le sferette.

Nei Grès infraliassici, nei micascisti, nei sedimenti carboniferi, sono state rinvenute completamente identiche a quelle cosmiche atmosferiche, che in una epoca lontana abbondantemente debbono essere cadute sulla terrà.

Dunque tanto i terreni antichi, quanto tutte le regioni del mondo, compreso il largo continente affricano, possono contenere questa forma di ossido magnetico di ferro.

Le tre memorie di Tissandier, dimostrano l' evoluzione dell' idea delle palline di ferro ossidulato, cioè di ossido ferroso ferrico magnetico. Dapprima, esse sono di origine cosmica assolutamente ed esclusivamente: poi si fanno artificialmente nella scintilla dell' acciarino e della combustione del ferro nell'ossigeno: poi viene subito l' idea che dai forni e dai nostri camini, vengano fuori le palline, e Tissandier le verifica: poi si trovano nei terreni antichi, profondi, quando i metalli avevano grande calore e poco ossigeno, poi si trovano i pulviscoli cosmici, con ferro e nichelio, proprio come le meteoriti, sino a 469 metri di profondità e nel fondo del mare, dovunque.

Pulviscoli misti.

Macagno esaminò 50 polveri cadute in Sicilia, in cui l' autore verificò differenze sensibilissime e che riferisce al tragitto e al peso specifico.

Riporto quest'analisi che trovo nell'articolo del P. Denza, sulle piogge di sabbia.

Analisi d'un pulviscolo caduto in Sicilia il 18 marzo 1879
(Macagno) [1].

Peso specifico 2.344	
Acqua igroscopica	2.221
Materia organica	19.761
Acido carbonico	10.672
» solforico	3.670
» fosforico	0.903
Ossido di potassio	1.481
» di sodio	0.915
» di calcio	5.542
» di magnesio	2.018
» d'alluminio	0.197
Ferro metallico	0.296
Sesquiossido di ferro e ferro metallico	1.215
Ossido di nichel	0.048
» di cobalto	0.005
Silice	49.982
Perdita	1.074
	100.000

Riserbo il mio giudizio sulla parte quantitativa dell'analisi, che non corrisponde agli equilibri molecolari tra gli acidi carbonico, solforico e fosforico colle basi che sono insufficienti a saturarli. Per cui son tratto a supporre che i composti esistenti in questo pulviscolo siano diversi dalle forme di combinazione riportate nell'analisi.

Comunque sia, la parte notevole è la presenza del ferro metallico, espresso in due modi, l'ossido di nichel e l'ossido di cobalto.

Questa polvere evidentemente contiene elementi delle meteoriti, dei pulviscoli cosmici.

Quest'analisi è susseguita da quella della sabbia del Deserto, dello stesso Macagno.

[1]) P. Denza, *Bollet. Met.*, Vol. VI, pag. 47.

Sabbia raccolta dal Prof. Angot di Parigi nel Sahara, al Sud di Biskra
(Analisi di Macagno) [1]).

Materie organiche	7.220
CO^2	12.310
SO^3	2.810
K^2O	1.215
Na^2O	0.728
CaO	6.840
MgO	1.938
Al^2O^3	0.080
Ferro metallico	0.201
Fe^2O^3 e ferro metallico	1.412
NiO	0.072
CoO	0.012
SiO^2	63.957
Perdita	1.213

Ripeto per la quantitativa lo stesso riserbo che ho espresso per la precedente analisi: gli acidi non corrispondendo alle basi.

Questa sabbia contiene ferro metallico, nichel e cobalto.

Su questa sabbia ecco che cosa si legge:

Sulle polveri meteoriche e sulle analisi della sabbia del Sahara [2]).

« Per la parte chimica ebbi a compagno il Prof. Macagno:

« Restava a confrontare le polveri meteoriche colla polvere raccolta nel « deserto stesso. Mercè la gentilezza del Prof. Angot di Parigi ebbi una « vera dose di detta polvere raccolta da lui stesso nel Sahara al Sud-Est « di Biskra, e su una distanza da Biskra di 10 chilometri, raccolta nel « 1881 Maggio.

« . . . Trascrivo integralmente la piccola nota che il compianto Ma- « cagno lasciò.

« Macagno dice:

La sabbia è gialla rossiccia simile alle sciroccali; una parte è costituita di elementi grossolani siliceo-calcari e di una finissima parte che si sospende facilmente nell' acqua, sicchè può esser facilmente separato per decantazione. Questa parte può essere sollevata dal vento e presenta una rassomiglianza colle polveri cadute.

---

[1]) Tacchini, *Transunti*, Lincei 1882, pag. 134.

[2]) Id. id., *Atti dell'Acc. dei Lincei*, 1882-1883, Ser. III. *Transunti*, Tom. VII, pag. 134.

Al microscopio si osservano cristalli rombici di carbonato calcare: cristalli di feldispato. Forme minerali non definiti: scarseggiano le sostanze organiche.

Facilmente si presentano i granuli di ferro meteorico e i frammenti di ferro magnetico che abbiano visto essere caratteristici delle polveri sciroccali perfettamente comparabili con quelli che il Tissandier trovò in certi antichi pulviscoli dell'aria.

Macagno termina dicendo: « Resta dunque confermata la provenienza dall'Affrica delle polveri meteoriche raccolte in Italia e specialmente in Sicilia ».

Invece, confortato da tutto quanto precede, io opino che queste due analisi dimostrano che tanto il pulviscolo di Sicilia, quanto la sabbia del deserto raccolta da Angot, contengono pulviscoli cosmici e ciò sin tanto che nelle sabbie affricane e nelle rocce che le hanno formate, non si determini la presenza del nichel, del cobalto, ed eventualmente degli altri metalli proprii delle meteoriti.

Del resto tutto dimostra che questa caduta di meteoriti, piccole o grandi, sono state frequentissime.

CONCLUSIONI

Senza avere menomamente la pretesa di avere studiato tutto quanto è stato scritto sulle polveri meteoriche, telluriche e cosmiche, ciò che ho riunito e riportato mi è sufficiente per giungere a questo.

Dalle numerose analisi di pulviscoli sciroccali, dalle mie analisi di pulviscoli e di sabbie del deserto, risulta che questi son costituiti da variatissime sostanze, all'infuori del nichel, del cobalto, del rame, del cromo e dello zolfo.

Circa poi l'ossido ferroso-ferrico polarimagnetico, ho visto che è frequentissimo nei pulviscoli e nelle sabbie del deserto, ma sempre sotto forma di magnetite cristallizzata e non in forma di sferette.

Le polveri sciroccali sono un miscuglio di molte sostanze; le principali sono:

1.° Le sostanze minerali dello sfacelo delle rocce che costituiscono le molteplici sabbie del deserto; silicati, carbonati, argille, ecc.

2.° Le sostanze organiche, spesso azotate, in esse contenute.

3.° Frequentissimo è l' ossido ferroso-ferrico magnetico e polarimagnetico.

4.° Le sostanze saline provenienti dal mare e dall'atmosfera.

5.° I materiali delle rocce e dei terreni locali sollevati dal vento, o raccolti insieme alla polvere cadente.

6.° Possono trovarsi le palline e le granate di ossido ferroso-ferrico di Tissandier: ma la loro origine resta incerta, potendo esse essere

di origine cosmica e cadenti insieme al pulviscolo, in virtù dell'enorme turbamento dell'atmosfera che richiama e trascina il pulviscolo cosmico sospeso nell'aria: possono essere di origine cosmica, ma caduta sulla terra da tempo indeterminabile: possono essere di rocce antiche: possono essere prodotte dall'industria moderna, come ha dimostrato G. Tissandier e S. Meunier.

7.° Possono contenere ferro metallico, nichel, cobalto, cromo, manganese, materiali che sono caratteristici delle polveri cosmiche, almeno sin a tanto che non sarà dimostrato che il ferro nichelifero della Groenlandia, si trova anche nelle rocce originarie delle sabbie del Deserto.

Considerando la natura delle meteoriti, l'attenzione dei naturalisti e dei chimici deve rivolgersi alla determinazione dei metalli liberi, ferro, nichel, cobalto, cromo e rame; dello stato di combinazione di questi corpi: vedere lo zolfo in quale combinazione si trova, nelle meteoriti essendo come solfuro.

Quindi all'analisi ordinaria deve aggiungersi l'analisi immediata, per coadiuvare il mineralogista che col microscopio scopra, se può, i minerali ben determinati.

Ed infine l'analisi intera dev'essere discussa dall'autore stesso, sotto il punto di vista delle correlazioni molecolari e della composizione immediata per poter dimostrare che nulla manca agli equilibri dei costituenti.

Metto a disposizione dei signori Accademici, che volessero far ricerche mineralogiche, i campioni di pulviscoli e di sabbie affricane che posseggo.

Sopra i derivati di amminofenoli con anidridi ed acidi bibasici; *Nota del socio corrispondente* **A. Piutti.**

(Adunanza del dì 4 Maggio 1901)

In questi ultimi anni da alcuni miei allievi e da me si son pubblicati parecchi lavori sull'azione di acidi bibasici organici (anche sotto forma di eteri ed anidridi) sopra ammoniaca, ammine ed amminofenoli [1]).

[1]) A. Piutti, *Azione di anidridi ed acidi bibasici sopra p-amidofenolo ed eteri corrispondenti.* Rend. Acc. Reale di Napoli. Marzo 1893.

» *Azione dell'acido succinico sopra il p-amidofenolo ed eteri corrispondenti* Gazz. Chim. Ital. XXV, 509; XXIX, 84.

» *Azione dell'ammoniaca sopra l'anidride maleica* (Sint. asparagine) Gazz. Chim. XXVII, 443.

A. Piutti ed E. Giustiniani, *Sopra i derivati maleinici di alcune ammine aromatiche.* Gazz. Chim. XXVI, 433; Ber. R. 658.

*

Un fatto di tautomeria (caratterizzata dal colore bianco e giallo dei composti) che venne osservato nei derivati ftalici dell'anisidina e della fenetidina, mi indusse ad estendere quelle ricerche facendo studiare alcuni casi speciali dai laureandi dello scorso anno (v. Rend. Acc. Scienze fis. e mat. XXXVIII, 33) e riprendere in questo l'argomento con maggiore ampiezza allo scopo di mettere in correlazione le osservazioni e dedurne possibilmente qualche conclusione per la conoscenza della tautomeria, così intimamente legata alla costituzione dei composti del carbonio.

Si sono perciò studiati e si stanno attualmente ancora studiando da me e da altri miei allievi le reazioni degli amminofenoli (*p-amminofenolo, anisidina e fenetidina*) cogli acidi *fumarico, mesaconico cincomeronico, ftalonico, piruvico, succinilsuccinico* (sotto forma di etere) e colle anidridi *maleica, citraconica, itaconica, pirocinconica, canforica*; nonchè nuovamente dell' *anidride ftalica* e delle diverse *anidridi idroftaliche*. Anche i derivati degli acidi *aconitico, pirotartrico* e *crotonico* sono stati presi in esame a chiarimento di reazioni.

Scopo della presente notizia è di prender data e riservarmi per qualche tempo il campo di queste ricerche che ho intenzione di estendere anche ad altri acidi ed amminofenoli (*o-* e *p-amminofenoli*, *amminonaftoli*, ecc.) e che avrò l'onore di comunicare in seguito all'Accademia.

R. Università di Napoli, Istituto di Chimica farmaceutica.

A. Piutti, e R. Piccoli, *Intorno all'azione dell'etere ossalico sui p amidofenoli.* Rend. Acc. R. di Napoli, Genn. 1898; Gazz. Chim. XXVIII, I, 284; Ber. XXXI, 330.

» » *Azione dell'anidride ftalica sulla p- e m-ossidifenilamina.* Rend. Acc. R. di Napoli, Marzo-Aprile 1898; Gazz. Chim. XXVIII, 370; Ber. XXXI, 1327.

E. Giustiniani, *Composti degli acidi malico e fumarico colle ammine aromatiche.* Gazz. Chim. XXIII, I, 168.

» *Sui derivati maleinici di alcune ammine aromatiche.* Gazz. Chim. XXVIII, II. 189.

Castellaneta Ernesto, *Azione dell'anidride ftalica sopra p-amidofenolo ed eteri corrispondenti* (Tesi di laurea). Orosi 1893 p. 289.

» *Azione dell'acido ossalico e malonico sopra il p-amidofenolo ed i suoi eteri.* Gazz. Chim. XXV, II, 527.

Campanaro G. *Azione dell'acido malico sul p-amidofenolo.* Gazz. Chim. XXVIII, II, 192.

Bolezzi G. *Sopra la Salicil-p-fenetidina ed alcuni suoi derivati.* Gazz. Chim. II, 197.

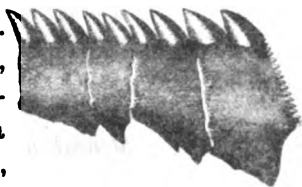
IL *NOTIDANUS GRISEUS* Cuvier NEL PLIOCENE DELLA BASILICATA E DI ALTRE REGIONI ITALIANE E STRANIERE; *Nota del socio ordinario* F. Bassani.

(Adunanza del dì 11 Maggio 1901)

I terreni geologici della Basilicata fornirono avanzi di pesci scarsissimi. Due denti di *Lepidotus* nel calcare giurassico del Lagonegrese [1]): uno di *Carcharodon Rondeleti* nelle sabbie astiane di Ruvo del Monte [2]), e uno di *Notidanus*.

Quest'ultimo, figurato qui a fianco, fu raccolto dal prof. E. Fittipaldi (che me l'ha gentilmente comunicato ad oggetto di studio) nelle argille plioceniche che formano il colle sul quale è costruita la città di Potenza [3]).

È un dente laterale della mandibola destra, lungo trentasei millimetri e provveduto di nove conetti. Siccome la parte terminale dell'esemplare non è conservata, si può calcolare ch'esso raggiungeva la lunghezza di quattro centimetri ed era costituito da dieci o undici coni.

L'anteriore, che è il più lungo e il più grosso, ha sul margine esterno circa venti seghettature, che arrivano fino ai due terzi della sua altezza. Di queste, le tre inferiori sono piccole, le due successive raggiungono il maggiore sviluppo, le altre fino alla sedicesima si mostrano più grandi delle tre prime, e le ultime, minute, si vedono soltanto con l'aiuto della lente. Dalla quarta alla settima inclusive, la piega che divide due seghettature contigue si spinge, sulla superficie esterna della corona, fino alla base dello smalto.

Gli altri otto coni, rivolti verso l'indietro, diminuiscono a mano a mano di altezza, ma assai lentamente: infatti, il primo è di cinque millimetri e l'ultimo di quattro.

---

[1]) G. De Lorenzo, *Le montagne mesozoiche di Lagonegro*, Napoli 1894, pagine 59 e 60.

[2]) Determinato dalla mia allieva, dottoressa Maria Pasquale, che attende alla revisione completa degli elasmobranchi fossili dell'Italia meridionale continentale.

[3]) Per queste argille, « che si stendono da Trebisacce a Potenza e nelle quali si riscontrano frequentemente echinidi spatangoidi, fra cui *Schizaster ramosus* Desor », vedi E. Cortese, *Ricognizione geologica da Buffaloria a Potenza di Basilicata*, in Boll. Com. geol. d'Italia, vol. XVI, 1885, pp. 211-212, ed E. Fittipaldi, *La vallata del Basento*, p. 8, Potenza 1893.

La radice, ampia, ha la faccia esterna piana ed offre all' interna una certa convessità, che si attenua posteriormente, a cominciare dal quarto conetto, e nel tratto inferiore. La sua altezza, in corrispondenza del denticello principale, è di sedici millimetri; a livello dell'ultimo, è di nove. Lo spessore massimo ne misura quattro.

Quantunque si tratti di un unico dente, ritengo per fermo che appartenga a *Notidanus griseus* Cuvier, al quale corrisponde in ogni particolarità. Per convincersene, basta farne il confronto con gli esemplari attuali.

Fino ad ora questa specie, vivente nel Mediterraneo, è stata citata allo stato fossile soltanto da Luigi Seguenza, che ha saputo riconoscerla, parecchi mesi addietro, nel calcare pliocenico dei dintorni di Messina (Scoppo e S. Filippo inferiore). Ma, a mio credere, essa è rappresentata da avanzi copiosi, già rinvenuti in altri depositi italiani e stranieri, e precisamente nelle argille delle colline piemontesi (Mondovì) e toscane (Orciano, Volterra, Chianni e Siena) e nel *Crag rosso* dell' Inghilterra [4]).

Nel pliocene della Toscana Roberto Lawley citò dodici specie di *Notidanus*, delle quali otto nuove:

N. anomalus	*N. problematicus*
— *D'Anconae*	— *Stoppanii*
— *Delfortriei*	— *Targionii*
— *Meneghinii*	— *urcianensis*

e quattro note:

N. gigas E. Sism.	*N. primigenius* Ag.
— *microdon* Ag.	— *recurvus* Ag.

Ora, io sono di opinione che tutti i denti pubblicati da Lawley — meno uno, dubbioso — spettino al vivente *Notidanus griseus*. E credo così in seguito all'esame della dentatura di questa specie, che ho fatto accuratamente su numerosi esemplari e che mi ha fornito i seguenti risultati sommarii:

Mascella inferiore. I. Il dente impari mediano presenta l'orlo superiore orizzontale o incavato ad angolo molto ottuso e ha da tre a cinque conetti per ogni lato, divergenti. Quando questi sono cinque, il più basso è appena accennato. In un esemplare esso conta cinque punte rivolte a sinistra e solamente una a destra; nè può dirsi che ciò dipenda da usura, perchè la identica conformazione è offerta dai denti impari delle file interne. In un altro individuo, senza dubbio di *N. griseus*, il dente in discorso è terminato superiormente da un cono eretto centrale, precisa-

[4]) Vedi nota 6.

mente così come nel *N. cinereus*: tale carattere, dunque, non dev'essere considerato esclusivo di quest'ultima specie.

II. Il numero dei coni che costituiscono i denti laterali varia secondo la grandezza dell'animale: negl'individui minori ve n'ha da otto a nove; nei più grandi, da dieci a dodici. Per solito, dei sei denti che seguono quello mediano, il primo e l'ultimo, cioè il più vicino alla sinfisi e il più lontano da questa, hanno un conetto meno degli altri quattro. Le seghettature al margine anteriore, talvolta più o meno consumate, sono da pochissime a circa venti e arrivano fin quasi alla metà o ai due terzi del cono: di esse, le mediane offrono il maggiore sviluppo.

Mascella superiore: I. I denti vicini alla sinfisi sono formati da un solo cono, lungo, adunco, acuto, un po' allargato verso la base, ricurvo all'indietro e col margine intero.

II. Ogni dente laterale risulta costituito da un cono grande ed acuto e da altri, molto minori, in numero di uno a cinque o sei. Il cono principale diminuisce a mano a mano di altezza quanto più si procede verso l'angolo della bocca, tanto che nel penultimo e nell'ultimo dente giunge al medesimo livello dei successivi, dei quali è soltanto un po' più grosso. Ad esso fanno seguito: nel 1° dente, un conetto; nel 2°, due; nel 3°, due, tre o quattro; nel 4°, tre o quattro; nel 5°, quattro o cinque; nei rimanenti, cinque o sei. In quest'ultimo caso, il sesto conetto è appena visibile. Così:

$$1/_{1} - 1/_{2} - 1/_{2-4} - 1/_{3-4} - 1/_{4-5} - 1/_{5} - 1/_{5-6} - 1/_{5-6}$$

Seguono, in entrambe le mascelle, i piccoli denti remoti, lentiformi e senza punte.

Questo cenno sui caratteri della dentizione del *Notidanus griseus* conforta la mia opinione, esposta dianzi: che, cioè, tutti o quasi tutti i denti del pliocene toscano descritti da Lawley appartengono alla detta specie vivente, con la quale, del resto, egli stesso aveva rilevato la strettissima somiglianza degli avanzi da lui riferiti a *N. primigenius*. — Solo il dente di *N. anomalus*, lungo 54 millimetri e fornito di quindici coni, dei quali i quattro anteriori sono stranamente contorti, lascia qualche dubbio sul suo riferimento specifico, quantunque io sia inclinato a credere che anche questo esemplare appartenesse a un *N. griseus* di dimensioni eccezionalmente grandi. Quanto alla torsione dei conetti, essa potrebbe dipendere dalla pressione esercitata dai denti delle altre file: infatti, in un *N. griseus* io ho osservato un accenno di detta torsione nei coni maggiori del primo dente laterale della serie interna della mandibola, sul quale è completamente addossato il dente omologo della penultima fila.

Fra i Notidani citati da Lawley è anche annoverato, come ho già detto, *N. gigas* E. Sismonda, fondato da questo autore sopra un dente

delle argille dei dintorni di Mondovì, che il geologo piemontese chiama mioceniche, ma che, quasi sicuramente, appartengono invece al piano piacenziano, che in quella regione giace direttamente sulle marne e sulle arenarie elveziane, di cui è assai più fossilifero [1]). L'esemplare, incompleto, ha sette coni, il primo dei quali supera gli altri in grandezza e mostra in basso sul margine anteriore una fina seghettatura, appena visibile ad occhio nudo. Per le considerazioni suesposte, anche questo fossile dev'essere associato a *N. griseus*.

Al quale, per le stesse ragioni, vanno pure riferiti, secondo il mio giudizio, i denti del *Crag rosso* di Suffolk, ascritti dal dott. A. Smith Woodward a *N. gigas* e a *N. Meneghinii* e più tardi riuniti da lui stesso sotto il nome di *N. gigas*, del quale ritenne sinonimo il ***Meneghinii***.

Riassumendo e concludendo, tutto induce ad affermare che l'attuale ***Notidanus** griseus* visse anche nel pliocene dell'Italia (Piemonte, Toscana, Basilicata e Sicilia) e dell'Inghilterra (*Crag di Suffolk*) [2]).

La sinonimia degli esemplari rinvenuti allo stato fossile è la seguente:

Notidanus griseus Cuvier [foss.]

1875 Not. gigas	E. Sismonda, *Appendice alla descr. dei pesci foss. del Piemonte*, in Mem. r. Acc. sc. Torino, ser. II, tom. XIX, p. 460, fig. 13 [Dente inf. laterale]. — Pliocene, Piemonte.
1875. Not. gigas [3])	R. Lawley, *Monogr. del gen. Notidanus* ecc., p. 23, tav. I, fig. 6 [Dente inf. lat.]. — Pliocene, Toscana.
1875. Not. primigenius	R. Lawley, *Monogr. cit.*, p. 20, tav. I, fig. 1 a 5 [Fig. 1, dente inf. lat.; fig. 2 e 3, denti sup. ant.; fig. 4, dente inf. mediano; fig. 5 e 5^a, primo dente sup. lat.; fig. 5^b e 5^c, secondo o terzo dente sup. lat.; fig. 5^d e 5^e, quarto o quinto dente sup. lat.]. — Pliocene, Toscana.

[1]) F. Sacco, *I colli monregalesi*, in Boll. Soc. geol. it., vol. VIII, pag. 84 e seguenti.

[2]) Molto probabilmente sono stati raccolti denti di *Not. griseus* anche nel pliocene della Liguria, della Francia meridionale [Montpellier] e del Belgio [Anversa]. Tuttavia, nel dubbio, mi astengo per ora dall'inscriverli nella sinonimia di questa specie.

[3]) Anche il prof. Lovisato (*Notizia sopra la ittiofauna sarda*, in Rend. Acc. Lincei, 1896, p. 76) riferì a *Not. gigas* un dente raccolto nel calcare elveziano del Monte San Michele [Cagliari]. Non conosco l'esemplare, nè posso quindi esporre alcuna opinione in proposito.

1875. Not. recurvus — R. Lawley, *Monogr. cit.*, p. 24, tav. II, fig. 1 [Denti sup. lat., tratto ant. della mascella].— Pliocene, Toscana.

1875. Not. microdon — R. Lawley, *Monogr. cit.*, p. 26, tav. II, fig. 2 [Denti sup. lat., tratto posteriore della mascella]. — Pliocene, Toscana.

1875. Not. Targionii [1]) — R. Lawley, *Monogr. cit.*, p. 27, tav. II. fig. 3 [Dente inf. lat. di un piccolo individuo]. — Pliocene, Toscana.

1875. Not. Meneghinii — R. Lawley, *Monogr. cit.*, p. 28, tav. II, fig. 4 [Dente inf. lat. di un grande individuo]. — Pliocene, Toscana.

1875. Not. d'Anconae [2]) — R. Lawley, *Monogr. cit.*, p. 29, tav. III, fig, 1 e 2 [Quarto e quinto dente sup. lat.]. — Pliocene, Toscana.

1875. Not. problematicus — R. Lawley, *Monogr. cit.*, p. 31, tav. III, fig. 3 4 [Fig. 3, dente sup. ant.; fig. 4, secondo dente sup. lat.] — Pliocene, Toscana.

1875. Not. anomalus — R. Lawley, *Monogr. cit.*, pag. 33, tav. III, fig. 6 [Quinto dente sup. lat.]. — Pliocene, Toscana.

(?) 1875. Not. anomalus — R. Lawley, *Monogr. cit.*, p. 32, tav. III, fig. 5 [(?) Primo dente inf. lat., serie interna, di un grandissimo individuo]. — Pliocene, Toscana.

1879. Not. Delfortriei — R. Lawley, *Nuovi denti foss. di Notidanus*, in Atti Soc. tosc. sc. nat., vol. IV, pag. 197 [Dente inf. mediano]. — Pliocene, Toscana.

1879. Not. urcianensis — R. Lawley, *Loc. cit.*, p. 198 [Dente inf. mediano]. — Pliocene, Toscana.

1879. Not. Stoppanii — R. Lawley, *Loc. cit.*, p. 199 [Dente inf. mediano]. — Pliocene, Toscana.

---

[1]) Il prof. Lovisato (*Loc. cit.*) inscrisse col nome di *Not. Targionii* alcuni denti dell'argilla miocenica di Fangario, da me riferiti al *primigenius* (Fr. Bassani, *Ittioliti mioc. della Sardegna*, 1891, p. 44, tav. II, fig. 21 e 22, in Atti Acc. sc. fis. e mat. di Napoli). Non trovo ragione di modificare la mia determinazione, che ritengo esatta.

[2]) Come ha già detto il dott. A. Smith Woodward, il *Not. d'Anconae* citato dal dott. Probst nella mollassa miocenica di Baltringen (*Württemberg. naturw. Jahresh.*, vol. XXXV, [1879], p. 166, tav. III, fig. 6-11) va ascritto al *primigenius*.

1886. NOT. MENEGHINII — A. S. Woodward, *On the genus Notidanus,* in Geolog. Magazine, dec. III, vol. III, p. 255, fig. 2 interc. (*Not. gigas*, in A. S. Woodward, *Catal. of the foss. fish. in the British Museum*, parte I, 1889, pp. 165-166, fig. 7 interc.) [Dente inf. lat.]. — Crag rosso, Suffolk.

1886. NOT. GIGAS [1] — A. S. Woodward, *On the genus Notidanus*, in loc. cit., fig. 1 interc.; Id., *Catal cit.* [Dente inf. lat.]. — Crag rosso, Suffolk.

1900. NOT. GRISEUS — L. Seguenza, *I vertebrati foss. della prov. di Messina.* Parte I. *Pesci*, in Boll. Soc. geolog. it., vol. XIX, p. 472 [Denti inf. e sup.]. — Pliocene, Sicilia.

1901. NOT. GRISEUS — F. Bassani, *Il Not. griseus nel plioc.* ecc., in Rend. Acc. sc. fis. e mat. Napoli, ser. III, vol. VII, p. 175, fig. interc. [Dente inf. lat.].— Pliocene, Basilicata [2]).

---

[1]) Il dott. Woodward (*Cat. cit.*, p. 165) dice che i denti figurati da A. Scilla (*La vana speculazione* ecc., Napoli, 1670, tav. I, fig. 1-8) sono forse riferibili a *Not. gigas.* Ma quei denti non sono fossili: essi appartengono invece ad un esemplare attuale, come risulta dalle parole medesime dell'autore (pag. 96 e 164): « Denti varii d'un'istessa bocca del Pesce Vacca ». E rappresentano appunto *Not. griseus.*

[2]) In seguito allo studio che ho fatto su numerosi esemplari di *Notidanus* fossili e viventi, credo di poter escludere la presenza nei depositi pliocenici del *N. cinereus.*

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Aprile 1901

Latitudine . . 40°52' N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich
Altitudine . . 149m sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 +				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle nubi			Vento Direzione			Vento Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Min.	Mass.	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	9h	15h	21h	9h	15h	21h		
1	52.9	51.7	52.8	52.47	13.2	14.5	11.9	10.2	15.7	12.75	7.0	6.4	7.2	6.87	62	53	69	61.3	9	10	10	NE	SSW	NNW	0	3	0	—	2.0
2	54.8	54.3	55.6	54.90	15.2	17.9	14.0	11.3	18.3	14.85	7.1	8.2	7.2	7.50	55	54	58	55.7	6	3	0	NE	W	W	0	0	0	—	1.6
3	56.9	56.3	57.4	56.87	16.1	19.4	13.5	12.8	19.7	15.52	8.2	8.2	9.4	8.60	60	49	82	63.7	0	0	0	NE	WSW	NE	0	4	0	—	1.7
4	57.8	56.7	56.8	57.10	14.5	17.2	12.7	11.6	17.4	14.05	9.6	10.7	9.0	9.77	79	73	83	78.3	0	0	10	NE	SW	W	0	1	0	—	1.1
5	54.7	53.2	51.5	53.13	12.3	12.5	12.2	11.9	13.2	12.40	10.0	10.1	9.3	9.80	95	95	89	93.0	10	10	10	SW	S	W	1	1	0	3.9	0.8
6	49.6	48.5	51.6	49.90	12.8	18.8	15.1	12.1	19.1	14.77	10.6	11.5	8.6	10.23	97	71	67	78.3	10	5	8	SW	SSW	NE	0	0	2	0.4	0.2
7	52.5	51.3	51.5	51.77	16.3	18.3	13.5	12.0	18.7	15.12	8.1	10.0	9.8	9.30	59	63	86	69.3	0	0	0	SW	SW	SW	0	4	0	—	1.5
8	50.9	49.8	50.7	50.47	13.7	16.0	13.3	11.7	16.4	13.77	9.7	10.3	9.5	9.83	83	76	85	81.3	10	10	1	SW	SW	W	0	1	2	—	1.2
9	52.2	51.6	51.8	51.87	13.2	17.3	13.4	11.2	17.5	13.82	9.7	10.9	10.4	10.33	87	74	91	84.0	10	0	0	W	S	SW	0	0	0	—	0.7
10	50.7	47.9	46.5	48.37	17.8	21.7	18.5	11.9	21.7	17.47	10.6	6.7	8.2	8.50	69	35	52	52.0	2	2	2	NNE	SW	SW	2	5	10	—	0.7
11	50.3	49.7	49.7	49.90	15.8	18.5	13.1	13.0	19.2	15.27	9.9	8.8	9.8	9.50	74	55	88	72.3	1	0	4	SE	W	SW	0	2	2	—	3.7
12	48.3	44.5	42.6	45.13	16.0	22.2	20.3	11.0	22.6	17.62	6.9	6.0	8.4	7.10	50	30	47	42.3	8	1	10	N	S	WSW	1	0	7	—	1.1
13	45.2	44.8	45.2	45.07	13.3	13.1	10.3	8.0	20.5	13.02	7.2	6.7	6.5	6.80	63	60	70	64.3	10	10	5	WSW	SW	SW	8	7	4	3.8	3.4
14	46.4	46.7	47.8	46.97	11.8	14.8	11.6	9.0	15.1	11.87	6.0	7.4	7.5	6.97	58	59	74	63.7	0	5	0	NNW	WSW	SW	2	6	2	2.9	1.7
15	46.6	45.5	45.9	46.00	13.1	14.6	13.5	10.7	15.2	13.12	9.1	8.9	10.1	9.37	82	72	88	80.7	10	10	10	S	SW	SW	0	7	1	3.0	1.5
16	44.8	44.2	44.7	44.57	14.0	16.2	14.0	12.6	16.8	14.35	10.2	8.8	9.6	9.53	86	64	81	77.0	9	7	6	SW	SW	SW	1	8	0	—	0.8
17	45.2	45.4	46.3	45.63	14.9	15.4	11.7	11.2	16.3	13.52	8.8	8.8	5.7	7.77	70	67	55	64.0	7	3	0	SE	W	WSW	0	3	0	—	1.4
18	47.0	48.4	51.4	48.93	12.8	12.5	9.7	9.4	15.1	11.75	7.0	6.3	4.8	6.03	64	59	53	58.7	8	9	9	E	E	ENE	1	0	2	4.0	1.6
19	53.3	52.6	53.6	53.17	12.0	14.5	9.5	7.0	14.6	10.77	5.3	4.7	4.4	4.80	51	39	49	46.3	2	3	0	NE	ENE	NE	1	2	0	—	2.1
20	53.1	51.6	52.1	52.27	11.6	15.9	10.8	6.5	15.9	11.20	3.9	4.5	6.2	4.87	38	34	64	45.3	0	2	0	ENE	N	W	3	0	8	—	2.8
21	52.7	51.2	51.7	51.87	13.5	15.7	12.5	7.8	17.0	12.70	5.9	6.0	6.9	6.27	51	45	64	53.3	0	0	0	NE	WSW	W	0	14	0	—	2.5
22	51.1	50.2	50.1	50.47	15.0	16.9	12.9	10.7	17.6	14.20	6.8	7.7	6.8	7.10	51	54	62	55.7	5	7	10	NE	S	NW	0	2	0	—	2.4
23	49.0	47.0	46.8	47.60	14.5	17.7	13.4	12.0	18.7	14.65	5.8	7.4	5.7	6.30	48	49	50	49.0	10	9	10	NE	SW	E	0	0	0	—	2.1
24	46.1	44.6	44.7	45.13	14.7	18.3	12.2	10.2	18.6	13.02	4.3	4.9	4.5	4.57	35	31	42	36.0	0	0	0	E	NE	NE	2	2	3	—	3.0
25	42.2	41.2	41.1	41.50	14.0	16.8	12.8	9.3	18.3	13.60	5.6	6.7	7.5	6.60	47	47	68	54.0	0	5	0	NE	SW	W	1	1	2	—	4.2
26	42.1	43.4	46.8	44.10	15.7	18.5	13.2	11.3	18.7	14.72	8.9	9.0	9.1	9.00	66	57	81	68.0	4	7	5	SW	W	SW	2	2	1	—	2.2
27	51.3	51.8	51.7	51.60	16.1	17.4	13.7	12.2	17.8	14.95	9.7	10.4	10.3	10.13	71	70	89	76.7	0	5	6	SW	SW	SSW	1	1	0	—	1.4
28	52.9	53.0	52.9	52.93	15.0	18.0	13.4	13.0	18.4	14.95	10.4	7.6	9.2	9.07	82	49	81	70.7	8	1	6	SSW	SW	SW	3	5	0	4.9	1.2
29	52.4	50.7	50.7	51.27	11.0	12.8	12.2	11.3	13.8	12.07	8.9	9.7	9.3	9.30	91	89	89	89.7	10	10	10	NE	E	W	0	0	0	12.2	1.4
30	49.8	49.2	49.9	49.63	14.9	17.3	12.7	11.0	17.4	14.00	8.6	9.4	8.8	8.93	68	64	81	71.0	3	2	2	N	SW	W	0	7	0	—	0.5
Medi mens	50.09	49.23	49.73	49.69	14.20	16.69	13.07	10.80	17.51	13.89	7.99	8.09	7.99	8.02	66.4	57.9	71.3	65.2	5.1	4.6	4.5							somma 35.1	somma 52.5

CATALOGO

DELLE PUBBLICAZIONI PERVENUTE ALL'ACCADEMIA

dal 21 Aprile all'11 Maggio 1901

PUBBLICAZIONI ITALIANE

Catania — *Società degli spettroscopisti italiani* — Memorie, vol. XXX, disp. 1ª — 1901.

Firenze — *Rivista scientifico-industriale* — Anno XXXIII, n. 7 — 1901.

Biblioteca nazionale centrale — Bollettino delle pubblicazioni italiane, n. 4 — 1901.

Genova — *Società di lettere e conversazioni scientifiche* — Rivista ligure di scienze lettere ed arti, Anno XXIII, fasc. II — 1901.

Jesi — *Giornale di agricoltura* — Anno LXIII, n. 4 — 1901.

Livorno — *Supplemento al Periodico di matematica.* — Anno IV, fasc. 6 — 1901.

Milano — *R. Osservatorio di Brera* — Pubblic. n. XLI — 1901.

R. Istituto lombardo di scienze e lettere — Rendiconti, serie II, vol. XXXIV, fasc. VIII — 1901.

Modena — *Le stazioni sperimentali agrarie italiane* — Vol. XXXIV, fasc. III — 1901.

Roma — *R. Accademia dei Lincei* — Rendiconti, vol. X, fasc. 7 e 8 — 1901.

L'Elettricista — Anno X, n. 5 — 1901.

Siena — *R. Accademia dei fisiocritici* — Atti, serie IV, vol. XIII, n. 1 e 2 — 1901

Torino — *Società degli ingegneri e degli architetti* — Atti, anno XXXIV — 1900.

La rivista tecnica delle scienze, delle arti applicate all'industria e dell'insegnamento industriale — Anno I, fasc. 3-4 — 1901.

PUBBLICAZIONI STRANIERE

Baltimore — Johns Hopkins university circulars — Vol. XX, n. 150-151 — 1901.

Basel — *Naturf. Gesellschaft* — L. Rütimeyer, Gesammelte kleine Schriften allgemeinen Inhalts aus dem Gebiete der Naturwissenschaft nebst einer autobiographischen Skizze, herausgegeben von H. G. Stehlin, Band I und II — 1898.

Budapest — *K. ung. geologisch. Anstalt* — Jahresbericht für 1898 — 1901.

Cambridge — *Philosophical Society* — Proceedings, vol. XI, part. II — 1901.

Edinburgh — *Geological Society* — Transactions, vol. VIII, part. I — 1901.

Jena — *Medizinisch.-naturwiss. Gesellschaft* — Zeitschrift für Naturwissenschaft, Bd. 35, Heft IV — 1901.

Kiel — *K. Christian-Albrechts-Universität:*

Chronik der Universität für das Jahr 1899-1900.

Verzeichnis der Vorlesungen, III — 1899; I — 1900.

Klostermann August — *Deuteronomium und Grágás.*

Diei natalis serenissimi ac potentissimi principis Guglielmi II etc.—1900.

Milchhoefer — *Ueber die Gräberkunst der Hellenen* — 1899.

Quincke H. — *Die Stellung der Medicin zu den anderen Universitätswissenschaften* — 1900.

Reinke J. — *Die Entwicklung der Naturwissenschaften insbesondere der Biologie im neunzehnten Jahrhundert* — 1900.

Inaugural-Dissertationen zur Erlangung der Doctorwürde:

1. Adam Hugo, *Ein Fall von malignem Lymphom* — 1899.
2. Albrecht Ernst, *Zur Kenntnis des β-Benzylisochinolins und seiner Homologen* — 1900.
3. Arlart Kurt, *Die Gastrostomieen an der chirurgischen Klinik zu Kiel im Etatsjahre 1899-1900* — 1900.
4. Banniza Ernst, *Ein Fall von infantiler Osteomalacie* — 1899.
5. Baur Erwin, *Ueber complicierende Bauchfelltuberkulose bei Lebercirrhose* — 1900.
6. Behr Carl, *Ueber Angioma cavernosum* — 1900.
7. Berger Arthur, *Fünfundvierzig Fälle von Delirium alcoholicum*— 1900.
8. Berndt Emil, *Zur Casuistik der Angiome an der Stirn* — 1900.
9. Birnbaum Richard, *Beitrag zur Kasuistik der Selbstentwicklung und Geburt « conduplicato corpore » bei Querlage* — 1900.
10. Bleichröder Fritz, *Ein Fall von Tetanus traumaticus, behandelt mit Injectionen von Hirnemulsion* — 1900.
11. Blitz Adolf, *Ueber Heilung von Stauungspapillen* — 1899.
12. Brückmann Otto, *Zur Casuistik der Stichverletzungen der Arteria subclavia in der Mohrenheimschen Grube* — 1900.
13. Custodis Udo, *Ueber perforirende eitrig-jauchige Endometritis bei Cervixkrebs* — 1900.
14. Da Fonseca-Wollheim Bruno, *Ein Fall von primärem Magenkrebs mit schleimproducirenden Metastasen* — 1900.
15. Dammann Carl, *Ueber die Behandlung von Bronchitis und Asthma mit Pilocarpin* — 1900.
16. Dammann Ludwig, *Ein Fall von primärem Gallengangskrebs der Leber* — 1900.
17. Daub Karl, *Ueber Verletzungen des Ciliarkörpers* — 1900.
18. Daust Ernst, *Ueber Erblichkeit der angeborenen Katarakt*—1899.
19. Diepenbeck Rudolf, *Beiträge zur Kenntnis der altfranzösischen Umgangssprache des späteren Mittelalters* — 1900.
20. Dietrich Ernst, *Die Skeireinsbruchstücke Text und Uebersetzung* 1900.
21. Dietsch Curt, *Ueber einen Fall von Oesophagusfistel nach einem Trachealdivertikel* — 1900.

22. Dyckerhoff Wilhelm, *Ein Fall von angeborener Aplasie beider Nieren und streckenweiser Obliteration der Ureteren* — 1900.
23. Eisenbarth Bernhard, *Ein Fall von spontan geheiltem tuberkulösem Kehlkopfgeschwüre* — 1899.
24. Engelhardt Rudolf, *Untersuchungen über die Strömungen der Ostsee. Die Dichtigkeitsfläche* — 1899.
25. Engler Oscar, *Beitrag zur Lehre von der Extirpation der Hydronephrose im Kindesalter* — 1900.
26. Feitel Rudolf, *Beiträge zur vergleichenden Anatomie der Laubblätter bei den Campanulaceen des Caplandes* — 1900.
27. Fiedler Otto, *Beitrag zur Kenntnis der syncytialen Tumoren* — 1900.
28. Francke Georg, *Die Hasenscharten der chirurgischen Poliklinik und des Anscharhauses zu Kiel 1896-1900* — 1900.
29. Freyer Otto, *Zur Kenntnis der von versprengten Keimen der Nebenniere ausgehenden Abdominalgeschwülste* — 1900.
30. Froning Ludwig, *Ein Fall von congenitaler Hüftgelenksluxation bei einem 8 monatlichen Fötus* — 1899.
31. Fuss Richard, *Die Rechtsnatur des Vollgiros zu Inkassozwecken* — 1899.
32. Gough Alfred, *On the middle english metrical romance of Emare* — 1900.
33. Graeve Otto, *Ueber interstitielles Emphysem der Lungen und des Mediastinums* — 1900.
34. Greisen Laue, *Ueber einen Fall von Pankreascyste mit den Erscheinungen des Choledochus-Verschlusses* — 1900.
35. Gross C. Oskar, *Ueber vaginalen Kaiserschnitt bei Carcinoma portionis im VI. Scwangerschaftsmonat* — 1900.
36. Hantke Robert, *Ein Beitrag zur Aetiologie des caput obstipum musculare* — 1900.
37. Harz Karl, *Ein Fall von Echinokokken der rechten Niere mit Ruptur in die Bauchhöle* — 1899.
38. Heering Wilhelm, *Ueber die Assimilationsorgane der Gattung Baccharis* — 1899.
39. Heesch Wilhelm, *Ein Fall von Invaginatio sigmoidea rectalis, durch Operation geheilt* — 1900.
40. Hermanns Joseph, *Ueber Brucheinklemmung von Adnexen im frühen Kindesalter* — 1899.
41. Hinz Gottfried, *Experimental-Untersuchungen zur Frage der Verwendbarkeit des Formaldehydgases zur Desinfektion von Kleidungsstücken und von Wohnräumen* — 1900.
42. Horn Christian Fr., *Die nordischen Checkgesetze und das deutsche Checkrecht* — 1899.
43. Huss Hans, *Durchbruch otitischer perisinöser Abesesse an die Schädeloberfläche* — 1900.
44. Jach Emil, *Ueber Duodenaldivertikel* — 1899.
45. Jacobsen Jacob, *Ueber traumatische Kniegelenksvereiterungen* — 1899.

46. Jeddeloh (zu) Otto, *Ueber knotige Tuberculose des Herzens*—1900.
47. Jelden Hajo, *Ueber Taenienmisbildungen* — 1900.
48. Jenssen Friedrich, *Zur Behandlung der Varicen an den untern Extremitäten* — 1900.
49. Kedesdy Erich, *Beiträge zur Kenntnis der 1, 3 Diketonsäure- und 1, 3 Ketonsäure-Ester* — 1900.
50. Kittel Hermann, *Ein Fall von Kniegelenksosteosarkom* — 1899.
51. Klausa Karl, *Ueber die Entstehung des Magencarcinoms aus chronischem Magengeschwüre* — 1900,
52. Kluge Heinrich, *Ein Fall von Geschwulstthrombose der unteren Hohlvene und des rechten Vorhofs* — 1900.
53. Klüter August, *Ein Fall von zapfenförmiger Verlängerung der Kleinhirntonsillen bei teleangiektatischem Gliom der rechten* — 1899.
54. Koch Konrad, *Ueber die Urogenitaltuberkulose des Mannes* — 1899.
55. Kok Johannes, *Ueber Perityphlitis-Operationen in der chirurg. Klinik in Kiel im S.S. 1899* — 1900.
56. Koltze Gottlieb, *Ueber die vollständige extirpation der Zunge und des Mundbodens* — 1900.
57. Kopplow Georg, *Shakespeares « King John » und seine Quelle* — 1900.
58. Kramer Joseph, *Ueber Wolfsrachen und frühzeitige Uranoplastik*— 1900.
59. Kreft Ernst, *Zur Casuistik der luetischen Erkrankungen des Nervensystems* — 1900.
60. Krug Otto, *Beitrag zur Statistik der Duodenalgeschwüre und -Narben* — 1900.
61. Küker Albert, *Ueber gleichzeitiges Vorkommen von Krebs und Tuberkulose* — 1899.
62. Kumm Robert, *Ein Fall von vereiterndem Aneurysma der linken Arteria glutaea* — 1899.
63. Kuse Ernst, *Einige Fälle von Fettgewebsnekrose* — 1899.
64. Langeloh Johannes, *Ueber Athetose* — 1900.
65. Leve Georg, *Tenotomie bei spastischer Gliederstarre* — 1900.
66. Lühr Wilhelm, *Die drei Cambridger Spiele von Parnass (1598-1603) in ihren litterarischen Beziehungen* — 1900.
67. Luther Adolf, *Ueber zwei Fälle von Nabelhernien* — 1900.
68. Maxen Heinrich, *Beitrag zur Kenntnis des Alkoholismus* —1900.
69. Meinecke Friedrich, *Der sogenannte Teilungsartikel im Französischen* — 1900.
70. Meyer Erich, *Ueber Evacuatio bulbi* — 1900.
71. Meyer Richard, *Neun Fälle von Blasentumoren* — 1900.
72. Meyer Walter, *Ueber die Charakterzeichnung in der altfranzösischen Heldendichtung Raoul de Cambrai* — 1900.
73. Minssen Fritz, *Ueber primären Lungenkrebs* — 1900.
74. Mühlenhardt Walther, *Ein Fall von weichem Sarkom des Femur und Beckens* — 1900.

75. Mühsam Hans, *Ueber unkomplicirte Kongenitale Defekte in der Kammerscheidewand des Herzens* — 1900.
76. Mysing Hans, *Ein Fall eines intrapraeputial gelegenen gonorrhoischen Lymphtumors* — 1900.
77. Naegele Otto, *Ueber Zungensarkom mit besonderer Berücksichtigung des Kindesalters* — 1900.
78. Nagelschmidt Franz, *Psoriasis und Glykosurie* — 1900.
79. Oberwinter Hermann, *Ueber einen seltenen Fall von Tremor* — 1900.
80. Oltmann Wilhelm, *Ein Fall von hernienartiger Vorwölbung des Zwerchfells mit Axendrehung und Zerreissung des Magens* — 1899.
81. Poppe Heinrich, *Zur Casuistik der Bursitis iliaca* — 1900.
82. Prieur Adolf, *Ein Fall von Aneurysma traumaticum der Carotis cerebralis dextra* — 1900.
83. Ramm Friedrich, *Zur Casuistik der Transposition der grossen arteriellen Gefässe des Herzens* — 1899.
84. Remien Garl, *Zwei interessante Befunde an Pleuren von Foeten* — 1900.
85. Renner Alfred, *Traumen als Ursache von Sarkomen* — 1899.
86. Rettler Heinrich, *Zur Casuistik der malignen Tumoren, welche sich auf dem Boden angeborener Muttermale entwickeln* — 1900.
87. Richter Bruno, *Beitrag zur Wirkung der subkutanen Kochsalzinfusion bei Kindern mit Magendarmkatarrh* — 1899.
88. Riemschneider Karl, *Beitrag zur Kenntnis der Wirkung des Strychnin* — 1900.
89. Rosenbaum Otto, *Ueber Retinitis pigmentosa* — 1900.
90. Rudolph Karl, *Ueber zwei Fälle von grossen Defecten der Vorhofsscheidewand des Herzens* — 1900.
91. Ruthendorf-Przenwoski (v.) Otto, *Ueber die Befunde bei plötzlichen Todesfällen* — 1900.
92. Schacht Hjalmar, *Der theoretische Gehalt des englischen Merkantilismus* — 1900.
93. Schellin Paul, *Ein Fall von Misbildung der harnableitenden Wege* — 1900.
94. Schmidtmann Friedrich, *Ein Fall von Fettnekrose und Blutung des Pankreas* — 1900.
95. Schob A., *Ueber γ-Methylisoxazol-α-carbonsäure* — 1899.
96. Schultze Paul, *Ueber ein mit Erfolg operirtes Carcinom der Gallenblase und Leber* — 1900.
97. Schwarze Wilhelm, *Kugel hinter dem Os frontale* — 1900.
98. Simon Otto, *Ein Fall von Aorteninsufficienz bei Tabes dorsalis* — 1900.
99. Sluyter Friedrich, *Untersuchungen über den Wassergehalt in den Laubblättern* — 1900.
100. Sostmann Bernhard, *Ein Fall von Durchbruch eines Leber-Echinokokkus in die Bauchhöle* — 1899.
101. Spencer Percy, *Ueber O. Acylderivate des acetessigesters und einiger verwandter Verbindungen* — 1900.

102. Spickenbaum Heinrich, *Ein Fall von Appendicitis aktinomycotica* — 1900.
103. Stade Fritz, *Ueber Lungenverkalkung* — 1900.
104. Stange Ewald, *Beiträge zur Kenntnis der französischen Umgangssprache des 16. Jahrhunderts* — 1900.
105. Stargardt Karl, *Ueber Chorioiditis disseminata* — 1899.
106. Stein Leopold, *Untersuchungen über die Proverbios Morales von* Santob de Carrion mit besonderem Hinweis auf die Quellen und Parallelen — 1900.
107. Stetten von August, *Ueber zwei bemerkenswerte Fälle von Bulbusverleztung* — 1900.
108. Struve Wilhelm, *Ueber Kopftetanus* — 1900.
109. Talke Ludwig, *Beitrag zur Kenntnis der Regenerationsvorgänge in den Hautdrüsen der Amphibien* — 1900.
110. Teege Hermann, *Ueber die* $\frac{p-1}{2}$ *gliedrigen Gaussischen Perioden in der Lehre von der Kreisteilung und ihre Beziehungen zu anderen Teilen der höheren Arithmetik* — 1900.
111. Thee Hermann, *Ueber die Fukala'sche Operation bei hochgradiger Myopie* — 1899.
112. Thun Wilhelm, *Ueber die Erkrankungen der Landstreicher* — 1899.
113. Tornow Otto, *Statistik des Magencarcinoms* — 1900.
114. Uhlenbruck Wilhelm, *Ueber einen Fall von Hernia inguino interstitialis nebst vergleichender Betrachtung der Hernia properitonealis und verwandter Formen* — 1900.
115. Utermann Hermann, *Ueber Vaporisation des Uterus* — 1901.
116. Vagedes Paul, *Zur Kenntnis der Complikationen und Todesursachen bei Mastdarmkarcinom* — 1900.
117. Vidal Arnold, *Ueber den Einfluss verschiedener Ernährungs-zustände von Thieren auf die Umwandlung subcutan eingespritzten Methämoglobins* — 1899.
118. Voss Max, *Ein Aneurysma des Ductus arteriosus Botalli* — 1900.
119. Wächter Friedrich, *Ueber Blepharophimose und Canthoplastik* — 1900.
120. Wegemann Georg, *Die Oberflächen-Strömungen des nordatlantischen Ozeans nördlich von 50° N-Br* — 1900.
121. Wegener Ferdinand, *Ueber Knochenbildung im menschlichen Auge* — 1900.
122. Weichardt Carl, *Die Entwicklung des Naturgefühls in der mittelenglischen Dichtung vor Chaucer* — 1900.
123. Zdralek Kurt, *Ein Fall von geheiltem tuberculösem Geschwüre* — 1900.

La Haye — *Société hollandaise des sciences* — Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles, série II, tome IV, 2 livr. — 1901.

London — *Linnean Society* — List, 1900-1901: Journal, botany, vol. XXXV, n. 242; zoology, vol XXVIII, n. 181 — 1901.

London — *Mineralogical Society* — *The mineralogical magazine, and journal* — Vol. XIII, n. 59 — 1901.

Royal Society — Reports to the malaria committee, fifth series — 1901; Proceedings, vol. LXVIII, n. 444 — 1901.

Nature — Vol. LXIII, n. 1642-1644 — 1901.

Lyon — *Annales de l'Université* — Nouvelle série, I. Sciences, méd., fasc. 4 (1901); II. Droit, lettres, fasc. 4-6 (1900-1901).

Manchester — *Geological Society* — Transactions, vol. 26, index; vol. 27, p. I-II — 1900-1901.

Odessa — *Club alpin de Crimée* — Bulletin, n. 3-4 — 1901.

Paris — *Société d'encouragement pour l'industrie nationale* — Compt.-rend., n. 6-7 — 1901.

Bibliothèque de l'école des hautes études — Bulletin des sciences mathématiques, II Série, tom. XXV, Janvier, Février 1901.

Journal de mathématiques pures et appliquées — Tome 7, fasc. 1 — 1901.

École normale supérieure — Annales scientifiques, III série, tome XVIII, n. 1 — 1901.

Académie des sciences — Comptes rendus hebdomadaires des séances, tome CXXXII, n. 15-17 — 1901; Tables des comptes rendus des séances, tome CXXXI — 1900.

Upsal — *Observatoire météorologique de l'Université* — Bulletin mensuel, vol. XXXII — 1900-1901.

Wien — *K. k. geologisch. Reichsanstalt* — Verhandlungen, n. 2 u. 3 — 1901.

OPERE PRIVATE

Comes O., *Monographie du genre Nicotiana comprenant le classement botanique des tabacs industriels* — Naples, 1899.

Histoire, géographie, statistique du tabac — Naples, 1900.

Palmeri P., *I professori aggiunti e le scienze sperimentali nelle università* — Napoli, 1872.

Note di chimica — Napoli, 1873.

Studii sul polviscolo piovuto il 25 Febbraio 1879 in Portici — Napoli, 1879.

Sul laboratorio di chimica generale e sull'insegnamento che vi si impartisce. Relazione fatta per l'annuario 1878 della r. Scuola sup. di agr. di Portici — Napoli, 1880.

Terme del Pio Monte della Misericordia in Casamicciola (Ischia). Ricerche chimiche fatte dai professori P. Palmeri e M. Coppola — Napoli, 1881.

Sopra una roccia gesssosa bituminifera proveniente dal territorio di Savignano — Napoli, 1881.

Sull'accrescimento del saccarosio nei fusti del Sorgo ambra recisi poco dopo la fioritura — Napoli, 1883.

Nitrificazione del piombo — Napoli, 1886.

Sulla convenienza della coltura del Sorgo ambra e sulla convenienza del sorgo per la distilleria — Napoli, 1887.

Palmeri P., *Sistema di calcolo per le analisi di acque* — Napoli, 1887.

Alcune notizie sull'industria del sorgo zuccherino in Italia—Napoli, 1888.

Proposta di studio dei combustibili fossili — Napoli, 1888.

Sulla miniera di asfalto di Laviano — Napoli, 1888.

Sull'acqua termale del Gurgitello nella rotonda del Pio Monte della Misericordia in Casamicciola (Ischia). Ricerche del 1889 — Napoli, 1894.

La conserva di pomodoro — Napoli, 1891.

Industrie fondate sulla distillazione — Napoli, 1891.

Osservazioni sulla Nota del socio Masdea intitolata: CONSIDERAZIONI SULL'INSEGNAMENTO PROFESSIONALE — Napoli, 1895.

Rapporto sul saldatore igienico Palazzi — Napoli, 1899.

La chimica dell'acqua e dell'idrogeno secondo Platone — Portici, 1899.

Per l'inaugurazione dell'anno scolastico 1899-1900 della R. Scuola superiore di agricoltura in Portici — Portici, 1900.

Alcune raccomandazioni rivolte agli allevatori del baco da seta nella provincia di Napoli — Portici, 1900.

Per l'inaugurazione dell'anno scolastico 1900-1901 della R. Scuola superiore di agricoltura in Portici — Portici, 1900.

Socolow S., *Corrélations régulières supplémentaires du système planétaire* — Mosca, 1901.

Fascicolo 6° ANNO XL. Giugno 1901.

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza del dì 11 Maggio 1901.
Presiede il presidente **A. Capelli.**

Sono presenti i socii ordinarii Albini, Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto e Villari.

Il segretario legge il verbale della tornata precedente, che viene approvato, e presenta i libri giunti in dono e in cambio e il Rendiconto accademico del mese di Aprile.

Il socio Delpino, riferendosi alle osservazioni da lui fatte nell'ultima adunanza sulla sabbia africana caduta recentemente a Napoli, ne mostra un saggio, dal quale risulta la forma regolarissima dei granuli, sferici e cavi.

Il socio Bassani presenta per l'inserzione nel Rendiconto una sua Nota dal titolo: *Il Notidanus griseus* Cuvier *nel pliocene della Basilicata e di altre regioni italiane e straniere.*

Processo verbale dell'adunanza straordinaria del dì 25 Maggio 1901
della Società Reale di Napoli.

Dell'Accademia di scienze fisiche e matematiche, sono presenti i socii Albini, Bassani, Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, de Martini, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci e Villari.

Il segretario generale legge il processo verbale dell'ultima adunanza, che viene approvato.

Si sceglie il tema per il concorso al premio Paladini (vedi pag. 194).

Aperta la discussione sull'art. 15, comma I dello Statuto sociale, si delibera di non adottare per ora la proposta modificazione.

Processo verbale dell'adunanza del dì 8 Giugno 1901.
Presiede il presidente **A. Capelli.**

Sono presenti i socii ordinarii Albini, Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci e Villari.

Assiste all'adunanza il signor Edgar Odell Lovett, dell'Università di Princeton (New Jersey).

Il segretario legge il processo verbale dell'ultima tornata e presenta i libri giunti in cambio e in dono, segnalando fra questi ultimi: il primo tomo delle *Opere matematiche di Francesco Brioschi*, pubblicato per cura del Comitato per le onoranze al grande scienziato e offerto in omaggio dal Comitato stesso; il volume intitolato *Il pensiero civile di Vincenzo Gioberti* (Pagine estratte dalle sue opere); una Nota del presidente Capelli *sulla genesi combinatoria dell'aritmetica*, e due del socio Siacci: *Sulla velocità minima* e *Sur un problème de d'Alembert*.

Comunica in seguito:

il telegramma spedito al Re dalla presidenza in occasione della nascita della principessa Jolanda-Margherita [1]) e quello ricevuto in risposta [2]);

una lettera del signor Rettore dell' Università di Torino, che ringrazia per l'adesione alle feste per il centenario di Vincenzo Gioberti e manda in dono, anche a nome del Comitato esecutivo, una medaglia commemorativa e il volume dianzi citato;

l'avviso di concorso al premio di lire cinquemila della fondazione Pezzini-Cavalletto, bandito dalla Società d'incoraggiamento per l'agricoltura e l'industria in Padova (vedi pag. 195).

e l'invito dell'i. r. Accademia degli Agiati in Rovereto alla commemorazione del CL anniversario dalla sua fondazione (2 Giugno corren-

---

[1]) *Generale* Brusati — Roma

Prego V. S. presentare a S. M. il Re vivissime congratulazioni devote della Reale Accademia di Scienze fisiche e matematiche di Napoli per fausto avvenimento che allieta la Casa di Lui e la Nazione.

Il presidente **Capelli**

[2]) *Prof.* Alfredo Capelli,

presidente Reale Accademia Scienze fisiche e matematiche — Napoli

S. M. il Re ringrazia cordialmente componenti cotesta Reale Accademia delle felicitazioni a lui espresse e che tornarono in particolar modo accette anche alla Augusta Sovrana.

Il ministro **E. Ponzio Vaglia**

te). La presidenza, interpretando i sentimenti dei colleghi, ha già mandato una lettera di adesione alla consorella trentina.

Vengono presentate:

dal socio Oglialoro una Nota della dott. M. Bahunin *sulla eterificazione di acidi con fenoli*;

dal socio Albini una Nota del dott. Adolfo Montuori, intitolata: *Azione della corrente elettrica sulla glicogenesi epatica*;

dal socio del Pezzo una Nota del prof. Alfonso del Re *sopra le curve algebriche*,

e dal socio Bassani una Nota della dott. Giuseppina Gentile dal titolo: *Su alcune nummuliti dell'Italia meridionale.*

Il presidente incarica di esaminare e riferire intorno ai predetti lavori:

i socii Oglialoro, Scacchi e Villari per la Nota Bakunin;
i socii Albini, de Martini e Paladino per la Nota Montuori;
i socii Cesàro, del Pezzo e Fergola per la Nota del Re;
e i socii della Valle, Scacchi e Bassani per la Nota Gentile.

Rend. Acc. — *Fasc.* 6°	25

CONCORSI A PREMII

SOCIETÀ REALE DI NAPOLI

Concorso al premio Paladini

La Società Reale conferirà il premio biennale, stabilito dal legato del professore Stefano Paladini, alla migliore memoria sul tema:

I sindacati industriali.

Il premio è di L. 4000, dalle quali dovrà essere dedotta l'imposta di ricchezza mobile.

Al premio non possono concorrere gli stranieri, nè i membri delle tre Accademie costituenti la Società Reale, i quali hanno diritto a votare.

Il termine per la presentazione delle memorie è fissato al 31 maggio 1903.

Le memorie, da inviarsi al segretario generale della Società Reale, non porteranno il nome dell'autore, ma saranno distinte con un motto, il quale dovrà essere ripetuto sopra una scheda suggellata, che conterrà il nome dell'autore. Il segretario generale rilascerà ricevuta, se gli verrà chiesta, delle memorie che gli saranno presentate.

La memoria premiata dalla Società Reale sarà pubblicata negli Atti, e l'autore ne avrà cento estratti.

Delle memorie, che non avranno riportato il premio nè l'*accessit*, si bruceranno le schede. Tutte le memorie inviate pel concorso al premio si conserveranno nell'archivio sociale, e soltanto si permetterà di estrarne copia a chi dimostrerà di averle presentate.

Napoli, 1º Giugno 1901.

Il Presidente generale
ALFREDO CAPELLI

Il Segretario generale
FRANCESCO BASSANI

SOCIETÀ D'INCORAGGIAMENTO

PER L'AGRICOLTURA E L'INDUSTRIA IN PADOVA

AVVISO DI CONCORSO

a Premio di Lire cinquemila

Giusta il deliberato dell'Assemblea Generale 5 Maggio corr. della Società d'Incoraggiamento di Padova, viene aperto il concorso al premio di lire **cinquemila**, della fondazione Pezzini-Cavalletto, per una memoria inedita sul seguente tema:

Considerare con uno studio completo teorico pratico quali sieno allo stato attuale i risultati dell' impiego dell' energia elettrica alla trazione ferroviaria e congeneri nei diversi paesi, indicando dal punto di vista tecnico ed economico il modo migliore per giungere ad utilizzare a questo scopo le forze idrauliche inoperose esistenti in Italia.

Al concorso non possono partecipare che italiani.

Esso rimane aperto a tutto 30 Giugno 1903. Entro tale termine le rispettive memorie dovranno essere trasmesse, franche di porto, all' ufficio di Presidenza della Società d'Incoraggiamento nella sua sede in Padova.

Le memorie dovranno essere anonime, e venir contraddistinte da un motto ripetuto sopra una scheda suggellata, contenente il nome, cognome e domicilio dell'autore.

Sarà aperta la sola scheda della memoria premiata, e tutti i manoscritti rimarranno nell'archivio sociale, a corredo del proferito giudizio, con facoltà agli autori di farne trarre copia a loro spese.

La proprietà di tutte le memorie, compresa la premiata, resterà ai rispettivi autori.

Entro tre mesi dalla chiusura del concorso una giuria composta di cinque persone, notoriamente competenti, che sarà eletta da apposita commissione, già costituita, dovrà deliberare sul concorso.

Qualora essa ritenga uno dei lavori presentati meritevole di premio questo sarà consegnato, col relativo diploma, al vincitore del concorso entro un mese dalla pubblicazione del giudizio.

Il giudizio sarà inappellabile, ed il premio indivisibile.

La relazione della giuria sarà resa pubblica a mezzo della stampa

Padova, 15 Maggio 1901.

Il Presidente
EMILIANO BARBARO

RAPPORTO *sulla Memoria della dottoressa* M. Bakunin.

(Adunanza del dì 15 Giugno 1901)

Nella Memoria: *Sulla eterificazione di acidi con fenoli* della dott. M. Bakunin è esposto il nuovo metodo per la preparazione di eteri fenolici di acidi diversi. Per la preparazione di questi eteri l'A. parte direttamente dagli acidi; questi disciolti in solvente neutro assieme ai fenoli per l'azione dell' anidride fosforica si trasformano negli eteri fenolici. La reazione avviene in pochi minuti, il rendimento è quasi sempre teoretico, ed egualmente bene si applica il metodo a fenoli mono, bi e trivalenti; per i fenoli polivalenti pare che si possano sostituire uno o parecchi ossidrili semplicemente partendo da quantità corrispondenti a una o più molecole di fenoli con una o più molecole di acidi. La semplicità del metodo e gli ottimi risultati nei diversi casi sperimentati dall'A. ne consigliano l'applicazione non solo nei laboratorii, ma anche nelle industrie.

La vostra Commissione ne propone la pubblicazione negli *Atti* di questa Accademia, anche per essere questo lavoro la continuazione degli altri pubblicati in questi ultimi tempi negli *Atti* precedenti.

E. VILLARI
E. SCACCHI
A. OGLIALORO, *relatore*.

SULLA ETERIFICAZIONE DI ACIDI CON FENOLI; *Memoria di* M. Bakunin.

(Adunanza del dì 8 Giugno 1901) — (Sunto dell'Autrice)

Ai metodi fin'ora usati per la preparazione degli eteri fenolici si mostra di gran lunga superiore il nuovo, che consiste nell' ottenerli dagli acidi e dai fenoli disciolti in solvente neutro e sottoposti all'azione dell' anidride fosforica.

La descrizione di questo metodo e la sua applicazione su acidi e fenoli differenti forma l'oggetto di questa memoria.

RAPPORTO *sulla Nota del dottor* Adolfo Montuori.

(Adunanza del dì 15 Giugno 1901)

Il dottor Adolfo Montuori, continuando ad occuparsi della questione della glicogenesi epatica, intorno alla quale ha già presentate altre note all'Accademia, nel lavoro dal titolo: *Azione della corrente elettrica sulla glicogenesi epatica*, studia la formazione di zucchero nel fegato appena staccato dall'animale ed attraversato da correnti elettriche di diversa intensità.

pena staccato dall'animale ed attraversato da correnti elettriche di diversa intensità.

Egli trova che colle correnti deboli la quantità di zucchero che si forma nel pezzo in rapporto col catode è quasi doppia di quella che si forma all'anode e che quest'ultima è presso a poco eguale a quella formantesi in altro pezzo dello stesso fegato non attraversato da corrente elettrica. Adoperando correnti sempre più intense la differenza fra la formazione di zucchero all' anode ed al catode va sempre più diminuendo fino a che, con correnti molto forti, ad ambo i poli si ha un notevole abbassamento della glicogenesi (o saccarigenesi) anche al di sotto di quella del pezzo testimone.

Stante la novità dello studio e le importanti deduzioni teoriche che l'Autore deriva dalle sue osservazioni, la vostra Commissione propone la stampa della Nota nel Rendiconto.

A. de Martini
G. Paladino
G. Albini, *relatore.*

Azione della corrente elettrica sulla glicogenesi epatica; *Nota del dottor* **A. Montuori**, *libero docente e coadiutore di Fisiologia nella R. Università di Napoli.*

(Adunanza del dì 8 Giugno 1901)

Non è ancora definitivamente risoluta la quistione del se la formazione di zucchero nel fegato debba attribuirsi ad uno speciale fermento saccarificante o all'attività metabolica delle cellule epatiche.

Intorno a tale quesito, di una capitale importanza per la dottrina della glicogenesi epatica, le opinioni degli autori possono compendiarsi brevemente così:

Bernard, Tiegel, Hensen e v. Wittich, in base all' analogia della trasformazione del glicogeno in zucchero nel fegato con quella dell'amido in zucchero nei processi della digestione orale ed intestinale, ammisero l'esistenza di una diastasi epatica, quantunque tale ipotesi fosse in evidente contrasto col fatto della glicosuria consecutiva alla puntura del quarto ventricolo, glicosuria della cui origine epatica non può dubitarsi. Il fermento venne anzi isolato da alcuni dei succitati sperimentatori e l'ipotesi dell'origine zimotica dello zucchero epatico sarebbe rimasta definitivamente accettata se le nuove conoscenze fornite dalla batteriologia non avessero fatto giustamente sospettare che la diastasi già dimostrata nel fegato non potesse avere origine da germi eventualmente sviluppatisi durante le fasi dell' estrazione.

Sopravvennero quindi le osservazioni di Ellemberger, Florence, Eves, Dastre ed altri, tendenti a negare l'esistenza di un fermento epatico saccarificante, in base a ricerche eseguite con tutte le norme dell'asepsi.

Successivamente altri studî vennero in appoggio diretto delle ipotesi contraria alla diastasi epatica, di essi basterà citare i seguenti:

1° Noil Paton provò che il cloroformio ed il fluoruro di sodio, tossici per il protoplasma cellulare, indifferenti per l'attività degli enzimi, rallentano la formazione di zucchero nel fegato.

2° Cavazzani dimostrò con esatti e rigorosi esperimenti:

a) che la stimolazione del plesso celiaco produce un notevole aumento di zucchero nel sangue delle vene sopra epatiche, mentre il potere saccarificante del sangue stesso resta immutato.

b) che una soluzione di glicogeno in contatto del sangue estratto dalle vene sopra epatiche viene saccarificata con una lentezza straordinaria in confronto dalla rapidità di formazione di zucchero nel fegato.

c) che il violetto di metile e la chinina, veleni del protoplasma e non degli enzimi, riducono al minimo l'attività glicogenica.

3° Il mio studio sull'azione glico-inibitrice della secrezione pancreatica dimostra che l'aggiunta di una diastasi rallenta anzichè accelerare la glicogenesi epatica.

Malgrado però questi fatti indiscutibili, non mancano i sostenitori della teoria zimotica, la quale trova un forte appoggio nella presenza di una diastasi nel sangue e sopra tutto nella considerazione generale che mentre si vanno dimostrando come processi zimotici molti che prima si attribuivano all'attività cellulare diretta, è almeno strano che per la glicogenesi epatica debba seguirsi un criterio perfettamente a rovescio di quello dominante nella scienza.

Gli esperimenti di cui qui riferisco i risultati possono portare un certo contributo alla soluzione del problema. Ho pensato di studiare come si comporti la glicogenesi in un pezzo di fegato (staccato dall'animale, appena ucciso) attraversato da una corrente galvanica; mio scopo principale è stato quello di determinare le quantità di zucchero che si formano, in queste condizioni, rispettivamente in prossimità dell'anode e del catode.

Gli esperimenti sono stati condotti nel modo seguente. Il fegato, estratto dall'animale appena ucciso, veniva rapidamente messo in uno speciale termostato (a 37°-40°) contenente due larghi elettrodi metallici (ricoperti di cotone imbevuto di una soluzione di cloruro sodico a 0,90 %) che venivano applicati sulla faccia convessa del fegato stesso, mentre, per mezzo di due fili conduttori, si mettevano in rapporto colla sorgente di energia elettrica; nel circuito venivano intercalati un amperometro e delle resistenze variabili per conoscere e regolare l'intensità della corrente [1]).

---

[1]) Queste ricerche furono molto agevolate dall'uso di uno speciale apparecchio di congiungimento colla corrente elettrica stradale, del quale recentemente si è fornito l'Istituto.

Prima d' iniziare l' esperimento si aveva cura di tagliare dal fegato un piccolo pezzo che veniva tenuto a parte nel termostato stesso come testimone; si comprende bene che il fegato attraversato dalla corrente era tenuto isolato su di una lastra di vetro e che l'ambiente del termostato era mantenuto saturo di vapore acqueo per impedire il disseccamento. Dopo un tempo variabile, sospeso l'esperimento, venivano asportati dal fegato due pezzi il più esattamente corrispondenti alle superficie di contatto dei due elettrodi, e veniva determinata in ciascuno dei due, oltre che nel pezzo testimone, la quantità percentuale di zucchero. Il metodo di determinazione fu quello ordinario di Seegen da me sempre seguito, cioè completo esaurimento colla prolungata ebollizione nell' acqua acidulata con acido acetico, concentramento del liquido, precipitazione con alcool, filtrazione ed evaporazione dell' alcool filtrato, soluzione del residuo in acqua e determinazione dello zucchero, in quest' ultimo liquido, col metodo di Fehling.

Nel corso di queste ricerche ho potuto fare le seguenti osservazioni:

1.° Adoperando, per la durata di mezza ora, una corrente variabile da 8 a 16 M. A., al catode si forma una quantità di zucchero quasi doppia che all'anode, mentre la quantità di zucchero del pezzo testimone non differisce molto da quella del pezzo anodico, come si rileva dal seguente prospetto di esperimenti eseguiti con fegato di coniglio:

Intensità della corrente in M. A.	Quantità °/₀ di zucchero		
	Pezzo anodico	Pezzo catodico	Pezzo testimone
8	2,45	4,75	2,49
10	3,21	5,80	3,38
10	1,30	2,45	1,25
15	1,50	2,80	1,65
16	0,95	2,00	1,05

2.° Entro i limiti d' intensità di corrente e di tempo sopra indicati, non vi è proporzione tra la intensità della corrente stessa e la differenza della percentuale di zucchero all'anode ed al catode, come può rilevarsi dalla tabella suesposta.

3.° Aumentando l' intensità della corrente, ferma restando la durata dell' esperimento, la differenza tra le quantità di zucchero formantesi rispettivamente all'anode ed al catode va sempre più diminuendo fino

a scomparire e ad aversi sia al catode chè all'anode una quantità percentuale di zucchero eguale od inferiore a quella del pezzo testimone. Ciò si rileva dal seguente prospetto dei risultati di esperimenti di applicazioni di correnti da 30 a 100 M. A. per $^1/_2$ ora su fegato di coniglio.

Intensità della corrente in M. A.	Quantità °/₀ di zucchero		
	Pezzo anodico	Pezzo catodico	Pezzo testimone
30	1,70	1,90	1,85
50	1,25	1,40	1,50
100	0,95	0,93	1,12
100	1,75	1,65	1,90

Queste osservazioni dimostrano che nello studio della influenza della corrente galvanica sulla glicogenesi epatica noi possiamo trovare un'altra prova che la formazione di zucchero nel fegato non è dovuta ad enzimi.

Infatti l'aumentata formazione di zucchero al catode fa rientrare il fenomeno della glicogenesi epatica nella categoria dei fatti specifici dell'attività del protoplasma, attività che secondo le note leggi dell'elettrotono scoperte da Pflüger vengono esaltate dalla corrente catodica. È perciò abbastanza logico ammettere che quando vediamo aumentare al catode la formazione assoluta e relativa di zucchero, come vediamo aumentare l'eccitabilità della fibra nervosa e muscolare, dobbiamo concludere per una funzionalità specifica della cellula epatica, come concludiamo per una funzionalità specifica degli elementi nervosi e muscolari eccitati dalla corrente catodica.

Reciprocamente, nel fatto di un'aumentata glicogenesi al catode troviamo una dimostrazione che la legge dell'aumentata eccitabilità catodica non vale solo pei muscoli e pei nervi ma anche per altre categorie di elementi protoplasmatici differenziati. È ben vero che, per seguire esattamente la legge dell'elettrotono, ad una esagerata funzionalità catodica dovrebbe corrispondere anche nel fegato, come nel nervo o nel muscolo, una diminuita funzionalità anodica, ma tra la cellula epatica e gli elementi nervosi e muscolari passano troppe differenze di struttura e funzione perchè potessimo pretendere una identità nel modo di comportarsi rispetto alla corrente galvanica.

Che la glicogenesi epatica non dipenda da un fenomeno enzimatico (almeno nel modo grossolano come siamo costretti a concepire tali fenome-

ni) lo si può dedurre dal fatto che l'attività degli enzimi amilolitici non risente l'influenza di deboli correnti elettriche come quelle che nel fegato determinano la differente formazione di zucchero all'anode ed al catode.

Potrebbe invero pensarsi che tale differenza dipenda da fenomeni elettrolitici; ma tale supposizione cade quando si consideri che i fenomeni di una più notevole differenza dell'attività glicogenica all'anode e al catode si hanno con correnti deboli (cioè le meno capaci di una decomposizione elettrolitica) e che scompariscono con correnti intense e quindi di potere elettrolitico innegabile. Anzi lo abbassamento dell'attività glicogenica che si verifica adoperando correnti molto forti (v. il secondo specchietto) dimostra che queste, forse appunto pel loro potere elettrolitico, ostacolano anzichè favorire la glicogenesi.

Dalle presenti ricerche possono adunque ricavarsi due nozioni importanti:

1.ª La conferma dell'ipotesi che la formazione di zucchero nel fegato dipenda dall'attività metabolica dei suoi elementi.

2.ª La dimostrazione che la legge dell'aumentata funzionalità catodica vale anche per altri elementi oltre che per le fibre nervose e muscolari.

Dall'Istituto fisiologico della R. Università.
Napoli, Giugno 1901.

RAPPORTO *sulla Nota del prof.* A. del Re.

(Adunanza del dì 15 Giugno 1901)

Nella presente breve Nota il Prof. del Re dà la costruzione e le formole di una trasformazione dello spazio a tre dimensioni mediante la quale si può cambiare una curva sghemba dotata di soli punti multipli a tangenti distinte in una che sia priva di punti singolari. Data l'importanza del teorema suddetto, intorno a cui già tanti illustri autori si sono travagliati, dandone molteplici dimostrazioni, sarà forse utile pubblicarne ancora un'altra. Onde la commissione propone l'inserzione della Nota nei Rendiconti.

E. FERGOLA
E. CESÀRO
P. DEL PEZZO, *relatore.*

Sopra le curve algebriche; *Nota di* A. del Re.

(Adunanza del dì 8 Giugno 1901)

Nella mia memoria « *Sulle caustiche per riflessione, e sui punti brillanti delle superficie algebriche* » stampata nel vol. del 1895 degli Atti della R. Accademia di Modena, io ho mostrato che il modo più semplice di trasformare uni-determinativamente una curva, ridotta ad avere soltanto singolarità ordinarie *), in un'altra dotata di soli punti doppii **),

---

*) Il Noether è stato il primo a dimostrare, coll'aiuto dell'analisi, ed in generale, la possibilità di questa riduzione, per mezzo di trasformazioni cremoniane, della quale possibilità una dimostrazione, di carattere più geometrico, venne poi data dal Bertini; ma il Cramer, sin dal 1750, con trasformazioni quadratiche e cubiche, cambiava i punti multipli dei primi 5 ordini di una curva d'ordine non superiore al sesto, in punti semplici di un'altra curva trasformata di quella. Ecco p. es. le formule di due delle trasformazioni adoperate dal Cramer:

$$x'_1 : x'_2 : x'_3 = x_1^2 : x_2 x_3 : x_1 x_2$$

$$x'_1 : x'_2 : x'_3 = a x_1 x_2 x_3 : x_1 x_2^2 : a_2^2 x_3^2 ,$$

ove $x'_i, x_i (i = 1, 2, 3)$ sono coordinate omogenee di punti corrispondenti ed a è una costante.

**) Le prime tracce sulla possibilità di trasformare uni-determinativamente una curva alg. in un'altra dotata di soli punti doppii, vanno cercate in Clebsh et Gordan « *Theorie der Abel'schen Functionen* (pag. 65), in Lindemann « *Leçons sur la Géométrie* » t. III, cap. I, § I, ed in Halphen « *Étude sur les points singuliers* » (p. 630). La proposizione, nella sua generalità, era nota a Clebsh fino dal 1869, siccome afferma il Klein, in fondo ad una nota del Bertini.— Il Cremona, nel maggio 1869, a proposito della ricerca dei moduli di una curva algebrica di genere p (special. nei casi di $p = 4, 5, 6$), cercò di rendere cuspidali alcuni dei punti doppii provenienti dalla trasformazione indicata da Clebsh e Gordan. L'Halphen attribuiva a Noether la proposizione mentre egli stesso indicava una trasformazione (passata inosservata, a quanto sembra, fino a che non la rimisero in luce l'Appel ed il Goursat), la quale è senza confronti più semplice di quante finora se ne conoscono, ed è esente da ogni obbiezione, specialmente se si ha riguardo all'osservazione fatta dal Voigt, di cui si discorre più sotto.—Questa trasformazione doveva essere sconosciuta al Picard, quando pubblicava quella ch'egli diede nel suo « *Traité d'Analyse* » t. II, pag. 364-366, e doveva pure essere ignorata dal Bertini, allorchè ristampava nei *Math. Annalen* (An. 1894) una dimostrazione della proposizione, data già nel 1891, in una Nota inserita

è quello di considerarne, a meno di una correlazione arbitraria, non degenere, la sviluppata in un piano a curvatura costante, non nulla *).

Una trasformazione che ha qualche cosa di analogo con la precedente permette di cambiare, in una sol volta, una curva sghemba dello spazio ordinario, ridotta ad avere soltanto punti multipli a tangenti distinte **), in un'altra sprovvista di singolarità punctuali. Non è quindi senza interesse mettere a conoscenza di coloro che sono al corrente del soggetto, e delle dimostrazioni che ne vennero date ***), in che cosa consista siffatta trasformazione.

1. Sia C una curva algebrica dotata soltanto di punti multipli a tangenti distinte; sicchè in ogni punto r^{plo} A vi siano r tangenti $a_1, a_2, \ldots, a_r$. Prendiamo una quadrica Q in posizione affatto generale rispetto alla C, e consideriamo:

1.° La sviluppabile γ dei piani osculatori della curva C, la curva γ_1 luogo dei poli di questi piani rispetto a Q, la sviluppabile R dei piani che proiettano dai punti di γ_1 le tangenti nei punti omologhi di C, e la

---

nella *Rivista di Matematica*, fatta con l'aiuto di una rete di cubiche; e che mi ha lasciato qualche dubbio intorno all'opportunità della scelta del luogo A_1. Nel 1893, il Del Pezzo ritrovò la stessa proposizione nella sua Nota « *Intorno ai punti singolari delle curve algebriche* » (Rend. Acc. Napoli, fasc. 1°), e la ritrovarono altresì il Simart (*Comptes Rendus*, t. CXVI, 1-47) ed il Poincaré (Idem, t. CXVII, 18). Finalmente, nel 1896 il Sig. Voigt ha indicata una trasformazione che conduce alla stessa proposizione, in conseguenza dell' impossibilità (dimostrata dall'Autore per via analitica) di avere una curva per la quale tre delle tangenti condotte da un punto arbitrario del piano siano allineati; della quale impossibilità non è senza interesse dare qui una dimostrazione geometrica.—Se φ è una curva tale che assumendo nel suo piano un punto arbitrario P, tre delle tangenti condotte a φ da P hanno i punti di contatto S, A, A′ allineati, posto P(S, A, A′) $\equiv s, a, a'$, allo spostarsi di P su s, varieranno a, a' ed A, A′ in modo che, mentre a, a' concorrono su s, i punti A, A′ si trovano sempre per diritto con S. Siccome A ed A′ variano con continuità, ciascuno sopra un ramo della curva φ, questa avrà la proprietà di trasformarsi in se stessa per mezzo di un'omologia di centro S ed asse s, in posizione unita. Ora curve algebriche siffatte non ne esistono. Dunque non esiste alcuna curva φ con le proprietà indicate.

*) Io giunsi a quella trasformazione per mezzo di una rete di curve, ad intersezioni variabili allineate, che chiamai *curve polari normali*, ed è notevole che l' interpretazione geometrica, indipendente dalla rete, di quella trasformazione, conduce, a meno del sistema polare rispetto all'assoluto, alla trasformazione dell' Halphen.

**) Del Pezzo, *l. c.* — Pannelli, *R. Ist. Lombardo*, 1893; ed altri.

***) Poincaré, *l. c.* — Pieri, *Rivista di Matematica*, t. IV. — Levi, *R. Accademia Lincei*, 1898.

sviluppabile analoga R_1 dei piani che proiettano dai punti di C le tangenti nei punti omologhi di γ_1;

2.° la sviluppabile β dei piani bitangenti della curva C, la curva β_1 luogo dei poli di questi piani, la sviluppabile S dei piani che proiettano dai punti di β_1 le corde del contatto con la curva C dei piani omologhi di β, e la sviluppabile S_1 dei piani che proiettano dai punti dello spigolo di regresso di β le corde del contatto dei piani omologhi bitangenti di β_1;

3.° Il gruppo (B) delle rette pluri-tangenti e delle rette osculatrici di C.

Preso un punto arbitrario P, che non sia sopra alcuna delle sviluppabili ora considerate, e nemmeno sopra una retta del gruppo (B), consideriamo, inoltre, ordinatamente i gruppi (γ), (R), (R_1), (β), (S), (S_1) dei piani delle sviluppabili $\gamma, R, R_1, \beta, S, S_1$ che escono da P, il gruppo (H) dei piani che da P proiettano il gruppo (B), i coni (C), (γ_1), (β_1) che da P proiettano C, γ_1, β_1 ed il cono (P) col vertice in P, circoscritto alla quadrica Q; se nella stella di centro P prendiamo una retta *s* che non appartenga ad alcuno dei piani dei gruppi (γ), (R), (R_1), (β), (S), (S_1), (H), e che sia fuori dei coni (C), (γ_1), (β_1), (P), per la retta *s* saranno soddisfatte (fra l'altre) le condizioni seguenti:

1.° la retta *s* e la sua polare s' rispetto a Q non sono nè in un piano osculatore nè in un piano bitangente della curva C;

2.° la retta *s* non è appoggiata alla curva C *), nè ad alcuna delle sue pluri-tangenti, o rette osculatrici;

3.° la retta *s* non contiene alcun piano tangente alla curva C che sia coniugato del piano osculatore nel relativo punto di contatto, rispetto alla quadrica Q;

4.° la retta *s* non proietta alcuna corda di contatto di un piano bitangente in modo che il piano proiettante sia coniugato, rispetto a Q, di questo piano bitangente.

Ciò posto, detto A un punto arbitrario di C, si conduca in A la tangente *a* ad un ramo (l'unico se A è semplice) della curva, uscente da A, si cerchi la polare a' di *a*, rispetto a Q, e si faccia corrispondere ad A il punto A' nel quale a' incontra il piano $sA \equiv \alpha$ (punto ben determinato, poichè a' non potrà stare in α, altrimenti il piano α conterebbe fra i piani della sviluppabile R_1, come piano che unirebbe A alla polare a' della tangente in A); mentre A descrive la curva C, il punto A' descriverà un'altra curva C', che dico essere una trasformata biunivoca di C, sprovvista di singolarità punctuali.

*) Nemmeno s' è appoggiata alla C; inoltre *s* ed s' non si appoggiano neppure alle γ_1, β_1, e non sono tangenti alla Q. Queste condizioni (e le restrizioni del testo cui si riferiscono), non sempre necessarie alla dimostrazione, sono state qui rilevate soltanto in Nota.

In fatti, dicendo T l'assieme delle operazioni che conducono da A ad A', è evidente che, in T, ad ogni punto A di C, sopra un determinato ramo (sopra l'unico se A è semplice) corrisponde un unico punto A' di C'; epperò agli r rami uscenti da A, se A è multiplo secondo r, con le tangenti distinte $a_1, a_2, \ldots, a_r$, altrettanti punti $A'_1, A'_2, \ldots, A'_r$ di C', dati dalle polari $a'_1, a'_2, \ldots, a'_r$ di quelle tangenti sul piano α; punti, i quali sono tutti distinti, perchè se due di essi, p. es. A'_i, A'_k coincidessero, il piano $a_i a_k \equiv \alpha_{ik}$ sarebbe coniugato di α rispetto a Q, il che è escluso dalla condizione 4ª, di cui sopra *). Preso ora un punto A' di C', alla stella delle rette di centro A' corrisponde un piano rigato α' di rette polari rispetto a Q; fra queste rette polari, fatta eccezione della a che ha dato A', non esiste alcuna altra tangente b di C il cui punto di contatto B sia nel piano $\alpha \equiv s$A, poichè α ed α' non sono coniugati rispetto a Q. Dunque, anche inversamente, ad un punto A' di C' corrisponde un unico punto di C sopra un sol ramo. La T è perciò biunivoca fra i punti delle due curve C, C'.

Affinchè due punti A, B di C, a distanza finita, o infinitamente vicini dove le tangenti sono distinte (esiste un piano osculatore ben determinato) abbiano per corrispondenti uno stesso punto A' di C', occorre che le polari delle tangenti a, b in A, B a distanza finita o infinitamente vicine, concorrano nel punto A', cioè che a e b siano in un piano bitangente, o in un piano osculatore, di C polare del punto A' rispetto a Q. Ma A, B ed A' devono stare in uno stesso piano con s in conseguenza della definizione della T; dunque occorre che un piano bitangente, o un piano osculatore della curva fosse coniugato del piano che da s ne proietta la corda di contatto, o la tangente al punto di contatto; ovvero, se A' fosse supposto sopra s con che α' dovrebbe passare per s', bisognerebbe che s' si trovasse in un piano bitangente, o in un piano osculatore della curva. Le condizioni 1ª e 3ª di cui sopra impediscono che queste circostanze possano verificarsi.

Affinchè due punti A, B, a distanza finita, o infinitamente vicini, dove le tangenti a, b non sono distinte, abbiamo per corrispondenti in C' un unico e medesimo punto A', occorre che questo punto sia simultaneamente sul piano $s\mathrm{A} \equiv \alpha$, sul piano $s\mathrm{B} \equiv \beta$, e sulla retta a' polare della $a \equiv b$. Ora, per $\alpha \equiv \beta$, occorre che a sia una bitangente di C, o una retta osculatrice (circostanza esclusa dalla condizione 2ª) appoggiata alla s; e per $\alpha \not\equiv \beta$ occorre che il punto A' sia sopra $s \equiv \alpha\beta$, cioè che il piano α' polaredi A' passi per s' e contenga a: un siffatto piano α' conta fra i piani bitangenti di C, o fra i piani osculatori, secondochè A e B sono a distanza

*) I piani $a_i a_k$ contano fra i piani della sviluppabile β, ed il piano sA fra i piani di s che contengono i punti di contatto di uno stesso piano bitangente di C.

finita, o infinitamente vicini. Dunque, nemmeno quest'ultima circostanza può essere verificata; epperò tutti i punti della C sono semplici.

2. Passiamo a stabilire le formule per la trasformazione in esame; e, per metterci nel caso più generale, supponiamo che la curva C sia definita dal sistema di equazioni

$$f(x, t) = 0 \ , \ \varphi(y, t) = 0 \ , \ \psi(z, t) = 0 \tag{1}$$

ove x, y, z sono le coordinate di un punto della curva, t è un parametro variabile con questo punto ed f, φ, ψ sono dei polinomii intieri. Come quadrica Q prendiamo la sfera immaginaria di equazione

$$X^2 + Y^2 + Z^2 + 1 = 0 \ , \tag{2}$$

ciò che può essere sempre fatto, a meno di una trasformazione omografica (se occorre) che cambii la curva in un'altra di posizione affatto generale rispetto alla Q; e supponiamo la retta s data come asse del fascio di piani

$$u_1 X_1 + v_1 Y + w_1 Z + 1 - \lambda(u_2 X + v_2 Y + w_2 Z + 1) = 0 \ , \tag{3}$$

ove $(u_1, v_1, w_1), (u_2, v_2, w_2)$ sono due piani del fascio scelti appunto in guisa che per la s siano soddisfatte le condizioni di cui al n.° 1.

Se, per brevità, poniamo

$$l = -\frac{\partial f}{\partial t} : \frac{\partial f}{\partial x} \ , \ m = -\frac{\partial \varphi}{\partial t} : \frac{\partial \varphi}{\partial y} \ , \ n = -\frac{\partial \psi}{\partial t} : \frac{\partial \psi}{\partial z} \ , \tag{4}$$

e consideriamo, nel punto (x, y, z) della curva C l'elemento di vettore che ha per componenti secondo gli assi le quantità l, m, n, chiamando ξ, η, ζ le coordinate dell'estremità di un siffatto elemento, avremo

$$\xi = x - l \quad , \quad \eta = y - m \quad , \quad \zeta = z - m \ ; \tag{5}$$

quindi, per le equazioni della polare a' della tangente a in $A(x, y, z)$ a C, rispetto a Q, si avranno le seguenti

$$\left.\begin{aligned} xX + yY + zZ + 1 &= 0 \\ lX + mY + nZ \quad &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Se poniamo, inoltre, pure per brevità

$$\left.\begin{aligned} \alpha_i = u_i x + v_i y + w_i z + 1 \ , \ (\alpha_1 + \alpha_2) \, . \, H = \alpha_2 h_1 + \alpha_1 h_2 \\ (i = 1, 2 \ ; \ H \equiv U, V, W \ ; \ h \equiv u, v, w) \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

le coordinate del punto $A'(x', y', z')$ di C' corrispondente di $A(x, y, z)$ si otterranno risolvendo il sistema

$$\left.\begin{aligned} UX + VY + WZ + 1 &= 0 \\ xX + yY + zZ + 1 &= 0 \\ lX + mY + nZ \quad &= 0 \end{aligned}\right\} . \tag{8}$$

Perciò, osservando che è

$$\begin{vmatrix} U & V & W \\ x & y & z \\ l & m & n \end{vmatrix} = l(Vz - Wy) + m(Wx - Uz) + n(Uy - Vx)$$

$$\begin{vmatrix} -1 & V & W \\ -1 & y & z \\ 0 & m & n \end{vmatrix} = m(z - W) - n(y - V)$$

$$\begin{vmatrix} U & -1 & W \\ x & -1 & z \\ l & 0 & n \end{vmatrix} = n(x - U) - l(z - W)$$

$$\begin{vmatrix} U & V & -1 \\ x & y & -1 \\ l & m & 0 \end{vmatrix} = l(y - V) - m(x - U) ,$$

e tenendo presenti i valori (7) delle U, V, W:

$$x' = \frac{m\{(\alpha_1 + \alpha_2)z - (\alpha_2 w_1 + \alpha_1 w_2)\} - n\{(\alpha_1 + \alpha_2)y - (\alpha_2 r_1 + \alpha_1 v_2)\}}{l\{\alpha_2 v +_1 \alpha_1 v_2)z - (\alpha_2 w_1 + \alpha_1 w_2)y + m\{\alpha_2 w_1 + \alpha_1 w_2)x - (\alpha_2 u_1 + \alpha_1 u_2)z\} + n\{(\alpha_2 u_1 + \alpha_1 u_2)y - (\alpha_2 v_1 + \alpha_1 v_2)x\}}$$

$$y' = n\{(\alpha_1 + \alpha_2)x - (\alpha_2 u_1 + \alpha_1 u_2)\} - l\{(\alpha_1 + \alpha_2)z - (\alpha_2 w_1 + \alpha_1 w_2)\} : \text{med. denominatore}$$

$$z' = l\{(\alpha_1 + \alpha_2)y - (\alpha_2 v_1 + \alpha_1 v_2)\} - m\{(\alpha_1 + \alpha_2)x - (\alpha_2 u_1 + \alpha_1 u_2)\} : \text{med. denominatore},$$

che sono le formule richieste.

Siccome senza nuocere alla generalità può essere supposta presa come retta s l'asse delle x, così alla equazione (3) può essere sostituita la equazione

$$Y - \lambda Z = 0 \; ; \tag{10}$$

allora $\alpha_1 = y$, $\alpha_2 \equiv z$, e le formule della trasformazione assumono la forma

$$\left.\begin{aligned} x' &= \frac{nz + my}{l(y^2 + z^2) - (my + nz)x} \\ y' &= \frac{-ly}{l(y^2 + z^2) - (my + nz)x} \\ z' &= \frac{-lz}{l(y^2 + z^2) - (my + nz)x} \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

3. Se la curva C è dell' ordine μ e del rango ρ, un piano arbitrario condotto per s taglia C' in μ punti fuori di s ed in ρ punti sopra s. Dunque, la curva C' è in generale dell'ordine $\mu + \rho$, ha una ρ-secante in s, e tante r-secanti quanti punti multipli r^{pli} ha la curva C.

Se la curva C, nell'intorno del punto $A(a, b, c)$ è rappresentabile con degli sviluppi in serie della forma

$$\left.\begin{aligned} x - a &= \alpha_0(t-t_0)^k + \alpha_1(t-t_0)^{k_1} + \dots \\ y - b &= \beta_0(t-t_0)^p + \beta_1(t-t_0)^{p_1} + \dots \\ z - c &= \gamma_0(t-t_0)^r + \gamma_1(t-t_0)^{r_1} + \dots \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

ove $k, k_1, \dots, p, p_1, \dots, r, r_1, \dots$ sono numeri intieri crescenti (con che la curva è supposta avere solo cicli lineari nell'intorno di A), indicando con $[t - t_0]$ una serie di potenze ad esponenti intieri della quale il termine indipendente da $t - t_0$ sia diverso da zero, e gli altri abbiano coefficienti qualunque, si ha

$$\left.\begin{gathered} l = (t-t_0)^{k-1}.[t-t_0]\ ,\ m = (t-t_0)^{p-1}.[t-t_0]\ ,\ n = (t-t_0)^{q-1}.[t-t_0]\ , \\ l(y^2+z^2) - (my+nz)x = (t-t_0)^{k-1}.[t-t_0]\ , \\ my + nz = (t-t_0)^{p-1}.[t-t_0]\ ,\ ly = (t-t_0)^{k-1}.[t-t_0]\ ,\ lz = (t-t_0)^{r-1}.[t-t_0] \end{gathered}\right\} \qquad (13)$$

avendo supposto a, b, c diversi da zero, e $k \leq p \leq r$. Ne segue che, nel punto A', omologo di A sulla curva C', questa è rappresentabile con sviluppi in serie della forma

$$x' = (t-t_0)^{p-k}.[t-t_0]\ ,\ y' = [t-t_0]\ ,\ z' = [t-t_0] \qquad (14)$$

i quali cambiano, col cambiare degli sviluppi (12). Questa circostanza mostra che se la curva C ha soltanto cicli lineari, solo cicli lineari ha pure la C', ed inoltre che a cicli lineari della C aventi a comune l'origine corrispondono sopra C' cicli lineari aventi origini diverse. Questo risultato conferma, in parte, quanto abbiamo affermato nel n.° 1 in ordine alla mancanza in C' di singolarità punteggiate.

Relazione *sul lavoro della dottoressa* Giuseppina Gentile.

(Adunanza del dì 15 Giugno 1901)

Lo studio della dottoressa Gentile su alcune nummuliti dell'Italia meridionale è condotto con molta diligenza. Ella ha saputo vincere serie difficoltà determinando esattamente un materiale ch'era in gran parte incluso nella roccia, e l'ha illustrato con descrizioni sobrie ed efficaci e con ottime figure, eseguite da lei stessa.

La sottoscritta Commissione propone che il lavoro della dott. Gentile sia pubblicato, con l'annessa tavola, negli *Atti* accademici.

A. della Valle
E. Scacchi
F. Bassani, *relatore.*

Su alcune Nummuliti dell'Italia meridionale; *Memoria della dott.* **Giuseppina Gentile.**

(Adunanza del dì 8 Giugno 1901) — (Sunto dell'autrice)

In questa Memoria espongo il risultato dalle mie osservazioni su alcune Nummuliti dell'Italia meridionale conservate nel Gabinetto geologico dell'Università di Napoli.

Gli esemplari, distribuiti in dodici specie e cinque varietà, provengono dai piani medio e superiore dell'eocene: il primo rappresentato da calcari brecciati, con prevalenza delle forme *N. laevigata*, *N. lucasana* e *N. perforata*; l'altro dalla nota facies di Flysch (scisti, arenarie, conglomerati, galestri e breccioline nummulitiche), con prevalenza delle forme *N. Tchihatcheffi* e *N. Guettardi*.

Il lavoro è accompagnato da una tavola illustrativa.

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Maggio 1901

Latitudine. . 40° 52′ N.
Longitudine . 14° 15′ E. da Greenwich
Altitudine. . 149^m sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 +				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle nubi			Vento Direzione			Vento Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
	9^h	15^h	21^h	Medio diurno	9^h	15^h	21^h	Min.	Mass.	Medio diurno	9^h	15^h	21^h	Medio diurno	9^h	15^h	21^h	Medio diurno	9^h	15^h	21^h	9^h	15^h	21^h	9^h	15^h	21^h		
1	50.3	49.4	49.9	49.87	15.7	17.7	11.4	10.9	18.3	14.07	9.3	8.6	8.2	8.70	69	57	82	69.3	4	0	0	SE	SW	W	0	3	0	—	1.3
2	49.5	48.5	49.0	49.00	15.3	17.6	13.0	10.6	18.0	14.22	7.7	9.3	8.5	8.50	59	62	76	65.7	0	1	0	ENE	SW	W	0	5	0	—	1.7
3	47.7	46.7	47.7	47.37	5.3	15.2	10.7	10.7	16.7	13.35	8.3	8.8	8.1	8.40	64	68	85	72.3	9	9	2	NE	SW	NNE	0	3	0	1.4	1.6
4	48.2	47.4	48.4	48.00	10.3	18.4	14.1	10.3	19.3	15.00	7.1	7.5	7.2	7.27	52	48	60	53.3	0	2	10	N	SW	NNE	0	1	1	0.6	1.3
5	48.6	47.3	47.5	47.80	17.2	19.7	14.2	12.7	20.	16.02	6.2	5.3	5.1	5.53	42	31	42	38.3	0	0	0	NE	N	W	0	7	0	—	2.7
6	46.3	44.9	44.0	45.07	16.9	18.4	15.2	13.2	19.2	15.87	6.9	9.2	8.3	8.13	48	59	64	57.3	7	9	10	W	N	SW	0	0	1	—	2.8
7	42.0	42.0	40.8	41.60	12.6	11.5	11.5	11.5	14.8	12.60	9.2	9.6	9.5	9.43	86	96	95	92.3	10	10	10	SE	NW	N	3	1	1	16.8	0.4
8	44.9	47.8	50.4	47.70	14.3	17.1	13.2	11.2	17.5	14.05	9.2	9.3	9.5	9.37	76	63	86	75.0	7	1	0	SW	WSW	SW	1	10	0	—	1.7
9	52.6	51.9	52.1	52.30	16.7	19.2	13.8	12.5	19.4	15.60	9.6	9.0	9.8	9.67	68	58	84	70.0	3	0	0	NE	S	SW	0	1	0	—	1.7
10	50.5	48.6	48.1	49.17	17.2	20.0	14.9	12.7	21.0	16.45	11.1	11.7	9.6	10.80	76	67	76	73.0	5	8	9	N	SW	W	0	2	0	—	1.3
11	45.5	45.0	45.1	45.20	16.5	13.7	11.3	11.3	17.9	14.25	8.0	10.3	9.4	9.23	57	89	94	80.0	10	10	10	E	W	E	0	0	0	15.4	1.4
12	44.1	44.0	46.3	44.80	12.2	15.2	11.7	11.4	17.0	13.07	10.0	9.3	8.7	9.33	95	72	80	81.3	10	9	10	N	W	E	0	1	0	1.7	0.6
13	47.7	48.9	50.1	48.90	5.6	11.6	12.1	10.7	17.0	13.85	7.8	9.1	8.4	8.43	59	89	80	76.0	2	10	5	E	N	N	0	0	0	5.5	1.0
14	49.9	49.0	51.1	50.00	15.9	19.5	14.2	10.8	20.3	15.30	8.0	9.4	7.9	8.43	59	56	65	60.0	3	2	0	E	SW	SE	2	1	0	0.2	1.3
15	48.4	47.8	48.5	48.40	18.0	19.5	14.3	13.0	20.0	16.32	8.4	9.3	10.1	9.27	55	55	84	64.7	0	2	1	N	N	N	0	7	1	—	2.3
16	48.2	47.3	48.3	47.93	16.7	18.5	14.6	12.8	19.0	15.77	9.5	10.6	10.7	10.27	67	67	87	73.7	0	0	0	E	SE	SW	0	1	0	—	1.8
17	48.4	47.9	48.6	48.30	17.7	19.6	15.2	13.9	19.9	16.67	10.8	10.6	9.0	10.13	71	62	70	67.7	4	1	0	S	SW	SW	1	0	0	—	1.2
18	48.0	47.2	47.8	47.67	18.2	20.1	16.3	13.3	22.2	17.50	9.1	9.5	6.3	8.40	58	55	43	52.0	3	4	1	E	SW	W	0	4	0	—	1.6
19	48.2	49.2	49.7	49.03	17.0	14.2	11.9	11.9	18.2	14.75	10.5	10.8	9.6	10.30	73	91	94	86.0	10	10	10	WSW	NW	E	0	1	0	9.1	2.2
20	49.7	49.9	51.1	50.23	17.7	17.2	15.5	11.4	19.8	16.10	9.1	9.0	9.5	9.20	61	62	72	65.0	5	8	10	NE	SW	NE	0	3	0	2.3	1.1
21	51.2	50.6	51.3	51.03	19.0	20.1	14.9	13.7	22.6	17.55	7.8	10.4	9.5	9.23	48	59	75	60.1	2	9	0	NE	SE	N	2	0	0	0.8	2.0
22	50.1	49.4	49.7	49.73	20.1	22.9	18.0	15.1	23.5	19.17	9.2	10.0	8.0	9.07	53	48	52	51.0	0	2	0	NE	NE	E	1	1	0	—	2.6
23	49.4	48.9	49.5	49.27	20.1	22.0	18.1	15.6	23.4	19.30	8.1	9.2	10.2	9.17	46	47	66	53.0	2	8	3	NE	SW	NW	0	2	0	—	4.0
24	49.5	48.0	48.0	48.50	19.9	22.3	18.6	17.0	22.6	19.52	9.3	10.5	8.8	9.53	54	53	55	54.0	10	9	8	NNE	E	W	0	0	0	—	3.4
25	46.6	45.4	46.0	46.00	15.1	19.5	16.7	14.3	20.0	16.52	11.2	12.3	12.2	11.90	83	73	80	82.3	10	10	10	NE	N	SE	2	0	0	11.6	2.5
26	46.4	46.5	47.0	46.63	18.3	18.8	16.4	15.6	19.6	17.47	12.4	12.7	11.4	12.17	80	79	82	80.3	2	9	9	E	SW	SE	0	1	0	15.0	1.0
27	47.8	48.0	49.2	48.33	18.6	19.1	16.6	15.3	19.9	17.60	12.8	13.1	12.4	12.77	81	80	89	83.3	5	4	3	SE	WSW	S	0	4	0	—	1.0
28	48.5	47.5	47.4	47.80	19.5	21.2	18.3	14.9	23.2	18.97	12.6	14.4	13.6	13.53	75	77	87	79.7	1	8	0	E	NE	NW	0	0	0	—	1.1
29	46.6	45.5	46.2	46.10	22.2	24.6	19.0	17.2	25.2	20.90	12.5	14.2	12.4	13.03	63	62	76	67.0	0	2	1	NW	SW	W	0	2	0	—	1.3
30	46.8	46.2	48.5	47.17	23.0	23.0	19.3	18.3	25.7	21.57	14.7	14.7	14.4	14.60	70	70	87	75.7	0	8	10	NNW	SW	N	0	5	0	—	2.4
31	48.8	48.5	49.7	49.00	22.9	22.0	18.4	17.4	23.9	20.65	14.3	14.2	14.0	14.17	69	72	89	76.7	1	7	0	W	SW	E	0	0	0	—	1.5
Medi mens	48.09	47.58	48.30	48.00	17.47	18.71	14.95	13.23	20.16	16.45	9.70	10.41	9.59	9.93	65.2	65.4	76.4	69.00	4.0	5.5	4.3							somma 80.4	somma 53.8

CATALOGO

DELLE PUBBLICAZIONI PERVENUTE ALL'ACCADEMIA

dal 12 Maggio al 15 Giugno 1901

PUBBLICAZIONI ITALIANE

Catania — *Società degli spettroscopisti italiani* — Memorie, vol. XXX, disp. 2-4; Centenario della scoperta di Cerere.

Firenze — *Rivista scientifico-industriale* — Anno XXXIII, n. 8-9 — 1901.

Biblioteca nazionale centrale — Bollettino delle pubblicazioni italiane, n. 5 — 1901.

R. Istituto di studii superiori pratici e di perfezionamento — Pubblicazioni, n. 13-15 — 1900-1901.

Genova — *Società ligustica di scienze naturali e geografiche* — Atti, vol. XI, n. 4 — 1900.

Jesi — *Giornale di agricoltura* — Anno LXIII, n. 5 — 1901.

Livorno — *Supplemento al Periodico di matematica.* — Anno IV, fasc. VII — 1901.

Milano — *R. Istituto lombardo di scienze e lettere* — Rendiconti, serie II, vol. XXXIV, fasc. X — 1901.

Opere matematiche di Francesco Brioschi, pubblicate per cura del Comitato per le onoranze a F. Brioschi — Tomo I — 1901.

Modena — *Le stazioni sperimentali agrarie italiane*—Vol. XXXIV, fasc. IV—1901.

Napoli — *Rivista internazionale d'igiene e di organo-opoterapia*—Anno XII, n. 4 e 5 — 1901.

Annali di nevrologia — Anno XIX, fasc. II — 1901.

Palermo — *Circolo matematico* — Rendiconti, tomo XV, fasc. 1 e 2 — 1901.

Pavia — *Rivista di fisica, matematica e scienze naturali*—Anno 2, n. 13-17—1901.

Roma — *R. Accademia dei Lincei* — Rendiconti, vol. X, fasc. 9 e 10 — 1901.

Accademia pontificia dei nuovi Lincei — Atti, anno LIV, sessione 2ª e 3ª; Memorie, vol. XVII — 1901.

Giornale medico del r. Esercito — Anno 49, n. 4 e 5 — 1901.

L'Elettricista — Anno X, n. 6 — 1901.

Siena — *R. Accademia dei fisiocritici* — Atti, serie IV, vol. XIII, n. 3 — 1901.

Torino — *Osservatorio centrale del r. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri*— Bollettino, serie II, vol. XX, n. 9-10 — 1901.

Torino — *La rivista tecnica delle scienze, delle arti applicate all'industria e dell'insegnamento industriale* — Anno I, fasc. 5 — 1901.

R. Accademia d'agricoltura — Annali, vol. 43 (1900) — 1901.

Il Pensiero Civile di Vincenzo Gioberti (Pagine estratte dalle sue opere) — 1901.

Venezia — *R. Istituto veneto di scienze, lettere ed arti* — Atti, tomo LX, disp. 4 e 5 — 1901.

PUBBLICAZIONI STRANIERE

Batavia — *Royal magnetical and meteorological observatory* — Observations, vol. XXII, 1899, part I — 1900; *Regenwaarnemingen in Nederlandsch-Indie* — Een en twintigste Jaargang (1899) — 1900.

Berlin — *Physikalisch.-technisch. Reichsanstal t*—Verzeichnis der Veröffentl. (1887-1900) — 1901.

K. preussisch. Akademie der Vissenschaften — Sitzungsberichte, I-XXII— 1901; Abhandlungen, 1899-1900 — 1900.

Bremen — *Naturwissenschaftl. Verein* — Abhandlungen, Band XV, Heft 3 — 1901.

Bruxelles — *Société belge de géologie de paléontologie et d'hydrologie* — Bulletin, t. XI, fasc. IV (1897); t. XV, fasc. I — 1901.

Budapest — *K. ung. geologisch. Gesellschaft* — Földtani Közlöni, XXX Kötet, 10-12 Füzet, 1900; XXXI Kötet, 1-4 Füzet — 1901.

Buenos Aires — *Museo Nacional* — Comunicaciones, tomo I, n. 8 — 1901.

Bureau démographique national — Bulletin, année II, n. 5 — 1901.

Charlottenburg — *Die Thätigkeit der physikalisch-technischen Reichsanstalt im Jahre 1900* — 1901.

Cracovie — *Académie des sciences* — Bulletin international, n. 1-3 — 1901.

Frankfurt a. M. — *Senckenbergisch. naturforsch. Gesellschaft* — Abhandlungen, B. XXV, Heft. II — 1901.

Granville — *Scientific laboratories of Denison University* — Bulletin, vol. XI, art. IX — 1900.

The journal of comparative neurology — Vol. XI, n. 1 — 1901.

Haag — *Die Triangulation von Java* — Sechste und letzte Abtheilung — 1900.

Kobenhavn — *Nyt Tidsskrift for matematik* — A, 12 Aargang, n. 3 e 4; B, 12 Aargang, n. 2 — 1901.

Lancaster — *American mathematical Society* — Transactions, vol. I, n. 4 — 1900.

Academy of sciences of New-York — Annals, vol. XIII, part. I — 1900.

Leipzig — *Fürstlich Jablonowski'sch. Gesellschaft* — Jahresbericht, Marz 1901.

Deutsch. physikalisch. Gesellschaft — Verhandlungen, Jahrg. 3, n. 4-6 — 1901.

London — *Royal Society* — Proceedings, vol. LXVIII, n. 445 — 1901.

R. astronomical Society — Monthly notices, vol. LXI, n. 6 — 1901.

Nature — Vol. LXIV, n. 1645-1649 — 1901.

Mathematical Society — Proceedings, vol. XXXIII, n. 745-751 — 1901.

Madrid — *R. Academia de ciencias exactas, fisicas y naturales* — Memorias, tomo XIX, fasc. I — 1893-1900.

Marburg — *Gesellschaft zur Beförderung der gesammten Naturwissenschaften* — Sitzungsberichte, Jahrg. 1899-1900; Schriften, Band 13, Abth. IV— 1900.

Mexico — *Observatorio meteorológico central* — Boletin mensual, Julio-Diciembre — 1900.

Observatorio astronómico nacional — Boletin, tomo II, n. 7 — 1901.

Sociedad cientifica « Antonio Alzate » — Memorias y revista, t. XIV, n. 11 y 12 — 1900.

München — *K. b. Akademie der Wissenschaften* — Sitzungsberichte der math. phys. Cl., Heft. I — 1901.

New-York — *Academy of sciences* — Memoirs, vol. II, p. II — 1900.

University of the State — State Museum Report, vol. 49 (3), 1895; 50 (2), 1896; 51 (1 e 2), 1897 — 1898-1899.

Paris — *Académie des sciences* — Comptes rendus hebdomadaires des séances, tome CXXXII, n. 18-22 — 1901.

Société mathématique — Bulletin, tome XXIX, fasc. II — 1901.

Bibliothèque de l'école des h. ét. — Bulletin des sciences mathématiques, II série, tom. XXV, Mars 1901.

École normale supérieure — Annales scientifiques, III série, tome XVIII, n. 2 — 1901.

Société d'encouragement pour l'industrie nationale — Compt.-rend., n. 8; Bulletin, t. 101, n.4 — 1901.

Archives de néurologie — Vol. XI, n. 65 et 66 — 1901.

Journal de l'anatomie et de la physiologie normales et pathologiques de l'homme et des animaux — XXXVII année, n. 3 — 1901.

Université de Paris — Bibliothèque de la Faculté des Lettres, XIII — 1901.

Ministère de l'instruction publique — Catalogue des thèses et écrits académiques, fasc. 16 — 1900.

Société d'anthropologie — Bulletins et mémoires, V série, t. I, fasc. 2 — 1900; Table générale des publications (1860-1899) — 1900.

Société zoologique — Mémoires, tome XIV, 1 p. — 1901.

Philadelphia — *American philosophical Society* — Proceedings, vol. XXXIX, n. 163 — 1900.

Wagner free Institute of science — Transactions, vol. III, p. V — 1900.

Prag — Astronomische Beobachtungen an der k. k. Sternwarte zu Prag in den Jahren 1892-1899 — 1901.

St. Louis — *Academy of science* — Transactions, vol. IX, n. 6, 8, 9 - 1899; vol. X, n. 1-8 — 1900.

Stockholm — K. Vetensk. Akademien — Ofversigt, 57 — 1900.

Sveriges Offentliga Bibliotek Stockholm, Upsala, Lund, Göteborg, Accessions-Katalog, 14, 1899 — 1901.

Urkunder Till Stockholms Historia I — Stockholms Stads Privilegiebref 1423-1700 — 1901.

Tokio — *College of science i. University* — Journal, vol. XV, p. I — 1901.

Toulouse — *Faculté des sciences de l'Université* — Annales, tome II, fasc. III— 1900.

Washington — *Smithsonian Institution* — Annual report (1898) — 1899; Report of the U. S. national Museum (1898) — 1900.

Washington — *U. S. Coast and geodetic Survey* — Special publication, N. 4 — 1900.

Wien -- *K. k. geologisch. Reichsanstalt* — Verhandlungen, n. 4-6; Jahrbuch, L Band, 3 Heft — 1901.

OPERE PRIVATE

Boccardi G., *Di alcuni diagrammi astronomici* — Catania, 1901.

Bortolotti E., *Sulla determinazione dell'ordine di infinito* — Modena, 1901.

Capelli A., *Sulla genesi combinatoria dell'aritmetica* — Napoli, 1901.

D'Ovidio E., *Su alcune successioni di medie aritmetiche, geometriche ed armoniche* — Torino, 1901.

Duran Loriga Juan J., *Charles Hermite* — Città di Castello, 1901.

Lemoine É., *La géométrographie dans l'espace ou Stéréométrographie* — Paris.

Comparaison géométrografique de diverses constructions d'un même problème — Paris, 1900.

Géométrografie dans l'espace ou stéréométrografie — Paris, 1900.

Suite de téorèmes et de résultats concernant la géometrie du triangle — Paris, 1900.

Note sur deux nouvelles décompositions des nombres entiers — Paris, 1900.

Mascari A., *Sulla frequenza e distribuzione in latitudine delle macchie solari, osservate al R. Osservatorio di Catania nel 1899* — 1900.

Masoni U., *Di alcune recenti esperienze sui grandi sifoni da Cancello a Napoli nell'acquedotto di Serino* — Napoli, 1901.

Riccò A., *La nuova stella nella costellazione di Perseo* — Catania, 1903.

Comunicazione telefonica all'Osservatorio Etneo col filo sulla neve — Catania, 1901.

— e Eredia F., *Risultati delle osservazioni meteorologiche del 1900 fatte nel R. Osservatorio di Catania* — Catania, 1901.

Rossi G., *Sul sistema nervoso sottointestinale dei miriapodi* — Roma, 1901.

Siacci Fr., *Sulla velocità minima* — Roma, 1901.

Sur un problème de d'Alembert — Paris, 1901.

Fascicolo 7° ANNO XL. Luglio 1901.

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza del dì 15 Giugno 1901.
Presiede il presidente **A. Capelli.**

Sono presenti i socii ordinarii Albini, Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci e Villari.

Il segretario legge il processo verbale dell'ultima tornata, che viene approvato, e presenta il Rendiconto accademico di Maggio e le pubblicazioni giunte in cambio e in dono, segnalando fra queste ultime una Nota del socio Enrico d'Ovidio *su alcune successioni di medie aritmetiche, geometriche e armoniche.*

Comunica in seguito l'invito dell'associazione « Pro Napoli » all'assemblea generale del 16 corrente.

Si accetta il cambio degli Atti e del Rendiconto con la *Rivista di fisica, matematica e scienze naturali* di Pavia.

L'Accademia, accogliendo le proposte delle relative Commissioni, approva all'unanimità:

l'inserzione negli *Atti* della Memoria della dott. Maria Bakunin *sulla eterificazione di acidi con fenoli* (relatore socio Oglialoro) e della Memoria della dott. Giuseppina Gentile *su alcune nummuliti dell'Italia meridionale* (relatore socio Bassani),

e l'inserzione nel Rendiconto della Nota del prof. Alfonso del Re *sopra le curve algebriche piane e sghembe* (relatore socio del Pezzo) e della Nota del dott. Adolfo Montuori, intitolata: *Azione della corrente elettrica sulla glicogenesi epatica* (relatore socio Albini).

Processo verbale dell'adunanza del dì 6 Luglio 1901
Presiede il presidente **A. Capelli.**

Sono presenti i socii ordinarii Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci, Villari e i corrispondenti Dino, Semmola e Torelli.

Il segretario legge il processo verbale dell'ultima tornata, che viene approvato, e presenta le pubblicazioni giunte in cambio e in dono, segnalando quella del prof. Federico Goppelsroeder di Basel.

Informa poi i convenuti intorno alla salute del socio ordinario Nicolucci, tuttora malato. L'Accademia delibera di trasmettere al chiaro collega l' augurio di guarigione sollecita.

Partecipa in seguito:

una circolare dell' i. r. Accademia di scienze, lettere ed arti degli Agiati di Rovereto, riconoscente per l'adesione alla festa commemorativa del CL anniversario della sua fondazione;

i ringraziamenti della Direzione della *Rivista di fisica, matematica e scienze naturali* di Pavia per il cambio degli Atti e dei Rendiconti;

una lettera del dott. Emil Erlenmeyer, jun., il quale comunica di essere l'autore del manoscritto intitolato *Nouvelles conséquences de la théorie stéréochimique*, presentato al concorso di Chimica per il 1900 (vedi adunanza 6 aprile 1901) e testè pubblicato da lui negli *Justus Liebig's Annalen der Chemie*;

e la circolare 25 giugno del Comitato ordinatore del prossimo Congresso internazionale di fisiologia in Torino.

Si accetta il cambio del *Rendiconto* col nuovo periodico: *Studii sassaresi*, edito a Sassari.

Vengono comunicate, per l'inserzione nel Rendiconto, tre note:

una del socio Paladino: *Per una migliore classificazione delle glandole*;

una seconda del corrispondente Semmola: *Il Vesuvio nel maggio 1900*, che è approvata con sette voti favorevoli e quattro contrarii,

e l'ultima del corrispondente de Lorenzo (presentata dal segretario): *Significato geologico di alcuni miti ariani*, che è accolta all'unanimità.

Il socio Fergola presenta un lavoro del dott. Vittorio Alberti *su la determinazione de' radianti*. Il presidente incarica lo stesso socio Fergola e i colleghi del Pezzo e Pinto di esaminarlo e di riferirne.

Il socio della Valle presenta un lavoro del sig. Attilio Cerruti: *Di un tenioide dell'Alauda arvensis, con riguardo speciale ad un organo parauterino.* La Commissione esaminatrice risulta composta dei socii della Valle, Paladino e Bassani.

Programma di concorso al premio SEMENTINI

Le Facoltà riunite di Fisica della R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli e della R. Università degli Studii, in seguito a legato contenuto nel testamento olografo del prof. Luigi Sementini in data 6 Aprile 1847, col quale egli poneva a disposizione delle due Facoltà la rendita di annui ducati centocinquanta, pari a Lire 637,50, *per distribuirla come premio a tre memorie in Chimica applicata che esse giudicheranno le migliori, ovvero per attribuirla come premio all'autore di una sola Memoria contenente una grande utilità, od infine per concederla come pensione vitalizia all'autore di una classica scoperta utile all'egra umanità*, invita tutti coloro che intendano concorrere ai premii da distribuirsi per il corrente anno 1901 a presentare non più tardi del 31 Dicembre prossimo nella segreteria della R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche le relative domande, corredate dalle memorie manoscritte o stampate, con l'avvertenza che le suddette Facoltà pagheranno i premii ai vincitori del concorso solamente dopo che il relativo ammontare sarà ad esse consegnato dagli eredi del testatore prof. Luigi Sementini.

Napoli, 25 Luglio 1901.

Il Presidente della R. Accademia
ALFREDO CAPELLI

Il Rettore della R. Università
LUIGI PINTO

PER UNA MIGLIORE CLASSIFICAZIONE DELLE GLANDOLE; *Nota del socio ordinario* **G. Paladino.**

(Adunanza del dì 6 Luglio 1901)

La classificazione che si fa oggigiorno delle glandole è molto incompleta e difettosa. Gran numero di tali organi resta escluso dal gruppo a causa che si mette a fondamento della loro definizione il solo criterio morfologico, e questo neppure applicato in tutta la sua estensione. Mentre come per tant'altri argomenti della morfologia al criterio anatomico bisogna accoppiare il fisiologico allo scopo di giungere a risultati più esatti ed in ogni caso meno incompleti.

Marcello Malpighi iniziò felicemente lo studio positivo delle glandole ed assodò che i tubi ghiandolari si terminavano direttamente negli acini terminali degli stessi [1]. L'opinione susseguente sostenuta dal Ruysch, e seconda la quale la sostanza glandolare era composta di vasi sanguigni le cui ultime ramificazioni si sarebbero continuate in un modo immediato coll'origine dei condotti escretori, fu un errore [2], che ebbe ciò

[1]) Exercitationes de structura viscerum, 1665.

[2]) Epistola IV, 1696.

non pertanto fortuna e difensori autorevoli. I buoni studii in proposito si ravviarono con Purkinje, Henle, Goodsir, Bowmann e sopratutto con G. Muller, il quale rivendicò l'esattezza fondamentale dell'opinione di Malpighi e confermò che, contro il modo di vedere di Ruysch, non sono i vasi che segregano, sì bene è *la sostanza* viva che riveste *la superficie dei tubi ghiandolari indipendentemente dalla configurazione esterna delle glandole* [1]).

Posteriormente gli studii istologici e sperimentali per opera di una schiera di osservatori fra i quali primeggiano Remak, Kölliker, Cl. Bernard, Ludwig, R. Heidenhain, Ranvier, Golgi ecc. hanno messo in luce non pochi dati del processo secretorio, tra i quali i cangiamenti dell'epitelio glandolare o sostanza viva di Muller tanto nell'attività quanto nel riposo, assegnando la parte che si appartiene ai vasi ed ai nervi e contribuendo positivamente all'incremento delle cognizioni sul complesso e difficile fenomeno delle secrezioni, per cui Haller ebbe a sentenziare: *Multa in physiologicis obscura, obscurius hac ipsa functione nihil* [2]).

Come corollario dei precedenti studii istologici ed embriologici la glandola è considerata quale un derivato epiteliale le cui cellule sono in massima distese su di una membrana propria circondata di vasi sanguigni e linfatici e di nervi, e provenienti dall'epitelio di rivestimento mercè propaggini che si approfondano nel connettivo sottostante, di tal che la parte principale di una glandola è adunque rappresentata dall' epitelio, *enchima glandolare*, disteso in massima sulla membrana propria glandolare fornita di vasi e di nervi ed anche in alcune glandole di muscoli. Non mancano glandole, in cui i vasi passano per una parte attraverso la membrana anzidetta e si distribuiscono sulla faccia opposta, com'è precisamente il caso dei polmoni, nei cui alveoli sotto allo strato epiteliale corrono anse vascolari che accavallano a così dire lo strato proprio alveolare e si distendono sulla faccia interna di questo.

A norma di ciò che precede le glandole sono state scolasticamente divise in tre gruppi, che sono: 1) glandole tubulari; 2) glandole acinose; 3) glandole a follicoli chiusi *deiscenti* come le ovaje, o pure *non deiscenti* come ad esempio la tiroide.

Intanto restando nei limiti del concetto istologico delle glandole e considerando che la costruzione glandolare ha per iscopo di moltiplicare significantemente la superficie di secrezione, il che non si ottiene soltanto invaginando e sottraendo una massa epiteliale all'azione immediata degli agenti esterni nè colla flessione, ravvolgimento, divisione e dilatazione terminale (acino) dei tubi, così si deve dire che vi sono due tipi di glandole cioè: 1) a *tipo rientrante* (legge di Remak-Kölliker) e 2) *a tipo sporgente*.

Appartengono al primo: *a*) le glandole tubulari; *b*) le glandole acinose;

[1]) De glandularum secernentium structura etc. 1830.

[2]) Elementa physiologiae, II, p. 859.

c) le glandole follicolari chiuse, mentre appartengono al secondo: *d)* le glandole villose e qual grado di transizione tra l'una e l'altra; *e)* le superficie lisce glandolari.

a) Le glandole *tubulari* altre sono dei tubuli semplici, presso a poco uguali e con regolare fondo cieco (glandole del Galeati, glandole peptogastriche semplici); altre sono per poco divise sul loro breve corso (glandole peptogastriche a guanto, glandole uterine) altre sono dei tubuli semplici, ma aggomitolati (glandole sudorifere, glandole ceruminose, glandole della mucosa uterina della cavia [Paladino]); altre sono tubulari composte cioè tubuli dicotomicamente divisi e con un corso flessuoso e leggermente sinuoso e fondi ciechi semplici e regolari (glandole di Brunner, alcune delle glandole mucipari della porzione ingerente del tubo digestivo e della mucosa trachelo-bronchiale): altre infine sono tubolari complesse, cioè risultano inizialmente da molti tubi, che dopo un corso più o meno lungo si riuniscono e si fondono (reni, testicoli).

b) Le glandole *acinose* od alveolari od anche dette a grappolo sono quelle che risultano da un tubo che diviso o non dicotomicamente si risolve in una dilatazione vescicolare terminale, detto alveolo od acino del Malpighi. Le glandole cutanee dei batracii danno l'esempio delle più semplici di tali glandole, cioè glandole risultanti da un solo acino con il corrispondente dotto escretore. Le glandole sebacee dell'uomo e dei mammiferi danno poi l'esempio di un tubo che si divide una volta e le ramificazioni si risolvono in alveoli, mentre le glandole salivari sono esempio di glandole il cui tubo escretore si divide e si suddivide dicotomicamente, le ramificazioni hanno corso flessuoso e le ultime si dilatano in un alveolo. Uno stroma connettivale le riunisce, e nella loro aggregazione vi si riconoscono lobuli, lobulini ecc.

c) Le glandole *villose* sono rappresentate dalle membrane con villosità o con appendici superficiali libere, coniche ed appiattite, semplici o ramificate. Ne danno l'esempio le membrane sinoviali delle grandi articolazioni colle loro frange e la mucosa dell'intestino tenue, che nell'uomo con una superficie di un metro quadrato ed a 12 villi per ogni millimetro quadrato è fornita di 12 milioni di villi i quali si elevano a 45 a 55 milioni nel cavallo e nel bue con una superficie interna del tenue da $4\,^1/_2$ e $5\,^1/_2$ metri quadrati. I villi, oltre di essere delle efficaci radicette assorbenti, si devono considerare quali superficie secernenti di non comune valore, e dove nelle glandole a tipo rientrante l'aumento considerevole di superficie è avvenuto con tubi ramificati, flessuosi e ripiegati su sè stessi, nei villi in cambio si ha l'esempio di aumentare la superficie con formazioni opposte e sporgenti.

d) Le glandole a *superficie liscia* sono rappresentate da membrane semplici senza glandole di sorta, come ad esempio la mucosa dei seni mascellari e frontali, gran parte di quella della cassa del timpano, le capsule sinoviali semplici ecc.

Benchè così inteso il gruppo delle glandole è già molto più esteso di quello ammesso nelle scuole, pure non le abbraccia tutte. Le glandole linfatiche, le ematopojetiche non vi sono comprese, mentre pure lo dovrebbero essere a norma del concetto fisiologico degli organi glandolari. Difatti fisiologicamente la glandola è un organo che produce un secreto non utilizzato dall'organo secretore e differente per stati fisici e per composizione chimica e morfologica nonchè con uffizio sempre utile all'organismo.

D'altra parte non deve trascurarsi di considerare che l'*enchima* o il *parenchima* glandolare ha diversa derivazione e da questo punto di vista le glandole si dividono nel gruppo di quelle a fondo *archiblastico* (tutte le predette a base epiteliale) e nel gruppo di quelle a fondo parablastico (tutte le glandole linfatiche e le ematopojetiche). Glandola intermedia poi tra l'uno e l'altro gruppo è il timo, il quale si inizia con propaggini epiteliali degli archi branchiali e si svolge e si completa con l'aggiungersi in prevalente misura dell'elemento parablastico o mesenchimatoso.

Di qui nasce il bisogno di un più largo quadro degli organi glandolari.

In generale le glandole per il sito ove versano i loro prodotti si possono distinguere in glandole che li versano allo esterno cioè alla superficie cutanea o nelle cavità esterne in senso largo (cavità rivestite di mucosa) ed in glandole che li versano all'interno e propriamente nel sangue (tiroide, milza, glandole linfatiche). Non poche glandole danno prodotti varii, dei quali alcuni si versano all'esterno ed altri all'interno. Fra questi in prima va ricordato il fegato che elabora i componenti della bile che si versa nell'intestino, e l il glicogene che trasformandosi in glucosio passa nel sangue. Dopo il fegato, la tiroide, il pancreas ecc.

Pel modo come si comportano le cellule epiteliali, le glandole a fondo archiblastico si distinguono in organi ad epitelio *caduco* ed in organi ad epitelio *resistente* o come si sono dette con altra nomenclatura glandole *olocrine* e *merocrine* (Ranvier); nelle prime l'epitelio si distrugge nel produrre il secreto (glandole sebacee, glandole dell'inchiostro della seppia ecc.) mentre nelle seconde l'epitelio ha una certa resistenza e quindi funziona senza immediatamente distruggersi.

Le glandole ad epitelio più o meno resistente a norma dei prodotti e dei relativi cangiamenti che subiscono vanno distinte in mucinose, in albuminose o sierose ed in miste, ma di ciò e di altro che riguarda il processo secretivo ed escretivo delle glandole non è il momento di occuparci. Voglio soltanto notare che nell'apprezzamento della durata di un enchima ghiandolare non si deve dimenticare quanto io dimostrai nell'ovaia che cioè i punti varii dell'organo non sono equivalenti nè dal punto di vista del lavorio degenerativo nè da quello della rigenerazione [1]).

Segue ora il quadro complessivo delle glandole come io l'intendo.

---

[1]) Paladino G., *Ulteriori ricerche sulla distruzione e rinnovamento continuo del parenchima ovarico ecc.* Un vol. in 8° con 9 grandi tav. litograf. Napoli, 1887.

QUADRO COMPLESSIVO DELLE GLANDOLE

I. — Glandole a fondo archiblastico.

a) *Glandole a tipo rientrante.*

— Glandole tubulari semplici e glandole aggomitolate (glandole del Galeati, glandole sudorifere, ceruminose, ecc.).

— Glandole tubolari composte o tubolari dicotomicamente ramificate (glandole del Brunner, alcune delle glandole mucipari).

— Glandole acinose od alveolari cioè risultanti da un tubo semplice che si risolve in una dilatazione alveolare od acinosa (glandole cutanee degli anfibii, glandole sebacee, glandole salivari).

— Glandole tubulari complesse, cioè risultanti da più tubuli (reni, testicoli).

— Glandole reticolate (fegato).

— Glandole a follicoli chiusi deiscenti (ovaia) o non deiscenti (tiroide).

b) *Glandole a tipo sporgente.*

— Glandola villosa o membrana con frange (membrana sinoviale delle grandi articolazioni) o con villi (mucosa del tenue).

— Glandole intermedie o membrane lisce (mucosa dei seni frontali, membrane sinoviali lisce).

II. — Glandole a fondo parablastico.

Glandole ematopoietiche (glandole linfatiche, milza, midollo delle ossa).

III. — Glandole miste.

Glandole costituite dalla concorrenza dell'elemento archiblastico e parablastico (timo).

Il Vesuvio nel maggio 1900; *Nota del socio corrispondente* **E. Semmola.**

(Adunanza del dì 6 Luglio 1901)

Il sig. dottore R. V. Matteucci ha pubblicato testè un suo lavoro dal titolo: «Sul periodo di forte attività esplosiva offerto ne' mesi di Aprile-Maggio 1900 dal Vesuvio»: in questo studio l'autore espone alcuni suoi concetti, che a me pare meriterebbero esser meglio discussi. Innanzi tutto egli ritiene che i vulcani in generale ed il Vesuvio in particolare siano in eruzione solamente quando vi è efflusso di lava, e si esprime proprio così «Venendo al caso nostro del Vesuvio, il quale si trova in continua attività stromboliana con saltuarie emissioni laviche, parmi indispensabile per evitare malintesi ed incertezze di considerarlo in eruzione solo quando vi hanno luogo degli efflussi lavici»: e più appresso aggiunge «Le ultime eruzioni vesuviane di questo scorcio di secolo si sono avute dal 1891 al 1894, e dal 1895 al 1899», cioè durante l'emissione lavica: ed infine nel ricordare che in Settembre 1899 le lave cessarono del tutto, dice «Questa è l'ultima vera eruzione che è avvenuta al Vesuvio». Dunque secondo il dottor Matteucci, durante la memorabile fase esplosiva di Maggio 1900, nella quale il cratere con terribili muggiti lanciava a parecchie centinaia di metri di altezza tonnellate di fuoco, il Vesuvio non era in eruzione, sol perchè non vi fu efflusso di lava! Non sarò certamente io ad affermare quanto sia poco favorevole a' concetti della scienza questo modo di vedere del dottor Matteucci; a me basta ricordare che due eminenti scienziati Arcangelo Scacchi e Luigi Palmieri più volte ebbero occasione di affermare in questa Accademia, nella quale mi pare ancora vederli, che la vita di un vulcano va studiata per periodi eruttivi, ed il Palmieri nell'ultima nota qui letta, dice proprio così: «nella storia del Vesuvio bisogna distinguere periodi di riposo e periodi di attività eruttiva di più o meno lunga durata, nei quali si ravvisano fasi più o meno splendide, che furono chiamate eruzioni, ed altre di diminuzione, che spesso non furono nè avvertite, nè descritte». Lasciamo dunque dire al volgo che il Vesuvio è in eruzione solo quando si ha lo spettacolo del fuoco, ma per lo scienziato che studia la vita di un vulcano attivo in tutte le sue manifestazioni, l'efflusso lavico, che talvolta avviene solo nell'interno del cratere, deve essere considerato solamente come una fase dell'attività eruttiva, ma non è certo la sola per affermare che un vulcano sia in eruzione. Si ha da ritenere perciò, come affermava il Palmieri, che il Vesuvio sia entrato in un nuovo periodo eruttivo fin dal Dicembre 1875, allorchè nel fondo dell'enorme cratere di sprofondamento lasciato dal grandioso efflusso lavico del 1872, si formarono delle fenditure, dalle quali usciva una modesta quantità di fumo e di gas diversi. Il cratere man mano andò colmandosi, le fenditure riunendosi divennero bocca eruttiva, il fuoco cominciò a

mostrarsi talvolta nel cratere, si costruirono e sprofondarono coni avventizii, si ebbero colate di lava, periodi esplosivi più o meno prolungati e violenti: ebbene questi ed altri fenomeni debbono essere considerati come fasi diverse dell'attività eruttiva ora più, ora meno intensa, e vanno però tutti classificati e riportati allo stesso periodo di vita, nel quale il vulcano è entrato fin dal 1875, e di cui ignoriamo le fasi avvenire e quando avrà fine. Il dottor Matteucci negando il concetto dei due scienziati napoletani, non rende, io credo, un buon servigio alla storia ed allo stndio dei vulcani.

L'autore passa poi a ricercare la ragione per la quale le lave effluite hanno percorso un breve cammino; e si esprime così « Le lave di questa eruzione (95-99), come quelle della precedente (91 94), non erano di natura molto basica, nè contenevano gran copia di aeriformi, dotate quindi fortunatamente di una limitatissima scorrevolezza, non raggiunsero mai grandi distanze, e si ammassarono per conseguenza più che altro, nella regione delle bocche di efflusso più basse. Cosicchè in 50 mesi vi costruirono un'altra cupola alta 171 m. ». Dunque secondo il dottor Matteucci, le lave si sono soprapposte le une alle altre per mancanza di scorrevolezza dovuta sia alla loro natura poco basica, sia alla scarsezza di aeriformi. Innanzi tutto osservo che quest'affermazione è del tutto gratuita, poichè l'autore nulla dice del come si sia assicurato della poca basicità e della scarsa ricchezza dei gas; e nulla dice come queste qualità, dato che fossero vere e reali, potessero modificare la scorrevolezza delle lave; anzi a pag. 103 con lodevole lealtà dichiara « Queste ricerche (come la basicità ed i gas potessero modificare la scorrevolezza delle lave), sono ancora da instituirsi sperimentalmente ». Aspettando dunque che vengano queste ricerche, io penso che la ragione che ha operato per accumulare le lave in una piccola area, sia stata un'altra. Noto qui prima di tutto che il percorso di una lava è in relazione principalmente con la massa che ne vien fuori in ogni unità di tempo, con la sua liquidità maggiore o minore, che è funzione della temperatura, (le lave prima di consolidare, passano per lo stato pastoso), ed infine con la inclinazione del suolo. Le lave 95-99 erano povere e talvolta poverissime; si potevano ben chiamare rigagnoli di fuoco; apparivano quà e là e scorrevano lente ora in un verso, ora in un altro della cupola lavica, e dopo breve percorso, raffreddandosi facilmente la piccola massa onde erano formate, si arrestavano, e nel consolidare si spezzavano in mille zolle da ridursi così in lave frammentarie. Perchè la lava possa avanzare più facilmente su di un suolo variamente inclinato, è necessario che ne venga fuori una gran copia in poco tempo, in modo da generare col proprio peso una forte pressione; o come dicesi, è necessario aversi una forte carica in alto, che spinga la lava nel livello più basso. Ricordo che la potente lava del 1872 minacciante il paese Cercola, in un dato momento si arrestò, e pareva non dovesse più avanzare: ma dopo alcune ore, con dolorosa sorpresa

di tutti, riprese il movimento innanzi, dovuto senza dubbio ad un nuovo efflusso di lava verificatosi alle bocche, il quale facendo aumentare la carica, fu cagione di spingere innanzi il fronte della lava, che si manteneva ancora liquida per il lento raffreddamento della sua considerevole massa. Se quell'enorme mole di lava accumulatasi man mano per formare la così detta cupola, in vece di venir fuori lentamente in 50 lunghissimi mesi, si fosse rovesciata in pochi giorni, oh, quanto diverso sarebbe stato il cammino percorso, quanto diverso il danno che avrebbe arrecato! Ed a conferma di ciò aggiungo che nel primo periodo dell' efflusso lavico, il magma veniva fuori più copioso, più liquido, e le lave potettero così allungarsi per un paio di chilometri fin quasi al piano delle ginestre, ma poi l'efflusso divenne più scarso, le colate cominciarono ad accorciarsi sempre più fino a limitarsi in una piccola area, dove soprapponendosi costruirono la cupola. Fra le ragioni poi, che operarono per produrre colate di lava così modeste, una delle principali fu la seguente. La lava non usciva liberamente fuori da una bocca o da una squarciatura del monte, in diretta comunicazione con la caldaia vulcanica, come nell'incendio del 1872; essa in vece veniva fuori elevandosi di basso in alto e facendosi strada traverso le fenditure e i crepacei della cupola stessa in via di formazione; di guisa che anche prima che venisse fuori, guardando attraverso le fenditure stesse, la si vedeva talvolta ad una certa profondità, lentamente avanzarsi e salire; in una parola la lava non usciva come l'acqua che irrompe, rottasi la diga, che la tratteneva, ma in vece veniva fuori quasi come quella che gemendo si eleva dal fondo di un pozzo sorgivo. E quì è bene notare che il magma lavico dovendo percorrere un cammino lungo e difficile, giungeva fuori a temperatura meno elevata, e perciò meno fluido, ed era questa una nuova ragione, che concorreva con quelle già dette, a farlo presto raffreddare e consolidare.

In quanto poi a ciò che afferma l'autore, che le lave cioè minacciarono distruggere l'Osservatorio Vesuviano, è bene ricordare che questo edifizio ha perduto a grado a grado l'immunità, della quale godeva pienamente mezzo secolo fa, a misura che le colate di lava venute fuori copiosissime dal quadrante NW dal 1855 fino ad oggi, hanno riempiuto in gran parte le profondissime vallate a nord ed a sud della collina sulla quale è a cavaliere l' Osservatorio. È vero che le ultime lave 95-99 hanno continuato il tristo lavoro di colmamento e di approccio; però la collina che hanno costruita, collina che i geologi si ostinano a chiamare cupola, distendendosi con le sue falde dalle rupi del monte di Somma al cono vesuviano, erge maestosa la cima quasi di fronte al lato orientale dell'Osservatorio, di cui ne costituisce così, a parer mio, una buona difesa: prima di tutto perchè l'enorme mole di questa collina forma come una potente fasciatura di quella parte del monte, e quindi sarà certo meno facile che nuove bocche e nuove colate si determinino nel quadrante NW; e poi anche ciò avverandosi, le

bocche si aprirebbero quasi di sicuro, a monte, cioè al di là della collina o cupola, che dir si voglia, e quindi le lave trovando sbarrata la via, dalla presenza di essa, dovranno di necessità deviare a dritta o a sinistra, gittandosi o nel fosso della Vetrana, o diriggendosi verso il piano delle ginestre, liberando così l' Osservatorio da un nuovo e ben grave pericolo.

Un altro fenomeno ha richiamata l'attenzione del dottor Matteucci quello delle fiamme, che egli afferma di aver rivedute nel cratere del Vesuvio, con le seguenti parole « Nelle notti del 4 al 10 guardando da Napoli la cima del Vesuvio con un buon cannocchiale, oltre agli spettacolosi chiarori a più o meno brevi intervalli dalle miriadi di massi infocati slanciati nelle esplosioni e dal riverbero della incandescenza del cratere, notai altri fenomeni luminosi che si vedevano di quando in quando nell'orlo meridionale del cratere. Erano lingue di fuoco che comparivano agitandosi nell'atmosfera e scomparivano all'istante. Queste luci vibranti giallognole e rossicce, debbono essere considerate come vere e proprie fiamme ». Nella visita poi fatta al cratere, il dottor Matteucci rivide il fenomeno, e ne parla così « Fra i fatti da me osservati durante il tempo che avvennero quelle esplosioni vi era il divampamento costante di una fiamma da una lesione situata a metà altezza della parete craterica di fronte a me, ossia verso nord. Questa era visibile solo quando i densi globi di fumo vi proiettavano l'ombra essendo il resto del cratere illuminato dal sole: era di 2 o 3 m. di altezza ed assai pallida, ma la sua luce era evidentemente indebolita da quella diffusa dall'ambiente. Quando il sole batteva su quella parete, essa benchè invisibile, si tradiva da se coi suoi prodotti di combustione. Infatti per tutta la sua altezza e larghezza lasciava trasparire la parete craterica con tutti i suoi particolari, mentre in alto dove terminava la sua lingua vibrante, dava luogo ad abbondanti e densi vapori bianchi, attraverso i quali nulla si vedeva della parete e che molto probabilmente erano una miscela di vapore d' acqua e di anidride solforosa....: Ritengo che i suddetti fenomeni luminosi debbono considerarsi come fiamme prodotte dalla combustione dello zolfo con o senza idrogeno ».

Ora a me pare che qualche dubbio possa facilmente nascere sulla realtà del fenomeno. Certo non è possibile tenere conto alcuno delle fiamme viste da Napoli: di fatti come mai si può con sicurezza riconoscere l' esistenza di fiamme alla distanza di molti chilometri, sia pure guardando con un buon cannocchiale, che probabilmente era quello del Galilei (binocolo da teatro); specialmente poi considerando che queste fiamme erano confuse in mezzo a quella merevigliosa pirotecnica vesuviana, nella quale, a dire dello stesso dottor Matteucci, « sembrava che la vetta del vulcano prendesse fuoco ». In quanto poi alla fiamma vista dall'autore nella sua visita al cratere, non è possibile altresì allontanare qualche dubbio sulla realtà obbiettiva della medesima: ed invero come spiegare che essa appariva solo per breve tempo, e che non ve ne fossero altre, uantunque le condizioni del cratere erano sempre e dapertutto le stesse: come mai potere ammettere che una fiamma alta alcuni metri fosse talmente trasparente ed inco-

lore da rendersi affatto invisibile, ed in un posto dove in vece avrebbe dovuto colorarsi per le facili sublimazioni di composti metallici che vi si producono, e senza presentare nemmeno quel peculiare movimento di ondulazione delle correnti calde ascendenti, e pel quale la trasparenza per effetto di rifrazione viene modificata. Non mi pare altresì potersi ritenere con sicurezza che la fiamma invisibile alla luce del sole, si vedeva solo allorchè vi si proiettava l'ombra del fumo: imperocchè avendo io sperimentato con una fiamma solfurea alta da 20 a 30 cm. collocata sul parapetto di un terrazzo, essa era invisibile sia allorchè era rischiarata dal sole in pieno meriggio, sia allorche restando all'aperto, la si trasportava all'ombra di un muro, che certo è più oscura di quella del fumo; la si vedeva poi benissimo trasportata in una stanza, che aveva una finestra sola non presa dal sole. Del resto anche ammessa l'esistenza di questa fiamma, la spiega che ne dà l'autore ritenendola dovuta a combustione di vapori di solfo, mi pare poco plausibile: egli dopo aver notato che nel cratere vi era una copiosa uscita di gas solforoso, aggiunge. « In questa abbondante fuoriuscita di gas solforoso dobbiamo soffermarci un istante, prestandosi essa mirabilmente alla spiegazione di fenomeni luminosi » cioè delle fiamme. Ebbene tutti sanno che nel cratere del Vesuvio lo sviluppo dell'anidride solforosa non manca quasi mai, e spesso riesce soffocante; dunque se questo gas fosse il prodotto della combustione di vapori di solfo, le fiamme dovrebbero vedersi quasi sempre, ed in vece è ancora assai dubbio che raramente ve ne sia apparsa qualcheduna e ben piccola: nè certo è da sostenersi che la combustione avvenga ne' condotti interni Noto ancora che in tanta copia di vapori di solfo, come ammette l'autore, una parte sia pure minima, dovrebbe depositarsi per incompleta combustione dovuta alla scarsezza dell'aria ne' crateri vulcanici attivi; e pure sublimazioni di solfo io non ho mai visto nell'attuale periodo eruttivo. Infine l'autore dovendo ricercare quale fosse mai l'origine di questo solfo, vi giunge facilmente con una nuova ipotesi affatto gratuita, ed ammette che nel magma lavico primitivo vi si trovi compresso ed assorbito non solo il vapor d'acqua con altri gas, ma altresì il vapore di solfo, e si esprime così: « Sia che lo zolfo si trovi immedesimato allo stato di elemento nativo nel magma vulcanico, sia che vi sia contenuto sotto forma di solfuro di idrogeno, è oramai assodato che esso si estrinseca dal magma subito che questo giunge alla superficie terrestre ». E quì mi permetto di notare che prima di assodare che il vapore di solfo si estrinseca giunto che è il magma alla superficie, per la scemata pressione, sarebbe necessario prima di tutto assodare che questo vapore di solfo si contenga nel magma; il che è affatto ignoto. Come si vede la chimica vulcanologica del Matteucci manca di qualsiasi base razionale e sperimentale: e inoltre essa viene a sconvolgere le teorie del Fouqué che sono anche oggi, per quanto mi pare, le più accreditate. Nel classico lavoro di questo dotto scienziato sulle emanazioni gassose de' vulcani, egli dice: « J'ai volu démontrer qu'une infiltration des

eaux de la mer jusqu'au contact de la matière en fusion sur la quelle repose la croute terrestre, peut expliquer tous les phénomènes éruptifs. Pour cela j'ai dû exécuter certaines expériences synthétiques ayant pour but la reproduction de quelques unes des substances, dont j'avais reconnue la presence à l'Etna ». La commissione nominata dall'Istituto di Francia formata da Elie de Beaumont, Boussingault, Daubrée, Ch. Sainte-Claire Deville, eminenti scienziati del tempo, per riferire sul lavoro del Fouqué, si esprime così a proposito delle ricerche chimiche: « Mais c'est surtout en ce qui touche aux phénomènes chimiques que l'étude des volcans a le mieux inspiré M. Fouqué. Partout où il est allè, il a transporté avec lui ses appareils d'analyse expéditive, au sommet du cône terminal de l'Etna, sur les flancs des cones adventifs et sur les innombrables fissures fumantes de la lave...; partout enfin la température et la compositions des gas dégagés ont été pour lui l'objet de détermination precises soit sur les lieux, soit dans le laboratoire [1]) ». La conclusione di questo memorabile rapporto è manifesta ed è la seguente: nelle difficili ricerche di chimica vulcanologica una sola è la via che riesce, quella che ha per base le osservazioni precise controllate da opportuni esperimenti: creando ipotesi, cui manca questa base, non si conclude nulla e peggio si confonde quel poco che sappiamo. Ed ora tralasciando altre osservazioni, fra le quali qnella di non aver compreso perchè il dottor Matteucci prolunghi fino al giorno 13 la fase esplosiva che finì il giorno 10, mi piace chiudere con un augurio; quello cioè che i nuovi studiosi del Vesuvio senza aver fretta, mirassero solo con intelligenza e dottrina a continuare ad illustrare questo nostro mirabile vulcano, e fossero così un giorno degni di essere ricordati, come ricordiamo oggi con infinita riverenza i nomi di Leopoldo Pilla, Teodoro Monticelli, Nicola Covelli, Arcangelo Scacchi, Luigi Palmieri, che ne furono i dotti illustratori italiani del secolo passato.

SIGNIFICATO GEOLOGICO DI ALCUNI MITI ARIANI; *Nota del socio corrispondente* G. De Lorenzo.

(Adunanza del dì 6 Luglio 1901)

La mitologia greca contiene sotto forma allegorica le visioni primitive e i tipi originarî di quasi tutte le verità metafisiche e fisiche, le quali sono state poi dagli uomini posteriori, senza veste mitica, escogitate filosoficamente ed osservate scientificamente. Perciò io più di una volta, percorrendo gli antichi testi greci, sono rimasto meravigliato, in vedere con quale esattezza e profondità di visione in alcuni di quei miti sono rappresentate delle manifestazioni di grandi forze naturali, le quali con i loro vistosi fenomeni dovevano maggiormente colpire le fantasie di quei

---

[1]) *Comptes rendus de l'Académie des sciences.* Paris, Mai 1866.

primi uomini, che allora proprio cominciavano a diventare conscienti di sè e della natura che li circondava. E, quantunque per tali cose io possa per conto mio ripetere le parole di Socrate nel *Fedro* di Platone: ἐμοὶ δὲ πρὸς ταῦτα οὐδαμῶς ἐστὶ σχολὴ, pure questa volta io mi sento spinto ad occuparmi brevemente di alcuni di questi miti greci, sia perchè ho notato, che essi non sono comunemente interpretati in modo conforme a natura e, come a me pare, a verità, e anche perchè il mio amico Neumann ha richiamato la mia attenzione sulla intima parentela, che essi mostrano con consimili allegorie della mitologia scandinava e indiana, derivanti dallo stesso ceppo ariano o, meglio, indo-europeo.

A tali miti appartengono gli esseri giganteschi, minacciosi, superbi, chiamati Titani, Ciclopi, Giganti, Demoni, in lotta continua con gli Dei, dai quali sono finalmente abbattuti e vinti, ai quali però fanno pur sempre sentire la loro sorda sotterranea ribellione: tali miti non sono per me, come qui appresso cercherò di dimostrare, che delle magnifiche figurazioni plastiche dello svolgersi di forze telluriche, specialmente eruttive (vulcaniche) e sismiche, in contrasto con le forze atmosferiche; in quella scala un po' più grande dell' attuale, con cui si manifestarono durante l'epoca quaternaria, quando gli uomini cominciavano a fissare nel pensiero le prime intense visioni accolte nelle loro vergini menti.

Questa naturale interpretazione, che nasce spontanea dalla lettura degli antichi testi, è invece nella comune opinione sostituita da altre spiegazioni, più artificiose, che solo forzatamente possono mettersi d'accordo con le poesie degli antichi autori. Lo stesso Schopenhauer nei *Parerga und Paralipomena* (vol. II, § 197) vede nelle ossa fossili dei megatherii e dei mastodonti i giganti cacciati da Zeus sotterra; ma egli, dal grande spirito che è, non manca subito dopo di aggiungere, che veramente la teogonia di Esiodo sembra avere per base una oscura concezione dei primi mutamenti del globo terrestre e della lotta tra la superficie ossidata, capace di vita, e le sfrenate forze naturali signoreggianti le materie ossidabili, bandite nell'interno della terra. Questa è infatti la vera spiegazione di quei miti; quantunque anch'essa non sia completamente esatta, perchè non è necessario risalire ai primordî della vita sul globo, per assistere con la mente a tali fenomeni, ma basta fermarsi alla fine del pliocene e al principio del pleistocene, quando, contemporaneamente al primo espandersi dei popoli eurasiatici, ebbero luogo nell'Asia e nell'Europa (dall' Oceano Indiano e dal Mediterraneo fino al Mare Artico) gli ultimi grandi sollevamenti orogenici ed epeirogenici, accompagnati e seguiti dai vistosi fenomeni glaciali e vulcanici, sui cui prodotti sono fondate le nostre civiltà.

Preller nella sua magistrale *Griechische Mythologie* dà una esatta interpretazione ed una eccellente rappresentazione dei Giganti e della Gigantomachia, che egli descrive appunto come un'allegoria dei vulcani del

Mediterraneo, specialmente di quelli dell'Italia meridionale, e delle loro terribili eruzioni: e similmente egli si attiene al vero, descrivendo e interpretando Tifone come l'espressione mitica della zona vulcanica che va da Ischia all'Etna. Egli stesso però non spiega allo stesso modo i Titani e la Titanomachia (la quale in fondo non è che una rappresentazione eteronima, e forse più antica, della Gigantomachia), anzi la descrive come una pura tempesta atmosferica accompagnata da terremoto, e interpreta addirittura i Ciclopi e gli Ekatoncheiri come nuvole tuonanti e fulminanti e come onde marine: perciò io voglio cercare di ricondurre ora anche questi ultimi miti alla loro origine tellurica, specialmente vulcanica.

Prima di entrare nell'argomento è necessario però, che io accenni, come recentemente il Dr. Th. Zell in un suo libro non privo di interesse (*Polyphem ein Gorilla*, Berlin 1901) ha cercato di dimostrare, che il Ciclope Polifemo non sia altro che una figurazione dei gorilla incontrati dai primi navigatori greci sulla costa occidentale dell'Africa. Contro tale ipotesi sarebbero da porre numerosi argomenti, che lascio agli studiosi di tali cose: io mi contento di osservare, che miti così antichi e grandiosi, come questo dei Ciclopi, il quale è incorporato nei primi principî della teogonia e cosmogonia greca, non possono riflettere che i grandi fenomeni geologici della superficie terrestre appena resasi abitabile all'uomo. I miti riguardanti le relazioni degli uomini con uomini di altre razze e con animali (p. es. il mito degli ippocentauri, dei cimmerî, del vello d'oro etc.) si riferiscono a tempi molto posteriori e fanno parte solamente dei cicli eroici.

Invece i Titani, gli Ekatoncheiri e i Ciclopi ci si presentano al principio della teogonia come nati dai primi amplessi del cielo e della terra. È noto che, a simiglianza del grandioso inno del *Rigveda* (X, 129), il quale dal chaos primitivo fa sorgere Kâma (l'amore) come radice d'ogni esistenza, così la *Theogonia* di Esiodo (v. 116 seg.) dal chaos originario fa nascere la Terra dall'ampio petto, sede perenne degli dei dell'Olimpo e di quelli del Tartaro (cioè delle forze celesti, atmosferiche, e delle sotterranee), e quindi Eros, imperante sugli animi degli dei e degli uomini. La Terra stessa, dopo aver prodotto il cielo e i monti e le acque e il mare, arsa d'amore si accoppiò col Cielo e, tra gli altri Dei, (v. 139 seg.) « *generò quindi i Ciclopi dal cuore superbo, Bronte e Sterópe e anche Argen dall'animo tremendo, i quali diedero il tuono a Giove e fabbricarono il fulmine. Essi erano simili certo al resto degli Dei, ma avevano un solo occhio nel mezzo della fronte, e furono chiamati Ciclopi perchè era circolare il loro unico occhio nel mezzo della fronte: forza e violenza e arti erano nelle opere loro. Ma anche altri nacquero da Gea e da Urano: tre figli ingenti, terribili, nefandi, Kotto e Briareo e Gie, superba prole; a cui cento mani inaccostabili prorompevano dagli omeri, e cinquanta capi dagli omeri di ognuno erano nati sulle membra possenti: valida forza inaccostabile sulla forma ingente. Questi grandi ch'eran nati da Gea e da Urano, i più terribili dei*

figli, fin dal principio furono esosi al loro genitore. E di essi e di quei che prima erano nati tutti rinchiuse Urano negli abissi di Gea, e non li mise alla luce, e si confidò nella mala opera; ma dentro gemeva la Terra enorme oppressa ». Gea si rivolge quindi ai figli per aiuto e mediante l' astuzia di Kronos (il tempo) riesce finalmente a togliere la potenza a Urano (lo spazio). Di qui sorgono nuove forme e nuove manifestazioni divine, finchè si giunge alla grande battaglia degli Dei, alla Titanomachia.

Da questa stupenda descrizione di Esiodo il Preller deduce, che i Ciclopi non rappresentino altro che le nuvole lampeggianti del temporale; per lui quindi tali minacciose nuvole fulminanti avrebbero dato origine all' imagine dei giganteschi Ciclopi con un grande occhio rotondo di fuoco, mentre i diversi atti del temporale, il lampo (ἀστραπή), il tuono (βροντή) e il fulmine (κεραυνός) sarebbero ripartiti nei tre membri del gruppo. Allo stesso modo i tre Centomani sarebbero secondo Preller il personificato ondeggiamento del mare, che con la spinta dei flutti tonanti produce gli scuotimenti della terra. Ma tali spiegazioni di Preller non mi sembrano conformi a natura, perchè questi esseri così terribili, violenti, massicci, pesanti, ingenti, come sono descritti i Ciclopi e i Centomani, non possono certo riferirsi a fenomeni atmosferici e marini, ma debbono invece rappresentare quanto di più violento e mostruoso e immane si può immaginare sulla superficie terrestre: vale a dire i distruttori cataclismi sismici e le tremende conflagrazioni vulcaniche. Infatti nella stessa mitologia greca noi troviamo le onde spumanti del mare (che ancor oggi da noi si chiamano *cavalloni*) descritte come i cavalli auricriniti di Poseidone: il che certo è un'imagine molto più confacente ad essi, che non sia quello di Briareo dalle cento mani inaccessibili (ἄπλητοι). E dalle consorelle stirpi ariane dell' India noi vediamo nella mitologia vedica le nuvole temporalesche rappresentate come vacche, che largiscono alla terra il loro liquore benefaciente: mentre in nessuna parte del mondo le nuvole hanno un aspetto così terribile come nell' India, dove esse con il monsone autunnale si avanzano come una nera immensa cortina dell'Oceano Indiano, evaporatosi per nove mesi sotto il sole torrido, si stendono sulla terra, oscurano il sole e si squarciano finalmente tra lampi immensi, che solcano tutto l'orizzonte, e tuoni orrendi, che hanno fatto anche impazzire qualche inglese di cuore non fermo, che li sentiva per la prima volta! Malgrado ciò esse sono rimaste delle vacche: come potevano diventare dunque dei Ciclopi nella fantasia degli affinissimi Elleni?

A prima vista certo, quando si legge in Esiodo che i Ciclopi diedero il tuono a Zeus e fabbricarono il fulmine, l' ipotesi delle nuvole pare naturale; ma se si riflette più profondamente e si è avuta la visione di una qualsiasi eruzione vulcanica, quando dalle viscere del monte ignivomo escono dei rombi ben più profondi dei tuoni d' un temporale, e sulla cima del vulcano i fuochi delle bombe lanciate a grande altezza s' incrociano con

i lampi prodotti dallo strofinio dei lapilli e con le folgori guizzanti nel pino enorme di cenere e di vapor d'acqua, si riconosce, che questa appunto è la sede prima del tuono e del fulmine. E infatti, nella posteriore mitologia greco-italica, Efesto, Vulcano, il fuoco, il fucinatore per eccellenza, ha nell' Etna la sua forgia da ferraio, e quivi gli immani Ciclopi gli fanno da martellatori. E ancor oggi alle falde dell' Etna, vi è, omonimo del primo ciclope, Bronte, un paese, bene esperto dei tuoni e dei fulmini del vulcano. Così parimenti nella lontana Giava il famoso vulcano, il Papandajang, non ha nel suo nome altro significato che questo: « il monte del ferraio »; e il suo attivo, rumoroso vicino si chiama il Gunongguntur « il monte del tuono ». Lo stesso concetto esprimeva il divin Petrarca nei versi famosi:

> Le braccia alla fucina indarno muove
> L'antiquissimo fabbro siciliano:
> Ch' a Giove tolte son l'arme di mano
> Temprate in Mongibello a tutte prove.

Del resto a che serve accumulare tante obiezioni, quando lo stesso Esiodo, non solo nella su mentovata descrizione, ma anche più tardi (*Theog.*, v. 617 seg.), dopo la battaglia degli Dei, mostra, come Briareo, Kotto e Gye fossero nuovamente con forti vincoli incatenati dal padre, che ne ammirava e insieme paventava la forza immane e la forma e la mole ingente, e fossero ricacciati sotto l'ampia Terra? E sotto la terra giacevano anche, guardati e guardiani, i Titani e i Ciclopi; al pari dei Giganti e di Tifone delle leggende posteriori. È quindi evidente, che tutte queste divinità non sono che rappresentazioni di forze telluriche, ipogee, non atmosferiche.

Che specialmente poi si tratti di forme e di forze vulcaniche e sismiche, è chiaramente indicato dalle loro descrizioni e dai loro nomi. Κύκλωπες: i Ciclopi, gli Dei dell'unico occhio circolare nel mezzo della fronte; chiunque ha visto un vulcano con il folgorante cratere centrale circolare riconoscerà immediatamente quanto è esatta questa designazione. Ἑκατονχεῖρες: i Centomani, gli Dei terribili con cento mani inaccostabili e cinquanta capi sulle membra ingenti: come si potrebbe meglio descrivere un grande vulcano, p. e. l' Etna, con le innumerevoli, inaccostabili correnti digitate di lava incandescente, che si stendono lungo i fianchi, e con i numerosi coni craterici laterali, che ne coprono le spalle? La rappresentazione non potrebbe essere più limpida e più plastica di questa data dai Centomani. E i nomi proprii confermano la visione. Βρόντης, il tonante; Στέροπης, quello dall'occhio scintillante; Ἄργης, il bianco-splendente (forse per il bianco pennacchio di vapore); Κόττος, il percotitore; Βριάρεως, il massiccio; Γύης, il frangitore. E si può anche aggiungere che Τίταν, da τιταίνω = stendersi, è una eccellente denominazione pel vulcano, che si allarga, si

stende e si innalza col sovrapporsi delle lave e del materiale eruttato; al pari di Γίγας, che è una formazione intensiva da γη, γαια: la terra quindi che si sovrappone.

Qui cade in acconcio di osservare quali miti simili a questi greci si trovino nelle mitologie delle altre principali razze indo-europee e se anch' essi possano avere una analoga origine. È noto che nell' Edda il Dio dell'atmosfera e del cielo, *Wotan*, è in continua lotta con i Giganti, che, come egli stesso dice nel *Siegfried* di Wagner, gravano sulle spalle della terra (Auf der Erde Rücken Wuchtet der Riesen Geschlecht). Ora questi Giganti scandinavi hanno dei nomi e delle funzioni corrispondenti a quelli dei loro fratelli greci e riferentisi quindi egualmente a fenomeni tellurici di indole sismica e vulcanica. Essi infatti si chiamano: *Eld*, vale a dire Fuoco; *Logi* (= Lohe, Feuerlohe) ossia Fiamma; *Ymir*, il Tonante; *Beli*, il Muggente, il Boante; *Thiassi*, il Rumoroso, il Chiassoso etc. tutti nomi che indicano a meraviglia le parti più sensibili e vistose dei fenomeni vulcanici. E che anche qui questi miti abbiano per base la visione limpida e diretta delle cose naturali è provato dal fatto, che la patria dell' Edda, l' Islanda, ha tali e tanti vulcani come la Grecia (Cicladi) e la Magna Grecia.

Simili rappresentazioni troviamo nella mitologia vedica, in cui la visione delle forme e dei fenomeni naturali assume proporzioni colossali, ben rispondenti alla grandiosità della natura, quale si svolge nell' Asia centrale e nell' India (v. A. A. Macdonell, *Vedic Mythology*, Strassburg, 1897). Anche nel Rigveda dunque noi troviamo descritti gli Dei come figli del cielo e della terra; i quali cielo e terra nella loro geminazione *Dyâvâ-prithivî* sono spesso chiamati *pitarâ*, *mâtarâ*, *janitrî*, cioè padre, madre, genitori; e solamente ad essi compete il titolo di *devaputre*, cioè che hanno gli Dei per figli. E anche qui vediamo il possente e fulminante Dio dell'atmosfera, *Indra*, aiutato da altre divinità o forze celesti, quali *Varuna* (Urano dei Greci, lo Spazio, figlio e padre dell'Infinito, come ha recentemente dimostrato anche il prof. Kerbaker nel suo dotto lavoro « *Varuna genio del cielo sidereo* », Napoli 1901), *Agni* (Ignis), *Sûrya* (Sole), i *Maruts* (i Venti), tutte cinte di luce e di splendore, combattere e abbattere gli *Asuras*, le oscure forze della terra, i tenebrosi Démoni degli abissi ipogei, le montagne serbatrici di acque e di fiumi. Tra questi *asuras* il più notevole è *Vritra*, il conservatore dei fiumi, che nasconde le nuvole nel suo interno, descritto a guisa di dragone, come il Tifone dei Greci. Poi vi è *Visvarûpa*, con tre teste; *Svarbhâm*, che oscura la luce del sole; *Pipru*, l'antagonista; *Dhuni*, il tonante; *Varcin*, il lucente; *Sambara* e *Urana* con novantanove e cento braccia etc. etc. Però nella mitologia indiana, a differenza della greca, più che dei fenomeni vulcanici si ha una rappresentazione delle forze sismiche ed orogeniche, le quali avevano e hanno possente esplicazione nelle catene

del Karakorum e del Himâlayo. Di ciò ci danno p. es. una prova i belli inni del Rigveda (II, 12; X, 44) in cui è detto che Indra fermò i monti e i piani instabili e tremanti e tagliò le ali alle montagne, le quali prima transcorrevano a loro piacimonto e rendevano così la terra malferma: una stupenda mitificazione delle catene montuose, che dopo i loro corrugamenti orogenici si assodano e si fermano sotto le forze dell'atmosfera. Del resto anche le forze vulcaniche possono aver dato materia a queste battaglie divine del Rigveda. Nelle montagne del Tien-shan, a nord del bacino del Tarym, da cui forse provengono le immigrazioni dei popoli eurasiatici, esistono i vulcani constatati da Stoliczka (*Geological observations made on a visit to the Chaderkul, Thian Shan range*, in *Records Geol. Survey of India*, 1864), di cui alcuni si trovano ancora allo stato di solfatara presso Urumtsi. E inoltre nel golfo del Bengala comincia con le isole di Barren e di Narcondam la colossale serie vulcanica, che si stende poi con arco gigantesco per le isole di Sumatra e di Giava. E infine sugli stessi trappi basaltici del Dekkan si trova qualche cratere-lago d'esplosione (v. Oldham, *Geology of India*, Calcutta 1893, p. 19), che dev'essere di origine recentissima.

Tornando ora ai Titani, Ciclopi e Centomani, una ulteriore prova della loro natura prevalentemente tellurica, cioè sismico-vulcanica, si ha nella Titanomachia stessa, qual'è descritta da Esiodo e accennata da Omero e da Eschilo. Io riporto qui solamente la scena finale di quella di Esiodo, tradotta da Leopardi:

Disse. Ascoltato il dir lodaro i Numi
Donatori dei beni; e più che pria
Guerra agognava il cor. Tutti quel giorno
Svegliar femmine e maschi immensa zuffa
Gli Dei Titani e i di Saturno usciti
E i di sotterra da l'Erebo tratti
Per Giove in luce, orribili gagliardi,
Di sfolgorata possa. Cento mani
Lor gittavan le spalle; e questo a tutti;
E da le spalle a ciaschedun cinquanta
Teste nascean su le granate membra.
Fronteggiaro i Titani, tramenando
Ne la dogliosa pugna eccelse balze
Con le mani robuste. E di rincontro
Baldi i Titani ingagliardian le squadre;
E di possanza a un tempo opre e di mani
Sfoggiavan questi e quegli. Orrendamente
L'interminato ponto reboava,
Alto strepeva il suol, gemea squassato

L'aperto cielo, e a la divina foga
Da l'imo il vasto tracollava Olimpo.
Pervenne al buio 'nferno il poderoso
Crollo e 'l sonante scalpitar, lo sconcio
Dei vigorosi colpi rovinio.
Sì gli uni a gli altri i luttuosi dardi
Scagliavansi: e 'l clamor comune al cielo
Stellato aggiunse e lo stigarsi. Immani
Mettean grida pugnando. Allor non tenne
Giove più l' ira sua: d' ira colmossi
A Giove il cor subitamente. Tutta
Pompeggiava sua possa. Iva dal cielo
E da l'Olimpo insieme a la distesa
Lampeggiando. Volavan folti ratti
Al par col tuono e col baleno i fulmini
Da la gagliarda man, sacra volvendo
Fiamma. La vital terra divampata
Strepitava a l'intorno, e pel gran foco
La foresta latissima crosciava.
Bollìa tutta la terra e d'Oceáno
I flutti, e 'l mare immisurato. Avvolse
I terrestri Titani il caldo fumo;
E pervenne al divino aere la vampa
Infinita. Ai pugnanti ancorchè forti
Il corruscar de' fulmini e de' lampi
Abbarbagliava il guardo. Il soprumano
Incendio impigliò 'l Caos. E di rimpetto
Veder con gli occhi, ed ascoltar la voce
Con gli occhi parea; qual s' incombesse
Sopra la terra il vasto ciel: che tale
Darìan tremendo fracasso, la terra
Sprofondando, e inseguendola da l'alto
Il cielo; e tal de la divina mischia
Era il fragore. In un destava il vento
Sbattito polverio, tuon, lampo, ardente
Fulmin, saette del gran Giove, e al mezzo
Cacciava lo stridor, lo schiamazzio
D'ambe le parti. De l'orrenda zuffa
Sorgea 'l trambusto immenso, e de le prove
La fortezza apparía. Piegò la pugna.
Ambo di pari ne la forte guerra
Fino allor combattuto a fermo piede

Avean: ma rinfrescâr l'amara lutta
De la battaglia insaziabil Gige
E Cotto e Briareo. De la frontiera
Con le robuste man trecento pietre
Lanciavan tutta fiata, ed i Titani
Di frecce intenebravano; che sotto
La vasta terra da lor possa vinti
Gittâr benchè traforti, e con acerbe
Catene inferriar tanto sotterra
Quando da terra il ciel distà; che pari
Spazio la terra e 'l negro Erebo parte.

È mai possibile, che questa grandiosa Titanomachia, durata secondo Esiodo dieci enneateridi, in cui le divinità celesti ed atmosferiche entrano in formidabile conflitto con le violenti forze, che escono dagli abissi della terra, dove sono poi di nuovo ricacciate, non rappresenti altro, come vorrebbe Preller, che una tempesta accompagnata da terremoto sulle pendici dell'Olimpo e sopra i piani della Tessaglia? — Anzi, essa è una stupendissima figurazione di una grande conflagrazione vulcanica: quando dai crateri tonanti sono slanciate a enormi altezze nel cielo miriadi di massi incandescenti, e giù per le spalle dei terribili monti scendono infuriando e devastando più che cento ignee correnti e sorgono più che cinquanta coni soffianti e muggenti, che eruttano fumo, ceneri e scorie; mentre sulle cime folgoranti si adunano fulminando i nembi tempestosi dell'atmosfera, condensativi dalle esplosioni di vapore e di ceneri e richiamativi dalle detonazioni immani, che provocano acqua e fuoco del cielo sull'acqua e sul fuoco della terra; fino a quando, cessato il conflitto, esausta la forza eruttiva, si vedono le membra ingenti dei violenti figli della terra giacere atterrate, squarciate, arse e fumanti sotto il sorriso sereno, inalterabile e vittorioso del cielo lucente; mentre il fuoco ultracotante si è ritirato nelle viscere profonde della terra, di dove pur sempre ogni tanto fa sentire le sue minacciose scosse di ribellione. — Io non so immaginare di tale spettacolo una visione che meglio corrisponda a questa Titanomachia di Esiodo: nè altrimenti del resto ha poetato anticamente Pindaro nel descrivere l'Etna, e recentemente Leopardi allorchè, scrivendo i versi

così d'alto piombando,
Dall'utero tonante
Scagliata al ciel profondo,
Di ceneri e di pomici e di sassi
Notte e ruina, infusa

Di bollenti ruscelli,
O pel montano fianco
Furiosa tra l'erba
Di liquefatti massi
E di metalli e d'infocata arena
Scendendo immensa piena,

aveva innanzi agli occhi, non battaglie di immaginarî giganti, ma le eruzioni del reale Vesuvio.

Una conferma a questa interpretazione della Titanomachia è data dalla tradizione più popolare della Gigantomachia (illustrata dai magnifici altorilievi dell'altare di Zeus a Pergamo), la quale da Preller e dagli altri è comunemente riconosciuta come una rappresentazione di fenomeni vulcanici, specialmente dell'Italia meridionale, che ancora forse serba nei Campi Flegrei il nome del luogo della battaglia: eppure questa Gigantomachia non è che una riproduzione, con nome mutato, della Titanomachia. Altrettanto dicasi del mito di Tifeo o Tifone, che nella descrizione di Esiodo dà un'imagine completa della forma, dell'azione e della genesi di un vulcano, e che nelle posteriori descrizioni di Omero, Eschilo, Pindaro etc. si può addirittura identificare con l'attività vulcanica, che dall'Etna va fino all'isola d'Ischia od Inarime.

In quanto ai Ciclopi, di cui l'unico occhio circolare può essere identificato solo con i crateri dei vulcani, essi anche nel IX libro dell'Odissea sono descritti in modo da non lasciare alcun dubio sulla loro natura vulcanica; e anche qui Preller cade in errore, ritenendoli come personificazioni di forze nettuniche, delle onde del mare. Il mare, per quanto misterioso e possente, è pur sempre luminoso e sereno, come il cielo, e non può dar luogo a immaginazioni terrorizzanti e demoniache; anzi tutti i suoi miti hanno in generale la bellezza di Afrodite, la grazia di Galatea, la seduzione delle Sirene, la ridente multiformità di Proteo e la forza gioiosa dei cavalli di Poseidone. E se Omero chiama i Ciclopi figli di Poseidone, ciò vuol soltanto dire che i vulcani stanno per la maggior parte nel mare o presso al mare e hanno quindi con l'acqua quelle relazioni di parentela, che anche la moderna scienza loro giustamente riconosce. E la descrizione che Omero stesso dà (lib. IX, v. 106 seg.) dei Ciclopi

Κυκλώπων δ' ἐς γαῖαν ὑπερφιάλων, ἀθεμίστων,
Ἱκόμεθ', οἵ ῥα θεοῖσι πεποιθότες ἀθανάτοισιν,
Οὔτε φυτεύουσιν χερσὶν φυτὸν, οὔτ' ἀρόωσιν·
Ἀλλὰ τάγ' ἄσπαρτα καὶ ἀνήροτα παντα φύον,
Πυροὶ, καὶ κριθαὶ, ἠδ' ἄμπελοι, αἵτε φέρουσιν
Οἶνον ἐριστάφυλον, καί σφιν Διὸς ὄμβρος ἀέξει.

superbi, eguali in forza agli Dei immortali, sparsi senza ordine e senza legge sulle cime dei monti, in una terra fertilissima, che senza essere arata e senza essere seminata, con il solo aiuto della pioggia celeste, produce in copia da sè grano, orzo, viti e vino generoso, a cui però gli uomini non ardiscono accostarsi per paura dei terribili giganti dal grande occhio rotondo, che stanno su quelle cime: tale descrizione, dico, che corrisponde così esattamente alle contrade dell' Etna, seminate da centinaia di coni craterici in alto e allietate in basso da rigogliosissima vegetazione, non lascia alcun dubbio sulla natura vulcanica dei Ciclopi dell'Odissea. E gli stessi pericoli corsi da Odisseo, di essere prima divorato e poi schiacciato dalle pietre lanciate da Polifemo (il multiloquente, il tonante) concorrono e questa dimostrazione. E, quantunque Platone ed Aristotele si siano giovati della descrizione omerica, per dare nei Ciclopi l'imagine di un popolo senza leggi e senza costumi, ciò nonostante i poeti posteriori (Euripide nel suo Κυκλωψ, e poi Ovidio e Vergilio etc.) hanno riportato alle loro giuste origini questi esseri, collocandoli sulle spalle dell' Etna, di cui sono infatti la figurazione. Chiunque ha fatto l'ascensione dell' Etna, della colonna del cielo di Pindaro, avrà dalla sua cima ammirato le centinaia di κυκλωπες (occhi circolari), che dal cratere centrale si stendono giù per le late spalle senza ordine e senza legge e finiscono con lo sparire nella verde zona lussureggiante, che cinge il colosso siciliano; e se anche egli è immemore della mitologia greca, il paese di *Bronte*, che sorge sulle falde occidentali, in riva al sinuoso Simetto, e i negri scogli dei *Ciclopi*, che spuntano nella parte opposta dal mare, a poca distanza dalla negra rupe di *Aci*, gli ricorderanno, che quella è la terra famosa « nel cui sereno mar Galatea vive e sui monti Aci ».

Credo con ciò di avere a sufficienza dimostrato, che Ciclopi, Centomani, Titani, Giganti etc. sono diverse espressioni e rappresentazioni di forze essenzialmente telluriche, violente, terribili e incomposte, le quali hanno portato i fuochi sotterranei e i sedimenti sottomarini a irrigidirsi e fermarsi sotto le forze più serene e più composte dell'atmosfera e del cielo; e non posso quindi meglio chiudere questa mia breve digressione mitologica, che riportando i versi, con i quali l' olimpico Goethe nella Notte classica di Valpurga fa esprimere a *Seismos* il medesimo concetto:

Das hab' ich ganz allein vermittelt,
Man wird mir's endlich zugestehn:
Und hätt' ich nicht geschüttelt und gerüttelt,
Wie wäre diese Welt so schön? —
Wie ständen eure Berge droben
In prächtig-reinem Aetherblau,
Hätte ich sie nicht hervorgeschoben
Zu malerisch-entzückter Schau!

Als, Angesichts der höchsten Ahnen,
Der Nacht, des Chaos, ich mich stark betrug,
Und, in Gesellschaft von Titanen,
Mit Pelion und Ossa als mit Ballen schlug.
Wir tollten fort in jugendlicher Hitze,
Bis, überdrüssig, noch zu'etzt
Wir dem Parnass, als eine Doppelmütze,
Die beiden Berge frevelnd aufgesetzt.
Apollen hält ein froh Verweilen
Dort nun mit seliger Musen Chor.
Selbst Jupitern und seinen Donnerkeilen
Hob ich den Sessel hoch empor.
Jetzt so, mit ungeheurem Streben,
Drang aus dem Abgrund ich herauf.
Und fördre laut zu neuem Leben
Mir fröhliche Bewohner auf.

Napoli, Museo geologico dell'Università,
18 Giugno 1901.

RELAZIONE *sulla Memoria del signor* Attilio Cerruti.

(Adunanza del dì 13 Luglio 1901)

L'autore si ferma soprattutto a studiare un organo speciale che si trova in corrispondenza dell'utero di un tenioide, probabilmente una nuova specie di ***Anurina***, che vive parassita nell'intestino dell'allodola. Quest'organo, destinato ad accogliere in sè le uova più tardi, era stato già osservato in qualche altra specie; ma le conoscenze erano scarse. Nel suo lavoro il Cerruti ne indica esattamente la struttura, l'evoluzione e la maniera di comportarsi; e fa dei raffronti critici.

Sembra alla Commissione che questa Memoria contenga dei dati interessanti, tanto più che l'A dà la descrizione minuta della specie da lui rinvenuta. La Memoria è accompagnata da una tavola con i disegni relativi; e la Commissione è di parere che la Memoria stessa e la tavola meritino di essere accolte per la pubblicazione negli *Atti*.

G. PALADINO
F. BASSANI
A. DELLA VALLE, *relatore*.

DI UN TENIOIDE DELL'ALAUDA ARVENSIS, CON RIGUARDO SPECIALE AD UN ORGANO PARAUTERINO; *Memoria del dottor* Attilio Cerruti.

(Adunanza del dì 6 Luglio 1901) — (Sunto dell'Autore)

Nella mia memoria descrivo un cestode, parassita dell'*Alauda arvensis*, che appartiene al genere *Amerina* Fuhr. da poco stabilito.

Nella descrizione dell'apparecchio riproduttore femminile mi fermo specialmente sopra un organo che si sviluppa vicino all'utero e che è destinato, nelle proglottidi vecchie, a contenere le uova.

Pochi particolari, specialmente riguardanti alcune fasi di sviluppo, e scarsi dati sulla minuta anatomia dell'organo in questione, il quale è stato già rinvenuto in un piccolo numero di Cestodi, erano sinora noti.

Tali fasi io ho potuto seguire e descrivere esattamente, e potei raccogliere nuovi dati.

L'anatomia della specie e quella dell'organo sono illustrate dalle rispettive figure contenute nella memoria.

RAPPORTO *sulla Nota del dottor* Vittorio Alberti.

(Adunanza del dì 13 Luglio 1901)

Nella Nota presentata dal dottor Vittorio Alberti sulla determinazione del radiante di uno sciame di stelle cadenti, l'A. propone da prima qualche lieve modificazione al *graphique* recentemente suggerito del signor Chrétien, e indica brevemente il modo di usare tale apparecchio per rilevare dal foglio ove furono stereograficamente rappresentate le osservazioni i valori di certe grandezze che servono ad individuare la varie meteore. Indi passa a trattare teoricamente il problema, supponendo conosciute le equazioni dei piani in cui apparvero le meteore dello sciame e determinando sopra una sfera concentrica alla sfera celeste i valori più probabili delle coordinate che soddisfano simultaneamente le equazioni dei detti piani: sia quando la posizione del radiante è ancora del tutto ignota, sia quando avendosene di già una prima determinazione, si vuole correggerla con la introduzione di nuove osservazioni. E le formole trovate l'A. traduce poi in varii notevoli teoremi. Da ultimo l'A. mostra come le formole anzidette devono essere modicate per introdurvi gli elementi ricavati dalle osservazioni nel modo indicato a principio del suo lavoro, e ricava non solo le formole finali pel calcolo delle coordinate del radiante, ma ancora dei procedimeuti grafici che alle medesime formole si riattaccano.

La vostra Commissione vi propone che la Nota del dottor Alberti sia inserita nel Rendiconto, lasciando, come di norma, a carico dell'A. la spesa delle figure.

L. Pinto
P. del Pezzo
E. Fergola, *relatore.*

Su la determinazione de' radianti; *Nota di* **Vittorio Alberti.**

(Adunanza del dì 13 Luglio 1901)

I.

1. Il mio punto di partenza è una breve Nota del Sig. Chrétien *).

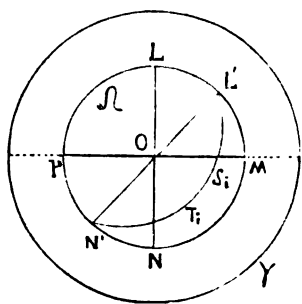
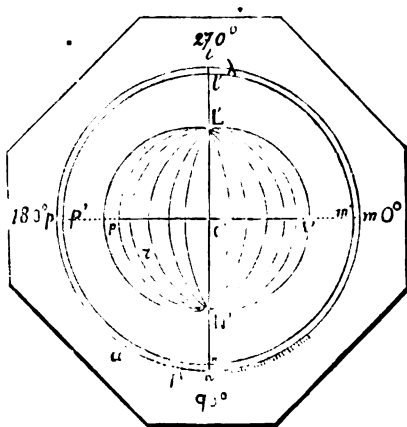
Dopo aver posto in luce i vantaggi che, nello studio de le stelle filanti, la projezione stereografica offre su la gnomonica, egli è poi costretto a riconoscere (cosa, del resto, non incognita a chiunque di siffatto studio si occupi) che nella prima specie di projezione il radiante non si determina con la stessa esattezza e facilità come nell'altra. E invero, basta che si guardi a ciò: se projettate dal centro della sfera celeste sovra un suo piano tangente, le trajettorie delle meteore han per imagini linee rette che si possono tracciar subito e prolungar come si vuole: se projettate sopra un piano diametrale da uno de' suoi poli, le trajettorie dàuno origine ad archi di circolo di raggio per lo più grandissimo e, quindi, non sempre agevoli a descriversi.

Per attenuar questo inconveniente, il Sig. Chrétien consiglia l'impiego d'un suo *graphique* la cui utilità è indiscutibile. Se mercè sua, però, la zona radiante emerge abbastanza precisa, non accade anche così del centro radiante; e il medesimo autore lo confessa; ed accenna, anzi, che la « Commission pour l'étude des étoiles filantes » escogita de' mezzi che contribuiscano a risolvere il problema. Or è proprio tal fine che anch'io mi propongo. Mi propongo, cioè, modificando e adoperando il *graphique* del Sig. Chrétien in maniera un po' diversa da quella ch' egli suggerisce, di ricavar delle grandezze che, sostituite in apposite formole, menino alle coordinate del radiante; e di questo ultimo esibisco, inoltre, alcune costruzioni affatto geometriche.

2. Suppongasi, per fissare le idee, che si tratti d'una projezione stereografica eseguita dal polo Sud (e in questa ipotesi resterò anche in se-

*) « Le tracé graphique des étoiles filantes et la détermination des radiants » nel « Bulletin de la Société Astronomique de France, Août 1900 ».

guito). Secondo il Sig. Chrétien, il suo trasparente serve come guida per disegnar gli archi di circolo che, incontrando l'imagine dell'equatore in due punti diametralmente opposti, sono individuati dalle origini S_i *) e dai termini $T_i (i=1,2,\ldots,n)$ delle singole n meteore osservate. Nel mio metodo, *ricalcar* dal trasparente tali archi non è più necessario. Bisogna, invece, messo il trasparente su la projezione, misurar gli angoli di cui oc-

fig. I fig. II

corre girar quello intorno al suo centro, a partire da una posizione iniziale *fissa* e in un senso *costante*, per trovare fra i suoi archi quelli che passano per le coppie S_i, T_i. La difficoltà, dunque, si riduce tutta alla misura di certi angoli; e per vincerla il mezzo più adatto è di munirsi, una volta per sempre, del seguente apparecchio.

Una lamina ottagona metallica A (fig. II) ha nel mezzo un foro circolare *lmnp* entro cui può, a perfetto combaciamento, ruotare un anello α a sezione trasversa rettangola ed alta quanto lo spessore della lamina. Il raggio di α è più grande del raggio dell'equatore Ω nelle carte onde

*) I punti ch' io denomino S_i, T_i non son quelli, si noti bene, che immediatamente son forniti dalle osservazioni, ma le loro posizioni corrette dalle tre influenze perturbatrici:

1° attrazione della Terra,

2° moto diurno della Terra,

3° moto annuo della Terra.

Si consulti a questo proposito la Nota di J. Kleiber « On the displacement of the apparent Radiant points of Meteor-Showers due to the Attraction, Rotation and Orbital Motion of the Earth » (Monthly Notices of the R. A. S. Vol. LII, p. 341). Si veda anche l'articolo di N. Herz nell'« Handwörterbuch der Astronomie » del Valentiner (Kometen und Meteore).

si fa uso (fig. I); e teso nell'interno di α, co' lembi attaccati alla faccia inferiore de l'anello, trovasi un trasparente τ sistema Chrétien. Presso l'orlo del foro è, infine, incisa nel senso *positivo* (quello, cioè, secondo cui si muovono le lancette d'un oriuolo) una graduazione in gradi e terzi di grado; e l'anello è fornito di due nonj λ e μ, venti divisioni dei quali ne abbracciano diciannove del circolo *lmnp*. Allora, per le misure in parola, basterà:

1° stendere sopra una tavoletta bene spianata il foglio ove si è presa nota de' punti S_i, T_i; e disegnarvi il circolo γ di raggio $O'm'$ e concentrico all'equatore Ω (fig. I);

2° sovrapporre al foglio la lamina A, per modo che il circolo $l'm'n'p'$ coincida con γ e lo 0° della graduazione cada su la retta OM congiungente O con l'equinozio di primavera M;

3° scegliere sempre qual posizione iniziale di α quella per cui lo 0° del nonio λ cade in l;

4° girare, per ogni osservata meteora m_i, nel senso positivo l'anello fino a trovar fra gli archi di τ l'arco σ_i che passa per S_i e T_i;

5° leggere, da ultimo, i gradi e i minuti primi *) che son compresi nell'arco ψ_i (sempre nel senso positivo) intercetto fra la posizione iniziale di m e la posizione finale di n, o di l, secondo che σ_i giace nella regione $l'm'n'$ del trasparente o nella regione $l'p'n'$.

3. Come vedremo al § III, gli archi ψ_i son gli unici elementi variabili nelle nostre formole. Oltre ad essi non figurano in queste se non il raggio r di Ω e i segmenti d_i intercetti fra il centro di τ e i centri de' suoi circoli (segmenti che si debbon misurare una volta per tutte e inserire in una tabellina). Si può, quindi, concludere che nel nostro metodo il lavoro preparatorio si riduce a ben poca cosa **). Se qualche fatica, per avventura, può incontrarsi, ciò non è da temere se non ne' calcoli numerici;

---

*) Questa approssimazione è più che sufficiente, vista l'incertezza che, specie nel segnare i punti finali delle trajettorie, gli osservatori mostrano. Secondo il prof. Weiss, l'errore probabile de' punti S_i, T_i può giungere fino a $\pm 2^{\circ}.95$ (Sitzungsber. Wien. Akad. Vol. 62. Abt. II). — Noto, inoltre, a tal proposito, che bisognerebbe assegnare un *peso* diverso alle varie trajettorie, come, nel caso che si sia fatto uso d'una proiezione gnomonica, pratica il dott. Bryan Crokson [« On the accuracy of eye-observations of Meteors and the Determination of their radiant Point ». Monthly Notices of R. A. S. Vol. LXI, No. 3. Veggasi anche H. C. Plummer, Note on Mr. Bryan Crokson' paper « On the accuracy ecc. Monthly Notices, Vol. LXI, No. 5. March 1901]. Ma, salvo a ritornar su l'argomento, per ora mi limito a considerar tutte le eseguite osservazioni come di egual peso.

**) Arroge che si ha anche il vantaggio non trascurabile di non sciupare il trasparente come avviene senza dubbio adottando il metodo del sig. Chrétien.

ma questi, grazie ad opportune tavole che dieno per gli argomenti d_i i valori di

$$\frac{1}{r^2+d_i^2}\ ,\quad \frac{d_i}{r^2+d_i^2}\ ,\quad \frac{d_i^2}{r^2+d_i^2}$$

Possono di molto semplificarsi anch'essi.

II.

4. Ciò premesso, consideriamo il problema nello spazio.

Sieno:

Σ una sfera di raggio r e concentrica con la sfera celeste;

$t_1, t_2, \ldots, t_n$ le projezioni (archi di circolo massimo) delle trajettorie di n indisturbate meteore, dal centro di Σ sopra Σ;

$\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_n$ i piani in cui $t_1, t_2, \ldots, t_n$ rispettivamente giacciono;

Ox, Oy, Oz una terna di assi ortogonali, con l'origine nel centro di Σ e de' quali Ox passi per l'equinozio di primavera, Oy per il punto di ascensione retta 90° ed Oz sia positivamente rivolto verso il polo Nord;

ξ, η, ζ le coordinate dell'immagine R del radiante sopra Σ;

e A_i, B_i, C_i, infine, i coseni direttivi della normale al piano π_i.

Com'è chiaro, le coordinate ξ, η, ξ non verificano tutte le n equazioni del tipo

$$A_i x + B_i y + C_i z = 0\ ; \tag{1}$$

e quindi, si è condotti a prendere per ξ, η, ζ i valori più probabili di x, y, z che soddisfano il sistema (1). Volendo avvalersi del metodo del Cauchy, come in un caso speciale fa il Tisserand *), possiamo chiamare $\mathfrak{A}$ e $\mathfrak{D}$ l'ascensione retta e la declinazione del chiesto radiante e con quel metodo risolvere il sistema

$$A_i X + B_i Y + C_i = 0$$
$$(i = 1, 2, \ldots, n)\ ,$$

che si deduce dal precedente col porre

$$X = \operatorname{cotg}\mathfrak{D}\cos\mathfrak{A}\quad ,\quad Y = \operatorname{cotg}\mathfrak{D}\operatorname{sen}\mathfrak{A}\ , \tag{2}$$

e ricordando che

$$\xi : \eta : \zeta = \cos\mathfrak{D}\cos\mathfrak{A} : \cos\mathfrak{D}\operatorname{sen}\mathfrak{A} : \operatorname{sen}\mathfrak{D}\ .$$

Determinati i valori di X e Y, sarà poi facilissimo, mercè le (2), ottener quelli di $\mathfrak{A}, \mathfrak{D}$.

*) V. « Annales de l'Observatoire de Toulouse », t. I.

Se, invece, si preferisce il metodo de' minimi quadrati, si considerino come *errori* le distanze δ_i di R dai piani π_i; e ξ, η, ζ saran determinate dalla condizione che $\Sigma\delta_i^2$ dev'essere un minimo. Abbiam così:

$$\sum_i (A_i\xi + B_i\eta + C_i\zeta)(A_i d\xi + B_i d\eta + C_i d\zeta) = 0 \ ,$$

a cui bisogna aggiungere la

$$\xi d\xi + \eta d\eta + \zeta d\zeta = 0 \ ,$$

perchè R giace su la sfera Σ. E introducendo un'indeterminata ausiliaria σ, queste equazioni menano a le altre

$$\left.\begin{aligned} \xi\left(\sum_i A_i^2 - \sigma\right) + \eta\sum_i A_iB_i + \zeta\sum_i A_iC_i &= 0 \\ \xi\sum_i B_iA_i + \eta\left(\sum_i B_i^2 - \sigma\right) + \zeta\sum_i B_iC_i &= 0 \\ \xi\sum_i C_iA_i + \eta\sum_i C_iB_i + \zeta\left(\sum_i C_i^2 - \sigma\right) &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

analoghe a quelle per la ricerca de' semiassi d'una quadrica.

Se le si sommano, dopo averle moltiplicate rispettivamente per ξ, η, ζ, e si tien conto che $\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = r^2$, esse porgono il significato di σ; σ risulta eguale alla somma de' quadrati degli errori divisa per r^2. E se fra le medesime equazioni si eliminano ξ, η, ζ, σ vien determinata come radice della

$$\begin{vmatrix} \sum_i A_i^2 - \sigma & \sum_i A_iB_i & \sum_i A_iC_i \\ \sum_i B_iA_i & \sum_i B_i^2 - \sigma & \sum_i B_iC_i \\ \sum_i C_iA_i & \sum_i C_iB_i & \sum_i C_i^2 - \sigma \end{vmatrix} = 0 \qquad (4)$$

ovvero *) della

$$-\sigma^3 + n\sigma^2 - \left\{ \sum_{i,k} [1 - (A_iA_k + B_iB_k + C_iC_k)^2] \right\} \sigma + \sum_{ikl} \begin{vmatrix} A_i & B_i & C_i \\ A_k & B_k & C_k \\ A_l & B_l & C_l \end{vmatrix} = 0 \quad (5).$$

*) Non è forse inutile avvertire che co' simboli $\sum_i$, $\sum_{ik}$, $\sum_{ikl}$ s'intende prendere le somme de' valori che le grandezze a cui son preposti quei simboli assumono, quando agli indici i, k, l si dànno tutt'i valori da 1 a n (senza mai considerar due volte la stessa combinazione).

come si vede subito, sol che si rifletta che, ordinando lo sviluppo del primo membro della (4) secondo le potenze di σ, il coefficiente di σ^2 (somma de' tre termini che nel determinante

$$\Delta = \begin{vmatrix} \sum A_i^2 & \sum A_i B_i & \sum A_i C_i \\ \sum B_i A_i & \sum B_i^2 & \sum B_i C_i \\ \sum C_i A_i & \sum C_i B_i & \sum C_i^2 \end{vmatrix}$$

occupano la prima diagonale) si riduce ad n, per la nota identità

$$A_i^2 + B_i^2 + C_i^2 = 1 \ :$$

il coefficiente di $-\sigma$ (somma di tutt' i minori binarj principali dello stesso determinante) è

$$\begin{vmatrix} \sum_i B_i^2 & \sum_i B_i C_i \\ \sum_i C_i B_i & \sum_i C_i^2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sum_i C_i^2 & \sum_i C_i A_i \\ \sum_i A_i C_i & \sum_i A_i^2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sum_i A_i^2 & \sum_i A_i B_i \\ \sum_i B_i A_i & \sum_i B_i^2 \end{vmatrix}$$

$$= \sum_{ik} \left\{ \begin{vmatrix} B_i & B_k \\ C_i & C_k \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} C_i & C_k \\ A_i & A_k \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} A_i & A_k \\ B_i & B_k \end{vmatrix}^2 \right\}$$

$$= \sum_{ik} [(A_i^2 + B_i^2 + C_i^2)(A_k^2 + B_k^2 + C_k^2) - (A_i A_k + B_i B_k + C_i C_k)^2] =$$

$$= \sum_{ik} [1 - (A_i A_k + B_i B_k + C_i C_k)^2] \ :$$

e, infine, il termine noto è proprio il determinante Δ che si può anche scrivere

$$\begin{vmatrix} A_1 & A_2 & \dots & A_n \\ B_1 & B_2 & \dots & B_n \\ C_1 & C_2 & \dots & C_n \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} A_1 & A_2 & \dots & A_n \\ B_1 & B_2 & \dots & B_n \\ C_1 & C_2 & \dots & C_n \end{vmatrix} = \sum_{ikl} \begin{vmatrix} A_i & A_k & A_l \\ B_i & B_k & B_l \\ C_i & C_k & C_l \end{vmatrix}^2 .$$

E indicando con θ_{ik} l'angolo diedro $\pi_i \pi_k$,

e con θ_{ikl} l' angolo triedro conjugato al triedro $\pi_i \pi_k \pi_l$,

e definendo, come Staudt (Journal de Crelle, t. XXIV) il seno d'un angolo solido, si può alla (5) sostituir la

$$\sigma^3 - n\sigma^2 + \left(\sum_{ik} \operatorname{sen}^2 \theta_{ik}\right)\sigma - \sum_{ikl} \operatorname{sen}^2 \theta_{ikl} = 0 \ . \qquad (5\ bis)$$

Le radici della (5), per un teorema che rimonta al Lagrange, son tutte reali; e la (5 bis) che offre 3 variazioni, mostra che quelle son tutte positive — come, del resto, era da prevedersi. Evidentemente, è la radice minore che conviene al nostro caso; e determinatala, mercè le (3) si avranno pure ξ, η, ζ *).

5. Ma facciamo un'altra ipotesi. Supponiamo, cioè, com'è più plausibile (visto il gran numero di radianti che ormai si possiede) che già si conosca una posizione approssimata R_0 dell'imagine del radiante sovra Σ e che, traendo partito dalle nuove osservazioni, si voglian correggere le sue coordinate ξ_0, η_0, ζ_0 in guisa da ottener le coordinate d'un radiante più preciso R **). Se ξ, η, ζ son, come si è detto più su, le coordinate di R e $\Delta\xi_0, \Delta\eta_0, \Delta\zeta_0$ le correzioni da fare a ξ_0, η_0, ζ_0, cioè se

$$\xi = \xi_0 + \Delta\xi_0 \ , \ \eta = \eta_0 + \Delta\eta_0 \ , \ \zeta = \zeta_0 + \Delta\zeta_0 \qquad (6)$$

bisogna che $\Delta\xi_0, \Delta\eta_0, \Delta\zeta_0$ sieno tali da soddisfare il sistema

$$A_i(\xi_0 + \Delta\xi_0) + B_i(\eta_0 + \Delta\eta_0) + C_i(\zeta_0 + \Delta\zeta_0) = 0$$
$$(i = 1, 2, \ldots, n)$$

nonchè l'equazione di condizione

$$(\xi_0 + \Delta\xi_0)^2 + (\eta_0 + \Delta\eta_0)^2 + (\zeta_0 + \Delta\zeta_0)^2 = r^2 \ ;$$

ossia, ponendo per brevità

$$A_i\xi_0 + B_i\eta_0 + C_i\zeta_0 = D_i \qquad (7)$$

e supponendo i termini correttivi $\Delta\xi_0, \Delta\eta_0, \Delta\zeta_0$ così piccoli da poter negligere le loro potenze superiori alla prima, determineremo $\Delta\zeta_0, \Delta\eta_0, \Delta\zeta_0$ in modo che verifichino la condizione

$$\xi_0\Delta\xi_0 + \eta_0\Delta\eta_0 + \zeta_0\Delta\zeta_0 = 0 \qquad (8)$$

e sieno le soluzioni più probabili del sistema

$$A_i\Delta\xi_0 + B_i\Delta\eta_0 + C_i\Delta\zeta_0 + D_i = 0 \qquad (9)$$
$$(i = 1, 2, \ldots, n) \ .$$

---

*) V. il § III, per la maniera di esprimere A_i, B_i, C_i in funzione degli elementi ψ_i, d_i ricavabili dalla proiezione stereografica.

**) Un'ipotesi analoga fa il Lehrman-Filhés nelle sue memorie « Ueber die Bestimmung des Radiationspunktes eines Sternschnuppenschwarms mit Hülfe eines neuen Meteoroscops » (Astronomische Nachrichten, Band 96) e « Zur Theorie der Sternschnuppen » (Berlin 1878, gab.). Supposti noti i valori approssimati dell'AR. A e della decl. δ del radiante, egli ne determina le correzioni $\Delta A, \Delta\delta$.

Ma, eliminando $\Delta\zeta_0$ tra (8) e (9), risulta

$$(\zeta_0 A_i - \xi_0 C_i)\Delta\xi_0 + (\zeta_0 B_i - \eta_0 C_i)\Delta\eta_0 + \zeta_0 D_i = 0 \tag{10}$$

o, ponendo

$$\begin{vmatrix} C_i & A_i \\ \zeta_0 & \xi_0 \end{vmatrix} = L_i \qquad \begin{vmatrix} C_i & B_i \\ \zeta_0 & \eta_0 \end{vmatrix} = M_i\,, \tag{11}$$

$$L_i\Delta\xi_0 + M_i\Delta\eta_0 = \zeta_0 D_i\,.$$

a cui corrispondono le equazioni *normali*

$$\left(\sum_i L_i^2\right)\Delta\xi_0 + \left(\sum_i M_i L_i\right)\Delta\eta_0 = \zeta_0 \sum_i D_i L_i\,,$$

$$\left(\sum_i L_i M_i\right)\Delta\xi_0 + \left(\sum_i M_i^2\right)\Delta\eta_0 = \zeta_0 \sum_i D_i M_i\,;$$

e quindi,

$$\Delta\xi_0 = \frac{\begin{vmatrix} \sum_i D_i L_i & \sum_i M_i L_i \\ \sum_i D_i M_i & \sum_i M_i^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \sum_i L_i^2 & \sum_i M_i L_i \\ \sum_i L_i M_i & \sum_i M_i^2 \end{vmatrix}}\zeta_0 = \frac{\begin{Vmatrix} D_1 & D_2 & \dots & D_n \\ M_1 & M_2 & \dots & M_n \end{Vmatrix}\begin{Vmatrix} L_1 & L_2 & \dots & L_n \\ M_1 & M_2 & \dots & M_n \end{Vmatrix}}{\begin{Vmatrix} L_1 & L_2 & \dots & L_n \\ M_1 & M_2 & \dots & M_n \end{Vmatrix}\begin{Vmatrix} L_1 & L_2 & \dots & L_n \\ M_1 & M_2 & \dots & M_n \end{Vmatrix}}\zeta_0$$

$$= \frac{\sum_{ik} \begin{vmatrix} D_i & M_i \\ D_k & M_k \end{vmatrix} \begin{vmatrix} L_i & M_i \\ L_k & M_k \end{vmatrix}}{\sum_{ik} \begin{vmatrix} L_i & M_i \\ L_k & M_k \end{vmatrix}^2}\zeta_0$$

e analogamente

$$\Delta\eta_0 = \frac{\sum_{ik} \begin{vmatrix} L_i & D_i \\ L_k & D_k \end{vmatrix} \begin{vmatrix} L_i & M_i \\ L_k & M_k \end{vmatrix}}{\sum_{ik} \begin{vmatrix} L_i & M_i \\ L_k & M_k \end{vmatrix}^2}\zeta_0\,.$$

Essendo, poi, per le (7) e (11),

$$\begin{vmatrix} L_i & M_i \\ L_k & M_k \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \xi_0 C_i - \zeta_0 A_i & \eta_0 C_i - \zeta_0 B_i \\ \xi_0 C_k - \zeta_0 A_k & \eta_0 C_k - \zeta_0 B_k \end{vmatrix} = \zeta_0 \begin{vmatrix} \xi_0 & \eta_0 & \zeta_0 \\ A_i & B_i & C_i \\ A_k & B_k & C_k \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} D_i & M_i \\ D_k & M_k \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} D_i & \eta_0 C_i - \zeta_0 B_i \\ D_k & \eta_0 C_k - \zeta_0 B_k \end{vmatrix} = \eta_0 \begin{vmatrix} A_i\xi_0 + B_i\eta_0 & C_i \\ A_k\xi_0 + B_k\eta_0 & C_k \end{vmatrix} - \zeta_0 \begin{vmatrix} A_i\xi_0 + C_i\zeta_0 & B_i \\ A_k\xi_0 + C_k\zeta_0 & B_k \end{vmatrix}$$

$$= \eta_0 \left\{ \xi_0 \begin{vmatrix} A_i & C_i \\ A_k & C_k \end{vmatrix} + \eta_0 \begin{vmatrix} B_i & C_i \\ B_k & C_k \end{vmatrix} \right\} - \zeta_0 \left\{ \xi_0 \begin{vmatrix} A_i & B_i \\ A_k & B_k \end{vmatrix} + \zeta_0 \begin{vmatrix} C_i & B_i \\ C_k & B_k \end{vmatrix} \right\}$$

$$= (\eta_0^2 + \zeta_0^2) \begin{vmatrix} B_i & C_i \\ B_k & C_k \end{vmatrix} - \xi_0 \left\{ \eta_0 \begin{vmatrix} C_i & A_i \\ C_k & A_k \end{vmatrix} + \zeta_0 \begin{vmatrix} A_i & B_i \\ A_k & B_k \end{vmatrix} \right\}$$

$$= (\xi_0^2 + \eta_0^2 + \zeta_0^2) \begin{vmatrix} B_i & C_i \\ B_k & C_k \end{vmatrix} - \xi_0 \left\{ \xi_0 \begin{vmatrix} B_i & C_i \\ B_k & C_k \end{vmatrix} + \eta_0 \begin{vmatrix} C_i & A_i \\ C_k & A_k \end{vmatrix} + \zeta_0 \begin{vmatrix} A_i & B_i \\ A_k & B_k \end{vmatrix} \right\}$$

$$= r^2 \begin{vmatrix} B_i & C_i \\ B_k & C_k \end{vmatrix} - \xi_0 \begin{vmatrix} \xi_0 & \eta_0 & \zeta_0 \\ A_i & B_i & C_i \\ A_k & B_k & C_k \end{vmatrix},$$

e dopo un analogo sviluppo

$$\begin{vmatrix} L_i & D_i \\ L_k & D_k \end{vmatrix} = r^2 \begin{vmatrix} C_i & A_i \\ C_k & A_k \end{vmatrix} - \eta_0 \begin{vmatrix} \xi_0 & \eta_0 & \zeta_0 \\ A_i & B_i & C_i \\ A_k & B_k & C_k \end{vmatrix},$$

i precedenti valori di $\Delta\xi_0$, $\Delta\eta_0$ possono scriversi

a cui corrisponde

$$\left.\begin{aligned} \Delta\xi_0 &= \frac{\sum\limits_{ik} (r^2 T'_{ik} - \xi_0 T_{ik}) T_{ik}}{\sum\limits_{ik} T^2_{ik}} \\ \Delta\eta_0 &= \frac{\sum\limits_{ik} (r^2 T''_{ik} - \eta_0 T_{ik}) T_{ik}}{\sum\limits_{ik} T^2_{ik}} \\ \Delta\zeta_0 &= \frac{\sum\limits_{ik} (r^2 T'''_{ik} - \zeta_0 T_{ik}) T_{ik}}{\sum\limits_{ik} T^2_{ik}} \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

nelle quali formole T'_{ik}, T''_{ik}, T'''_{ik} sono i complementi algebrici di ξ_0, η_0, ζ_0 nel determinante

$$T_{ik} = \begin{vmatrix} \xi_0 & \eta_0 & \zeta_0 \\ A_i & B_i & C_i \\ A_k & B_k & C_k \end{vmatrix}.$$

E sostituendo, infine, nelle (6) per $\Delta\xi_0, \Delta\eta_0, \Delta\zeta_0$ i valori (12), si ha per le coordinate del nuovo radiante

$$\left.\begin{aligned} \xi &= \frac{r^2 \sum_{ik} T'_{ik} T_{ik}}{\sum_{ik} T^2_{ik}} \\ \eta &= \frac{r^2 \sum_{ik} T''_{ik} T_{ik}}{\sum_{ik} T^2_{ik}} \\ \zeta &= \frac{r^2 \sum_{ik} T'''_{ik} T_{ik}}{\sum_{ik} T^2_{ik}} \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

Le (13) mostrano subito che

« Se V_{ik} è il volume del tetraedro individuato dal raggio OR_0 e da due raggi della sfera Σ normali ai piani π_i, π_k, il nuovo punto R è il baricentro de' vertici dell' n-latero completo che i piani π_i determinano sul piano π_0 tangente alla sfera in R_0, quando ne' vertici $\pi_0\pi_i\pi_k$ si suppongano concentrate masse proporzionali ai quadrati de' volumi V_{ik} ».

D'altronde, siccome per

$$\Delta\xi_0 = \xi - \xi_0 \quad , \quad \Delta\eta_0 = \eta - \eta_0$$

la (10) si trasforma in

$$(\xi_0 C_i - \zeta_0 A_i)\xi + (\eta_0 C_i - \zeta_0 B_i)\eta = C_i r^2$$

ed a questo risultato si perviene pure eliminando ζ tra

$$A_i\xi + B_i\eta + C_i\zeta = 0$$

$$\xi_0\xi + \eta_0\eta + \zeta_0\zeta = r^2 ,$$

si può aggiungere (visto il processo a cui poi si è sottoposto il sistema (10)):

« La projezione (ortogonale) di R sul piano xOy (e in generale, sopra un piano qualsiasi per O) coincide col centro delle minime potenze *) relativo alle n rette r'_i in cui su quel piano si projettano le intersezioni di π_0 co' piani π_i ».

---

*) La parola *potenza* è qui presa nel senso attribuitole da Steiner; e per *centro delle minime potenze* intendasi il punto tale che la somma de' quadrati delle ue potenze rispetto alle date rette è un minimo.

6. Consegue di qui un altro metodo per determinare R. Bisogna, anzi tutto, passar dai circoli ω_i, projezioni stereografiche dei circoli di Σ siti nei piani π_i, alle rette r'_i che a quei circoli univocamente corrispondono; e a tal uopo, detto π o π' il piano dell'equatore xOy, secondo che lo si considera come sostegno de' circoli ω_i o delle rette r'_i, si riferiscano gli ω_i ai soliti assi Ox, Oy e le r'_i a due assi Ox', Oy' coincidenti con Ox, Oy. Si ha, così, per ω_i l'equazione

$$C_i(x^2 + y^2 - r^2) - 2r(A_i x + B_i y) = 0 \tag{14}$$

e per r'_i

$$(\xi_0 C_i - \zeta_0 A_i)x' + (\eta_0 C_i - \zeta_0 B_i)y' = C_i r^2 ; \tag{15}$$

onde, se si eguagliano i coefficienti di A_i, B_i, C_i nelle (14) e (15) e si denota con ρ un fattore di proporzionalità,

$$\zeta_0 x' = 2r\rho x$$

$$\zeta_0 y' = 2r\rho y$$

$$\xi_0 x' + \eta_0 y' - r^2 = \rho(x^2 + y^2 - r^2) \ ;$$

e risolvendo rispetto a x', y',

$$\left.\begin{aligned} x' &= -\frac{2r^2 x}{\zeta_0(x^2+y^2-r^2) - 2r(\xi_0 x + \eta_0 y)} \\ y' &= -\frac{2r^2 y}{\zeta_0(x^2+y^2-r^2) - 2r(\xi_0 x + \eta_0 y)} \end{aligned}\right\} . \tag{16}$$

Queste formole risolvono il problema. Esse permettono, infatti, di segnare i punti S'_i, T'_i corrispondenti ai punti S_i, T_i che individuano ω_i; e la retta che unisce S'_i e T'_i sarà la chiesta r'_i.

7. Senza approfondir l'esame della corrispondenza fra i piani π, π', limitiamoci a qualche proprietà che ci sarà utile in prosieguo.

a) Due punti corrispondenti P, P' sono sempre allineati con O; e cadono dalla stessa parte rispetto ad O, se P trovasi dentro il circolo Γ di equazione

$$\zeta_0(x^2 + y^2 - r^2) - 2r(\xi_0 x + \eta_0 y) = 0 \tag{17}$$

e in parti opposte, se P è esterno a Γ (si sottintende, nell' ipotesi di $\zeta_0 > 0$). Inoltre, il rapporto $\frac{OP'}{OP}$ eguaglia il rapporto di $\frac{2r^3}{\zeta_0}$ alla potenza di P rispetto al circolo Γ.

b) Il circolo Γ, come gli ω_i, taglia Ω in due punti diametralmente opposti su Ω. Il suo raggio è $\frac{r^2}{\zeta_0}$ ed il suo centro cade su la congiungente

O con la projezione (ortogonale) R'_0 di R_0 su xOy. Ai punti di Γ, considerati come del piano π, corrispondono i punti all'infinito del piano π'; e quindi, una retta r'_i è parallela a la corda comune a Γ ed al circolo ω_i corrispondente a quella retta. D' altronde, potendosi scrivere la (15) sotto la forma

$$C_i(\xi_0 x' + \eta_0 y' - r^2) - \zeta_0(A_i x' + B_i y') = 0$$

si vede che r'_i passa per l'intersezione della polare di R'_0 rispetto ad Ω e dell'asse radicale di ω_i e Ω; sicchè, dato ω_i, riesce facile assegnare un punto e la direzione di r'_i. Si potrebbe, del resto, trar partito anche dal fatto che

c) I punti uniti della corrispondenza in parola giacciono sovra un circolo concentrico con Γ e di raggio $\frac{r}{\zeta_0}\sqrt{r(r-2\zeta_0)}$.

8. Costruite, in un modo o nell'altro, le r'_i, la determinazione di R' (piede della perpendicolare da R condotta su xOy) non offre niuna difficoltà. Si riduce a un comunissimo problema di statica grafica, perchè, in generale *), due equazioni del tipo

$$\sum_i (a_i\xi + b_i\eta + c_i)a_i = 0$$

$$\sum_i (a_i\xi + b_i\eta + c_i)b_i = 0$$

esprimono che se, sopra le rette

$$a_i x + b_i y + c_i = 0$$

$$(i = 1, 2, \ldots, n)$$

si prendono, una volta, delle parti eguali ad $a_i\sqrt{a_i^2 + b_i^2}$ ed, un' altra, delle parti eguali a $b_i\sqrt{a_i^2 + b_i^2}$, le risultanti de' due sistemi di segmenti han rispetto al punto (ξ, η) un momento nullo; in altri termini, le due risultanti s'intersecano in (ξ, η). Nel nostro caso, per a_i e b_i bisogna assumere

$$a_i = \xi_0 C_i - \zeta_0 A_i \quad , \quad b_i = \eta_0 C_i - \zeta_0 B_i$$

e c_i ha il valore

$$-r^2 C_i \,.$$

9. Ritornando ora alle (13), esprimiamo diversamente T_{ik}. Se r_i, r_k

*) Cfr. A. Klingatsch « Die graphische Ausgleichung bei der trigonometrischen Punktbestimmung durch Erschneiden ».

son le direzioni delle normali ai piani $\pi_i \, . \, \pi_k$ condotte da 0 ed r_0 indica la direzione di OR_0, una nota relazione ci dà

$$\operatorname{sen}(r_0 r_i r_k) = \begin{vmatrix} \frac{\xi_0}{r} & \frac{\eta_0}{r} & \frac{\zeta_0}{r} \\ A_i & B_i & C_i \\ A_k & B_k & C_k \end{vmatrix}$$

onde

$$T_{ik} = r \operatorname{sen}(r_0 r_i r_k) \; ;$$

ovvero *), denotando con $(\widehat{r_0 r_i})$, $(\widehat{r_0 r_k})$ gli angoli che r_0 fa con r_i ed r_k e con $(\widehat{r_0 r_i \, . \, r_0 r_k})$ l'angolo compreso fra i piani $r_0 r_i$, $r_0 r_k$,

$$T_{ik} = r \operatorname{sen}(\widehat{r_0 r_i}) \operatorname{sen}(\widehat{r_0 r_k}) \operatorname{sen}(\widehat{r_0 r_i \, , \, r_0 r_k}) \; .$$

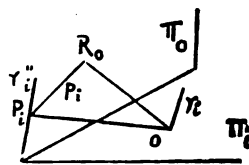
Inoltre, se p_i è la distanza di R_0 dalla traccia r''_i di π_i su π_0, risulta (fig. III)

$$\operatorname{sen}(\widehat{r_0 r_i}) = \operatorname{sen} R_0 P_i O = \frac{OR_0}{OP_i} = \frac{r}{\sqrt{p_i^2 + r^2}} \; ,$$

fig. III

e quindi,

$$T_{ik} = \frac{r^3 \operatorname{sen}(\widehat{r_0 r_i \, , \, r_0 r_k})}{\sqrt{p_i^2 + r^2} \sqrt{p_k^2 + r^2}} \; ;$$

e riferendosi a due assi $R_0 X$, $R_0 Y$ siti in π_0 e con l'origine in R_0, la posizione di R in π_0 verrà definita da

$$\Xi = \frac{\sum_{ik} \frac{X_{ik} \operatorname{sen}^2(\chi_i - \chi_k)}{(p_i^2 + r^2)(p_k^2 + r^2)}}{\sum_{ik} \frac{\operatorname{sen}^2(\chi_i - \chi_k)}{(p_i^2 + r^2)(p_k^2 + r^2)}} \qquad H = \frac{\sum_{ik} \frac{Y_{ik} \operatorname{sen}^2(\chi_i - \chi_k)}{(p_i^2 + r^2)(p_k^2 + r^2)}}{\sum_{ik} \frac{\operatorname{sen}^2(\chi_i - \chi_k)}{(p_i^2 + r^2)(p_k^2 + r^2)}} \; ,$$

ove X_{ik}, Y_{ik} son le coordinate del punto comune alle tracce di π_i e π_k su π_0 e χ_i, χ_k son gli angoli che queste tracce fanno con l'asse $R_0 Y$.

Ma Ξ e H verificano le

$$\left.\begin{aligned} \sum_i (X \cos\chi_i + Y \operatorname{sen}\chi_i - p_i) \frac{\cos\chi_i}{p_i^2 + r^2} = 0 \; , \\ \sum_i (X \cos\chi_i + Y \operatorname{sen}\chi_i - p_i) \frac{\operatorname{sen}\chi_i}{p_i^2 + r^2} = 0 \; ; \end{aligned}\right\} \qquad (18)$$

---

*) V. p. es. Baltzer, *Theorie der Determinanten.*

dunque:

« Se alle tracce de' piani

$$\pi_1 \ , \ \pi_2 \ , \ldots , \ \pi_n$$

su π_0 si menano da R_0 le perpendicolari e di queste si dicono

$$P_1 \ , \ P_2 \ , \ldots , \ P_n$$

i piedi e

$$\chi_1 \ , \ \chi_2 \ , \ldots , \ \chi_n$$

gli angoli con una direzione fissa in π_0, nel punto R s' incrociano la risultante de' segmenti

$$\frac{\cos\chi_1}{OP_1^2} \ , \ \frac{\cos\chi_2}{OP_2^2} \cdots \frac{\cos\chi_n}{OP_n^2}$$

presi su le dette tracce e la risultante de' segmenti

$$\frac{\text{sen}\,\chi_1}{OP_1^2} \ , \ \frac{\text{sen}\,\chi_2}{OP_2^2} \cdots \frac{\text{sen}\,\chi_n}{OP_n^2}$$

tagliati su le medesime rette ».

Se, in particolare, le distanze p_i son trascurabili rispetto a r

$$T_{ik} = r\,\text{sen}\,(\widehat{r_0 r_i \,, r_0 r_k})$$

e le (18) diventano

$$\left.\begin{aligned} \sum_i (X\cos\chi_i + Y\,\text{sen}\,\chi_i - p_i)\cos\chi_i = 0 \\ \sum_i (X\cos\chi_i + Y\,\text{sen}\,\chi_i - p_i)\,\text{sen}\,\chi_i = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (18\ bis)$$

Si han, così, un teorema novello e una regola grafica *). Il teorema è:

---

*) Per altra via, alle (18 bis) o meglio alle

$$\Xi\,(n - \sum_i \text{sen}^2\chi_i) + H \sum_i \text{sen}\,\chi_i \cos\chi_i = \sum p_i \cos\chi_i$$

$$\Xi \sum \text{sen}\,\chi_i \cos\chi_i + H \sum \text{sen}^2\chi_i = \sum p_i\,\text{sen}\,\chi_i$$

perviene anche il Ceraski (« Ueber die Berechunung des Radiationspunktes ». Annales de l'Observatoire de Moscou, Vol. IV). Egli, però, suggerisce di misurar gli angoli χ_i e le distanze p_i, e poi di ricavar da apposite tabelle i valori di $\text{sen}^2\chi_i$, $\text{sen}\chi_i \cos\chi_i$, $\text{sen}\chi_i$, $\cos\chi_i$ per sostituirli nelle precedenti equazioni e infine dedurre Ξ e H. Un tal processo è meno semplice di quello che vado a esporre.

« Se la OR_0 fa angoli così piccoli co' piani π_i da poter ritenere eguali a 1 i loro coseni, il punto R è il baricentro de' vertici dell'n-latero completo che i piani π_i determinano su π_0, quando ad ogni vertice si assegni qual peso il quadrato del seno dell'angolo che i due lati in esso concorrenti racchiudono » *).

E la regola (sempre, beninteso, nell' ipotesi d' una projezione gnomonica sul piano tangente a Σ nel radiante approssimativo R_0) è:

« Descritto un circolo di centro O e tirati i diametri

$$A_1B_1 \ , \ A_2B_2 \ , \ \dots \ , \ A_nB_n$$

*) Cfr. una memoria del col. Pomerantzew *su la determinazione del punto minimum* (mémoires de la section topographique militaire de l' État major général tom. LII, Saint-Pétersbourg, 1895).

Il punto R così definito è anche il baricentro dei vertici del suo n-gono podare rispetto all' n-latero $\pi_0(\pi_1\pi_2 .. \pi_n)$ e per $n=3$ diviene il punto di Lemoine del trilatero $\pi_0(\pi_1\pi_2\pi_3)$. Volendo costruirlo avvalendosi del teorema, bisogna anzitutto procurarsi de' segmenti proporzionali ai quadrati de' seni degli angoli compresi fra i lati dell' n-latero; ed ecco come vi si riesce subito. Suppongasi, per es. $n=4$. Descritto un circolo di raggio abbastanza grande, si guidino i diametri

$$A_1B_1 \ , \ A_2B_2 \ , \ A_3B_3 \ ; \ A_4B_4$$

risp. paralleli alle rette

$$\pi_0\pi_1 \equiv s_1 \ , \ \pi_0\pi_2 \equiv s_2 \ , \ \pi_0\pi_3 \equiv s_3 \ , \ \pi_0\pi_4 \equiv s_4 \ ;$$

poi (ortogonalmente) si projettino

$$\begin{array}{llllll} B_1 & \text{su} & A_2B_2 \ , \ A_3B_3 \ , \ A_4B_4 & \text{in} & C'_2 \ , \ C'_3 \ , \ C'_4 \ , \\ B_2 & » & A_3B_3 \ , \ A_4B_4 & » & C''_3 \ , \ C''_4 \ , \\ B_3 & » & A_4B_4 & » & C'''_4 \ ; \end{array}$$

e si riprojettino

$$\begin{array}{lllll} C'_2 \ , \ C'_3 \ , \ C'_4 & \text{su} & A_1B_1 & \text{in} & D'_2D'_3D'_4 \ , \\ C''_3 \ , \ C''_4 & » & A_2B_2 & » & D''_3D''_4 \ , \\ C'''_4 & » & A_3B_3 & » & D'''_4 \ . \end{array}$$

Si avrà, come è chiaro,

$$\text{sen}^2(s_1s_2) : \text{sen}^2(s_1s_3) : \text{sen}^2(s_1s_4) : \text{sen}^2(s_2s_3) : \text{sen}^2(s_2s_4) : \text{sen}^2(s_3s_4) =$$
$$= B_1D'_2 : B_1D'_3 : B_1D'_4 : B_2D''_3 : B_2D''_4 : B_3D'''_4 \ .$$

paralleli ai cammini rettilinei

$$s_1 , s_2 , \ldots , s_n$$

delle *n* meteore, dai punti

$$B_1 , B_2 , \ldots , B_n$$

si abbassino le perpendicolari sopra un diametro fisso del circolo e si dicano

$$C_1 , C_2 , \ldots , C_n$$

i loro piedi; poi, si taglino su le

$$s_1 , s_2 , \ldots , s_n$$

de' segmenti eguali a

$$B_1C_1 , B_2C_2 , \ldots , B_nC_n$$

e si compongano: si compongano, del pari, i segmenti eguali a

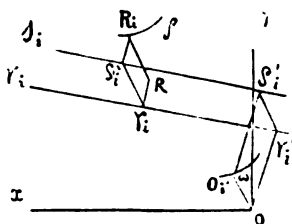
$$OC_1 , OC_2 , \ldots , OC_n$$

presi su le medesime rette. L'intersezione delle due risultanti fornirà R ».

Per finirla su questo punto, avverto che, volendo tener conto delle solite tre cause perturbatrici, bisogna prima di applicar la su esposta regola, imprimere un opportuno moto di traslazione alle s_i. E invero, se R_i è il punto della curva di posizione ρ relativa a R, che corrisponde al tempo di comparsa della meteora m_i, si ha, per un teorema del prof. Schiaparelli *), che la somma delle projezioni delle distanze R_iS_i su ognuno de' due assi è 0. In altri termini, se si costruisce il rombo $R_iRV_iS_i$ e da V_i si mena $r_i \parallel s_i$, e se poi si nota che $RV_i \triangleq R_iS_i$, il punto R è il punto minimum relativo alle *n* rette $r_i (i = 1, 2, \ldots, n)$. Ma, costruita la curva di posizione anche per O come origine e detto O_i il suo punto corrispondente a R_i, si vede subito dal rombo $OV'_iS'_iO_i$ individuato da OO_i e $O_iS'_i$ che

fig. IV

$$OO_i \triangleq V'_iS'_i$$

---

*) V. Schiaparelli « *Entwurf einer astronomischen Theorie der Sternschnuppen* », p. 254.

e siccome $OO_i \simeq RR_i \simeq V_iS_i$, consegue pure

$$V'_iS'_i \simeq V_iS_i ,$$

cioè V'_i cade su r_i. Di qui si ricava una regola molto semplice per costruire le rette r_i. Ottenutele, per le cose dette un po' più su, la determinazione di R non offrirà difficoltà alcuna *).

III.

10. Ciò che resta a dire su la projezione stereografica è ben poco. Si tratta, più che d'altro, di riassumere le cose esposte e mostrare come applicarle.

Sia che s' impieghi il processo analitico, sia che si segua il grafico, non bisogna trascurare di tener conto delle cause perturbatrici onde ho

---

*) Questa costruzione è preferibile, se non erro, a quella data dal sig. Arthur Hinks (Observations of the Leonids made at the Cambridge Observatory on 1899 November 13, 14, 15. Monthly Notices of the R. A. S., Vol. LX, No. 7, avril 1900) e che io riassumo, modificando qualche notazione:

« Si prendano due punti O', O'' su gli assi coordinati Ox, Oy, e rispetto ad O, O', O'' come origini si costruiscano tre curve di posizione. Dai punti P_i, P'_i, P''_i ($i = 1, 2, \ldots, n$) di queste curve che corrispondono al tempo di comparsa della meteora μ_i si menino le perpendicolari P_iM_i, $P'_iM'_i$, $P''_iM''_i$ su s_i (cammino della meteora); e si indichino con

$$\begin{matrix} S & , & S + \Delta'S & , & S + \Delta''S \\ T & , & T + \Delta'T & , & T + \Delta''T \end{matrix}$$

le somme delle projezioni delle tre serie di perpendicolari

$$\begin{matrix} P_1M_1 & , & P_2M_2 & , \ldots , & P_nM_n & , \\ P'_1M'_1 & , & P'_2M'_2 & , \ldots , & P'_nM'_n & , \\ P''_1M''_1 & , & P''_2M''_2 & , \ldots , & P''_nM''_n & , \end{matrix}$$

risp. su gli assi Ox, Oy. Le

$$S + \frac{x}{OO'} \Delta'S + \frac{y}{OO''} \Delta''S = 0$$

$$T + \frac{x}{OO'} \Delta'T + \frac{y}{OO''} \Delta''T = 0$$

porgeranno le coordinate dell' indisturbato radiante risp. ad Ox, Oy. Sarà poi facilissimo ricavar l'ascensione retta e la declinazione di quest' ultimo ».

fatto cenno in una postilla al principio. Parafraso, anzi, qui la conclusione dell'articolo del Sig. Kleiber già citato, come una regola. « Da un piccolo numero di trajettorie segnate sopra una carta celeste si deduca una approssimativa posizione del radiante; e basandosi su questa si determinino le tre correzioni per ogni singola osservata meteora. Si traccino di nuovo i cammini corretti ed allora potrà aversi una più accurata posizione del radiante ».

Ciò premesso, completiamo l'esposizione dei nostri due metodi.

A) Procedimento analitico.

11. Nelle formole (3), come anche nelle (13), entrano le grandezze A_i, B_i, C_i: come esprimerle mercè gli elementi che dall'eseguito disegno si ricavano? La cosa è molto agevole. Basta riflettere che, essendo in π

$$C_i(x^2 + y^2 - r^2) - 2r(A_i x + B_i y) = 0$$

l'equazione d'un circolo ω_i, le coordinate del suo centro O_i sono

$$\lambda_i = \frac{rA_i}{C_i} \quad , \quad \mu_i = \frac{rB_i}{C_i} ; \tag{19}$$

ma d'altra parte, se si è dovuto far rotare dell'angolo $NON' = \varphi_i$ il trasparente (intorno ad O) per trovar quello dei suoi circoli che coincide con ω_i, si ha (N. 2,5°) $\varphi_i = \psi_i - 90°$ e (fig. V)

$$\lambda_i = -OO_i \cos\varphi_i = -d_i \operatorname{sen}\psi_i \quad , \quad \mu_i = -OO_i \operatorname{sen}\varphi_i = d_i \cos\psi_i ;$$

dunque,

$$A_i = -\frac{C_i d_i}{r} \operatorname{sen}\psi_i \quad , \quad B_i = \frac{C_i d_i}{r} \cos\psi_i ; \tag{20}$$

fig. V

ed a causa dell'identità

$$A_i^2 + B_i^2 + C_i^2 = 1 \ ,$$

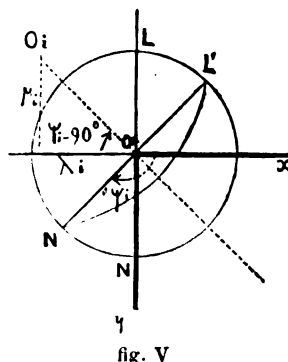
risulta pure

$$C_i = \frac{r}{\sqrt{r^2 + d_i^2}} .$$

Le (3), dunque, si trasformano in

$$\xi(\sigma - \sum_i \tau_i^2 d_i^2 \operatorname{sen}^2\psi_i) + \eta \sum_i \tau_i^2 d_i^2 \operatorname{sen}\psi_i \cos\psi_i + \zeta r \sum_i \tau_i^2 d_i \operatorname{sen}\psi_i = 0$$

$$\xi \sum_i \tau_i^2 d_i^2 \operatorname{sen}\psi_i \cos\psi_i + \eta(\sigma - \sum_i \tau_i^2 d_i^2 \cos^2\psi_i) - \zeta r \sum_i \tau_i^2 d_i \cos\psi_i = 0$$

$$\xi r \sum_i \tau_i^2 d_i \operatorname{sen}\psi_i - \eta r \sum_i \tau_i^2 d_i \cos\psi_i + \zeta(\sigma - r^2 \sum_i \tau_i^2) = 0$$

ove

$$\tau_i^2 = \frac{1}{r^2 + d_i^2} ;$$

e le (13), se, inoltre, si denotano con Δ'_{ik}, Δ''_{ik}, Δ'''_{ik} i complementi algebrici di ξ_0, η_0, ζ_0 nel determinante

$$\Delta_{ik} = \begin{vmatrix} \xi_0 & \eta_0 & \zeta_0 \\ -d_i \operatorname{sen}\psi_i & d_i \cos\psi_i & r \\ -d_k \operatorname{sen}\psi_k & d_k \cos\psi_k & r \end{vmatrix}$$

diventano

$$\xi = \frac{\sum_{ik} \tau_i^2 \tau_k^2 \Delta'_{ik} \Delta_{ik}}{\sum_{ik} \tau_i^2 \tau_k^2 \Delta_{ik}^2} r^2$$

$$\eta = \frac{\sum_{ik} \tau_i^2 \tau_k^2 \Delta''_{ik} \Delta_{ik}}{\sum_{ik} \tau_i^2 \tau_k^2 \Delta_{ik}^2} r^2$$

$$\zeta = \frac{\sum_{ik} \tau_i^2 \tau_k^2 \Delta'''_{ik} \Delta_{ik}}{\sum_{ik} \tau_i^2 \tau_k^2 \Delta_{ik}^2} r^2 .$$

Ove, poi, avvenga che, servendosi del trasparente, non si trovi fra i suoi archi di circolo niuno che passi per una certa coppia S_i, T_i, p. es., per S_1, T_1, si potran mediante il calcolo determinare i corrispondenti valori di ψ_1, d_1. Nel modo, infatti, onde già si è discorso al N.° 2, si sovrapponga il « *graphique* » su la projezione e si indichino con φ_s, φ_t gli angoli di cui bisogna farlo rotare perchè uno stesso suo circolo, che diremo ω, una volta passi solo per S_1 ed un'altra solo per T_1. Evidentemente, se d è la distanza di O dal centro di ω, e si pone $\varphi_s + 90° = \psi_s$, $\varphi_t + 90° = \psi_t$, le due posizioni di ω saranno rappresentate da

$$x^2 + y^2 - r^2 + 2d(x \operatorname{sen}\psi_s - y\cos\psi_s) = 0 \qquad (21)$$

$$x^2 + y^2 - r^2 + 2d(x \operatorname{sen}\psi_t - y\cos\psi_t) = 0 , \qquad (22)$$

mentre il circolo che passa nel contempo per S_1 e T_1 e per gli estremi di un diametro di Ω ha per equazione

$$x^2 + y^2 - r^2 + 2d_1(x \operatorname{sen}\psi_1 - y\cos\psi_1) = 0 . \qquad (23)$$

Ma, dovendo la (21) esser soddisfatta dalle coordinate di S_1, la (22) da quelle di T_1 e la (23) dalle une e dalle altre, occorre che s'abbia

$$\begin{aligned} s^2 - r^2 + 2ds\,\mathrm{sen}\,(\psi_s - \sigma) &= 0 \\ t^2 - r^2 + 2dt\,\mathrm{sen}\,(\psi_t - \tau) &= 0 \\ s^2 - r^2 + 2d_1 s\,\mathrm{sen}\,(\psi_1 - \sigma) &= 0 \\ t^2 - r^2 + 2d_1 t\,\mathrm{sen}\,(\psi_1 - \tau) &= 0 \end{aligned}$$

ove (s, σ), (t, τ) son le coordinate polari di S_1 e T_1 (rispetto all'asse polare Ox ed al polo O). E combinando per via sottrattiva la 1ª di queste equazioni con la 3ª e la 2ª con la 4ª,

$$\left.\begin{aligned} d_1\,\mathrm{sen}\,(\psi_1 - \sigma) &= d\,\mathrm{sen}\,(\psi_s - \sigma) \\ d_1\,\mathrm{sen}\,(\psi_1 - \tau) &= d\,\mathrm{sen}\,(\psi_t - \tau) \end{aligned}\right\} \qquad (24)$$

da cui

$$\frac{\mathrm{sen}\,(\psi_1 - \sigma)}{\mathrm{sen}\,(\psi_1 - \tau)} = \frac{\mathrm{sen}\,(\psi_s - \sigma)}{\mathrm{sen}\,(\psi_t - \tau)},$$

e dopo agevoli trasformazioni trigonometriche,

$$\mathrm{tg}\left(\psi_1 - \frac{\sigma + \tau}{2}\right) = - \frac{\mathrm{tg}\left(\frac{\sigma - \tau}{2}\right)\mathrm{tg}\left(\frac{\psi_s + \psi_t}{2} - \frac{\sigma + \tau}{2}\right)}{\mathrm{tg}\left(\frac{\psi_s - \psi_t}{2} - \frac{\sigma - \tau}{2}\right)}$$

che dà ψ_1. Una delle (24) fornirà d_1 *).

B) Procedimento grafico.

12. Chiamando come sempre ξ_0, η_0, ζ_0 le coordinate dell'imagine dell'approssimato radiante, ecco le operazioni preliminari.

1.° Si segnino sul foglio i punti $R'_0(\xi_0, \eta_0)$ e $G\left(\frac{r\xi_0}{\zeta_0}, \frac{r\eta_0}{\zeta_0}\right)$;

2.° Si conduca il diametro di Ω normale alla OG, e si descriva il circolo Γ che ha per centro il punto G e passa per gli estremi di quel diametro;

*) Se i centri O_s, O_t delle due posizioni di ω cadessero nel foglio, si potrebbe determinare il centro del circolo ω_1 passante per S_1. T_1 come segue: da O_s, O_t si tirino le perpendicolari risp. alle rette OS_1, OT_1; e il loro incontro sarà il chiesto centro. E invero, ciò è conseguenza del teorema: il luogo dei centri dei circoli che passano per un punto fisso P e tagliano Ω in due punti diametralmente opposti su Ω è una retta perpendicolare ad OP.

3.° Si costruisca la polare p di R'_0 rispetto ad Ω.

Dopo ciò, si passi a tracciar le rette che nel N.° 5 furono nomate rette r'_i. A tale scopo non è più necessario se non un trasparente ordinario sistema Chrétien, da cui si possano ricalcare punti; sovrappostolo al foglio e giratolo sino a trovare il suo arco che passi per una coppia S_i, T_i *), si ricalchino 1° i punti P_i, Q_i in cui quell'arco interseca Γ e 2° le posizioni finali L'_i, N_i di L', N'. La parallela a la retta P_iQ_i condotta dal punto comune a p ed alla retta $L'_iN'_i$ darà la retta r'_i (N.° 7, *b)*).

Da ultimo, siccome l'equazione d'una r'_i

$$(\xi_0 C_i - \zeta_0 A_i)x + (\eta_0 C_i - \zeta_0 B_i)y = C_i r^2$$

si trasforma, a causa delle (20), in

$$(\xi_0 r + \zeta_0 d_i \operatorname{sen}\psi_i)x + (\eta_0 r - \zeta_0 d_i \cos\psi_i)y = r^3$$

col secondo membro costante, e siccome, d'altra parte, se p_i e q_i sono i segmenti (computati a partir dall'origine) che la retta $a_i x + b_i y + c_i = 0$ taglia su Ox, Oy, si ha

$$a_i\sqrt{a_i^2 + b_i^2} = -\frac{c_i^2}{p_i}\sqrt{\frac{1}{p_i^2} + \frac{1}{q_i^2}} \quad , \quad b\sqrt{a_i^2 + b_i^2} = -\frac{c_i^2}{q_i}\sqrt{\frac{1}{p_i^2} + \frac{1}{q_i^2}} \, ,$$

consegue che i segmenti da prendere su le nostre rette r'_i sono (N.° 8)

$$\frac{1}{x_i}\sqrt{\frac{1}{x_i^2} + \frac{1}{y_i^2}} \quad , \quad (1^a \text{ serie}) , \quad \frac{1}{y_i}\sqrt{\frac{1}{x_i^2} + \frac{1}{y_i^2}} \quad (2^a \text{ serie})$$

$$(i = 1 \, , \, 2 \, , \, \ldots \, , \, n) \, ,$$

in cui x_i, y_i son le parti che una r'_i taglia su gli assi. Bisogna, dunque, costruire i punti inversi A''_i, B''_i dei punti A'_i, B'_i comuni a r'_i e Ox, Oy, rispetto a un circolo $\mathfrak{J}$ di centro O e raggio arbitrario **); e poi (fig. VI): 1° condurre da O la parallela a la $A''_iB''_i$ fino a secare in D_i il circolo $\mathfrak{J}$ e in C_i la parallela ad Oy che esce da A''_i; 2° da C_i menar le $C_iA'''_i$, $C_iB'''_i$ rispettivamente parallele a le $D_iA''_i$, $D_iB''_i$.

Se la prima di queste ultime parallele incontra Ox in A'''_i e la seconda taglia Oy in B'''_i, elementari considerazioni geometriche mostrano

---

*) Se quest'arco non è reperibile, è necessario costruire i punti corrispondenti ad S_i e T_i [basandosi su ciò che si è detto al n. 7 *a)*] e unirli.

**) Per eseguir facilmente queste inversioni, può tornare utilissimo un inversore: p. es. quello del Peaucellier.

che

$$OA'''_1 \; , \; OA'''_2 \; , \; \dots \; , \; OA'''_n$$

$$OB'''_1 \; , \; OB'''_2 \; , \; \dots \; , \; OB'''_n$$

sono i due sistemi di segmenti da prendere in due volte successive su le

$$r'_1 \; , \; r'_2 \; , \; \dots \; , \; r'_n \; .$$

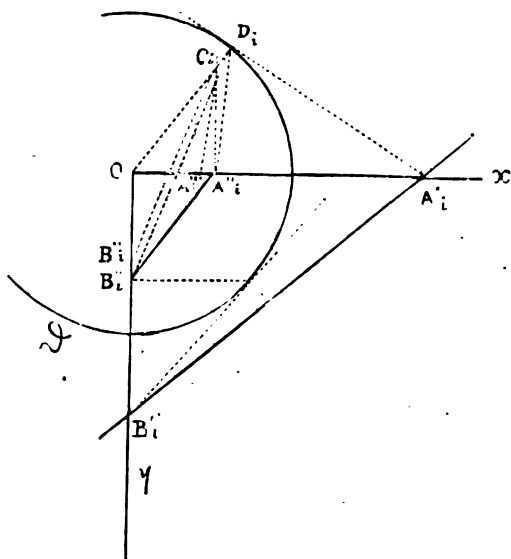



fig. VI

E ciò fatto, non resta se non comporli e determinare il punto R' comune alle due risultanti che, sempre per le cose viste al N.° 5, sarà la projezione (ortogonale), sul piano dell'equatore, dell'immagine R del radiante. Se ξ, η son le coordinate di R', quelle di R saranno

$$\xi \; , \; \eta \; , \; \zeta = \sqrt{r^2 - \xi^2 - \eta^2} \; .$$

Maggio 1901.

Nuove osservazioni paleontologiche sul bacino stampiano di Ales in Sardegna; *Nota del socio ordinario* Francesco Bassani.

(Adunanza del dì 13 Luglio 1901)

L'anno passato, nei fascicoli 5° a 7° di questo Rendiconto, ho esposto i risultati delle mie osservazioni su alcuni avanzi di pesci raccolti dal professore Lovisato negli scisti silicei del bacino di Ales, che riferii allo *Stampiano* [1]).

Dopo di allora egli fece nuove ricerche in quell'importante deposito e vi rinvenne altri resti fossili, ch'ebbe la cortesia di mandarmi.

Essi sono:

Parecchie squame e due scheletri, imperfetti, di *Meletta crenata*. Le prime si rinvennero da Sardara a Collinas; gli scheletri a Bruncu de Cresia. Di questi, uno rappresenta il tratto posteriore del corpo e conserva circa venti vertebre con le apofisi emali e neurali, la pinna anale e una piccola porzione della codale; l'altro mostra la testa e la parte anteriore del tronco.

Alcuni denti e una mascellina di *Lepidopus dubius*, già determinati dal prof. Lovisato, provenienti da Sardara (regione Campo) e da Collinas.

Un cranio, trovato a Collinas, che appartiene con molta probabilità alla specie precedente.

Un piccolo dente (mm. 2), incompleto, di elasmobranco, infitto con la superficie interna nella roccia. La corona, a sezione longitudinale triangolare lievemente obbliqua e terminata in punta, ha un minuto conetto secondario alla base, da un lato; la radice è relativamente alta. L'imperfezione dell'esemplare non ne consente una determinazione sicura: il professore Lovisato inclinerebbe a ritenerlo un *Galeus* o spettante a genere affine.

Tre dentini di *Acanthias*, piantati con la faccia interna nella roccia, raccolti nella regione Campo di Sardara e a Collinas e giustamente riferiti a questo genere da Lovisato, che li confronta con *A. radicans* Probst, della mollassa miocenica di Baltringen [1]). Nel migliore di essi la corona, alta millimetri due e lunga alla base tre e mezzo, ha la superficie esterna convessa e l'apice acuto. Il margine anteriore di essa è sensibilmente ricurvo verso l'indietro e fornito di minutissime intaccature, visibili soltanto con la lente, che lo rendono lievissimamente rugoso e quasi crenato; il posteriore, profondamente intaccato in un punto, si rileva ad arco fra questo punto e la base, costituendo una specie di conetto secondario smussato. Inferiormente,

---

[1]) *Avanzi di Clupea (Meletta) crenata nelle marne di Ales.* — *Su alcuni avanzi di pesci nelle marne stampiane del bacino di Ales.* Il professore Lovisato mi fa giustamente osservare che le rocce di questo deposito, meglio che marne, come vennero indicate da Lamarmora, sono scisti silicei.

la corona si prolunga, sulla superficie visibile, in una sottile appendice mediana, che si restringe gradatamente verso il basso, terminando quasi a punta. Per la forma della corona e per le proporzioni fra l'altezza e la lunghezza della medesima, meglio che al *radicans*, al quale è realmente vicino, l'esemplare somiglia a quelli di *Acanthias orpiensis* (Winkler), riscontrati nell'eocene inferiore del Belgio e dell'Inghilterra e nell'eocene superiore di Gàssino (Piemonte) [2]). Si può anzi asserire che trovano esatta corrispondenza in questi ultimi.

Oltre ai predetti avanzi di pesci, il prof. Lovisato raccolse negli stessi scisti silicei anche alcuni lamellibranchi, che, di accordo con lui, trasmisi al prof. C. F. Parona, il quale ebbe la gentilezza di esaminarli insieme con il collega Sacco.

Sono tutti rappresentati da valve piantate nella roccia.

Alcune di esse, destre e sinistre, visibili sulla faccia esterna o sull'interna (Sardara [Bruncu de Cresia e regione Campo], Collinas e Sanluri), identiche a quelle di Ales che Meneghini aveva riferite a *Ostrea corrugata* Brocchi, vanno invece inscritte col nome di *Ostrea* cfr. *neglecta* Mich. [3]).

Altre, scoperte fra Sardara e Collinas, spettano con dubbio al gen. *Limatulella*.

Un' ultima rappresenta *Pseudamusium corneum* (Sow.), « specie eocenica, ma comune anche nell'oligocene e nel miocene ».

Riassumendo, la piccola fauna del bacino stampiano di Ales è costituita dalle seguenti specie:

Acanthias orpiensis (Winkl.)
Galeus (?) sp.

---

[1]) J. Probst, *Beiträge zur Kenntniss der foss. Fische aus der Molasse von Baltringen* (Württemb. naturw. Jahreshefte., Jahrg. 1879, pag. 173, tav. III, fig. 31, 32).

[2]) T. C. Winkler, *Mém. sur quelques restes de poiss. du système heersien*, pag. 12, fig. 14, 15 e 17 (Arch. Musée Teyler, vol. IV, 1876). — A. S. Woodward and C. D. Sherborn, *Cat. Brit. foss. vertebrata*, 1890, pag. 1. — O. Jaekel, *Die eoc. Selachier von Monte Bolca*, 1894, p. 156. — F. Bassani, *La ittiofauna eoc. di Gassino*, pag. 27, tav. II, fig. 18 e 19 (Atti Acc. sc. fis. e mat. di Napoli, vol. IX, serie 2ª, 1899).

[3]) A. de Lamarmora, *Voyage en Sardaigne*, part. III, tom. II (*Paléontologie*, par G. Meneghini), pag. 603. — Il prof. Sacco osserva: « L'*Ostrea corrugata* Brocchi (tipica, figurata da questo autore) è solo una varietà di *O. edulis*, ma in seguito da molti s'indicò come *O. corrugata* una forma ben diversa, cioè appunto l'*O. neglecta* Mich., che è stata riscontrata dall'oligocene al miocene ».

Labrax sp.
Lepidopus dubius Heck.
Meletta crenata id.
Nemopteryx longipinnata (Kramb.)
Cfr. *Palaeorhynchus glarisianus* (Blainv.)
Limatulella (?) sp.
Ostrea cfr. *neglecta* Mich.
Pseudamusium corneum (Sow.)[1].

---

[1]) Nella mia Nota del Luglio scorso, dianzi citata, ho detto che, a quanto si rileva dal *Voyage en Sardaigne* di Lamarmora, parte III, tom. I, pag. 320, « le marne di Ales affiorano anche nel bacino di Martis (Sassari) ». Ma così non pare, in base alle osservazioni fatte sul posto dal prof. Lovisato, che si è piaciuto mandarmi in esame il campione rappresentante il calcare marnoso di Martis al quale accenna il Lamarmora (I *60*): su esso si vedono un dente di sparoideo e frammenti di squame di *Meletta.* Veramente, Lovisato non ha trovato a Martis la formazione in cui Lamarmora raccolse il detto esemplare I *60*, nè quindi può indicarne i rapporti tettonici con i tufi vulcanici di quella regione; ma, avendo riscontrato nel bacino di Martis e alle falde di M. Oltana, non lungi da Laerru, calcari analoghi, crede di non andare errato riferendola ai depositi marini posteriori ai tufi. Invece, i sedimenti stampiani di Ales (che Lamarmora dice « traversati da filoni basaltici ») stanno, secondo Lovisato, sotto ai tufi in discorso. D' altra parte, il predetto campione I *60* differisce litologicamente dalle rocce del bacino di Ales, che sono (ripeto) scisti silicei, e i resti fossili ch'esso conserva non sono specificamente determinabili.

A questo proposito, credo utile aggiungere che lo stesso prof. Lovisato raccolse sul Montefranco di Martis e sul vicino M. Sèine dei calcari più o meno argillosi, passanti al compatto, che contengono denti di sparoidei, uno dei quali è identico all'altro, testè nominato, del campione I *60*; frammenti di squame di *Meletta*; una squama di *Labrax*, molto simile a quella di S. Caterina Corti [d] e Accas di cui ho fatto cenno nell' ultima delle due Note citate (non Coti-Acas, come ho scritto allora inesattamente), e un dente, privo della radice, triangolare, diritto, schiacciato, terminato in punta un po' ottusa, a sezione verticale leggermente ogivale, a sezione trasversale ellittica, con la superficie visibile un po' convessa e coi margini lievissimamente rugosi. Lovìsato lo ascrive al gen. *Sphyraena*, ma esso è molto più affine ai denti chiamati da Dames col nome di *Saurocephalus faiumensis* e provenienti dall'eocene superiore di Birket-el-Qurun [Egitto] e di Gàssino [Piemonte] (W. Dames, *Ueber eine tert. Wirbelthierf. v. d. westl. Insel des Birket-el-Qurun im Faium*, 1883, p. 19, tav. III, fig. 12. — F. Bassani, *La ittiofauna eocenica di Gassino*, 1899, pag. 39, tav. III, fig. 16-20). — Però, anche questi calcari di Montefranco e di M. Sèine, litologicamente diversi dall'esemplare I *60* e dagli scisti di Ales, stanno, secondo Lovisato, sopra i detti tufi vulcanici e sono, a giudizio di lui, più recenti dello *Stampiano*.

RELAZIONE *sulla Nota del dottor* Giuseppe Bagnera.

(Adunanza del dì 13 Luglio 1901)

Oggetto di questa Nota sono alcuni sviluppi analitici assai interessanti che mettono sotto un nuovo punto di vista alcuni teoremi già noti relativi ai gruppi finiti di sostituzioni lineari. Il risultato principale raggiunto dall'autore si traduce nel teorema che: ogni gruppo finito di collineazioni del nostro spazio è isomorfo oloedricamente ad un gruppo di sostituzioni ortogonali, di modulo 1, con coefficienti reali, fra sei variabili. Le formole mediante le quali si passa dall'uno all'altro gruppo sono stabilite e svolte dall'autore con molta eleganza, accuratezza e ricchezza di particolari, non ultimo dei pregi del suo lavoro. Assai interessanti sono poi anche le applicazioni che egli fa dei suoi risultati analitici a completare alcuni teoremi già noti riguardanti quegli elementi dello spazio che sono lasciati inalterati dai gruppi di collineazioni.

Per tutti questi motivi reputiamo il lavoro del dottor Bagnera meritevolissimo di essere inserito nei Rendiconti della nostra Accademia.

E. CESÀRO
P. DEL PEZZO
A. CAPELLI, *relatore.*

I GRUPPI DI COLLINEAZIONI DEL NOSTRO SPAZIO E LE ROTAZIONI DELLO SPAZIO ELLITTICO A CINQUE DIMENSIONI; *Nota di* G. Bagnera.

(Adunanza del dì 13 Luglio 1901)

1. Il Sig. Moore ha dimostrato *) in modo assai semplice che ogni gruppo finito di sostituzioni lineari lascia inalterata una forma quadratica positiva d'Hermite **). Io mi appoggio sopra questo risultato per stabilire un fatto interessante che riguarda i gruppi finiti di collineazioni del nostro spazio.

Sia G un siffatto gruppo che io rappresento, secondo l'uso, mediante un gruppo finito di sostituzioni lineari quaternarie di modulo 1. La qua-

*) « *An Universal Invariant for Finite Groups of Linear Substitutions* ». Mathematische Annalen, Bd. L (1898), pp. 213-219.

**) Il Sig. E. Picard mi avverte gentilmente che egli fin dal 1887 aveva richiamata l'attenzione su questo teorema verificandone l'esattezza per i gruppi finiti di sostituzioni binarie e ternarie allora noti.

drica positiva d'**Hermite**, che questo gruppo di sostituzioni lascia inalterata, è generalmente della forma

$$\sum a_{ij} z_i \bar{z}_j \quad , \quad (i, j = 1, 2, 3, 4)$$

dove $\bar{z}$ denota genericamente il numero complesso coniugato di z ed a_{ij} sono numeri costanti che verificano le relazioni $a_{ij} = \bar{a}_{ji}$. Ma si può, in infinite maniere, trovare una sostituzione lineare che trasformi la detta quadrica nella seguente:

$$z_1\bar{z}_1 + z_2\bar{z}_2 + z_3\bar{z}_3 + z_4\bar{z}_4 \, ,$$

e questa rimane inalterata per tutte le operazioni del gruppo trasformato di G mediante la sostituzione lineare considerata. Io suppongo già eseguita questa trasformazione, ed allora, se denoto brevemente con

$$(1) \qquad \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} \end{vmatrix}$$

quella sostituzione di G che cambia la variabile z_h $(h = 1, 2, 3, 4)$ nella forma lineare

$$c_{h1}z_1 + c_{h2}z_2 + c_{h3}z_3 + c_{h4}z_4 \, ,$$

e con c'_{hk} il complemento algebrico dell'elemento c_{hk} preso nel modulo di (1), si hanno le relazioni

$$(2) \qquad c'_{hk} = \bar{c}_{hk} \, .$$

Ciò posto, siano

$$z'_1 \, , \, z'_2 \, , \, z'_3 \, , \, z'_4 \, ;$$
$$z''_1 \, , \, z''_2 \, , \, z''_3 \, , \, z''_4$$

due quaterne di variabili e si ponga:

$$X_1 = z'_2 z''_3 - z'_3 z''_2 \quad , \quad X_2 = z'_3 z''_1 - z'_1 z''_3 \quad , \quad X_3 = z'_1 z''_2 - z'_2 z''_1 \, ,$$
$$X_4 = z'_1 z''_4 - z'_4 z''_1 \quad , \quad X_5 = z'_2 z''_4 - z'_4 z''_2 \quad , \quad X_6 = z'_3 z''_4 - z'_4 z''_3 \, .$$

Quando le dette quaterne subiscono la sostituzione lineare (1), le variabili X_r $(r = 1, 2, \ldots, 6)$ subiscono anche una sostituzione lineare, la quale, ponendo

$$C^{hk}_{ij} = c_{ih}c_{jk} - c_{ik}c_{jh} \, ,$$

si scrive come segue:

$$(3) \qquad \begin{vmatrix} C^{23}_{23} & C^{31}_{23} & C^{12}_{23} & C^{14}_{23} & C^{24}_{23} & C^{34}_{23} \\ C^{23}_{31} & C^{31}_{31} & C^{12}_{31} & C^{14}_{31} & C^{24}_{31} & C^{34}_{31} \\ C^{23}_{12} & C^{31}_{12} & C^{12}_{12} & C^{14}_{12} & C^{24}_{12} & C^{34}_{12} \\ C^{23}_{14} & C^{31}_{14} & C^{12}_{14} & C^{14}_{14} & C^{24}_{14} & C^{34}_{14} \\ C^{23}_{24} & C^{31}_{24} & C^{12}_{24} & C^{14}_{24} & C^{24}_{24} & C^{34}_{24} \\ C^{23}_{34} & C^{31}_{34} & C^{12}_{34} & C^{14}_{34} & C^{24}_{34} & C^{34}_{34} \end{vmatrix} ,$$

cioè cambia, ad esempio, la variabile X_1 in

$$C^{23}_{23} X_1 + C^{31}_{23} X_2 + C^{12}_{23} X_3 + C^{14}_{23} X_4 + C^{24}_{23} X_5 + C^{34}_{23} X_6 \,.$$

Quest'ultima sostituzione lineare ha pure il suo modulo eguale all'unità e lascia inalterata la forma quadratica ordinaria

$$(4) \qquad X_1 X_4 + X_2 X_5 + X_3 X_6 \,.$$

Io faccio ancora una ulteriore trasformazione ponendo:

$$(5) \qquad \begin{cases} X_1 = x_1 + i x_4 \,, & X_2 = x_2 + i x_5 \,, & X_3 = x_3 + i x_6 \,, \\ X_4 = x_1 - i x_4 \,, & X_5 = x_2 - i x_5 \,, & X_6 = x_3 - i x_6 \,, \end{cases}$$

e denoto con

$$(6) \qquad \begin{vmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \omega_{13} & \omega_{14} & \omega_{15} & \omega_{16} \\ \omega_{21} & \omega_{22} & \omega_{23} & \omega_{24} & \omega_{25} & \omega_{26} \\ \omega_{31} & \omega_{32} & \omega_{33} & \omega_{34} & \omega_{35} & \omega_{36} \\ \omega_{41} & \omega_{42} & \omega_{43} & \omega_{44} & \omega_{45} & \omega_{46} \\ \omega_{51} & \omega_{52} & \omega_{53} & \omega_{54} & \omega_{55} & x_{56} \\ \omega_{61} & \omega_{62} & \omega_{63} & \omega_{64} & \omega_{65} & \omega_{66} \end{vmatrix}$$

la sostituzione lineare che la (3) fa subire alle variabili x_r definite dalle (5). La sostituzione (6) è ortogonale, perchè con le nuove variabili x_r la quadrica (4) si scrive

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 + x_6^2 \,;$$

inoltre essa ha, come la sostituzione (3), il modulo eguale all'unità.

Allo scopo di esprimere succintamente i coefficienti ω_{rs} mediante i coefficienti C_{ij}^{hk}, si facciano corrispondere ai sei numeri

$$1\,,\,2\,,\,3\,,\,4\,,\,5\,,\,6\,,$$

ordinatamente, le sei coppie

$$(23)\,,\,(34)\,,\,(12)\,,\,(14)\,,\,(24)\,,\,(34)\,.$$

e siano:

$$(ij)\quad,\quad(hk)$$

le coppie corrispondenti agli indici $r\,,s$ di ω_{rs} ed

$$(\alpha\beta\quad,\quad\gamma\delta)$$

le coppie complementari, cioè quelle formate con le cifre che non figurano in $(ij)\,,(hk)$ separatamente.

Ciò posto, si trova subito secondo i casi:

$$(r\leqq 3\quad,\quad s\leqq 3)\qquad \omega_{rs}=\frac{1}{2}\,(C_{ij}^{hk}+C_{\alpha\beta}^{\gamma\delta}+C_{ij}^{\gamma\delta}+C_{\alpha\beta}^{hk})\,,$$

$$(r\leqq 3\quad,\quad s\geqq 4)\qquad \omega_{rs}=\frac{i}{2}\,(C_{ij}^{hk}-C_{\alpha\beta}^{\gamma\delta}-C_{ij}^{\gamma\delta}+C_{\alpha\beta}^{hk})\,,$$

$$(r\geqq 4\quad,\quad s\leqq 3)\qquad \omega_{rs}=\frac{i}{2}\,(C_{\alpha\beta}^{\gamma\delta}-C_{ij}^{hk}-C_{ij}^{\gamma\delta}+C_{\alpha\beta}^{hk})\,,$$

$$(r\geqq 4\quad,\quad s\geqq 4)\qquad \omega_{rs}=\frac{1}{2}\,(C_{ij}^{hk}+C_{\alpha\beta}^{\gamma\delta}-C_{ij}^{\gamma\delta}-C_{\alpha\beta}^{hk})\,.$$

A questo punto io osservo che, a causa delle relazioni (2), due minori di secondo ordine complementari, presi nel modulo della sostituzione (1), sono numeri coniugati; in altri termini si ha:

$$C_{ij}^{hk}=\overline{C}_{\alpha\beta}^{\gamma\delta}\,,\quad C_{ij}^{\gamma\delta}=\overline{C}_{\alpha\beta}^{hk}$$

e quindi i coefficienti ω_{rs} risultano tutti *numeri reali.* Dunque la sostituzione (6) rappresenta un movimento *reale* nello spazio ellittico a cinque dimensioni che ha per assoluto la quadrica

$$x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2+x_5^2+x_6^2=0\,.$$

Io sono così arrivato a stabilire che:

Oni gruppo finito G *di collineazioni del nostro spazio è oloedricamente*

isomorfo ad un gruppo Γ *di movimenti* REALI *dello spazio ellittico a cinque dimensioni, cioè ad un gruppo di sostituzioni* *) *ortogonali unimodulari tra sei variabili a* COEFFICIENTI REALI.

Era già noto, dietro i lavori di F. Klein sopra la geometria della retta **) che ad ogni gruppo finito di sostituzioni ortogonali unimodulari a coefficienti reali tra sei variabili si poteva far corrispondere un gruppo finito di collineazioni del nostro spazio; ora io ho qui dimostrato la proposizione reciproca.

2. Ecco come si può, in modo facile, calcolare gli elementi del modulo della sostituzione ortogonale (1) quando è data la corrispondente sostituzione ortogonale (6) tra le sei variabili x_r.

Io scrivo prima la sostituzione (6) con le variabili X_r, in altri termini, facendo uso delle (5), calcolo la sostituzione (3); poi, dalla matrice rettangolare

$$(7)\qquad \begin{vmatrix} C^{23}_{23} & C^{31}_{23} & C^{12}_{23} & C^{14}_{23} & C^{24}_{23} & C^{34}_{23} \\ C^{23}_{31} & C^{31}_{31} & C^{12}_{31} & C^{14}_{31} & C^{24}_{31} & C^{34}_{31} \\ C^{23}_{12} & C^{31}_{12} & C^{12}_{12} & C^{14}_{12} & C^{24}_{12} & C^{34}_{12} \end{vmatrix}$$

estraggo i seguenti quattro determinanti di terzo ordine:

$$\begin{vmatrix} C^{34}_{23} & C^{42}_{23} & C^{23}_{23} \\ C^{34}_{31} & C^{42}_{31} & C^{23}_{31} \\ C^{34}_{12} & C^{42}_{12} & C^{23}_{12} \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} C^{34}_{23} & C^{41}_{23} & C^{13}_{23} \\ C^{34}_{31} & C^{41}_{31} & C^{13}_{31} \\ C^{34}_{12} & C^{41}_{12} & C^{13}_{12} \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} C^{24}_{23} & C^{41}_{23} & C^{12}_{23} \\ C^{24}_{31} & C^{41}_{31} & C^{12}_{31} \\ C^{24}_{12} & C^{41}_{12} & C^{12}_{12} \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} C^{23}_{23} & C^{31}_{23} & C^{12}_{23} \\ C^{23}_{31} & C^{31}_{31} & C^{12}_{31} \\ C^{23}_{12} & C^{31}_{12} & C^{12}_{12} \end{vmatrix}$$

che sono i determinanti ad elementi reciproci dei quattro minori di terzo ordine contenute nelle prime tre righe del modulo di (1), e che perciò dànno ordinatamente, in virtù delle relazioni (2), i valori di

$$\bar{c}^2_{41}\ ,\quad \bar{c}^2_{42}\ ,\quad \bar{c}^2_{43}\ ,\quad \bar{c}^2_{44}\ .$$

Io considero uno dei quattro determinanti precedentemente scritti che

---

*) Due sostituzioni che si ricavano l'una dall'altra cambiando il segno a tutti gli elementi del modulo sono qui ritenute eguali.

**) « *Ueber Liniengeometrie und metrische Geometrie* » Mathematische Annalen, Bd. V (1872), pp. 257-277.

sia *diverso da zero*, e questo sia, ad esempio, l'ultimo: allora gli elementi del determinante reciproco, divisi per una stessa delle due possibili determinazioni di $\overline{c}_{44}$, sono gli elementi della matrice

$$\begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{vmatrix} .$$

Ciò posto, se i rimanenti tre dei menzionati quattro determinanti risultano tutti nulli, si ha

$$c_{41} = c_{42} = c_{43} = 0 \; ;$$

poi, a causa delle relazioni

$$\overline{c}_{41} c_{i1} + \overline{c}_{42} c_{i2} + \overline{c}_{43} c_{i3} + \overline{c}_{44} c_{i4} = 0 \qquad (i = 1, 2, 3) ,$$

si ha pure

$$c_{14} = c_{24} = c_{34} = 0 \; ,$$

e la matrice del modulo della sostituzione (1) si trova così completata.

Se invece uno dei tre determinanti suddetti, per esempio il primo, è diverso da zero, per precisare il segno di $\overline{c}_{41}$ si può fare uso dell'eguaglianza

$$c_{12} \overline{c}_{41} = C_{31}^{24} C_{12}^{23} - C_{12}^{24} C_{31}^{23} ,$$

o di un'altra simile nel caso che sia $c_{12} = 0$. Poi, dalle relazioni

$$\overline{c}_{11} c_{1i} + \overline{c}_{21} c_{2i} + \overline{c}_{31} c_{3i} + \overline{c}_{41} c_{4i} = 0 \qquad (i = 2, 3)$$

si hanno subito i valori di c_{42}, c_{43}, e in seguito, dalle relazioni analoghe scritte prima, si hanno i valori di c_{14}, c_{24}, c_{34}.

Dunque, in ogni caso, soltanto il segno di un elemento del modulo di (1) può scegliersi ad arbitrio e, dopo ciò, tutti gli altri elementi del detto modulo restano perfettamente determinati; quindi, come d'altronde è noto, ad ogni sostituzione (6) corrispondono due sostituzioni (1), le quali si ricavano l'una dall'altra cambiando il segno a tutti gli elementi del modulo, e che perciò rappresentano una medesima collineazione.

Per chiarire con qualche esempio il metodo esposto, io considero il gruppo di grado 360 studiato dal Prof. Veronese *), che si può gene-

*) Cfr. il § 6 della Memoria « *Interprétations géométriques de la théorie des substitutions de* n *lettres particulièrment pour* n = 3, 4, 5, 6 ». Annali di Matematica, s. 2ª, v. XI, (1882-83).

rare mediante le due sostituzioni ortogonali:

$$x'_1 = x_1 \quad x'_2 = x_3 \quad x'_3 = x_4 \quad x'_4 = x_5 \quad x'_5 = x_6 \quad x'_6 = x_2 \ ;$$

$$x'_1 = x_2 \quad x'_2 = x_3 \quad x'_3 = x_1 \quad x'_4 = x_4 \quad x'_5 = x_5 \quad x'_6 = x_6 \ ,$$

di quinto e terzo ordine rispettivamente.

La matrice (7) relativa alla prima sostituzione è:

$$\left| \begin{matrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{i}{2} & \frac{i}{2} & 0 & \frac{i}{2} & \frac{i}{2} & 0 \end{matrix} \right| ,$$

e quella relativa alla seconda è:

$$\left| \begin{matrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \end{matrix} \right| ;$$

allora si trova dopo breve calcolo che le corrispondenti sostituzioni quaternarie sono ordinatamente:

$$\begin{aligned} z'_1 &= \frac{1-i}{2}(z_1 + z_2) \qquad & z'_1 &= \frac{1}{2}(z_1 + z_2 + z_3 + z_4) \\ z'_2 &= \frac{1-i}{2}(z_3 - z_4) \qquad & z'_2 &= \frac{1}{2}(-z_1 + z_2 + z_3 + z_4) \\ z'_3 &= \frac{1+i}{2}(z_1 - z_2) \qquad & z'_3 &= \frac{1}{2}(z_1 - z_2 + z_3 + z_4) \\ z'_4 &= \frac{1+i}{2}(z_3 + z_4) \qquad & z'_4 &= \frac{1}{2}(-z_1 - z_2 - z_3 + z_4) \end{aligned}$$

Così, le operazioni generatrici del corrispondente gruppo di collineazioni nel nostro spazio si presentano sotto la forma più semplice per una via quasi naturale.

3. Io voglio accennare ad alcune conseguenze che discendono subito dal risultato che forma lo scopo della presente nota.

Posso interpretare le sei variabili x_r come le coordinate di una retta

del nostro spazio, ma allora io debbo supporre che tra esse interceda la relazione

$$(8) \qquad x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 + x_6^2 = 0 .$$

Si faccia ora l' ipotesi che tutte le collineazioni di un gruppo finito G lascino ferma una retta. Allora il corrispondente gruppo Γ di movimenti nello spazio a cinque dimensioni tiene fermo un punto della quadrica (8), e, giacchè Γ è un gruppo reale, esso tiene ancora fermo un secondo punto della stessa quadrica: precisamente il punto immaginario coniugato del primo. D'altra parte, due punti coniugati non sono mai punti reciproci rispetto alla quadrica (8), perchè la somma:

$$x_1\bar{x}_1 + x_2\bar{x}_2 + x_3\bar{x}_3 + x_4\bar{x}_4 + x_5\bar{x}_5 + x_6\bar{x}_6$$

non è mai nulla, e quindi le due rette dai due punti rappresentati non si trovano mai in un medesimo piano.

Dunque tutti gruppi finiti di collineazioni del nostro spazio, che lasciano ferma una retta, lasciano altresì ferma una seconda retta che non sta con la prima in uno stesso piano.

Si faccia, in secondo luogo, l' ipotesi che tutte le collineazioni del gruppo G lascino fermo un punto.

I raggi della stella che ha per centro questo punto sono rappresentati dai punti di un piano che giace per intero sopra la quadrica (8). Il gruppo Γ di movimenti che corrisponde a G mantiene fermo il piano ora detto, e per conseguenza mantiene anche fermo un secondo piano della quadrica, che è il piano coniugato del primo. Non esiste nessun punto che sia comune ai due piani anzidetti, perchè un siffatto punto sarebbe un punto della quadrica che dovrebbe, d'altra parte, essere evidentemente reale. Dunque il primo piano appartiene ad una ed il secondo all' altra delle due serie ∞^3 di piani che la quadrica (8) contiene *); in altri termini, i punti del secondo piano rappresentano rette del nostro spazio che stanno in un medesimo piano, il quale non passa per il punto considerato.

Concludo che: tutti i gruppi finiti di collineazioni del nostro spazio che lasciano fermo un punto, lasciano anche fermo un piano che non passa per il punto, e reciprocamente.

Restano così stabiliti nella loro piena generalità, almeno per quel che riguarda i gruppi finiti di sostituzioni quaternarie, i precedenti due

---

*) Cfr. Segre « *Studio sulle quadriche in uno spazio lineare ad un numero qualunque di dimensioni* ». Memorie R. Accademia delle Scienze di Torino, s. 2ª, t. XXXVI, 1884.

enunciati, dei quali nessuna dimostrazione si conosceva che non fosse soggetta a qualche restrizione *).

4. Sia G un gruppo finito di collineazioni che trasformi in sè un complesso lineare di rette ed uno solo. Il corrispondente gruppo Γ di movimenti nello spazio a cinque dimensioni lascia inalterato un iperpiano di questo spazio, ed anche il suo polo rispetto alla quadrica (8). L'iperpiano ora detto deve risultare necessariamente reale, perchè, in caso contrario, il gruppo reale Γ lascerebbe inalterato anche l'iperpiano coniugato, e quindi G trasformerebbe in sè un secondo complesso lineare diverso dal primo.

Ciò posto, io posso portare, con un movimento che ha per assoluto la quadrica (8), l'iperpiano che si considera in quello che ha per equazione $x_6=0$; allora il gruppo Γ lascia fermo il punto

$$x_1=x_2=x_3=x_4=x_5=0$$

e tutte le sue sostituzioni sono della forma

$$\begin{vmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \omega_{13} & \omega_{14} & \omega_{15} & 0 \\ \omega_{21} & \omega_{22} & \omega_{23} & \omega_{24} & \omega_{25} & 0 \\ \omega_{31} & \omega_{32} & \omega_{33} & \omega_{34} & \omega_{35} & 0 \\ \omega_{41} & \omega_{42} & \omega_{43} & \omega_{44} & \omega_{45} & 0 \\ \omega_{51} & \omega_{52} & \omega_{53} & \omega_{54} & \omega_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Dunque, tutti i gruppi G di collineazioni, che lasciano fermo un solo complesso lineare, sono oloedricamente isomorfi a gruppi reali di sostituzioni ortogonali unimodulari tra cinque variabili.

Io considero ora il caso in cui il gruppo G lasci inalterata una congruenza lineare, senza che vi sia alcuna quadrica che venga dal detto gruppo trasformata in sè.

I due punti della quadrica (8) che rappresentano i due assi della congruenza possono essere punti immaginarii tra loro coniugati, ed allora la retta che li congiunge è reale. Se invece i detti punti non sono coniugati, la loro congiungente è una retta immaginaria, e quindi il gruppo Γ corrispondente a G deve lasciare ferma anche la sua coniugata. Se queste due rette potessero risultare in un medesimo piano, il gruppo G lascerebbe inalterata una quadrica di cui un sistema di generatrici sarebbe

*) Cfr. Mascke « *Ueber den arithmetischen Charakter der Coefficienten der Substitutionen endlicher linearer Substitutions gruppen* ». Mathematische Annalen, Bd. L (1898), pp. 492-98.

rappresentato dai punti della conica intersezione del detto piano con la (8): dunque le menzionate rette saranno sghembe, e perciò determinano uno spazio reale a tre dimensioni. La retta reciproca di questo spazio, rispetto alla quadrica (8), è reale e viene trasformata in sè dal gruppo Γ.

Sicchè, in ogni caso, il gruppo Γ trasforma in sè una retta reale, ed io posso supporre che questa retta sia quella di equazioni

$$x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0 :$$

allora lo spazio reciproco a tre dimensioni, che è pure trasformato in sè dal gruppo Γ, ha per equazioni

$$x_5 = 0 \quad , \quad x_6 = 0 \ ,$$

e tutte le sostituzioni di questo gruppo assumono la forma

$$\begin{vmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \omega_{13} & \omega_{14} & 0 & 0 \\ \omega_{21} & \omega_{22} & \omega_{23} & \omega_{24} & 0 & 0 \\ \omega_{31} & \omega_{32} & \omega_{33} & \omega_{34} & 0 & 0 \\ \omega_{41} & \omega_{42} & \omega_{43} & \omega_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_{55} & \omega_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_{65} & \omega_{66} \end{vmatrix} .$$

Dunque, tutti i gruppi G che lasciano inalterata una congruenza lineare e che non lasciano ferma nessuna quadrica, sono isomorfi, almeno meriedricamente, a gruppi reali di sostituzioni ortogonali quaternarie; e, nel caso che l'isomorfismo sia meriedrico, il corrispondente sottogruppo normale è ciclico.

Se nel detto gruppo di sostituzioni ortogonali quaternarie ve ne sono di quelle di modulo -1, il gruppo G contiene collineazioni che scambiano tra loro i due assi della congruenza.

Si consideri finalmente un gruppo finito G di collineazioni che trasformi in sè una quadrica propria, ed una soltanto.

I due sistemi di generatrici di questa quadrica sono rappresentati dai punti di due coniche della quadrica (8) i cui piani sono reciproci rispetto a quest' ultima quadrica, perchè ciascuna generatrice di un sistema incontra ciascuna generatrice dell'altro sistema. A causa di ciò i due piani ora detti, qualora fossero immaginarii, non sono tra loro coniugati e quindi, in tale caso, il gruppo reale Γ, che corrisponde a G, lascerebbe inalterata un'altra coppia di piani; precisamente la coppia costituita dai piani coniugati dei primi due, e per conseguenza G trasformerebbe in sè una seconda quadrica diversa dalla prima. Dunque i due piani anzidetti sono necesseriamente reali.

Allora io posso, con un movimento che ha per assoluto la (8), portare uno di questi piani in quello che ha per equazioni

$$x_1 = x_2 = x_3 = 0 \;;$$

dopo ciò l'altro piano ha per equazioni

$$x_4 = x_5 = x_6 = 0 \;,$$

e ciascuna sostituzione di Γ è della forma

$$\begin{vmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \omega_{13} & 0 & 0 & 0 \\ \omega_{21} & \omega_{22} & \omega_{23} & 0 & 0 & 0 \\ \omega_{31} & \omega_{32} & \omega_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_{44} & \omega_{45} & \omega_{46} \\ 0 & 0 & 0 & \omega_{54} & \omega_{55} & \omega_{56} \\ 0 & 0 & 0 & \omega_{64} & \omega_{65} & \omega_{66} \end{vmatrix} ,$$

oppure della forma

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & \omega_{14} & \omega_{15} & \omega_{16} \\ 0 & 0 & 0 & \omega_{24} & \omega_{25} & \omega_{26} \\ 0 & 0 & 0 & \omega_{34} & \omega_{35} & \omega_{36} \\ \omega_{41} & \omega_{42} & \omega_{43} & 0 & 0 & 0 \\ \omega_{51} & \omega_{52} & \omega_{53} & 0 & 0 & 0 \\ \omega_{61} & \omega_{62} & \omega_{63} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

secondo che il movimento da essa rappresentato lascia singolarmente fermo ognuno dei piani della coppia, ovvero permuta questi due piani tra loro.

Dunque, ogni gruppo finito G di collineazioni che trasforma in sè una sola quadrica propria, senza permutare i due sistemi di generatrici, è meriedricamente isomorfo, in doppio modo, a due gruppi finiti di rotazioni del nostro spazio.

Si ricade così in un ordine d' idee che sta a fondamento d' un mio precedente lavoro *).

---

*) « *I Gruppi finiti reali di sostituzioni lineari quaternarie* ». Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, t. XV (1901).

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Giugno 1901

Latitudine . . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich
Altitudine . . 149^m sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 +				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle nubi			Vento Direzione			Vento Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
	9^h	15^h	21^h	Medio diurno	9^h	15^h	21^h	Min.	Mass.	Medio diurno	9^h	15^h	21^h	Medio diurno	9^h	15^h	21^h	Medio diurno	9^h	15^h	21^h	9^h	15^h	21^h	9^h	15^h	21^h		
1	49.6	48.3	49.2	49.03	22.4	25.9	19.5	17.5	25.9	21.32	14.9	13.8	14.8	14.50	74	56	86	72.7	0	0	4	E	WNW	S	0	2	0	—	1.2
2	48.2	47.6	48.9	48.23	21.4	22.8	18.9	18.5	26.9	22.12	13.7	15.8	14.2	14.57	61	77	87	75.0	0	9	0	NW	W	S	0	2	0	1.4	1.8
3	48.8	48.1	49.2	48.70	22.3	24.3	20.0	18.0	25.0	21.32	15.8	16.5	14.6	15.63	79	73	84	78.7	10	2	8	NNW	SE	SW	0	2	0	0.4	1.6
4	49.8	48.8	48.8	49.13	21.1	24.3	19.9	18.4	24.9	21.07	14.7	15.8	14.3	14.93	79	70	83	77.3	10	3	10	SW	SW	W	0	6	1	—	1.1
5	48.4	47.1	47.8	47.77	22.4	24.1	17.0	17.0	24.6	20.55	15.1	15.7	12.6	14.47	75	71	84	76.7	3	2	10	SW	S	NE	0	1	0	1.9	1.3
6	47.5	46.8	47.6	47.30	23.4	25.8	20.6	17.1	26.4	21.87	10.8	13.2	13.3	12.43	51	53	74	59.3	0	2	2	NE	W	NW	1	6	0	—	2.4
7	47.4	46.9	47.4	47.23	23.7	26.7	21.0	19.5	26.8	22.75	10.6	12.6	10.8	11.13	46	48	58	47.3	0	2	0	E	W	W	0	1	0	—	4.5
8	47.2	46.8	48.0	47.33	24.5	26.9	21.5	19.5	27.3	23.20	10.0	12.3	11.0	11.10	44	47	58	50.0	0	2	0	NNE	W	S	0	4	0	—	4.5
9	48.9	48.2	48.8	48.63	25.0	27.0	21.8	20.4	27.2	23.60	11.7	16.2	16.3	12.73	50	61	53	54.7	0	1	0	WNW	SW	W	0	4	0	—	3.8
10	48.8	47.6	47.7	48.03	24.3	25.5	20.7	19.6	26.1	22.67	16.3	16.3	16.3	16.30	72	67	90	76.3	2	1	0	S	W	SSE	0	1	1	—	2.7
11	47.1	45.2	45.2	45.83	24.3	25.4	20.6	19.3	27.2	22.85	15.0	16.5	14.1	15.40	69	69	78	72.0	4	8	0	SE	SW	NW	1	2	0	—	1.7
12	44.7	42.9	43.7	43.77	24.8	26.5	19.0	18.3	27.0	22.27	12.0	15.3	14.0	13.77	52	60	80	66.0	0	7	10	E	W	N	0	2	0	0.8	2.3
13	43.9	43.4	44.1	43.80	23.0	24.2	20.8	18.4	25.3	21.87	16.2	15.7	14.9	15.60	78	70	82	70.7	0	6	3	S	SW	SSE	0	1	2	—	2.2
14	46.5	47.4	48.6	47.50	22.8	25.5	21.3	20.2	25.7	22.50	15.8	15.9	15.6	15.77	77	60	83	75.3	0	3	10	S	SW	SW	2	3	1	—	1.8
15	49.5	48.1	48.0	48.53	25.2	28.3	24.8	19.5	28.3	24.45	12.9	10.8	13.6	12.43	55	38	58	50.3	0	3	2	SE	S	SW	0	0	4	—	2.3
16	49.2	49.2	49.6	49.33	23.0	23.0	19.7	19.7	24.9	21.82	12.3	10.2	7.5	10.00	59	49	41	50.7	2	2	0	SW	WSW	W	12	15	11	—	4.1
17	48.7	47.7	47.3	47.90	20.1	21.4	17.0	17.3	22.3	19.40	10.9	10.5	10.7	10.70	58	50	71	61.7	5	1	5	WSW	WSW	SW	7	17	0	—	4.3
18	47.1	47.5	47.6	47.40	19.3	20.4	16.5	13.7	21.7	17.80	12.0	11.3	10.8	11.37	72	63	77	70.7	7	2	10	S	WSW	SW	0	15	1	8.5	2.8
19	45.9	45.3	45.1	45.43	15.7	19.7	13.1	13.1	20.0	15.47	10.9	7.4	9.1	9.13	82	43	82	69.0	10	0	0	SW	WSW	WNW	13	14	6	4.8	2.4
20	45.0	45.7	46.5	45.73	17.1	17.0	14.8	11.0	19.3	15.55	7.2	8.5	10.1	8.60	50	57	81	62.7	1	10	8	NE	W	NW	0	14	0	—	3.0
21	47.7	48.0	48.5	48.07	18.7	20.3	17.7	14.3	20.3	17.75	11.3	11.2	9.8	10.77	70	63	65	66.0	10	10	9	NW	NE	NE	1	0	0	0.5	2.9
22	48.2	47.8	47.7	47.90	20.3	23.2	18.5	16.5	24.3	19.90	9.0	12.2	12.7	11.50	54	58	80	67.3	3	7	7	E	SW	W	0	1	0	—	2.0
23	47.3	46.6	48.0	47.30	22.7	24.8	20.3	17.1	25.0	21.47	11.2	13.3	11.6	12.03	56	53	66	58.3	0	1	0	E	W	S	0	8	0	—	2.7
24	49.2	49.9	51.2	50.10	22.3	25.3	20.6	17.7	25.4	21.50	14.3	15.8	15.9	15.33	72	66	88	75.3	0	0	1	S	S	S	0	0	0	—	3.0
25	52.7	52.9	52.8	52.80	23.2	25.5	19.9	19.0	25.8	21.97	14.9	14.7	14.8	14.80	71	61	86	72.7	0	0	0	S	SW	S	0	1	0	—	1.8
26	52.5	51.3	50.5	51.43	25.1	27.5	21.4	18.6	27.9	23.25	12.3	15.7	16.2	14.73	52	58	86	65.3	0	1	0	S	SW	NE	0	1	0	—	2.0
27	50.6	49.6	50.2	50.13	25.1	29.1	23.2	19.0	29.8	24.27	15.5	13.5	7.3	12.10	66	45	34	48.3	0	1	0	NE	SW	WNW	0	1	0	—	2.3
28	51.1	50.9	51.8	51.27	25.2	28.9	23.9	21.2	29.3	24.90	13.4	15.1	7.1	11.87	57	52	32	47.0	0	0	0	NNE	SW	W	0	2	0	—	3.8
29	52.0	51.7	51.8	51.83	26.7	28.8	23.0	21.9	28.8	25.25	10.5	12.3	15.0	12.60	41	42	70	51.0	0	0	0	S	SW	N	0	1	0	—	4.9
30	51.9	51.1	50.5	51.07	26.2	29.3	23.6	20.5	30.3	25.15	15.7	18.1	15.9	16.57	62	60	74	65.3	0	0	0	NNE	SE	SE	0	0	0	—	3.1
Medî mens	48.50	47.95	48.10	48.28	22.81	24.93	20.08	18.03	25.66	21.65	12.92	13.74	12.63	13.10	62.8	58.4	72.7	64.65	2.2	3.0	3.3							somma 18.3	somma 80.3

CATALOGO

DELLE PUBBLICAZIONI PERVENUTE ALL'ACCADEMIA

dal 16 Giugno al 13 Luglio 1901

PUBBLICAZIONI ITALIANE

Catania — *Società degli spettroscopisti italiani* — Memorie, vol. XXX, disp. 5ª e 6ª — 1901.

Accademia Gioenia di scienze naturali — Bollettino, fasc. LXVII e LXVIII 1901.

Firenze — *Rivista scientifico-industriale* — Anno XXXIII, n. 10-11 — 1901.

Biblioteca nazionale centrale — Bollettino delle pubblicazioni italiane, n. 6 — 1901.

Istituto geografico militare — Superficie del Regno d'Italia valutata nel 1884 (Isola di Sardegna); Sui recenti lavori dell'Ist. geogr. mil.; Sull'Etna— 1901.

Genova — *Società ligustica di scienze naturali e geografiche* — Atti, vol. XII, n. 1 — 1901.

Livorno — *Periodico di matematica per l'insegnamento secondario* — Anno XVI, serie II, vol. III, fasc. VI; *Supplemento al Periodico di matematica* — Anno IV, fasc. VIII — 1901.

Mantova — *R. Accademia Virgiliana* — Atti e Memorie, anni 1899-1900 — 1901.

Milano — *R. Istituto lombardo di scienze e lettere* — Rendiconti, serie II, vol. XXXIV, fasc. XI e XII — 1901.

Società italiana di sc. nat. e del Museo civico di storia nat. — Atti, vol. XL, fasc. I — 1901.

Modena — *R. Accademia di scienze lettere ed arti* — Memorie, serie III, vol. II — 1901.

Palermo — *Circolo matematico* — Rendiconti, tomo XV, fasc. III e IV — 1901.

Pavia — *Rivista di fisica, matematica e scienze naturali* — Anno 2, n. 18 — 1901.

Pisa — *Società toscana di scienze naturali* — Processi verbali delle adunanze 17 Marzo e 5 Maggio 1901.

Portici — *Regia Scuola superiore di agricoltura* — Annali, serie II, vol. II, fascic. II — 1901.

Roma — *R. Accademia dei Lincei* — Rendiconti, vol. X, fasc. 11 e 12 — 1901.

L'Elettricista — Anno X, n. 7 — 1901.

Salerno — *Il Picentino* — Anno XLIII, fasc. 5 e 6 — 1901.

Sassari — *Studii sassaresi* — Anno I, sez. II, fasc. I — 1901.

Torino — *R. Accademia delle scienze* — Atti, vol. XXXVI, disp. 6-10 (1900 e 1901) — 1901.

La rivista tecnica delle scienze, delle arti applicate all'industria e dell'insegnamento industriale — Anno I, fasc. 6 — 1901.

PUBBLICAZIONI STRANIERE

Barcelona — *R. Academia de ciencias y artes* — Boletin, vol. I, n. 29 — 1900.

Berlin — *Zoologisch. Station zu Neapel* — Mittheilungen, Band 14, Heft 3 u. 4 — 1901.

Budapest — *Természetrajzi Füzetek* — Vol. XXIV, p. I-II — 1901.

Glasgow — *The Glasgow University calendar for the year 1901-2*—1901.

Helsingfors — *Societas scientiarum fennica* — Acta, tom. XXVI et XXVII — 1900.

Kassel — *Verein für Naturkunde* — Abhandlungen und Bericht, XLVI—1901.

Kobenhavn — *R. Académie des sciences et des lettres de Danemark* — Mémoires, t. X, n. 2; Bulletin, n. 2, 3 — 1901.

La Haye — *Société hollandaise des sciences*—Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles, série II, tome IV, 3[e] livr. — 1901.

Leipzig — *Deutsch. physikalisch. Gesellschaft* — Verhandlungen, Jahrg. 3, n. 8-10 — 1901.

London — *Mathem. Society* — Proceedings, vol. XXXIII, n. 752-758 —1901.

R. astronomical Society — Monthly notices, vol. LXI, n. 7 — 1901.

Royal Society — Proceedings, vol. LXVIII, n. 446 — 1901.

Nature —Vol. LXIV, n. 1650-1653 — 1901.

Manchester — *Geological Society* — Transactions, vol. XXVII, part III-V — 1901.

Mexico — *Observatorio meteorológico central* — Boletin mensual, n. 1-2—1901.

Mosca — *Université impériale* — Observations faites à l'Observatoire météorologique, Septembre 1899 — Février 1901.

Odessa — *Club alpin de Crimée* — Bulletin, n. 5-6 — 1901.

Oxford — *Radcliffe Observatory* — Results of meteorological observations in the years 1892-1899, vol. XLVIII — 1901.

Paris — *Académie des sciences* — Comptes rendus hebdomadaires des séances, tome CXXXII, n. 23-25; tome CXXXIII, n. 1 — 1901.

Société zoologique — Bulletin, tome XXVI, n. 3 — 1901.

Société d'encouragement pour l'industrie nationale — Compt.-rend., n. 9 et 10; Bulletin, t. 101, n. 5-6 — 1901.

Bibliothèque de l'École des hautes études— Bulletin des sciences mathématiques, II série, tom. XXV, Avril 1901.

Journal de l'anatomie et de la physiologie normales et pathologiques de l'homme et des animaux — XXXVII année, n. 4 — 1901.

École normale supérieure — Annales scientifiques, III série, tome XVIII, n. 3-4 — 1901.

Sydney — *Australian Museum* — Report of Trustees for the year 1899 — 1900.

Tokio — *I. University* — Journal of the College of science, vol. XV, p. II — 1901; Mittheilungen aus der medicinisch. Facultät, Band V, n. 1 — 1901.
Zagreb — *Societas historico-naturalis croatica* — God. XII, Br. 4-6 — 1901.

OPERE PRIVATE

Goppelsroeder Fr., *Capillaranalyse beruhend auf Capillaritäts und Adsorptionserschunungen mit dem Schlusskapitel: Das Emporsteigen der Farbstoffe in den Pflanzen* — Basel, 1901.

Maffi P., *La Cosmografia nelle opere di Torquato Tasso* — Milano 1895 a 1898.

Oddone E., *Ricerche sulla temperatura che possono assumere le lamiere di ferro variamente verniciate esposte ai raggi del sole* — Milano, 1901.

Fascicolo 8° a 11° ANNO XL. Agosto a Novembre 1901.

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza del dì 13 Luglio 1901
Presiede il presidente **A. Capelli.**

Intervengono i socii ordinarii Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci e Villari.

Il segretario legge il verbale dell'ultima adunanza, che viene approvato, e presenta i libri venuti in dono e in cambio.

Partecipa in seguito la risposta del socio Nicolucci, riconoscente per gli augurii di guarigione, e i ringraziamenti del socio straniero Gaudry per il volume degli *Atti*.

Il socio Fergola legge il rapporto della Commissione intorno alla Nota del dott. V. Alberti *su la determinazione de' radianti*, proponendone l'inserzione nel Rendiconto. L'Accademia, unanime, approva.

Il socio della Valle, anche a nome dei colleghi Paladino e Bassani, riferisce sulla Memoria del signor Attilio Cerruti: *Di un tenioide dell'Alauda arvensis*, che l'Accademia, sulla proposta della Commissione, accoglie unanime, con l'annessa tavola, per gli *Atti*.

Il presidente comunica che, essendogli stata ricapitata con lieve ritardo, poco dopo la chiusura dell'ultima adunanza, una Nota del dottor Giuseppe Bagnera di Palermo *sui gruppi di collineazioni del nostro spazio e le rotazioni dello spazio ellittico a cinque dimensioni*, Nota che doveva essere presentata all'Accademia appunto in quella tornata, ha scelto a comporre la Commissione incaricata di riferirne oggi, salvo la

convalidazione da parte dell' Accademia, i socii Cesàro, del Pezzo e Capelli. L'Accademia approva, e il socio Cesàro legge il rapporto sulla detta Nota, che viene accolta all'unanimità per il Rendiconto.

Il socio Bassani legge, per l'inserzione nel Rendiconto, una sua Nota intitolata: *Nuove osservazioni paleontologiche sul bacino stampiano di Ales in Sardegna.*

Si procede alla nomina di due socii stranieri e di un socio corrispondente.

A socii stranieri vengono eletti i prof. Gustavo Mittag-Leffler e Gustavo Retzius; a corrispondente nella Sezione di Scienze matematiche il prof. Domenico Montesano.

Processo verbale dell'adunanza del dì 2 Novembre 1901.
Presiede il presidente **A. Capelli.**

Sono presenti i socii ordinarii Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Grassi, Oglialoro, Paladino, Pinto, Villari e i corrispondenti De Lorenzo e Masoni.

Il segretario legge il verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato, e presenta le pubblicazioni venute in cambio e in dono, segnalando quella del socio straniero Alb. Gaudry.

Comunica in seguito una lettera del prof. Domenico Montesano, che ringrazia per la nomina a socio corrispondente, e un'altra del presidente della *Société ouralienne* di Ekathérinebourg, riconoscente per gli augurii inviatigli in occasione del 50° anniversario del suo servizio medico.

Annunzia da ultimo che durante le ferie autunnali sono giunte all'Accademia quattro Note del socio Cesàro per l'inserzione nel Rendiconto di Agosto-Novembre:

Sopra un' equazione funzionale, trattata da Beltrami (presentata il 16 agosto 1901)

Sulle superficie isotermiche (presentata il 2 Settembre)

Formole per l'analisi intrinseca delle superficie e delle loro deformazioni infinitesime (presentata il 16 Settembre)

Sopra un modo di utilizzare, nella teoria intrinseca delle superficie, le condizioni d'immobilità dei punti (presentata il 7 Ottobre).

L'Accademia delibera:

di trasmettere le proprie felicitazioni alla *Société nationale des sciences naturelles et mathématiques* di Cherbourg, che il 30 Dicembre celebrerà il 50° anniversario della sua fondazione;

e d'inviare in dono alla Biblioteca provinciale di Potenza gli *Atti*, a cominciare dalla 2ª serie, e i *Rendiconti*, a cominciare dalla 3ª, e al

redattore della *Revue semestrelle*, organo della *Société mathématique* di Amsterdam, i *Rendiconti*, dal principio dell'anno corrente.

Il socio della Valle, segretario della Sezione di Scienze fisiche, legge il rapporto, steso dai socii Cannizzaro e Paternò e approvato all'unanimità dalla Sezione stessa, intorno alle Memorie presentate dalla dott. Marussia Bakunin e dal dott. Emil Erlenmeyer al concorso di Chimica, bandito dall'Accademia per il 1900, dichiarando che il socio Oglialoro, per ragioni di delicatezza, si è astenuto da ogni partecipazione ai lavori della Sezione. Il rapporto, insieme con le Memorie aspiranti al premio, verrà depositato per un mese nella Segreteria dell'Accademia, giusta l'art. 44 del Regolamento.

Processo verbale dell'adunanza del dì 9 Novembre 1901
Presiede il presidente **A. Capelli**

Intervengono i socii ordinarii Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Oglialoro, Villari e il corrispondente De Lorenzo.

Il segretario legge il verbale dell'ultima adunanza, che viene approvato, e presenta i libri giunti in cambio e in dono, segnalando fra questi ultimi il vol. XI delle *Opere di Galileo Galilei*, il IV e V degli *Annales de l'Observatoire météorologique physique et glaciaire du M. Blanc*, pubblicati dal Signor J. Vallot, e il II delle *Oeuvres complètes de Christiaan Huygens*, edite per cura della Società olandese delle scienze.

Poi comunica una lettera del prof. Gustavo Retzius, che ringrazia per la sua nomina a socio straniero.

Il corrispondente De Lorenzo espone il contenuto di una sua Nota intitolata: *Un paragone tra il Vesuvio e il Vulture*, che viene accolta all'unanimità per l'inserzione nel Rendiconto.

Sopra un' equazione funzionale, trattata da Beltrami; *Nota del socio ordinario* **E. Cesàro.**

(presentata il dì 16 Agosto 1901)

Nella Memoria *) *intorno ad alcuni problemi di propagazione del calore* Beltrami è stato condotto a proporsi di *dedurre dall'equazione funzionale*

$$\varphi(x)=\psi(x)-\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{\frac{1}{\sqrt{x}}}^{\infty}\psi\left(x-\frac{1}{\alpha^2}\right)e^{-\alpha^2}d\alpha \tag{1}$$

la funzione incognita $\psi(x)$. La risoluzione di tale problema, fondata sul calcolo preliminare d'un certo integrale, e sull'uso continuo dell'integrale stesso per eseguire una delle integrazioni negli integrali doppii che man mano si presentano, è alquanto inceppata dalla necessità di ricorrere ogni volta ad un cambiamento della variabile d'integrazione. Ora io mi propongo di mostrare come, pur seguendo il procedimento semplice ed elegante immaginato dal compianto Maestro, si possa renderne lo svolgimento un tantino più agile, rinunziando all'uso dell'integrale accennato in principio, poichè basta infatti la conoscenza dell'unico integrale

$$\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\alpha^2}d\alpha=\sqrt{\pi}\ , \tag{2}$$

che pure viene utilizzato nella Memoria di Beltrami.

Dalla (1) si trae, come per fare un primo passo nella determinazione della funzione incognita,

$$\psi(x)=\varphi(x)+\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{\frac{1}{\sqrt{x}}}^{\infty}\psi\left(x-\frac{1}{\alpha^2}\right)e^{-\alpha^2}d\alpha\ ; \tag{3}$$

quindi

$$\psi\left(x-\frac{1}{\alpha^2}\right)=\varphi\left(x-\frac{1}{\alpha^2}\right)+\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{\frac{1}{\sqrt{x-\frac{1}{\alpha^2}}}}^{\infty}\psi\left(x-\frac{1}{\alpha^2}-\frac{1}{\beta^2}\right)e^{-\beta^2}d\beta\ ; \tag{4}$$

*) « *Memorie dell'Accademia di Bologna* » (1887, p. 302).

poi, sostituendo in (3),

$$\psi(x)=\varphi(x)+\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{\frac{1}{\sqrt{x}}}^{\infty}\varphi\left(x-\frac{1}{\alpha^2}\right)e^{-\alpha^2}d\alpha$$

$$+\frac{4}{\pi}\iint\psi\left(x-\frac{1}{\alpha^2}-\frac{1}{\beta^2}\right)e^{-(\alpha^2+\beta^2)}d\alpha\, d\beta\ , \tag{5}$$

dove il campo dell'integrazione doppia è definito dalla limitazione

$$\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}\leq x\ , \tag{6}$$

con α e β positivi. È naturale porre

$$\alpha=\frac{\gamma}{\operatorname{sen}\omega}\quad,\quad\beta=\frac{\gamma}{\cos\omega}\ , \tag{7}$$

con γ che varia da $\frac{1}{\sqrt{x}}$ a $+\infty$, ed ω da 0 a $\frac{\pi}{2}$. Intanto

$$\frac{\partial(\alpha.\beta)}{\partial(\gamma.\omega)}=\frac{\gamma}{\operatorname{sen}^2\omega}+\frac{\gamma}{\cos^2\omega}=\frac{4\gamma}{\operatorname{sen}^2 2\omega}\ .$$

Il doppio integrale (5) si trasforma dunque in

$$\int_{\frac{1}{\sqrt{x}}}^{\infty}\psi\left(x-\frac{1}{\gamma^2}\right)e^{-4\gamma^2}d\gamma\int_0^{\frac{\pi}{2}}e^{-4\gamma^2\cot^2 2\omega}d(-2\gamma\cot 2\omega)\ ;$$

e poichè $-2\gamma\cot 2\omega$ va crescendo sempre da $-\infty$ a $+\infty$, si trova, ricordando la (2), che il detto integrale si riduce a

$$\sqrt{\pi}\int_{\frac{1}{\sqrt{x}}}^{\infty}\psi\left(x-\frac{1}{\gamma^2}\right)e^{-4\gamma^2}d\gamma\ .$$

Ne segue, sostituendo in (5), e cambiando γ in α,

$$\psi(x)=\varphi(x)+\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{\frac{1}{\sqrt{x}}}^{\infty}\varphi\left(x-\frac{1}{\alpha^2}\right)e^{-\alpha^2}d\alpha+\frac{4}{\sqrt{\pi}}\int_{\frac{1}{\sqrt{x}}}^{\infty}\psi\left(x-\frac{1}{\alpha^2}\right)e^{-4\alpha^2}d\alpha\ . \tag{8}$$

Ora, se nell'ultimo integrale si sostituisse il valore (4) di $\psi\left(x-\frac{1}{\alpha^2}\right)$, si incontrerebbe un integrale, esteso al campo (6), della forma

$$\iint\psi\left(x-\frac{1}{\alpha^2}-\frac{1}{\beta^2}\right)e^{-(m^2\alpha^2+n^2\beta^2)}d\alpha\, d\beta\ , \tag{9}$$

che conviene calcolare in generale, supponendo m ed n numeri positivi qualunque. Per le (7) l'integrale precedente si trasforma in

$$\int_{\frac{1}{\sqrt{x}}}^{\infty}\psi\left(x-\frac{1}{\gamma^2}\right)e^{-(m^2+n^2)\gamma^2}d\gamma\int_0^{\frac{\pi}{2}}e^{-(m^2\cot^2\omega+n^2\operatorname{tg}^2\omega)\gamma^2}d(-2\gamma\cot 2\omega)\ , \quad (10)$$

dove l'integrale di destra si può agevolmente calcolare, mercè un artificio che mi vien suggerito dalla lettura d'una Memoria di Schläfli *). Si ponga

$$(m\cot\omega+n\operatorname{tg}\omega)\gamma=u\quad,\quad(m\cot\omega-n\operatorname{tg}\omega)\gamma=v\ ,$$

sicchè

$$(m^2\cot^2\omega+n^2\operatorname{tg}^2\omega)\gamma^2=u^2-2mn\gamma^2=v^2+2mn\gamma^2\ ,$$

$$-2\gamma\cot 2\omega=\frac{m-n}{2mn}u-\frac{m+n}{2mn}v\ .$$

L'integrale considerato si trasforma in

$$\frac{m-n}{2mn}e^{2mn\gamma^2}\int e^{-u^2}du-\frac{m+n}{2mn}e^{-2mn\gamma^2}\int e^{-v^2}dv\ .$$

Quando ω va da 0 a $\frac{\pi}{2}$, u dall'infinito decresce fino al suo minimo valore $2\gamma\sqrt{mn}$, per tornare a crescere indefinitamente, mentre v decresce sempre da $+\infty$ a $-\infty$. Ne segue che, nell'ultima espressione, il primo integrale è nullo, ed il secondo è uguale a $-\sqrt{\pi}$. Dunque

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}e^{-(m^2\cot^2\omega+n^2\operatorname{tg}^2\omega)\gamma^2}d(-2\gamma\cot 2\omega)=\frac{m+n}{2mn}\sqrt{\pi}\,e^{-2mn\gamma^2}\ ;$$

poi, sostituendo in (10), si vede che il doppio integrale (9) si riduce a

$$\frac{m+n}{2mn}\sqrt{\pi}\int_{\frac{1}{\sqrt{x}}}^{\infty}\psi\left(x-\frac{1}{\gamma^2}\right)e^{-(m+n)^2\gamma^2}d\gamma\ .$$

Ritornando, ora, alla (8), per sostituirvi il valore (4) di $\psi\left(x-\frac{1}{\alpha^2}\right)$, si ottiene

$$\psi(x)=\varphi(x)+\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{\frac{1}{\sqrt{x}}}^{\infty}\varphi\left(x-\frac{1}{\alpha^2}\right)e^{-\alpha^2}d\alpha+\frac{4}{\sqrt{\pi}}\int_{\frac{1}{\sqrt{x}}}^{\infty}\varphi\left(x-\frac{1}{\alpha^2}\right)e^{-4\alpha^2}d\alpha$$
$$+\frac{6}{\sqrt{\pi}}\int_{\frac{1}{\sqrt{x}}}^{\infty}\psi\left(x-\frac{1}{\alpha^2}\right)e^{-9\alpha^2}d\alpha\ .$$

*) « *Giornale di Crelle* » (t. 72, p. 268).

Così proseguendo si è condotti a porre

$$\psi(x)=\varphi(x)+\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{\frac{1}{\sqrt{x}}}^{\infty}\varphi\left(x-\frac{1}{\alpha^2}\right)\sum_{1}^{\infty} ne^{-n^2\alpha^2}d\alpha\,, \tag{11}$$

ed è facile verificare che questa $\psi(x)$ risponde alla questione *). Segue infatti dalla (11), per qualunque valore positivo di m,

$$\int_{\frac{1}{\sqrt{x}}}^{\infty}\psi\left(x-\frac{1}{\alpha^2}\right)me^{-m^2\alpha^2}d\alpha=\int_{\frac{1}{\sqrt{x}}}^{\infty}\varphi\left(x-\frac{1}{\alpha^2}\right)\sum_{0}^{\infty}(m+n)e^{-(m+n)^2\alpha^2}d\alpha\,.$$

In particolare, per $m=1$, si vede che il secondo membro di (1) diventa

$$\psi(x)-\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{\frac{1}{\sqrt{x}}}^{\infty}\varphi\left(x-\frac{1}{\alpha^2}\right)\sum_{1}^{\infty} ne^{-n^2\alpha^2}d\alpha\,,$$

sicchè, in virtù di (11), si riduce appunto a $\varphi(x)$.

Il procedimento mediante il quale dalla (1) si è ricavata la (11) si può condensare in poche linee mercè l'introduzione dell'algoritmo

$$f_m(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{\frac{1}{\sqrt{x}}}^{\infty}f\left(x-\frac{1}{\alpha^2}\right)me^{-m^2\alpha^2}d\alpha\,, \tag{12}$$

considerato come simbolo di operazione, che ripetuta (con altro indice) dà

$$f_{m,n}=f_{m+n}\,. \tag{13}$$

È questo indubbiamente il più semplice modo di esprimere la riduzione, che costituisce l'essenza dei calcoli precedenti, dell'integrale doppio (9) ad integrale semplice. Ora l'equazione (1) si presenta nella forma $\varphi=\psi-\psi_1$, ed è facile dedurne immediatamente, in virtù di (13), $\varphi_n=\psi_n-\psi_{n+1}$; poi, sorvolando su questioni di convergenza e di applicabilità dell'operazione (12),

$$\psi=\varphi+\varphi_1+\varphi_2+\varphi_3+\cdots\,.$$

Orbene è questa appunto la (11). In tal modo si riesce anche assai facilmente a collegare le funzioni φ e ψ mediante una terza, f. Infatti, se si cerca di soddisfare alla (1) ponendo

$$\psi=f+\mu_1f_1+\mu_2f_2+\mu_3f_3+\cdots \tag{14}$$

*) Beltrami, *loc. cit.*, p. 311.

si trova subito

$$\varphi = f + (\mu_1 - 1)f_1 + (\mu_2 - \mu_1)f_2 + (\mu_3 - \mu_2)f_3 + \cdots .$$

Se, per esempio, si prende $\mu_n = \mu^n$, si ottiene la coppia di funzioni

$$\varphi(x) = f(x) + \frac{2}{\sqrt{\pi}}(\mu - 1)\int_{\frac{1}{\sqrt{x}}}^{\infty} f\left(x - \frac{1}{\alpha^2}\right)\sum_1^{\infty} n\mu^{n-1}e^{-n^2\alpha^2}d\alpha ,$$

$$\psi(x) = f(x) + \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{\frac{1}{\sqrt{x}}}^{\infty} f\left(x - \frac{1}{\alpha^2}\right)\sum_1^{\infty} n\mu^n e^{-n^2\alpha^2}d\alpha ,$$

soddisfacenti alla (1) ed alla (11), qualunque sia f. Per $\mu = 0$ è $f = \psi$, e la prima eguaglianza si riduce alla (1). Invece per $\mu = 1$ è $f = \varphi$, e la seconda eguaglianza diventa la (11). Per $\mu = \frac{1}{2}$ le funzioni φ e ψ restano espresse mediante la loro media aritmetica f nel seguente modo:

$$f(x) \mp \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{\frac{1}{\sqrt{x}}}^{\infty} f\left(x - \frac{1}{\alpha^2}\right)\sum_1^{\infty} \frac{n}{2^n}e^{-n^2\alpha^2}d\alpha .$$

Finalmente, siccome in (12) è lecito supporre m variabile continua (positiva), si potrebbe anche assumere un *integrale* invece della *somma* (14): ciò equivale ad integrare rispetto ad m, fra limiti positivi, l'espressione sottoposta al segno integrale, in (12), dopo averla moltiplicata per una funzione arbitraria di m.

Le considerazioni precedenti, mentre mettono in evidenza lo spirito del procedimento adoperato per ottenere l'inversione della (1), porgono altresì il mezzo di risolvere l'equazione funzionale più generale

$$\varphi(x) = \psi(x) + \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{\frac{1}{\sqrt{x}}}^{\infty} \psi\left(x - \frac{1}{\alpha^2}\right)\sum_1^{\infty} n\lambda_n e^{-n^2\alpha^2}d\alpha . \qquad (15)$$

Se questa si scrive nella forma

$$\varphi = \psi + \lambda_1\psi_1 + \lambda_2\psi_2 + \lambda_3\psi_3 + \cdots ,$$

si ha pure, per la proprietà (13),

$$\varphi_n = \psi_n + \lambda_1\psi_{n+1} + \lambda_2\psi_{n+2} + \lambda_3\psi_{n+3} + \cdots ,$$

ed è facile dedurne

$$\psi = \varphi + \mu_1\varphi_1 + \mu_2\varphi_2 + \mu_3\varphi_3 + \cdots ,$$

dove, posto $\lambda(x) = 1 + \lambda_1 x + \lambda_2 x^2 + \ldots$, i numeri $\mu_1, \mu_2, \ldots$ sono i coefficienti di $x, x^2, \ldots$ nello sviluppo di $1/\lambda(x)$ in serie di potenze. La funzione ψ soddisfacente alla (15) è dunque

$$\psi(x) = \varphi(x) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{1}{\sqrt{x}}}^{\infty} \varphi\left(x - \frac{1}{\alpha^2}\right) \sum_1^{\infty} n\mu_n e^{-n^2\alpha^2} d\alpha \, .$$

L'equazione di Beltrami corrisponde all'ipotesi $\lambda(x) = 1 - x$; ma infinite altre equazioni, più o meno interessanti, si potrebbero considerare attribuendo a $\lambda(x)$ altre forme, convenientemente scelte; ed altre ancora si avrebbero col supporre n variabile continua in (15), ed integrando (invece di sommare) fra un valore arbitrario di n e l'infinito.

Sulle superficie isotermiche; *Nota del socio ordinario* **E. Cesàro.**

(presentata il dì 2 Settembre 1901)

Per l'analisi intrinseca delle superficie *isotermiche* *), ossia della estesissima classe di superficie, le cui linee di curvatura costituiscono un sistema isotermo, riesce assai utile una formola, che io voglio qui dare, non come nuova, nè per dedurne risultati nuovi, ma nell'unico fine di mostrare come taluni noti risultati si possano raggiungere con semplice e rapido procedimento intrinseco. Riferita la superficie alle sue linee di curvatura, si sa **) che nell'annullarsi di

$$\tau = \frac{\partial \mathcal{G}_1}{\partial s_1} - \frac{\partial \mathcal{G}_2}{\partial s_2}$$

sta quanto occorre e quanto basta perchè la superficie che si considera sia isotermica. D'altra parte, grazie alle formole di Codazzi

$$\frac{\partial \mathcal{M}_2}{\partial s_1} = (\mathcal{M}_1 - \mathcal{M}_2)\mathcal{G}_2 \quad , \quad \frac{\partial \mathcal{M}_1}{\partial s_2} = (\mathcal{M}_2 - \mathcal{M}_1)\mathcal{G}_1 \, , \qquad (1)$$

τ si potrebbe facilmente esprimere mediante le curvature normali, e le loro derivate prime e seconde; ma conviene condurre il calcolo in guisa che alla derivazione seconda vada soggetta, non l'una o l'altra $\mathcal{M}$, bensì

*) Darboux: « *Leçons sur la théorie générale des surfaces* » (t. II, p. 246).

**) « *Geometria intrinseca* » p. 166.

la loro somma H. Prima si noti che dalle (1) segue

$$\mathcal{G}_1 \frac{\partial \mathcal{M}_2}{\partial s_1} + \mathcal{G}_2 \frac{\partial \mathcal{M}_1}{\partial s_2} = 0 \;,\; \mathcal{G}_1 \frac{\partial \mathcal{M}_1}{\partial s_1} + \mathcal{G}_2 \frac{\partial \mathcal{M}_2}{\partial s_2} = \mathcal{G}_1 \frac{\partial \mathrm{H}}{\partial s_1} + \mathcal{G}_2 \frac{\partial \mathrm{H}}{\partial s_2} \;; \qquad (2)$$

poi si applichi l'operazione

$$\left(\frac{\partial}{\partial s_1} + \mathcal{G}_2\right)\frac{\partial}{\partial s_2} = \left(\frac{\partial}{\partial s_2} + \mathcal{G}_1\right)\frac{\partial}{\partial s_1}$$

ad $\mathrm{H} = \mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2$:

$$\left(\frac{\partial}{\partial s_1} + \mathcal{G}_2\right)\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial s_2} = \left(\frac{\partial}{\partial s_1} + \mathcal{G}_2\right)\frac{\partial \mathcal{M}_1}{\partial s_2} + \left(\frac{\partial}{\partial s_2} + \mathcal{G}_1\right)\frac{\partial \mathcal{M}_2}{\partial s_1} \,.$$

Il secondo membro, per le (2) e le (1), si trasforma in

$$\frac{\partial}{\partial s_1}[(\mathcal{M}_2 - \mathcal{M}_1)\mathcal{G}_1] + \frac{\partial}{\partial s_2}[(\mathcal{M}_1 - \mathcal{M}_2)\mathcal{G}_2] = -\mathcal{G}_1 \frac{\partial \mathrm{H}}{\partial s_1} - \mathcal{G}_2 \frac{\partial \mathrm{H}}{\partial s_2} - (\mathcal{M}_1 - \mathcal{M}_2)\tau \,.$$

Dunque

$$\left(\frac{\partial}{\partial s_1} + \mathcal{G}_2\right)\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial s_2} + \mathcal{G}_1 \frac{\partial \mathrm{H}}{\partial s_1} + \mathcal{G}_2 \frac{\partial \mathrm{H}}{\partial s_2} + (\mathcal{M}_1 - \mathcal{M}_2)\tau = 0 \;, \qquad (3)$$

ed anche

$$\left(\frac{\partial}{\partial s_2} + \mathcal{G}_1\right)\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial s_1} + \mathcal{G}_1 \frac{\partial \mathrm{H}}{\partial s_1} + \mathcal{G}_2 \frac{\partial \mathrm{H}}{\partial s_2} + (\mathcal{M}_1 - \mathcal{M}_2)\tau = 0 \;. \qquad (3')$$

In particolare si vede che alla condizione $\tau = 0$ si soddisfa nel più semplice modo prendendo $\mathrm{H} = costante$, e si trova così il noto teorema di Bonnet: *le superficie a curvatura media costante sono isotermiche.*

La presenza di H nelle ultime relazioni induce a pensare che gli elementi legati in modo semplice, mediante H, ad una superficie isotermica ($\tau = 0$), debbano anche aver parte in proprietà semplici di siffatte superficie. In particolare si è condotti a considerare il punto O, conjugato armonico del punto M della superficie, rispetto ai centri principali di curvatura della superficie stessa, in M. Le coordinate di O sono $x=0$, $y=0$, $z=\mathrm{R}=2/\mathrm{H}$, e dalle note formole fondamentali *) si ha

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{\delta x}{\partial s_1} = {}^1\!/_2(\mathcal{M}_2 - \mathcal{M}_1)\mathrm{R} \;,\; \frac{\delta y}{\partial s_1} = 0 \;,\; \frac{\delta z}{\partial s_1} = \frac{\partial \mathrm{R}}{\partial s_1} \;, \\ &\frac{\delta x}{\partial s_2} = 0 \;,\; \frac{\delta y}{\partial s_2} = {}^1\!/_2(\mathcal{M}_1 - \mathcal{M}_2)\mathrm{R} \;,\; \frac{\delta z}{\partial s_2} = \frac{\partial \mathrm{R}}{\partial s_2} \;; \end{aligned}\right. \qquad (4)$$

---

*) « *Geometria intrinseca* » p. 157.

poi da queste si deduce subito che la direzione della normale alla superficie (O), in O, è definita da coseni proporzionali ad $\alpha, \beta, -1$, ponendo, per brevità,

$$\alpha = \frac{2}{\mathfrak{M}_2 - \mathfrak{M}_1} \frac{\partial}{\partial s_1} \log R \quad , \quad \beta = \frac{2}{\mathfrak{M}_1 - \mathfrak{M}_2} \frac{\partial}{\partial s_2} \log R \,. \tag{5}$$

Dopo aver dedotti i valori di

$$\frac{\partial^2}{\partial s_1 \partial s_2} \log R \quad , \quad \frac{\partial^2}{\partial s_2 \partial s_1} \log R \,,$$

dalla (3') e dalla (3), un calcolo facile dà

$$\frac{\partial \alpha}{\partial s_2} = (\mathcal{G}_2 - \mathfrak{M}_2 \alpha)\beta - \tau R \quad , \quad \frac{\partial \beta}{\partial s_1} = (\mathcal{G}_1 - \mathfrak{M}_1 \beta)\alpha + \tau R \,. \tag{6}$$

Ciò premesso, siccome α, β e $\gamma = -1$ non sono i coseni direttori, ma tali diventano in seguito alla moltiplicazione per un conveniente k, è facile vedere, dopo aver posto

$$\frac{\delta}{\partial s_1} \log k = \frac{\partial}{\partial s_1} \log k + k_1 \quad , \quad \frac{\delta}{\partial s_2} \log k = \frac{\partial}{\partial s_2} \log k + k_2 \,,$$

che le formole fondamentali, relative alle direzioni, vanno completate nel seguente modo:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \dfrac{\delta \alpha}{\partial s_1} = \dfrac{\partial \alpha}{\partial s_1} - k_1 \alpha + \mathcal{G}_1 \beta - \mathfrak{M}_1 \gamma \,, & \dfrac{\delta \alpha}{\partial s_2} = \dfrac{\partial \alpha}{\partial s_2} - k_2 \alpha - \mathcal{G}_2 \beta \,, \\ \dfrac{\delta \beta}{\partial s_1} = \dfrac{\partial \beta}{\partial s_1} - k_1 \beta - \mathcal{G}_1 \alpha \,, & \dfrac{\delta \beta}{\partial s_2} = \dfrac{\partial \beta}{\partial s_2} - k_2 \beta + \mathcal{G}_2 \alpha - \mathfrak{M}_2 \gamma \,, \\ \dfrac{\delta \gamma}{\partial s_1} = \dfrac{\partial \gamma}{\partial s_1} - k_1 \gamma + \mathfrak{M}_1 \alpha \,, & \dfrac{\delta \gamma}{\partial s_2} = \dfrac{\partial \gamma}{\partial s_2} - k_2 \gamma + \mathfrak{M}_2 \beta \,. \end{array} \right. \tag{7}$$

Nel caso attuale, essendo $\gamma = -1$, dalle ultime formole di ciascuna terna segue subito $k_1 = -\mathfrak{M}_1 \alpha$, $k_2 = -\mathfrak{M}_2 \beta$, e però la prima formola della seconda terna, e la seconda della prima, diventano

$$\frac{\delta \alpha}{\partial s_2} = \frac{\partial \alpha}{\partial s_2} + \mathfrak{M}_2 \alpha \beta - \mathcal{G}_2 \beta \quad , \quad \frac{\delta \beta}{\partial s_1} = \frac{\partial \beta}{\partial s_1} + \mathfrak{M}_1 \alpha \beta - \mathcal{G}_1 \alpha \,,$$

ossia, in virtù delle (6),

$$\frac{\delta \alpha}{\partial s_2} = -\tau R \quad , \quad \frac{\delta \beta}{\partial s_1} = \tau R \,. \tag{8}$$

In particolare, se la superficie (O) è piana, la direzione $(\alpha, \beta, -1)$ è invariabile, e però $\tau = 0$. Si trova così il teorema *): *le superficie, i cui centri principali di curvatura sono separati armonicamente da un piano fisso, sono isotermiche.* Inversamente, per una superficie isotermica qualunque, i quozienti differenziali (8) si annullano, e ciò esprime soltanto che le sviluppabili circoscritte alla (O), lungo le linee corrispondenti alle linee di curvatura di (M), hanno le generatrici nei piani principali di (M), e (per conseguenza) gli spigoli di regresso sulle sviluppabili polari delle predette linee di curvatura.

Ora si consideri la sfera descritta da O come centro, col raggio R. L'inviluppo di questa sfera consta di (M) e di un'altra superficie (M'), luogo del simmetrico di M rispetto al piano tangente, in O, alla superficie (O). Ne segue che le coordinate di M' sono proporzionali ad $\alpha, \beta, -1$, come si vede anche derivando l'equazione della sfera $x^2 + y^2 + z^2 = 2Rz$, e ricordando le espressioni (5) di α e β. Si ottiene infatti $x + \alpha z = 0$ nella derivazione rispetto ad s_1, ed $y + \beta z = 0$ in quella relativa ad s_2. Siccome la normale ad (M'), in M', è il raggio stesso che va da M' ad O, i suoi coseni direttori sono proporzionali ad $x, y, z - R$, ossia ad α, β, γ, ponendo $\gamma = {}^1/_2(\alpha^2 + \beta^2 - 1)$. Intanto, se si tien conto di quest'ultima relazione, si riconosce che, per la validità delle (7), è necessario supporre che k_1 e k_2 abbiano gli stessi valori già trovati per $\gamma = -1$, sicchè le (8) continuano a sussistere. Ciò premesso, affinchè, spostandosi M lungo una linea di curvatura, la normale ad (M'), in M', generi una sviluppabile, è necessario e sufficiente che sia

$$\begin{vmatrix} 1 & \alpha & \dfrac{\delta\alpha}{\partial s_1} \\ 0 & \beta & \dfrac{\delta\beta}{\partial s_1} \\ \alpha & \gamma & \dfrac{\delta\gamma}{\partial s_1} \end{vmatrix} = 0 \,, \qquad \begin{vmatrix} 0 & \alpha & \dfrac{\delta\alpha}{\partial s_2} \\ 1 & \beta & \dfrac{\delta\beta}{\partial s_2} \\ \beta & \gamma & \dfrac{\delta\gamma}{\partial s_2} \end{vmatrix} = 0 \,,$$

giacchè le variazioni delle coordinate di O sono, per le (4), proporzionali ad $1, 0, \alpha$ nella direzione di s_1, ed a $0, 1, \beta$ in quella di s_2. Ora, se dalla terza linea di ciascun determinante si sottraggono la prima, moltiplicata per α, e la seconda, moltiplicata per β, le precedenti condizioni si riducono subito a $\delta\beta/\partial s_1 = 0$, $\delta\alpha/\partial s_2 = 0$, ossia $\tau = 0$. Dunque **): *affinchè una*

---

*) Thybaut: « *Sur les surfaces isothermiques*, etc. » (Comptes-rendus de l'Académie des sciences de Paris, 1899, 1er sem., p. 1275).

**) Darboux: « *Sur les surfaces isothermiques* » (Comptes-rendus, etc., 1899, 1er sem., p. 1305).

superficie sia isotermica occorre e basta che la corrispondente sfera O, *oltre la superficie che si considera, ne inviluppi un'altra, le cui linee di curvatura corrispondano a quelle della superficie considerata.*

Osservo, per finire, che se si vuol soddisfare alle (7) per $k_1 = -\mathfrak{M}_1\alpha$ e $k_2 = -\mathfrak{M}_2\beta$, con α e β definiti sempre dalle (5), ed invariabilmente vincolati a γ, bisogna che sia

$$(\alpha^2+\beta^2-\gamma)d\gamma=(\gamma+1)(\alpha d\alpha+\beta d\beta)\ ,$$

d'onde, integrando, $\gamma = -1 + n\sqrt{\alpha^2+\beta^2+\gamma^2}$, con n costante arbitraria. In particolare per $n=0$ ed $n=1$ si ritrovano le direzioni delle normali alle superficie (O) ed (M'). Per esprimere l'invariabilità d'una direzione (α, β, γ), corrispondente ad un valore qualunque di n, bisognerebbe porre uguali a zero le variazioni dei coseni $k\alpha, k\beta, k\gamma$; ma poichè dall'ultima relazione segue $k = n - k\gamma$, si vede che $\delta k = 0$, e che debbono perciò esser nulle le variazioni delle stesse α, β, γ; sicchè, per le (8), si avrà ancora $\tau = 0$. Adunque basta l'invariabilità di una delle infinite direzioni, testè definite, per poter affermare che la superficie (M) è isotermica: ciò accade, come si è visto, quando la sfera O ha il centro sopra un piano fisso ($n=0$), o pure quando essa tocca un tal piano ($n=1$). Se poi si cerca il significato geometrico del vincolo stabilito fra γ ed α, β, si è condotti a considerare le infinite sfere, che hanno il centro in O ed il raggio proporzionale ad R. Infatti le due direzioni, corrispondenti ad un dato valore di n, son quelle dei raggi che vanno ai punti d'incontro di MM' con la sfera di raggio R/n. D'altra parte, se della sfera reciproca si deriva l'equazione $x^2+y^2+(z-R)^2=n^2R^2$, come precedentemente si è fatto per $n=1$, si trova che i punti dell'inviluppo di tale sfera stanno sui raggi suddetti. Dunque, *se una delle infinite sfere* O *resta tangente ad un piano fisso, la superficie* (M) *è isotermica.* Ciò equivale ad affermare (quando n^2 non supera 1) che, se la sfera O, tangente ad (M), taglia ad angolo costante un piano fisso, (M) è isotermica; ed è questo un caso particolare d'un altro teorema del Thybaut.

Formole per l'analisi intrinseca delle superficie e delle loro deformazioni infinitesime; *Nota del socio ordinario* **E. Cesàro.**

(presentata il dì 16 Settembre 1901)

Pare a taluni che il metodo intrinseco mal si presti alla ricerca delle proprietà, che una superficie rivela nel deformarsi infinitamente poco. È vero che parecchi importanti teoremi sembrano sottrarsi ad una pronta deduzione dalle formole fondamentali *); ma ciò non è da imputare alla scarsa efficacia del metodo, sì bene al fatto che queste formole, pur costituendo già un insieme completo, e perciò sufficiente, richiedono l'esplicito ausilio di altre, in esse incluse, le quali hanno il vantaggio di coordinare le derivazioni in combinazioni opportune e frequentemente utili, non altrimenti di quel che fanno nella teoria classica i simboli di Christoffel.

Prendiamo le mosse dalle condizioni d'immobilità d'un punto (x, y, z), riferito alle linee di curvatura d'una superficie (M); ed i valori

$$x = -\frac{1}{\mathcal{M}_1}\frac{\partial z}{\partial s_1} \quad , \quad y = -\frac{1}{\mathcal{M}_2}\frac{\partial z}{\partial s_2} \, , \qquad (1)$$

ricavati da due di esse, sostituiamoli in queste altre due:

$$\frac{\partial x}{\partial s_2} = \mathcal{G}_2 y \quad , \quad \frac{\partial y}{\partial s_1} = \mathcal{G}_1 x \, . \qquad (2)$$

Le relazioni

$$\frac{\partial}{\partial s_2}\left(\frac{1}{\mathcal{M}_1}\frac{\partial z}{\partial s_1}\right) = \frac{\mathcal{G}_2}{\mathcal{M}_2}\frac{\partial z}{\partial s_2} \quad , \quad \frac{\partial}{\partial s_1}\left(\frac{1}{\mathcal{M}_2}\frac{\partial z}{\partial s_2}\right) = \frac{\mathcal{G}_1}{\mathcal{M}_1}\frac{\partial z}{\partial s_1} \, ,$$

così ottenute, si riducono, per le formole di Codazzi

$$\frac{\partial \mathcal{M}_1}{\partial s_2} = (\mathcal{M}_2 - \mathcal{M}_1)\mathcal{G}_1 \quad , \quad \frac{\partial \mathcal{M}_2}{\partial s_1} = (\mathcal{M}_1 - \mathcal{M}_2)\mathcal{G}_2 \, , \qquad (3)$$

all'unica $\mathbf{D}_0 z = 0$, se per brevità si pone

$$\mathbf{D}_0 = \frac{1}{\mathcal{M}_1 \mathcal{M}_2}\left[\left(\frac{\partial}{\partial s_2} + \mathcal{G}_1\right)\frac{\partial}{\partial s_1} - \left(\frac{\mathcal{M}_2}{\mathcal{M}_1}\mathcal{G}_1 \frac{\partial}{\partial s_1} + \frac{\mathcal{M}_1}{\mathcal{M}_2}\mathcal{G}_2 \frac{\partial}{\partial s_2}\right)\right] ,$$

---

*) « *Geometria intrinseca* » cap. XIII.

dove è da tener presente che si ha sempre

$$\left(\frac{\partial}{\partial s_2}+\mathcal{G}_1\right)\frac{\partial}{\partial s_1}=\left(\frac{\partial}{\partial s_1}+\mathcal{G}_2\right)\frac{\partial}{\partial s_2}\,. \tag{4}$$

Notiamo intanto che l'operazione $\mathbf{D}_0$ si può applicare a qualunque funzione f, sotto l'una o l'altra delle seguenti forme:

$$\frac{1}{\mathfrak{M}_2}\left[\frac{\partial}{\partial s_2}\left(\frac{1}{\mathfrak{M}_1}\frac{\partial}{\partial s_1}\right)-\frac{\mathcal{G}_2}{\mathfrak{M}_2}\frac{\partial}{\partial s_2}\right]\quad,\quad \frac{1}{\mathfrak{M}_1}\left[\frac{\partial}{\partial s_1}\left(\frac{1}{\mathfrak{M}_2}\frac{\partial}{\partial s_2}\right)-\frac{\mathcal{G}_1}{\mathfrak{M}_1}\frac{\partial}{\partial s_1}\right]. \tag{5}$$

Quando poi riesce $\mathbf{D}_0 f=0$, si può sempre considerare f come la distanza fra il piano tangente ad (M) ed un altro piano, che tocca il suo inviluppo nel punto M', definito da $z=f$ e dalle (1); e questo punto non può spostarsi se non *nella direzione stessa* di M, quando M percorre una linea di curvatura. Infatti non si ha necessariamente $\delta x=0$ nella direzione di s_1, nè $\delta y=0$ in quella di s_2, mentre si ha sempre $\delta y=0$ nella prima direzione, $\delta x=0$ nella seconda, e $\delta z=0$ in entrambe.

Sostituendo invece i valori (1) nelle rimanenti condizioni d'immobilità

$$\frac{\partial x}{\partial s_1}=\mathfrak{M}_1 z-\mathcal{G}_1 y-1\quad,\quad\frac{\partial y}{\partial s_2}=\mathfrak{M}_2 z-\mathcal{G}_2 x-1\,,$$

si giunge a due risultati distinti, giacchè fra le operazioni

$$\mathbf{D}_1=\frac{\partial}{\partial s_1}\left(\frac{1}{\mathfrak{M}_1}\frac{\partial}{\partial s_1}\right)+\frac{\mathcal{G}_1}{\mathfrak{M}_2}\frac{\partial}{\partial s_2}+\mathfrak{M}_1\quad,\quad\mathbf{D}_2=\frac{\partial}{\partial s_2}\left(\frac{1}{\mathfrak{M}_2}\frac{\partial}{\partial s_2}\right)+\frac{\mathcal{G}_2}{\mathfrak{M}_1}\frac{\partial}{\partial s_1}+\mathfrak{M}_2$$

non vi è relazione alcuna. Adunque si ha $\mathbf{D}_1 z=1$, $\mathbf{D}_2 z=1$; ed inversamente, tutte le volte che una funzione f soddisfa a questa coppia di equazioni, il piano $z=f$ tocca il suo inviluppo in un punto M', che non può spostarsi se non *perpendicolarmente alla direzione* dello spostamento di M, quando questo avviene secondo una linea di curvatura. Ne segue, riassumendo, che *le condizioni*

$$\mathbf{D}_0 z=0\ ,\ \mathbf{D}_1 z=1\ ,\ \mathbf{D}_2 z=1 \tag{6}$$

sono necessarie e sufficienti perchè z rappresenti la distanza d'un punto fisso dal piano tangente alla superficie fondamentale. Analogamente si vedrebbe che le condizioni $\mathbf{D}_0 z=0$, $\mathbf{D}_1 z=0$, $\mathbf{D}_2 z=0$ sono necessarie e sufficienti perchè z rappresenti la projezione d'un segmento rettilineo, invariabile, sulla normale alla superficie.

Fra i risultati f_0, f_1, f_2 delle operazioni $\mathbf{D}_0, \mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2$, applicate ad una funzione qualunque f, esistono relazioni notevoli, che importa segnalare. Se si applicano ad f le operazioni $\mathbf{D}_1$ e $\mathbf{D}_0$, adottando per questa la prima delle forme (5), si ottiene

$$\frac{\partial}{\partial s_1}\left(\frac{1}{\mathcal{M}_1}\frac{\partial f}{\partial s_1}\right)=-\frac{\mathcal{G}_1}{\mathcal{M}_2}\frac{\partial f}{\partial s_2}-\mathcal{M}_1 f+f_1 \quad , \quad \frac{\partial}{\partial s_2}\left(\frac{1}{\mathcal{M}_1}\frac{\partial f}{\partial s_1}\right)=\frac{\mathcal{G}_2}{\mathcal{M}_2}\frac{\partial f}{\partial s_2}+\mathcal{M}_2 f_0 \, .$$

Operando invece con $\mathbf{D}_0$, nella seconda forma (5), e con $\mathbf{D}_2$, si trova

$$\frac{\partial}{\partial s_1}\left(\frac{1}{\mathcal{M}_2}\frac{\partial f}{\partial s_2}\right)=\frac{\mathcal{G}_1}{\mathcal{M}_1}\frac{\partial f}{\partial s_1}+\mathcal{M}_1 f_0 \quad , \quad \frac{\partial}{\partial s_2}\left(\frac{1}{\mathcal{M}_2}\frac{\partial f}{\partial s_2}\right)=-\frac{\mathcal{G}_2}{\mathcal{M}_1}\frac{\partial f}{\partial s_1}-\mathcal{M}_2 f+f_2 \, .$$

Ciò premesso, se a ciascuna coppia di risultati si applica la condizione d'integrabilità (4), ricordando, insieme alle (3), la formola di Gauss

$$\frac{\partial \mathcal{G}_1}{\partial s_2}+\frac{\partial \mathcal{G}_2}{\partial s_1}+\mathcal{G}_1^2+\mathcal{G}_2^2+\mathrm{K}=0 \, , \tag{3'}$$

dove K rappresenta la curvatura totale, si perviene alle relazioni

$$\left\{\begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial s_2}&=\mathcal{M}_2\frac{\partial f_0}{\partial s_1}+2\mathcal{M}_1\mathcal{G}_2 f_0+(f_2-f_1)\mathcal{G}_1 \, , \\ \frac{\partial f_2}{\partial s_1}&=\mathcal{M}_1\frac{\partial f_0}{\partial s_2}+2\mathcal{M}_2\mathcal{G}_1 f_0+(f_1-f_2)\mathcal{G}_2 \, . \end{aligned}\right. \tag{7}$$

Queste contengono, come caso particolarissimo, le stesse formole di Codazzi, giacchè per $f=1$ è $f_0=0$, $f_1=\mathcal{M}_1$, $f_2=\mathcal{M}_2$.

Il significato geometrico di f_0, f_1, f_2 apparisce facilmente nello studio della superficie inviluppata dal piano $z=f$. Applicando le solite formole fondamentali (della teoria delle superficie) alle coordinate

$$x=-\frac{1}{\mathcal{M}_1}\frac{\partial f}{\partial s_1} \quad , \quad y=-\frac{1}{\mathcal{M}_2}\frac{\partial f}{\partial s_2} \quad , \quad z=f \, ,$$

del punto di contatto M', si ottiene

$$\left\{\begin{aligned} \frac{\delta x}{\partial s_1}&=1-f_1 \quad , & \frac{\delta y}{\partial s_1}&=-\mathcal{M}_1 f_0 \quad , & \frac{\delta z}{\partial s_1}&=0 \, , \\ \frac{\delta x}{\partial s_2}&=-\mathcal{M}_2 f_0 \quad , & \frac{\delta y}{\partial s_2}&=1-f_2 \quad , & \frac{\delta z}{\partial s_2}&=0 \, . \end{aligned}\right. \tag{8}$$

Si distingua intanto con un apice tutto ciò che si riferisce alla superficie (M'), e si noti che fra le derivazioni relative alle linee coordinate di (M) e di (M') debbono esistere relazioni della seguente forma:

$$\frac{\partial}{\partial s_1}=\lambda_1\frac{\partial}{\partial s'_1}+\mu_1\frac{\partial}{\partial s'_2}\quad,\quad\frac{\partial}{\partial s_2}=\lambda_2\frac{\partial}{\partial s'_1}+\mu_2\frac{\partial}{\partial s'_2}\,. \tag{9}$$

Siccome queste sono evidentemente applicabili anche alle variazioni assolute nello spazio, si ha

$$\frac{\delta x}{\partial s_1}=\lambda_1\frac{\delta x}{\partial s'_1}+\mu_1\frac{\delta x}{\partial s'_2}=\lambda_1\quad,\quad\frac{\delta x}{\partial s_2}=\lambda_2\frac{\delta x}{\partial s'_1}+\mu_2\frac{\delta x}{\partial s'_2}=\lambda_2\,,$$

$$\frac{\delta y}{\partial s_1}=\lambda_1\frac{\delta y}{\partial s'_1}+\mu_1\frac{\delta y}{\partial s'_2}=\mu_1\quad,\quad\frac{\delta y}{\partial s_2}=\lambda_2\frac{\delta y}{\partial s'_1}+\mu_2\frac{\delta y}{\partial s'_2}=\mu_2\,.$$

Noti così, per le (8), i coefficienti delle (9), queste diventano

$$\frac{\partial}{\partial s_1}=(1-f_1)\frac{\partial}{\partial s'_1}-\mathfrak{M}_1 f_0\frac{\partial}{\partial s'_2}\quad,\quad\frac{\partial}{\partial s_2}=-\mathfrak{M}_2 f_0\frac{\partial}{\partial s'_1}+(1-f_2)\frac{\partial}{\partial s'_2}\,,$$

ed è facile dedurne

$$\varkappa\frac{\partial}{\partial s'_1}=(1-f_2)\frac{\partial}{\partial s_1}+\mathfrak{M}_1 f_0\frac{\partial}{\partial s_2}\quad,\quad\varkappa\frac{\partial}{\partial s'_2}=\mathfrak{M}_2 f_0\frac{\partial}{\partial s_1}+(1-f_1)\frac{\partial}{\partial s_2}\,, \tag{10}$$

ponendo $\varkappa=(1-f_1)(1-f_2)-\mathrm{K}f_0^2$. Ciò premesso, si consideri un punto fisso (x, y, z). Le condizioni d'immobilità (1), riferite alla superficie (M'), si scrivono nel seguente modo:

$$\frac{\partial}{\partial s'_1}(z-f)=-\mathfrak{M}'_1\left(x+\frac{1}{\mathfrak{M}_1}\frac{\partial f}{\partial s_1}\right)+\mathfrak{T}'\left(y+\frac{1}{\mathfrak{M}_2}\frac{\partial f}{\partial s_2}\right),$$

$$\frac{\partial}{\partial s'_2}(z-f)=-\mathfrak{M}'_2\left(y+\frac{1}{\mathfrak{M}_1}\frac{\partial f}{\partial s_2}\right)+\mathfrak{T}'\left(x+\frac{1}{\mathfrak{M}_1}\frac{\partial f}{\partial s_1}\right).$$

Da queste si deduce agevolmente, tenendo conto delle (1), e svolgendo i primi membri secondo le (10),

$$\varkappa\mathfrak{M}'_1=(1-f_2)\mathfrak{M}_1\;,\;\varkappa\mathfrak{M}'_2=(1-f_1)\mathfrak{M}_2\;,\;\varkappa\mathfrak{T}'=-\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2 f_0\,, \tag{11}$$

ed anche $\varkappa\mathrm{K}'=\mathrm{K}$, sicchè l'ultima delle (11) si riduce alla forma semplicissima $\mathfrak{T}'=-\mathrm{K}'f_0$. Analogamente le condizioni (2), scritte riferendosi alla (M'), cioè

$$\frac{\partial}{\partial s'_1}\left(y+\frac{1}{\mathfrak{M}_2}\frac{\partial f}{\partial s_2}\right)=\mathfrak{G}'_1\left(x+\frac{1}{\mathfrak{M}_1}\frac{\partial f}{\partial s_1}\right),\;\frac{\partial}{\partial s'_2}\left(x+\frac{1}{\mathfrak{M}_1}\frac{\partial f}{\partial s_1}\right)=\mathfrak{G}'_2\left(y+\frac{1}{\mathfrak{M}_1}\frac{\partial f}{\partial s_1}\right),$$

porgono, mediante le (10), i valori delle curvature geodetiche:

$$\varkappa \mathcal{G}'_1 = (1 - f_2)\mathcal{G}_1 - \mathfrak{M}_1 \mathcal{G}_2 f_0 \quad , \quad \varkappa \mathcal{G}'_2 = (1 - f_1)\mathcal{G}_2 - \mathfrak{M}_2 \mathcal{G}_1 f_0 \ . \quad (12)$$

Nelle formole precedenti si ha quanto occorre per lo studio di qualunque superficie (M'), corrispondente per parallelismo delle normali alla data (M). La (M') è del resto arbitraria, ed in particolare si può sempre supporre che sia una sfera di raggio 1. Se z è la distanza fra il centro di questa sfera ed il piano tangente ad (M), si ha, per $f = z - 1$,

$$f_0 = 0 \quad , \quad f_1 = 1 - \mathfrak{M}_1 \quad , \quad f_2 = 1 - \mathfrak{M}_2 \ ,$$

e $\varkappa = K$; quindi le (11) dànno, come era da prevedere, $\mathfrak{M}'_1 = 1$, $\mathfrak{M}'_2 = 1$, $\mathfrak{T}' = 0$; le (12)

$$\mathcal{G}'_1 = \mathcal{G}_1 / \mathfrak{M}_1 \quad , \quad \mathcal{G}'_2 = \mathcal{G}_2 / \mathfrak{M}_2 \ ;$$

ed essendo, per le (10),

$$\frac{\partial}{\partial s'_1} = \frac{1}{\mathfrak{M}_1} \frac{\partial}{\partial s_1} \quad , \quad \frac{\partial}{\partial s'_2} = \frac{1}{\mathfrak{M}_2} \frac{\partial}{\partial s_2} \ ,$$

siamo in grado, tornando al caso generale, di conoscere in forma più semplice le varie operazioni $\mathbf{D}$. Si vede infatti che la $\mathbf{D}_0$, nelle due forme (5), diventa

$$\mathbf{D}_0 = \frac{\partial^2}{\partial s'_1 \partial s'_2} - \mathcal{G}'_2 \frac{\partial}{\partial s'_2} = \frac{\partial^2}{\partial s'_2 \partial s'_1} - \mathcal{G}'_1 \frac{\partial}{\partial s'_1} \ ,$$

sicchè l'equivalenza fra le dette forme si riduce alla (4), scritta sulla sfera. Similmente si ha

$$\mathbf{D}_1 = \mathfrak{M}_1 \left(\frac{\partial^2}{\partial s'^2_1} + \mathcal{G}'_1 \frac{\partial}{\partial s'_2} + 1 \right) \quad , \quad \mathbf{D}_2 = \mathfrak{M}_2 \left(\frac{\partial^2}{\partial s'^2_2} + \mathcal{G}'_2 \frac{\partial}{\partial s'_1} + 1 \right) ,$$

d'onde segue, in particolare, che $f_1 / \mathfrak{M}_1 + f_2 / \mathfrak{M}_2 - 2f$ rappresenta, sulla sfera, il parametro differenziale secondo di f. Finalmente le (7) diventano

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial s'_2} \dfrac{f_1}{\mathfrak{M}_1} = \dfrac{\partial f_0}{\partial s'_1} + 2\mathcal{G}'_2 f_0 + \left(\dfrac{f_2}{\mathfrak{M}_2} - \dfrac{f_1}{\mathfrak{M}_1} \right) \mathcal{G}'_1 \ , \\ \dfrac{\partial}{\partial s'_1} \dfrac{f_2}{\mathfrak{M}_2} = \dfrac{\partial f_0}{\partial s'_2} + 2\mathcal{G}'_1 f_0 + \left(\dfrac{f_1}{\mathfrak{M}_1} - \dfrac{f_2}{\mathfrak{M}_2} \right) \mathcal{G}'_2 \ ; \end{cases}$$

e queste, come si vede, possono dedursi dalle formole di **Codazzi**, relative ad un sistema qualunque di coordinate curvilinee ortogonali, mercè

la semplice sostituzione di $f_1/\mathfrak{M}_1, f_2/\mathfrak{M}_2$ e $-f_0$ ad $\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \mathfrak{T}$, rispettivamente, ed il cambiamento di s in s'.

Quando M si sposta, sulla superficie fondamentale, nella direzione definita dall'angolo ω con Mx, M' si sposta nella direzione definita, per le (8), da coseni α, β, γ, proporzionali a

$$(1-f_1)\cos\omega - \mathfrak{M}_2 f_0 \operatorname{sen}\omega \quad , \quad -\mathfrak{M}_1 f_0 \cos\omega + (1-f_2)\operatorname{sen}\omega \quad , \quad 0 \; ;$$

e se si vuole che γ non varii, nello spazio, bisogna che ω annulli

$$\frac{\partial\gamma}{\partial s_1}\cos\omega + \frac{\partial\gamma}{\partial s_2}\operatorname{sen}\omega = \mathfrak{M}_1 \alpha \cos\omega + \mathfrak{M}_2 \beta \operatorname{sen}\omega \; .$$

Affinchè, dunque, M' si sposti secondo un'assintotica, occorre avere

$$(1-f_1)\mathfrak{M}_1 \cos^2\omega - 2\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2 f_0 \cos\omega \operatorname{sen}\omega + (1-f_2)\mathfrak{M}_2 \operatorname{sen}^2\omega = 0 \; .$$

Se poi si vuole che le due direzioni definite da questa equazione siano conjugate rispetto ad (M), è necessario e sufficiente che sia $f_1 + f_2 = 2$, cioè $\mathbf{D}f = 2$, ponendo

$$\mathbf{D} = \left(\frac{\partial}{\partial s_1} + \mathcal{G}_2\right)\left(\frac{1}{\mathfrak{M}_1}\frac{\partial}{\partial s_1}\right) + \left(\frac{\partial}{\partial s_2} + \mathcal{G}_1\right)\left(\frac{1}{\mathfrak{M}_2}\frac{\partial}{\partial s_2}\right) + \mathrm{H} \; .$$

In questo caso si sa che (M') è una di quelle superficie, che nella teoria della deformazione si dicono *) *associate* ad (M), sono cioè tali che le loro assintotiche corrispondono a linee conjugate sulla (M), come alle linee assintotiche di questa corrispondono linee conjugate sulle (M'). Tali superficie possono ridursi ad un punto M', nella quale ipotesi f tende ad essere la distanza z di M' dal piano tangente ad (M), distanza che soddisfa appunto, come si è visto, all'equazione $\mathbf{D}z = 2$. È anche noto che la *funzione caratteristica* φ, atta a definire la deformazione d'una superficie inestendibile, soddisfa invece a $\mathbf{D}\varphi = 0$. Ne segue che, se si prende $f = z - \varphi$, è soddisfatta la condizione $\mathbf{D}f = 2$; e le distanze d'un punto fisso dai piani tangenti alla corrispondente superficie (M'), associata ad (M) nella deformazione che si considera, sono misurate appunto dalla funzione caratteristica.

Richiamiamo le equazioni, mediante le quali, data la funzione caratteristica, si determinano gli spostamenti (u, v, w) dei punti d'una superficie inestendibile, nella corrispondente deformazione:

$$\left\{\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial s_1} &= \mathfrak{M}_1 w - \mathcal{G}_1 v \; , & \frac{\partial v}{\partial s_1} &= \mathcal{G}_1 u + \varphi \; , & \frac{\partial w}{\partial s_1} &= -\mathfrak{M}_1 u + \frac{1}{\mathfrak{M}_2}\frac{\partial\varphi}{\partial s_2} \; , \\ \frac{\partial u}{\partial s_2} &= \mathcal{G}_2 v - \varphi \; , & \frac{\partial v}{\partial s_2} &= \mathfrak{M}_2 w - \mathcal{G}_2 u \; , & \frac{\partial w}{\partial s_2} &= -\mathfrak{M}_2 v + \frac{1}{\mathfrak{M}_1}\frac{\partial\varphi}{\partial s_1} \; . \end{aligned}\right. \tag{13}$$

---

*) Bianchi: « *Geometria differenziale* » p. 279.

Su queste formole potremmo ripetere i calcoli eseguiti, in principio, sulle condizioni d'immobilità, ed in tal modo perverremmo a relazioni abbastanza semplici fra i risultati delle operazioni $\mathbf{D}$ sulle funzioni φ e w. Ma noi vogliamo, per ora, porre fine a questa Nota con qualche applicazione delle formole già stabilite. Ricordiamo che, adottando il segno D per indicare le variazioni dovute al passaggio dagli assi che toccano le linee coordinate di (M) ai *nuovi* assi tangenti (ortogonali) sulla superficie deformata, si ha

$$D\mathcal{M}_1 = \mathcal{M}_1\varphi_0 \quad , \quad D\mathcal{M}_2 = -\mathcal{M}_2\varphi_0 \quad , \quad D\mathcal{T} = \psi - (\mathcal{M}_1 - \mathcal{M}_2)\varphi \ , \qquad (14)$$

dopo aver posto $\varphi_1 = -\varphi_2 = \psi$; ma la variazione che la deformazione produce nella torsione geodetica della linea s_1 è

$$\mathfrak{D}\mathcal{T} = \psi \ . \qquad (15)$$

Più generalmente, per una linea qualunque *),

$$\mathfrak{D}\mathcal{M}_\omega = {}^1/_2(\mathcal{M}_1 - \mathcal{M}_2)\varphi_0 + {}^1/_2 H\varphi_0 \cos 2\omega - \psi \operatorname{sen} 2\omega \ ,$$

$$\mathfrak{D}\mathcal{T}_\omega = \psi \cos 2\omega + {}^1/_2 H\varphi_0 \operatorname{sen} 2\omega \ .$$

Così vediamo che tutte queste variazioni dipendono assai semplicemente dalle funzioni φ_0 e ψ, fra le quali vige sempre la coppia di relazioni (7):

$$\left\{\begin{aligned} &\mathcal{M}_1\frac{\partial\varphi_0}{\partial s_1} - \frac{\partial\psi}{\partial s_2} + 2(\mathcal{M}_1\mathcal{G}_2\varphi_0 - \mathcal{G}_1\psi) = 0 \ , \\ &\mathcal{M}_1\frac{\partial\varphi_0}{\partial s_2} + \frac{\partial\psi}{\partial s_1} + 2(\mathcal{M}_2\mathcal{G}_1\varphi_0 + \mathcal{G}_2\psi) = 0 \ . \end{aligned}\right. \qquad (16)$$

Da queste poi, mediante la (4), sarebbe facile dedurre ciascuna delle funzioni φ_0, ψ, espressa mediante le derivate dell'altra. Finalmente le formole relative alla superficie associata si semplificano alquanto, giacchè per $f = z - \varphi$ si ha $f_0 = -\varphi_0, f_1 = 1 - \psi, f_2 = 1 + \psi$; quindi

$$\left\{\begin{aligned} &\varkappa\mathcal{M}'_1 = -\mathcal{M}_1\psi \quad , \quad \varkappa\mathcal{M}'_2 = \mathcal{M}_2\psi \quad , \quad \varkappa\mathcal{T}' = K\varphi_0 \ , \\ &\varkappa\mathcal{G}'_1 = \mathcal{M}_1\mathcal{G}_2\varphi_0 - \mathcal{G}_1\psi \quad , \quad \varkappa\mathcal{G}'_2 = \mathcal{M}_2\mathcal{G}_1\varphi_0 + \mathcal{G}_2\psi \ , \end{aligned}\right. \qquad (17)$$

e $\varkappa = -(\psi^2 + K\varphi_0^2)$. Particolarmente notevoli sono i casi nei quali è nulla l'una o l'altra delle funzioni φ_0, ψ. Alla seconda ipotesi si è condotti quan-

*) « *Geometria intrinseca* » p. 201.

do si cerca di *flettere la superficie in guisa che le linee di curvatura siano conservate.* Occorre, infatti, in virtù di (15), e basta che sia $\psi = 0$; poi, per le (17), si ha $\mathfrak{M}'_1 = 0\,, \mathfrak{M}'_2 = 0$, vale a dire che la superficie associata è un elassoide, in ciascun punto del quale φ_0 misura il raggio di torsione delle assintotiche. Le (16) diventano, mercè le (17) e le (10),

$$\mathcal{G}'_1 = -\frac{1}{2\mathfrak{M}_1}\frac{\partial}{\partial s_1}\frac{1}{\varphi_0} = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial s'_2}\log\varphi_0 \quad , \quad \mathcal{G}'_2 = -\frac{1}{2\mathfrak{M}_2}\frac{\partial}{\partial s_2}\frac{1}{\varphi_0} = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial s'_1}\log\varphi_0 \; ,$$

d'onde segue $\partial\mathcal{G}'_1/\partial s'_1 = \partial\mathcal{G}'_2/\partial s'_2$; ma questa nulla ci dice di nuovo, poichè si sa che le assintotiche di qualunque elassoide costituiscono un sistema isotermo. All'altra ipotesi si è condotti quando si cerca di conservare inalterate le curvature principali. Dalle (14) risulta infatti che dev'essere $\varphi_0 = 0$; poi le (16) dànno

$$\mathcal{G}_1 = -\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial s_2}\log\psi \quad , \quad \mathcal{G}_2 = -\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial s_1}\log\psi \; ,$$

e per conseguenza $\partial\mathcal{G}_1/\partial s_1 = \partial\mathcal{G}_2/\partial s_2$, sicchè esse impongono una condizione alla superficie, cioè che le linee di curvatura costituiscano un sistema isotermo. Si giunge così al noto *) teorema di Weingarten: *le superficie isotermiche sono caratterizzate dalla possibilità di flettersi in guisa, che le curvature principali, in ciascun punto, rimangano inalterate.*

Riprendiamo le (13) per notarne l'analogia con le condizioni d'immobilità d'un punto $O(x, y, z)$. Tale analogia suggerisce lo studio della superficie (che si potrebbe chiamare *indicatrice* della deformazione) costituita dai punti $M''(x-u\,, y-v\,, z-w)$, ossia d'una superficie che si riduce ad O, quando ciascuno dei suoi punti subisce uno spostamento equipollente a quello del corrispondente punto M. Se alle coordinate di M'' si applicano le solite formole fondamentali, tenendo conto delle (13) e delle condizioni d'immobilità di O, si ottiene

$$\left\{\begin{array}{lll} \dfrac{\delta}{\partial s_1}(x-u) = 0 \;, & \dfrac{\delta}{\partial s_1}(y-v) = -\varphi \;, & \dfrac{\delta}{\partial s_1}(z-w) = -\dfrac{1}{\mathfrak{M}_2}\dfrac{\partial\varphi}{\partial s_2}\,, \\ \dfrac{\delta}{\partial s_2}(x-u) = \varphi \;, & \dfrac{\delta}{\partial s_2}(y-v) = 0 \;, & \dfrac{\delta}{\partial s_2}(z-w) = \dfrac{1}{\mathfrak{M}_1}\dfrac{\partial\varphi}{\partial s_1}\,. \end{array}\right. \qquad (18)$$

Ne segue che, quando M si sposta nella direzione $(\cos\omega\,, \operatorname{sen}\omega\,, 0)$, le variazioni di $x-u\,, y-v$, sono proporzionali a $\varphi\operatorname{sen}\omega\,, -\varphi\cos\omega$, sicchè M'' si sposta in direzione perpendicolare alla prima. In altri termini (M'')

*) Bianchi: « *Geometria differenziale* » p. 291.

corrisponde ad (M) *per ortogonalità di elementi*. Questa proprietà, osservata dal Moutard per le superficie inestendibili, si può appunto considerare come la condizione necessaria e sufficiente per la *inestendibilità*. Segue poi dalle (18) che la normale ad (M″) è definita da coseni proporzionali ad $\alpha . \beta , \gamma$, essendo

$$\alpha = \frac{1}{\mathfrak{M}_1} \frac{\partial}{\partial s_1} \log \varphi \quad , \quad \beta = \frac{1}{\mathfrak{M}_2} \frac{\partial}{\partial s_2} \log \varphi \quad , \quad \gamma = -1 \; .$$

D'altra parte, il punto M′, corrispondente ad M sulla superficie associata ad (M) nella deformazione che si considera, è definito, come si è visto, dalle coordinate

$$x + \frac{1}{\mathfrak{M}_1} \frac{\partial \varphi}{\partial s_1} \quad , \quad y + \frac{1}{\mathfrak{M}_2} \frac{\partial \varphi}{\partial s_2} \quad , \quad z - \varphi \; ,$$

ossia da $x + \alpha\varphi , y + \beta\varphi , z + \gamma\varphi$. Dunque *la normale all'indicatrice è parallela ad* OM′. Ciò permette di rendersi conto delle relazioni esistenti fra l'indicatrice e la superficie associata. È poi facile vedere che le variazioni di α e β hanno vincoli semplicissimi con φ e ψ. Applicando infatti le (8) alle coordinate di M′, siccome per la terza coppia dev'essere $0 = \delta(z + \gamma\varphi) = \delta(\gamma\varphi) = - \delta\varphi$, nelle prime due coppie si ha

$$\delta(x + \alpha\varphi) = \varphi\delta\alpha \quad , \quad \delta(y + \beta\varphi) = \varphi\delta\beta \; ,$$

e per conseguenza, dopo aver cambiato f_0 , f_1 , f_2 in $-\varphi_0 , 1 - \psi , 1 + \psi$, si giunge alle formole

$$\frac{\delta\alpha}{\partial s_1} = \frac{\psi}{\varphi} \quad , \quad \frac{\delta\beta}{\partial s_1} = \mathfrak{M}_1 \frac{\varphi_0}{\varphi} \quad , \quad \frac{\delta\alpha}{\partial s_2} = \mathfrak{M}_2 \frac{\varphi_0}{\varphi} \quad , \quad \frac{\delta\beta}{\partial s_2} = - \frac{\psi}{\varphi} \; ,$$

mercè le quali riesce facile lo studio della superficie (M″), in relazione con (M) ed (M′). Così, per esempio, per la determinazione delle assintotiche si trova

$$(\mathfrak{M}_1 \cos^2\omega - \mathfrak{M}_2 \operatorname{sen}^2\omega)\varphi_0 - 2\psi \cos\omega \operatorname{sen}\omega = 0 \; ,$$

d'onde segue che alle assintotiche di (M″), come a quelle di (M′), corrispondono linee conjugate su (M), ed inoltre che le dette linee sono reali per $\varkappa < 0$, immaginarie per $\varkappa > 0$. Alla medesima conclusione si perviene calcolando la curvatura K″, che si trova uguale al quoziente di $\varkappa$ per la quarta potenza di OM′. Siccome poi, per $K > 0$, si ha sempre $\varkappa < 0$, e d'altra parte $\varkappa K' = K$, è chiaro che dei tre punti M , M′, M″ ve ne son sempre due iperbolici, sulle rispettive superficie, ed un solo ellittico.

La semplicità dei calcoli precedenti si deve alla scelta delle linee di curvatura come linee coordinate; ma i simboli e le formole, che si riferiscono ad un sistema qualunque di linee ortogonali, se complicano i calcoli, in compenso rendono più pieghevole il metodo, grazie alla libertà di fissare volta per volta, nel modo più conveniente per ciascun problema, le linee coordinate. Scritte le condizioni d'immobilità

$$\left\{\begin{array}{lll} \dfrac{\partial x}{\partial s_1}=\mathfrak{M}_1 z-\mathfrak{G}_1 y-1 \;, & \dfrac{\partial y}{\partial s_1}=\mathfrak{G}_1 x-\mathfrak{T} z \;, & \dfrac{\partial z}{\partial s_1}=\mathfrak{T} y-\mathfrak{M}_1 x \;, \\ \dfrac{\partial x}{\partial s_2}=\mathfrak{G}_2 y-\mathfrak{T} z \;, & \dfrac{\partial y}{\partial s_2}=\mathfrak{M}_2 z-\mathfrak{G}_2 x-1 \;, & \dfrac{\partial z}{\partial s_2}=\mathfrak{T} x-\mathfrak{M}_2 y \;, \end{array}\right.$$

del punto (x, y, z), e ricavati dall'ultima coppia, dopo aver posto, per brevità,

$$\Omega_1=\frac{\mathfrak{M}_2}{K}\frac{\partial}{\partial s_1}+\frac{\mathfrak{T}}{K}\frac{\partial}{\partial s_2} \;,\quad \Omega_2=\frac{\mathfrak{M}_1}{K}\frac{\partial}{\partial s_2}+\frac{\mathfrak{T}}{K}\frac{\partial}{\partial s_1} \;. \tag{19}$$

i valori $x=-\Omega_1 z$, $y=-\Omega_2 z$, sostituiamoli nelle altre condizioni. Delle quattro equazioni, che in tal modo si ottengono, due sono da considerare come l'estensione della seconda e della terza equazione (6), e si possono scrivere nella forma $\mathbf{D}_1 z=1$, $\mathbf{D}_2 z=1$, ponendo

$$\mathbf{D}_1=\frac{\partial}{\partial s_1}\Omega_1+\mathfrak{G}_1\Omega_2+\mathfrak{M}_1 \;,\quad \mathbf{D}_2=\frac{\partial}{\partial s_2}\Omega_2+\mathfrak{G}_2\Omega_1+\mathfrak{M}_2 \;.$$

Invece la prima delle (6) sembra sdoppiarsi, giacchè, posto

$$\mathbf{D}^{(1)}=\frac{\partial}{\partial s_2}\Omega_1-\mathfrak{G}_2\Omega_2-\mathfrak{T} \;,\quad \mathbf{D}^{(2)}=\frac{\partial}{\partial s_1}\Omega_2-\mathfrak{G}_1\Omega_1-\mathfrak{T} \;,$$

si trova $\mathbf{D}^{(1)}z=0$, $\mathbf{D}^{(2)}z=0$; ma per $\mathfrak{T}\gtrless 0$ le operazioni $\mathbf{D}^{(1)}$ e $\mathbf{D}^{(2)}$ dipendono da $\mathbf{D}_1$, $\mathbf{D}_2$, e da una terza, che si può considerare come quella che prende il posto della $\mathbf{D}_0$, relativa alle linee di curvatura. Siccome, infatti, dalle (19) segue

$$\frac{\partial}{\partial s_1}=\mathfrak{M}_1\Omega_1-\mathfrak{T}\Omega_2 \;,\quad \frac{\partial}{\partial s_2}=\mathfrak{M}_2\Omega_2-\mathfrak{T}\Omega_1 \;,$$

si vede che

$$\frac{\partial^2}{\partial s_1\partial s_2}=\mathfrak{M}_1\frac{\partial}{\partial s_2}\Omega_1-\mathfrak{T}\frac{\partial}{\partial s_2}\Omega_2+\frac{\partial\mathfrak{M}_1}{\partial s_2}\Omega_1-\frac{\partial\mathfrak{T}}{\partial s_2}\Omega_2 \;,$$

$$\frac{\partial^2}{\partial s_2\partial s_1}=\mathfrak{M}_2\frac{\partial}{\partial s_1}\Omega_2-\mathfrak{T}\frac{\partial}{\partial s_1}\Omega_1+\frac{\partial\mathfrak{M}_2}{\partial s_1}\Omega_2-\frac{\partial\mathfrak{T}}{\partial s_1}\Omega_1 \;.$$

Ora, richiamate le formole di Codazzi

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{\partial\mathfrak{M}_1}{\partial s_2}+\frac{\partial\mathfrak{T}}{\partial s_1}+2\mathfrak{T}\mathfrak{G}_2=(\mathfrak{M}_2-\mathfrak{M}_1)\mathfrak{G}_1\,, \\ &\frac{\partial\mathfrak{M}_2}{\partial s_1}+\frac{\partial\mathfrak{T}}{\partial s_2}+2\mathfrak{T}\mathfrak{G}_1=(\mathfrak{M}_1-\mathfrak{M}_2)\mathfrak{G}_2\,, \end{aligned}\right. \tag{20}$$

la condizione (4) si converte in

$$\Omega_1\Omega_2-\Omega_2\Omega_1=(\mathfrak{M}_2\mathfrak{G}_1-\mathfrak{T}\mathfrak{G}_2)\frac{\Omega_1}{K}-(\mathfrak{M}_1\mathfrak{G}_2-\mathfrak{T}\mathfrak{G}_1)\frac{\Omega_2}{K}\,.$$

D'altra parte, essendo manifestamente

$$\frac{\mathfrak{M}_1}{K}\mathbf{D}^{(1)}+\frac{\mathfrak{T}}{K}\mathbf{D}_1=\Omega_2\Omega_1-(\mathfrak{M}_1\mathfrak{G}_2-\mathfrak{T}\mathfrak{G}_1)\frac{\Omega_2}{K}\,,$$

$$\frac{\mathfrak{M}_2}{K}\mathbf{D}^{(2)}+\frac{\mathfrak{T}}{K}\mathbf{D}_2=\Omega_1\Omega_2-(\mathfrak{M}_2\mathfrak{G}_1-\mathfrak{T}\mathfrak{G}_2)\frac{\Omega_1}{K}\,,$$

si vede che i primi membri rappresentano una medesima operazione $\mathbf{D}_3$, dimodochè si ha

$$\mathbf{D}^{(1)}=\frac{1}{\mathfrak{M}_1}(K\mathbf{D}_3-\mathfrak{T}\mathbf{D}_1)\quad,\quad \mathbf{D}^{(2)}=\frac{1}{\mathfrak{M}_2}(K\mathbf{D}_3-\mathfrak{T}\mathbf{D}_2)\,. \tag{21}$$

Ciò premesso, operiamo con $\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2, \mathbf{D}^{(1)}, \mathbf{D}^{(2)}$ sopra una funzione qualunque f, ed ai risultati

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial s_1}(\Omega_1 f)=-\mathfrak{G}_1.\Omega_2 f-\mathfrak{M}_1 f+f_1\quad,\quad \frac{\partial}{\partial s_2}(\Omega_1 f)=\mathfrak{G}_2\,\Omega_2 f+\mathfrak{T}f+f^{(1)}\,, \\ &\frac{\partial}{\partial s_2}(\Omega_2 f)=-\mathfrak{G}_2.\Omega_1 f-\mathfrak{M}_2 f+f_2\quad,\quad \frac{\partial}{\partial s_1}(\Omega_2 f)=\mathfrak{G}_1.\Omega_1 f+\mathfrak{T}f+f^{(2)}\,, \end{aligned}\right.$$

applichiamo la condizione (4), tenendo presenti le (20) e la (3'). Un calcolo facile conduce alle relazioni

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{\partial f_1}{\partial s_2}=\frac{\partial f^{(1)}}{\partial s_1}+(f^{(1)}+f^{(2)})\mathfrak{G}_2+(f_2-f_1)\mathfrak{G}_1\,, \\ &\frac{\partial f_2}{\partial s_1}=\frac{\partial f^{(2)}}{\partial s_2}+(f^{(1)}+f^{(2)})\mathfrak{G}_1+(f_1-f_2)\mathfrak{G}_2\,, \end{aligned}\right. \tag{22}$$

nelle quali, per le (21), si ha

$$\mathfrak{M}_1 f^{(1)}-\mathfrak{M}_2 f^{(2)}+(f_1-f_2)\mathfrak{T}=0\,. \tag{23}$$

In particolare, per $f=1$, essendo $f_1=\mathfrak{M}_1$, $f_2=\mathfrak{M}_2$, $f^{(1)}=f^{(2)}=-\mathfrak{T}$, le (22) si riducono alle (20). Si ritrovano poi le (7), per $\mathfrak{T}=0$, osservando che, in questa ipotesi, $f^{(1)}=\mathfrak{M}_2 f_0$, $f^{(2)}=\mathfrak{M}_1 f_0$. Finalmente si pone assai bene in luce il meccanismo di questi simboli studiando prima la corrispondenza fra (M) e le sue associate (M′), per dedurne le formole relative alla rappresentazione sferica. Un calcolo del tutto simile a quello che abbiamo fatto per $\mathfrak{T}=0$, applicato alle coordinate $-\Omega_1 f$, $-\Omega_2 f$ ed f del punto M′, conduce alle formole

$$\left\{\begin{array}{l} \varkappa\mathfrak{M}'_1=(1-f_2)\mathfrak{M}_1-\mathfrak{T}f^{(2)} \quad , \quad \varkappa\mathfrak{M}'_2=(1-f_1)\mathfrak{M}_2-\mathfrak{T}f^{(1)} \, , \\ \varkappa\mathfrak{T}'=(1-f_2)\mathfrak{T}-\mathfrak{M}_2 f^{(2)}=(1-f_1)\mathfrak{T}-\mathfrak{M}_1 f^{(1)} \, , \\ \varkappa\mathfrak{G}'_1=(1-f_2)\mathfrak{G}_1-\mathfrak{G}_2 f^{(2)} \quad , \quad \varkappa\mathfrak{G}'_2=(1-f_1)\mathfrak{G}_2-\mathfrak{G}_1 f^{(1)} \, , \end{array}\right. \tag{24}$$

e $\varkappa K'=K$, essendo

$$\varkappa=(1-f_1)(1-f_2)-f^{(1)}f^{(2)} \, .$$

In particolare, per $f=s-1$, si ha

$$f_1=1-\mathfrak{M}_1 \quad , \quad f_2=1-\mathfrak{M}_2 \quad , \quad f^{(1)}=f^{(2)}=\mathfrak{T} \, ;$$

quindi $\mathfrak{M}'_1=\mathfrak{M}'_2=1$, $\mathfrak{T}'=0$, ed anche

$$\mathfrak{G}_1=\mathfrak{M}_1\mathfrak{G}'_1+\mathfrak{T}\mathfrak{G}'_2 \quad , \quad \mathfrak{G}_2=\mathfrak{M}_2\mathfrak{G}'_2+\mathfrak{T}\mathfrak{G}'_1 \, .$$

Apparisce inoltre il significato semplicissimo delle operazioni

$$\Omega_1=\partial/\partial s'_1 \quad , \quad \Omega_2=\partial/\partial s'_2 \, ,$$

e se ne deduce la composizione delle quattro operazioni $\mathbf{D}$ mediante le tre analoghe operazioni relative alla sfera

$$\mathbf{D}'_0=\frac{\partial^2}{\partial s'_1\partial s'_2}-\mathfrak{G}'_2\frac{\partial}{\partial s'_2}=\frac{\partial^2}{\partial s'_2\partial s'_1}-\mathfrak{G}'_1\frac{\partial}{\partial s'_1} \, ,$$

$$\mathbf{D}'_1=\frac{\partial^2}{\partial s'^2_1}+\mathfrak{G}'_1\frac{\partial}{\partial s'_2}+1 \quad , \quad \mathbf{D}'_2=\frac{\partial^2}{\partial s'^2_2}+\mathfrak{G}'_2\frac{\partial}{\partial s'_1}+1 \, .$$

Si trova infatti, mercè le formole precedenti, $\mathbf{D}_0=\mathbf{D}'_0$, e

$$\mathbf{D}_1=\mathfrak{M}_1\mathbf{D}'_1-\mathfrak{T}\mathbf{D}_0 \quad , \quad \mathbf{D}^{(1)}=\mathfrak{M}_2\mathbf{D}_0-\mathfrak{T}\mathbf{D}'_1 \, ,$$

$$\mathbf{D}_2=\mathfrak{M}_2\mathbf{D}'_2-\mathfrak{T}\mathbf{D}_0 \quad , \quad \mathbf{D}^{(2)}=\mathfrak{M}_1\mathbf{D}_0-\mathfrak{T}\mathbf{D}'_2 \, .$$

Grazie a questi simboli un tantino più complicati, ed appunto in virtù di questa maggiore complicazione, le formole relative alla deformazione conservano tutta la loro semplicità. Così, per esempio, la (15) e l'ultima delle (14) sussistono intatte:

$$\mathfrak{D}\mathfrak{T} = \psi \quad , \quad \mathrm{D}\mathfrak{T} = \psi - (\mathfrak{M}_1 - \mathfrak{M}_2)\varphi \; .$$

Le variazioni prodotte dalla deformazione nelle curvature normali delle linee coordinate sono

$$\mathfrak{D}\mathfrak{M}_1 = \varphi^{(2)} \quad , \quad \mathfrak{D}\mathfrak{M}_2 = -\,\varphi^{(1)} \; .$$

Le analoghe variazioni, calcolate tenendo conto del passaggio ai *nuovi* assi tangenti (ortogonali) sulla superficie deformata, sono invece

$$\mathrm{D}\mathfrak{M}_1 = \varphi^{(2)} + 2\,\mathfrak{T}\varphi \quad , \quad \mathrm{D}\mathfrak{M}_2 = -\,\varphi^{(1)} - 2\,\mathfrak{T}\varphi \; .$$

Finalmente, per la curvatura totale $\mathrm{K} = \mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2 - \mathfrak{T}^2$, dalle formole precedenti risulta

$$\mathfrak{D}\mathrm{K} = -\,\mathfrak{M}_1\varphi^{(1)} + \mathfrak{M}_2\varphi^{(2)} - 2\mathfrak{T}\psi \; ,$$

e si trova così, per la (23), la nota proprietà $\mathfrak{D}\mathrm{K} = 0$. Tutte queste formole assumono un aspetto particolarmente semplice nel caso d'un elassoide, riferito alle assintotiche ($\mathfrak{M}_1 = \mathfrak{M}_2 = 0$), perchè le operazioni $\mathbf{D}_1$ e $\mathbf{D}_2$ si equivalgono allora, sicchè si ha sempre $\psi = 0$, e le circostanze della deformazione restano espresse mediante le funzioni $\varphi^{(1)}$ e $\varphi^{(2)}$. Domandiamoci, per esempio: *può un elassoide flettersi in guisa da conservarsi ad area minima?* Siccome si ha $\mathfrak{D}\mathrm{H} = \varphi^{(2)} - \varphi^{(1)}$, si tratta di determinare φ in modo che riesca $\varphi^{(1)} = \varphi^{(2)}$, essendo già $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$. Orbene si noti che basta attribuire a φ un valore costante α, giacchè

$$\left\{\begin{aligned}
\mathbf{D}^{(1)} &= -\frac{\partial}{\partial s_2}\left(\frac{1}{\mathfrak{E}}\frac{\partial}{\partial s_2}\right) + \frac{\mathfrak{G}_2}{\mathfrak{T}}\frac{\partial}{\partial s_1} - \mathfrak{T} \; , \quad \mathbf{D}_1 = -\frac{\partial}{\partial s_1}\left(\frac{1}{\mathfrak{E}}\frac{\partial}{\partial s_2}\right) - \frac{\mathfrak{G}_1}{\mathfrak{E}}\frac{\partial}{\partial s_2} \; , \\
\mathbf{D}^{(2)} &= -\frac{\partial}{\partial s_1}\left(\frac{1}{\mathfrak{T}}\frac{\partial}{\partial s_1}\right) + \frac{\mathfrak{G}_1}{\mathfrak{E}}\frac{\partial}{\partial s_2} - \mathfrak{T} \; , \quad \mathbf{D}_2 = -\frac{\partial}{\partial s_2}\left(\frac{1}{\mathfrak{T}}\frac{\partial}{\partial s_1}\right) - \frac{\mathfrak{G}_2}{\mathfrak{T}}\frac{\partial}{\partial s_2} \; ;
\end{aligned}\right. \tag{25}$$

nè si otterrebbe una deformazione più generale assumendo per φ un'altra funzione, tale da conservare il comune valore $-\mathfrak{T}\alpha$ di $\varphi^{(1)}$ e $\varphi^{(2)}$. Infatti si avrebbe che $\varphi - \alpha$, soddisfacendo sempre alle condizioni

$$\mathbf{D}^{(1)} = 0 \quad , \quad \mathbf{D}^{(2)} = 0 \quad , \quad \mathbf{D}_1 = 0 \quad , \quad \mathbf{D}_2 = 0 \; ,$$

rappresenterebbe la projezione d'un segmento rettilineo, invariabile, sulla normale alla superficie; e d'altra parte si sa che una tal funzione non caratterizza una deformazione vera e propria, ma definisce soltanto un moto rigido dell'intera superficie nello spazio. Quanto alla superficie deformata (M'), si può subito constatarne la corrispondenza con (M) *per parallelismo delle normali*, giacchè nel caso generale i coseni direttori della normale alla (M') sono proporzionali a $-\Omega_2\varphi, \Omega_1\varphi, 1$. Possiamo dunque applicare le (24), ponendovi $f = w$. In particolare osserviamo che si ha

$$H' = -(w^{(1)} + w^{(2)})\mathfrak{T} ,$$

mentre dev'essere $H' = 0$. Ora effettivamente, richiamate le equazioni che servono alla determinazione degli spostamenti

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial s_1} = -\mathcal{G}_1 v \quad , \quad \dfrac{\partial v}{\partial s_1} = \mathcal{G}_1 u - \mathfrak{T} w + \alpha \quad , \quad \dfrac{\partial w}{\partial s_1} = \mathfrak{T} v \; , \\[2ex] \dfrac{\partial u}{\partial s_2} = \mathcal{G}_2 v - \mathfrak{T} w - \alpha \quad , \quad \dfrac{\partial v}{\partial s_2} = -\mathcal{G}_2 u \quad , \quad \dfrac{\partial w}{\partial s_2} = \mathfrak{T} u \; , \end{cases}$$

si vede subito che $w^{(1)} = \alpha, w^{(2)} = -\alpha$, e per conseguenza $H' = 0$. È poi noto *) che queste particolari deformazioni, qui trovate per α infinitesimo, sono possibili anche per qualunque valore finito di α.

Segnaliamo, per finire, fra le conseguenze delle (24), le formole che permettono di esprimere i risultati delle operazioni $\mathbf{D}$, relative ad una data superficie, mediante le curvature fondamentali di questa e delle sue associate per parallelismo delle normali:

$$\begin{cases} K'(1 - f_1) = \mathfrak{M}_1\mathfrak{M}'_2 - \mathfrak{T}\mathfrak{T}' \quad , \quad K' f^{(1)} = \mathfrak{T}\mathfrak{M}'_2 - \mathfrak{M}_2\mathfrak{T}' \; , \\ K'(1 - f_2) = \mathfrak{M}_2\mathfrak{M}'_1 - \mathfrak{T}\mathfrak{T}' \quad , \quad K' f^{(2)} = \mathfrak{T}\mathfrak{M}'_1 - \mathfrak{M}_1\mathfrak{T}' \; . \end{cases} \tag{26}$$

Segue inoltre dall'una o dall'altra delle (21):

$$f_0 = \frac{\mathfrak{T}}{K} - \frac{\mathfrak{T}'}{K'} \; .$$

Se si scrive $K + K' = (\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}'_1)(\mathfrak{M}_2 + \mathfrak{M}'_2) - (\mathfrak{T} + \mathfrak{T}')^2$ si esprime che le superficie sono associate nel senso, più ristretto, della teoria della deformazione. Portando in (24), nell'ultima coppia, i risultati (26), si trova

$$\frac{\mathfrak{M}_1\mathcal{G}_2 - \mathfrak{T}\mathcal{G}_1}{K} = \frac{\mathfrak{M}'_1\mathcal{G}'_2 - \mathfrak{T}'\mathcal{G}'_1}{K'} \quad , \quad \frac{\mathfrak{M}_2\mathcal{G}_1 - \mathfrak{T}\mathcal{G}_1}{K} = \frac{\mathfrak{M}'_2\mathcal{G}'_1 - \mathfrak{T}'\mathcal{G}'_1}{K'} \; .$$

---

*) Bianchi: « *Geometria differenziale* » p. 345.

Finalmente, se si tien presente che le operazioni Ω debbono al loro significato geometrico la proprietà di conservarsi nel passare da (M) ad (M'), dimodochè

$$\frac{\mathfrak{M}_2}{K}\frac{\partial}{\partial s_1}+\frac{\mathfrak{T}}{K}\frac{\partial}{\partial s_2}=\frac{\mathfrak{M}'_2}{K'}\frac{\partial}{\partial s'_1}+\frac{\mathfrak{T}'}{K'}\frac{\partial}{\partial s'_2}\ ,\quad \frac{\mathfrak{M}_1}{K}\frac{\partial}{\partial s_2}+\frac{\mathfrak{T}}{K}\frac{\partial}{\partial s_1}=\frac{\mathfrak{M}'_1}{K'}\frac{\partial}{\partial s'_2}+\frac{\mathfrak{T}'}{K'}\frac{\partial}{\partial s'_1}\ ,$$

si giunge a constatare, mediante sostituzione dei medesimi risultati nelle (22), che queste ultime altro non sono se non le formole di Codazzi, relative alle superficie associate.

Sopra un modo di utilizzare, nella teoria intrinseca delle superficie, le condizioni d'immobilità dei punti; *Nota del socio ordinario* E. Cesàro.

(presentata il dì 7 Ottobre 1901)

Se varii punti, riferiti ad una superficie, soddisfano *parzialmente* alle condizioni d'immobilità *), se cioè *alcune* delle loro coordinate hanno le derivate esprimibili nel modo prescritto da tali condizioni, è evidente che da ogni relazione fra le dette coordinate la derivazione trae proprietà involgenti i punti e la superficie, le quali valgono in forma indipendente dal grado di mobilità dei punti che si considerano.

Si stabilisca, per esempio, una corrispondenza *per parallelismo delle normali* fra due o più superficie, e siano M', M'', M''', ... i rispettivi punti di contatto con i varii piani tangenti (paralleli). Se fra le distanze z', z'', z''',... di questi ad un piano incognito si pone la relazione

$$f(z', z'', z''', \ldots) = 0\ , \tag{1}$$

la posizione del piano stesso resta definita, almeno in uno strato convenientemente sottile, tutte le volte che la somma

$$\varkappa = \frac{\partial f}{\partial z'} + \frac{\partial f}{\partial z''} + \frac{\partial f}{\partial z'''} + \cdots$$

non è identicamente nulla. In questa ipotesi si può dunque considerare la superficie inviluppata dal piano così definito, ed assumerla come superficie fondamentale. Per trovarne un punto M nel piano (1), bisogna derivar questa relazione, osservando che, per la supposta corrispondenza, le z dei varii punti M', M'',... soddisfano alle condizioni $\delta z = 0$, ossia

$$\frac{\partial z}{\partial s_1} = \mathfrak{T} y - \mathfrak{M}_1 x\ ,\quad \frac{\partial z}{\partial s_2} = \mathfrak{T} x - \mathfrak{M}_2 y\ , \tag{2}$$

necessarie (ma insufficienti) per l'immobilità. Ne segue, dopo aver posto

$$\xi = x' \frac{\partial f}{\partial z'} + x'' \frac{\partial f}{\partial z''} + \cdots\ ,\quad \eta = y' \frac{\partial f}{\partial z'} + y'' \frac{\partial f}{\partial z''} + \cdots\ , \tag{3}$$

*) « *Geometria intrinseca* » p. 157.

che si ha $\mathfrak{T}\eta = \mathfrak{M}_1\xi$, $\mathfrak{T}\xi = \mathfrak{M}_2\eta$, e per conseguenza, lasciando da parte il caso delle sviluppabili, $\xi = 0$, $\eta = 0$. Evidentemente, poichè $\varkappa \lessgtr 0$, queste uguaglianze definiscono, almeno in un campo abbastanza piccolo, la posizione di M nel piano mobile. Siccome poi non si è dovuto ricorrere alle altre condizioni di mobilità, è chiaro che *la posizione di* M *è la stessa di quella che si avrebbe se i punti* M′, M″,... *fossero immobili.*

Invece per la determinazione delle curvature fondamentali $\mathfrak{M}_1$, $\mathfrak{M}_2$, $\mathfrak{T}$, è necessaria la conoscenza delle analoghe quantità sulle superficie (M′), (M″),... Prima si noti che, siccome per le (2) si ha

$$x = -\left(\frac{\mathfrak{M}_2}{K}\frac{\partial z}{\partial s_1} + \frac{\mathfrak{T}}{K}\frac{\partial z}{\partial s_2}\right) \quad , \quad y = -\left(\frac{\mathfrak{M}_1}{K}\frac{\partial z}{\partial s_2} + \frac{\mathfrak{T}}{K}\frac{\partial z}{\partial s_1}\right),$$

dalle solite formole fondamentali si deduce

$$\frac{\delta x}{\partial s_1} = 1 - \mathbf{D}_1 z \ , \ \frac{\delta x}{\partial s_2} = -\mathbf{D}^{(1)} z \ , \ \frac{\delta y}{\partial s_1} = -\mathbf{D}^{(2)} z \ , \ \frac{\delta y}{\partial s_2} = 1 - \mathbf{D}_2 z \ ,$$

dove i simboli operatorii $\mathbf{D}$ hanno il significato loro attribuito nella Nota precedente *); quindi, in virtù delle formole (26) della medesima Nota, si ha

$$\left\{\begin{aligned} & K'\frac{\delta x}{\partial s_1} = \mathfrak{M}_1\mathfrak{M}'_2 - \mathfrak{T}\mathfrak{T}' \quad , \quad K'\frac{\delta x}{\partial s_2} = \mathfrak{M}_2\mathfrak{T}' - \mathfrak{T}\mathfrak{M}'_2 \ , \\ & K'\frac{\delta y}{\partial s_2} = \mathfrak{M}_2\mathfrak{M}'_1 - \mathfrak{T}\mathfrak{T}' \quad , \quad K'\frac{\delta y}{\partial s_1} = \mathfrak{M}_1\mathfrak{T}' - \mathfrak{T}\mathfrak{M}'_1 \ , \end{aligned}\right. \tag{4}$$

per la superficie (M′); e formole analoghe sussistono per (M″), (M‴),... Ciò premesso, è facile calcolare le derivate delle espressioni (3), poichè si sa che quelle delle varie coordinate z soddisfano alle (2), ed è chiaro che le altre sono date dalle stesse formole fondamentali:

$$\frac{\partial x}{\partial s_1} = \mathfrak{M}_1 z - \mathfrak{G}_1 y - 1 + \frac{\delta x}{\partial s_1} \quad , \quad \frac{\partial x}{\partial s_2} = \mathfrak{G}_2 y - \mathfrak{T} z + \frac{\delta x}{\partial s_2} \ ,$$
$$\frac{\partial y}{\partial s_2} = \mathfrak{M}_2 z - \mathfrak{G}_2 x - 1 + \frac{\delta y}{\partial s_2} \quad , \quad \frac{\partial y}{\partial s_1} = \mathfrak{G}_1 x - \mathfrak{T} z + \frac{\delta y}{\partial s_1} \ .$$

Ne segue, tenendo presenti le (4),

$$\frac{\partial \xi}{\partial s_1} = \mathfrak{M}_1(\nu_2 - \varphi + \zeta) - \mathfrak{G}_1\eta - \mathfrak{T}(\tau - \chi) - \varkappa \ , \ \frac{\partial \xi}{\partial s_2} = \mathfrak{G}_2\eta - \mathfrak{T}(\nu_2 - \varphi + \zeta) + \mathfrak{M}_2(\tau - \chi) \ ,$$
$$\frac{\partial \eta}{\partial s_2} = \mathfrak{M}_2(\nu_1 - \psi + \zeta) - \mathfrak{G}_2\xi - \mathfrak{T}(\tau - \chi) - \varkappa \ , \ \frac{\partial \eta}{\partial s_1} = \mathfrak{G}_1\xi - \mathfrak{T}(\nu_1 - \psi + \zeta) + \mathfrak{M}_1(\tau - \chi) \ ,$$

*) « *Formole per l'analisi intrinseca delle superficie,* ecc. ».

dove per brevità si è posto

$$\nu = \frac{\mathcal{M}'}{K'}\frac{\partial f}{\partial z'} + \frac{\mathcal{M}''}{K''}\frac{\partial f}{\partial z''} + \cdots \quad , \quad \tau = \frac{\mathcal{T}'}{K'}\frac{\partial f}{\partial z'} + \frac{\mathcal{T}''}{K''}\frac{\partial f}{\partial z''} + \cdots ,$$

$$\zeta = z'\frac{\partial f}{\partial z'} + z''\frac{\partial f}{\partial z''} + \cdots ,$$

$$\varphi = x'^2\frac{\partial^2 f}{\partial z'^2} + x''^2\frac{\partial^2 f}{\partial z''^2} + \cdots + 2x'x''\frac{\partial^2 f}{\partial z'\partial z''} + \cdots ,$$

$$\chi = x'y'\frac{\partial^2 f}{\partial z'^2} + x''y''\frac{\partial^2 f}{\partial z''^2} + \cdots + (x'y'' + x''y')\frac{\partial^2 f}{\partial z'\partial z''} + \cdots ,$$

$$\psi = y'^2\frac{\partial^2 f}{\partial z'^2} + y''^2\frac{\partial^2 f}{\partial z''^2} + \cdots + 2y'y''\frac{\partial^2 f}{\partial z'\partial z''} + \cdots .$$

Ora, per trovare le curvature sulla superficie fondamentale, basta derivare le uguaglianze $\xi = 0$, $\eta = 0$. Dalle equazioni

$$\mathcal{M}_1(\nu_2 - \varphi + \zeta) - \mathcal{T}(\tau - \chi) = \varkappa \quad , \quad \mathcal{T}(\nu_2 - \varphi + \zeta) = \mathcal{M}_2(\tau - \chi) ,$$
$$\mathcal{M}_2(\nu_1 - \psi + \zeta) - \mathcal{T}(\tau - \chi) = \varkappa \quad , \quad \mathcal{T}(\nu_1 - \psi + \zeta) = \mathcal{M}_1(\tau - \chi) ,$$

così ottenute, risulta

$$\frac{\mathcal{M}_1}{\nu_1 - \psi + \zeta} = \frac{\mathcal{M}_2}{\nu_2 - \varphi + \zeta} = \frac{\mathcal{T}}{\tau - \chi} = \frac{K}{\varkappa} , \tag{5}$$

dove

$$K = \frac{\varkappa^2}{(\nu_1 - \psi + \zeta)(\nu_2 - \varphi + \zeta) - (\tau - \chi)^2} . \tag{6}$$

Come si vede, *le curvature sulla superficie* (M), *in* M, *dipendono solo dalle curvature sulle altre superficie, nei punti* M', M'', ..., *corrispondenti ad* M. In particolare, quando M', M'',... sono punti fissi, le (5) diventano

$$\frac{\mathcal{M}_1^{(0)}}{\zeta - \psi} = \frac{\mathcal{M}_2^{(0)}}{\zeta - \varphi} = \frac{\mathcal{T}^{(0)}}{-\chi} = \frac{K^{(0)}}{\varkappa} ;$$

e dal confronto con le stesse (5) risulta

$$\frac{\mathcal{M}}{K} = \frac{\mathcal{M}^{(0)}}{K^{(0)}} + \frac{\nu}{\varkappa} \quad , \quad \frac{\mathcal{T}}{K} = \frac{\mathcal{T}^{(0)}}{K^{(0)}} + \frac{\tau}{\varkappa} , \tag{7}$$

vale a dire che, noti i rapporti di $\mathcal{M}_1$, $\mathcal{M}_2$, $\mathcal{T}$ a K, nel caso particolare accennato, basterà accrescerli dei rapporti di ν_1, ν_2, τ a $\varkappa$ per conoscerne i valori in generale. Si osservi che questi incrementi sono come le medie aritmetiche degli analoghi rapporti, relativi alle superficie (M'),

(M''), ..., quando a ciascuna si assegna un *peso*, misurato dal termine che le corrisponde nella somma $\varkappa$. Con questa convenzione si può dire che il baricentro O dei punti M', M'', ... cade sempre sulla normale ad (M), in M, alla distanza $\zeta/\varkappa$ da M. Qui importa osservare, nel caso di *due* soli punti, o di *tre*, che O appartiene, qualunque sia f, alla retta M'M'', o al piano M'M''M'''.

Una facile verifica dei risultati precedenti ci si offre appunto nel caso di *due* punti fissi, perchè allora (M) è una superficie di rotazione. Quando poi M' ed M'' descrivono due superficie qualunque, poste in corrispondenza, come sempre si può, per parallelismo delle normali, la superficie (M), per quanto si è detto circa il punto O, conserva la proprietà: *la normale in* M *incontra* M'M''. Nota la curvatura del meridiano della superficie di rotazione, cui si ridurrebbe (M) se M' ed M'' fossero immobili, e note le curvature fondamentali su (M') ed (M''), sono anche note tali curvature su (M), *indipendentemente dal vincolo che intercede fra* z' *e* z''. È infatti possibile liberare i termini complementari, nelle (7), dal simbolo f, giacchè si ha sempre, in virtù di $\xi=0$ ed $\eta=0$,

$$\frac{\partial f}{\partial z'}=-\frac{\varkappa r''}{r'-r''}\ ,\quad \frac{\partial f}{\partial z''}=\frac{\varkappa r'}{r'-r''}\ ,$$

dove r' ed r'' sono le distanze di M' ed M'' alla normale. Inoltre si noti che

$$\varphi\psi-\chi^2=(x'y''-x''y')^2\begin{vmatrix}\dfrac{\partial^2 f}{\partial z'^2} & \dfrac{\partial^2 f}{\partial z'\partial z''}\\[2ex] \dfrac{\partial^2 f}{\partial z''\partial z'} & \dfrac{\partial^2 f}{\partial z''^2}\end{vmatrix}=0\ .$$

Dopo ciò la formola (6), quando vi si pongono τ e le v uguali a 0, dà

$$K^{(0)}=\frac{\varkappa^2}{(\zeta-\varphi-\psi)\zeta}\ ; \tag{8}$$

e siccome $MO(=\zeta/\varkappa)$ è uno dei raggi principali di curvatura, l'altro, ossia il raggio di curvatura del meridiano, è

$$\frac{1}{\varkappa}\left[\zeta-\left(r'^2\frac{\partial^2 f}{\partial z'^2}+2r'r''\frac{\partial^2 f}{\partial z'\partial z''}+r''^2\frac{\partial^2 f}{\partial z''^2}\right)\right]\ .$$

Anche nel caso di *tre* punti, note che siano le curvature relative all'ipotesi dell'immobilità, quelle del caso generale restano determinate in forma indipendente dalla natura della relazione (1), giacchè da $\xi=0, \eta=0$ segue

$$\frac{\partial f}{\partial z'}=\frac{\varkappa}{\sigma}(x''y'''-x'''y'')\ ,\quad \frac{\partial f}{\partial z''}=\frac{\varkappa}{\sigma}(x'''y'-x'y''')\ ,\quad \frac{\partial f}{\partial z'''}=\frac{\varkappa}{\sigma}(x'y''-x''y')\ ,$$

dove $\frac{1}{2}\sigma$ rappresenta l'area del triangolo M'M''M''', projettata sul piano tangente. Aggiungendo poi

$$\varphi\psi - \chi^2 = -\frac{\sigma^2}{\varkappa^2}\begin{vmatrix} 0 & \frac{\partial f}{\partial z'} & \frac{\partial f}{\partial z''} & \frac{\partial f}{\partial z'''} \\ \frac{\partial f}{\partial z'} & \frac{\partial^2 f}{\partial z'^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial z' \partial z''} & \frac{\partial^2 f}{\partial z' \partial z'''} \\ \frac{\partial f}{\partial z''} & \frac{\partial^2 f}{\partial z'' \partial z'} & \frac{\partial^2 f}{\partial z''^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial z'' \partial z'''} \\ \frac{\partial f}{\partial z'''} & \frac{\partial^2 f}{\partial z''' \partial z'} & \frac{\partial^2 f}{\partial z''' \partial z''} & \frac{\partial^2 f}{\partial z'''^2} \end{vmatrix}$$

al denominatore della (8), questa dà il valore di $K^{(0)}$ nel caso attuale, $\zeta/\varkappa$ rappresentando in essa il segmento di normale staccato, a partire da M, dal piano M'M''M'''. Grazie all'assoluta arbitrarietà delle superficie (M'), (M''), ..., che si possono anche supporre coincidenti in una superficie unica (pur rimanendo distinti i punti M', M'', ...), le formole precedenti si piegano con grande facilità a svariate applicazioni.

Ad analoghi risultati si perviene adottando altri sistemi di coordinate; ed in particolare si trovano formole generalissime, includenti quelle dell'ordinaria teoria delle superficie, quando si adoperano coordinate polari, quando cioè si rappresenta ciascuno dei punti M', M'', ... mediante la sua distanza r da M, ed i coseni direttori α, β, γ del raggio vettore, rispetto al solito triedro fondamentale, costruito su (M). Prima si noti che per l'immobilità del punto $(r, \alpha, \beta, \gamma)$ sono *necessarie* le condizioni

$$\frac{\partial r}{\partial s_1} = -\alpha \quad , \quad \frac{\partial r}{\partial s_2} = -\beta \ , \tag{9}$$

e le altre

$$\left\{\begin{aligned} \frac{\partial \alpha}{\partial s_1} &= \mathfrak{M}_1\gamma - \mathfrak{G}_1\beta - \frac{\beta^2+\gamma^2}{r} \quad , & \frac{\partial \alpha}{\partial s_2} &= \mathfrak{G}_2\beta - \mathfrak{T}\gamma + \frac{\alpha\beta}{r} \ , \\ \frac{\partial \beta}{\partial s_1} &= \mathfrak{G}_1\alpha - \mathfrak{T}\gamma + \frac{\alpha\beta}{r} \quad , & \frac{\partial \beta}{\partial s_2} &= \mathfrak{M}_2\gamma - \mathfrak{G}_2\alpha - \frac{\alpha^2+\gamma^2}{r} \ , \\ \frac{\partial \gamma}{\partial s_1} &= \mathfrak{T}\beta - \mathfrak{M}_1\alpha + \frac{\alpha\gamma}{r} \quad , & \frac{\partial \gamma}{\partial s_2} &= \mathfrak{T}\alpha - \mathfrak{M}_2\beta + \frac{\beta\gamma}{r} \ , \end{aligned}\right. \tag{10}$$

che insieme alle (9) sono anche *sufficienti*. Ora, date le superficie (M'), (M''), ..., si definisca (M) come luogo dei punti, le cui distanze $r', r'', \ldots$ dalle predette superficie (non parallele) siano soggette alla relazione

$$f(r', r'', r''', \ldots) = 0 \ . \tag{11}$$

I punti M′, M″,..., nei quali si projetta M sulle superficie date, sono obbligati soltanto alle (9); ed i risultati ai quali si perviene, adoperando esclusivamente queste condizioni, sussistono qualunque siano (M′), (M″),... Ora, derivando la (11), si fa uso appunto delle sole (9); e poichè le relazioni che si ottengono

$$\alpha' \frac{\partial f}{\partial r'} + \alpha'' \frac{\partial f}{\partial r''} + \dots = 0 \quad , \quad \beta' \frac{\partial f}{\partial r'} + \beta'' \frac{\partial f}{\partial r''} + \dots = 0 \ , \qquad (12)$$

valgono, dato M, a fissare nello spazio la posizione della normale ad (M), si vede che *questa normale ha la posizione stessa che avrebbe se* M′, M″,... *fossero immobili*, o pure se fossero mobili, per esempio, in altrettanti piani. Insomma, dati M′, M″,.., qualunque siano le superficie (M′), (M″),..., le infinite possibili superficie (M) si toccano tutte in M. Resta tuttavia da osservare che, insieme alle (12), si ha, in generale,

$$\gamma' \frac{\partial f}{\partial r'} + \gamma'' \frac{\partial f}{\partial r''} + \dots \gtrless 0 \ , \qquad (13)$$

altrimenti (per più di due punti) dovrebbero essere tutti nulli i maggiori determinanti della matrice

$$\begin{vmatrix} \alpha & \alpha' & \alpha'' \dots \\ \beta & \beta' & \beta'' \dots \\ \gamma & \gamma' & \gamma'' \dots \end{vmatrix} ,$$

ed M, M′, M″,... cadrebbero tutti in un piano. Nel caso di *due* soli punti, dalle (12) segue $\alpha'\beta'' = \alpha''\beta'$, e si vede che *la normale ad* (M), *in* M, *incontra* M′M″, come evidentemente accade quando (M′) ed (M″) sono due piani, o si riducono a due punti, nelle quali ipotesi (M) è rispettivamente un cilindro o una superficie di rotazione. Siccome M, M′, M″ non stanno per dritto, è chiaro che la condizione (13) è soddisfatta; ed è poi facile constatare che ciò basta perchè la normale resti determinata nel piano MM′M″.

Ora per l'ulteriore derivazione delle (12) si richiede la previa conoscenza delle superficie (M′), (M″),..., onde potere adoperare le (10), modificandole e combinandole in guisa da esprimere la momentanea immobilità dei centri principali di curvatura. La soverchia complicazione delle formole che in tal modo si ottengono ci consiglia di limitarci a mostrare come si possano ritrovare le formole dell'ordinaria teoria delle superficie, supponendo di avere soltanto *tre* piani ortogonali (M′), (M″), (M‴). In questa ipotesi, per le note proprietà del determinante ortogonale

$$\begin{vmatrix} \alpha & \alpha' & \alpha'' \\ \beta & \beta' & \beta'' \\ \gamma & \gamma' & \gamma'' \end{vmatrix} = 1 \ ,$$

dalle (12), chiamando $\varkappa$ il primo membro della (13), risulta

$$\frac{\partial f}{\partial r'} = \varkappa\gamma' \quad , \quad \frac{\partial f}{\partial r''} = \varkappa\gamma'' \quad , \quad \frac{\partial f}{\partial r'''} = \varkappa\gamma''' \ , \tag{14}$$

sicchè $\varkappa = \sqrt{\Delta f}$. Poi, per derivare le (12), bisogna adoperare le (10), ridotte, col far crescere indefinitamente r, alle note condizioni per l'invariabilità della direzione $(\alpha\,,\beta\,,\gamma)$. In tal modo si trova subito, ricordando anche le (9),

$$\varkappa\mathfrak{D}_1 = \alpha'^2 \frac{\partial^2 f}{\partial r'^2} + \alpha''^2 \frac{\partial^2 f}{\partial r''^2} + \dots + 2\alpha'\alpha'' \frac{\partial^2 f}{\partial r'\partial r''} + \dots ,$$

$$-\varkappa\mathfrak{E} = \alpha'\beta' \frac{\partial^2 f}{\partial r'^2} + \alpha''\beta'' \frac{\partial^2 f}{\partial r''^2} + \dots + (\alpha'\beta'' + \alpha''\beta') \frac{\partial^2 f}{\partial r'\partial r''} + \dots ,$$

$$\varkappa\mathfrak{D}_2 = \beta'^2 \frac{\partial^2 f}{\partial r'^2} + \beta''^2 \frac{\partial^2 f}{\partial r''^2} + \dots + 2\beta'\beta'' \frac{\partial^2 f}{\partial r'\partial r''} + \dots ;$$

quindi, per le curvature (media e totale) della superficie definita dall'equazione (11):

$$\varkappa H = \Delta^2 f - \left(\gamma'^2 \frac{\partial^2 f}{\partial r'^2} + \gamma''^2 \frac{\partial^2 f}{\partial r''^2} + \dots + 2\gamma'\gamma'' \frac{\partial^2 f}{\partial r'\partial r''} + \dots\right),$$

$$\varkappa^2 K = - \begin{vmatrix} 0 & \gamma' & \gamma'' & \gamma''' \\ \gamma' & \frac{\partial^2 f}{\partial r'^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial r'\partial r''} & \frac{\partial^2 f}{\partial r'\partial r'''} \\ \gamma'' & \frac{\partial^2 f}{\partial r''\partial r'} & \frac{\partial^2 f}{\partial r''^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial r''\partial r'''} \\ \gamma''' & \frac{\partial^2 f}{\partial r'''\partial r'} & \frac{\partial^2 f}{\partial r'''\partial r''} & \frac{\partial^2 f}{\partial r'''^2} \end{vmatrix} .$$

Basterebbe sostituire alle γ i valori (14) per ritrovare un notissimo *) risultato. Se invece si volessero stabilire le formole analoghe, nell'ipotesi dell'immobilità di M', M'', M''', bisognerebbe a ciascuno di questi punti applicare le (10), così come si trovano. Del resto nei calcoli precedenti apparisce chiara la via da seguire per giungere a caratterizzare intrinsecamente una superficie, definita da qualsivoglia relazione fra le distanze dei suoi punti a tre superficie qualunque.

---

*) Cfr. « *Elementi di Calcolo infinitesimale* » p. 236.

Un paragone tra il Vesuvio e il Vulture; *Nota del socio corrispondente* **G. De Lorenzo.**

(Adunanza del dì 9 Novembre 1901)

Il Vesuvio e il Vulture, i due vulcani, che quasi sul medesimo parallelo fiancheggiano d'ambo i lati l'Appennino, hanno tra loro tanta simiglianza nella forma, nella costituzione e nella genesi, che quei pochi, i quali hanno visitato il già spento e solitario monte lucano, sempre hanno per esso trovato materia di paragone nel classico e fumante vulcano della Campania. Anch'io quindi nel mio *Studio geologico del monte Vulture* (Atti di questa Accademia, serie II, vol. X, anno 1900), dovendo descrivere e interpretare varie modalità di forma e di struttura di quel vulcano, spesso ho fatto ricorso ad esempi tratti dal Vesuvio, e specialmente dalla parte più antica di questo, dalla montagna di Somma: ma la mole considerevole di quel libro non lascia scorgere con molta evidenza al lettore queste similitudini, che pure hanno il più grande interesse, perchè, oltre all'illustrare la costituzione dei due vulcani, servono a dilucidare molte oscure e dibattute questioni di geologia vulcanica generale. Esse infatti valgono anche a dimostrare, quanto sia fallace e mal fondato il tentativo, che ora da ogni parte s'affaccia, di far rinverdire sotto altre forme la già vizza teoria dei crateri di sollevamento, così infelicemente escogitata da Hutton Humboldt e von Buch e troppo precipitosamente adottata da molti valentuomini loro contemporanei, che però non bene conobbero o non esattamente considerarono i vulcani e il vulcanismo. In un lavoro, di prossima pubblicazione, sul grande cratere di Astroni, uno dei principali sostegni di quella teoria del sollevamento, io e Riva dimostreremo ampiamente come essa sia falsa e falsamente applicata: ora intendo fermarmi brevemente su questo paragone tra il Vesuvio e il Vulture, affinchè questi due bei vulcani restino sempre come capisaldi di quella naturale e antichissima concezione del modo di formarsi dei vulcani, la quale, germinata già negli antichi Greci, che avevano visto il gigantesco Etna innalzarsi verso il cielo mediante il semplice accumularsi di materiale eruttato, frammentario e lavico, ha trovato nella moderna geologia eccellenti sostenitori e dimostratori in Lyell, Scrope e Scacchi. E il Vulture e il Vesuvio infatti nella loro posizione, nella loro tettonica, nella struttura e nella forma offrono eguali e irrefutabili prove, a fondamento e sostegno di questa concezione, conforme a natura e a verità.

Anzitutto la posizione di entrambi, ai due margini della catena calcarea appennina, fratturata e dislocata, in due ampie conche sinclinali, che con le loro inclinazioni e con le fratture beanti verso l'interno hanno forse dato più facile percolazione alle acque tendenti verso i focolari magmici, giacenti inerti a poca profondità, e hanno quindi concesso più agevole

via di uscita al magma stesso, diventato cinetico per assorbimento di H_2O. Già da un semplice sguardo, com' è espresso in questa sezione (fig. 1), che dalla cima del Terminio si rivolga verso i due coni quasi equidistanti, si capisce subito che fenomeno superficiale e secondario, rispetto al corrugamento dell'Appennino, rappresentino i due vulcani, che appaiono quasi così come due furuncoli sopra un arto umano! Come si può mai per

Fig. 1.

Scala 1:1.000.000

Sezione dell'Appennino dal Vesuvio al Vulture

essi invocare una genesi per forza sollevatrice, saliente dalle ime profondità della terra?

I due vulcani poi, oltre la posizione, hanno anche eguale il tempo d'origine, essendosi tutt'e due formati durante l'ultimo sollevamento dell'Appennino, che ebbe principio verso il finire del pliocene, proseguì durante il pleistocene e tuttora dura. La su citata conca sinclinale mesozoica, che sostiene il Vulture, accoglie i complessi sedimenti del Flysch eo-miocenico, quelli del pliocene e del pleistocene marino e perfino le alluvioni quaternarie; i quali depositi tutti insieme fanno da base al vulcano, essendo questo sorto sul fondo d'una valle già lontana dal mare, al tempo dell'*Elephas antiquus* e dei primi uomini ad armi di pietra scheggiata. Gli stessi sedimenti debbono trovarsi al disotto del Vesuvio, nella conca calcarea campana, come è dimostrato dai blocchi, da esso rigettati, di arenarie eo-mioceniche, di argille plioceniche e di argille sabbiose contenenti le stesse specie di conchiglie, che attualmente vivono nel golfo di Napoli. Nel Vulture poi è chiaramente visibile (e nel Vesuvio per analogia supponibile), che la formazione eruttiva è affondata e insaccata nei sottoposti sedimenti, che si curvano ad imbuto per riceverla; in modo che resta così esclusa ogni influenza di una ipotetica forza sollevatrice, la quale, prima di gonfiare gli strati vulcanici, avrebbe dovuto *a fortiori* rialzare e sollevare la sottostante pila sedimentaria.

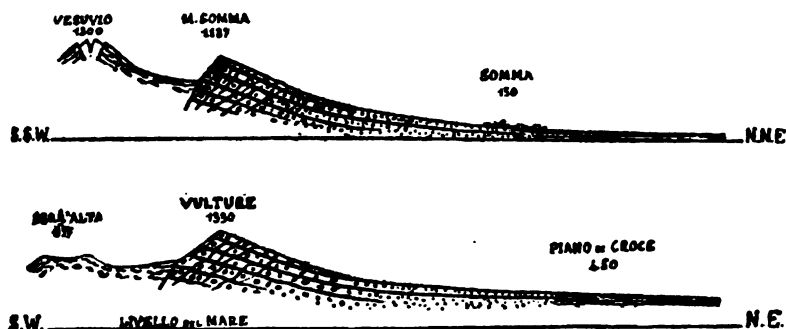
Se da queste loro relazioni con i terreni sotto- e circostanti si passa a considerare la struttura e la forma dei vulcani stessi, le simiglianze crescono ancora, fino a raggiungere a volte addirittura l'identità. Il Vulture invero è alquanto più piccolo del Vesuvio, e se nell'annessa sezione (fig. 2)

appare a questo eguale, ciò dipende solamente dal fatto, che esso è innalzato sopra una base sedimentaria, che si trova già a 500 metri sul mare; ma, proporzionate alle rispettive dimensioni di essi, la struttura e la forma risultano per ambedue eguali.

In tutt' e due i casi infatti si hanno due grandi coni esterni primitivi, completi nelle falde settentrionali ed orientali, squarciati ed aperti a occidente e mezzogiorno da una profonda e ampia caldera, larga nel Vulture due e nel Vesuvio tre chilometri, che nell' uno e nell'altro caso accoglie e cinge d'un ampio atrio un cono eruttivo posteriore, prevalentemente lavico nel Vesuvio, clastico nel Vulture (v. fig. 2). Queste caldere, dovute probabilmente ad esplosioni alquanto eccentriche od oblique, danno ai due grandi coni il loro noto e caratteristico aspetto asimmetrico, che poi è stato anche ulteriormente accentuato dalle denudazioni atmosferiche e dalle erosioni acquee posteriori.

È molto interessante studiare nell'uno e nell'altro caso la costituzione dei due grandi coni, qual'è rivelata dalle pareti interne degli atrii, che mettono a nudo per più di trecento metri d' altezza il cuore stesso dei vulcani, e dai numerosi canali radiali di erosione, che con profonde e lunghe ferite ne squarciano i fianchi. Tale costituzione corrisponde in tutto e per tutto alla immagine ideale di un vulcano, che si formi per successivo accumularsi di materiale eruttivo, clastico e lavico. In questo vulcano ideale infatti è naturale, che presso al cratere ignivomo si addensino e si accumulino con maggiore spessore i banchi di lava e i maggiori blocchi frammentarî, che diventano poi sempre più scarsi e minuti, a misura che si allontanano dal centro eruttivo, per passare quindi gradualmente ai lapilli e alle ceneri delle falde estreme, dove vengono anche a depositarsi i materiali, che le acque di pioggia trasportano giù dalla parte più alta del cono.— Precisamente così si riscontra nel Vesuvio e nel Vulture, come ho cercato di rappresentare nella qui annessa fig. 2. Nel Vulture la parete interna della caldera è tutta rivestita da magnifico bosco di faggi, che ne lascia solo intravedere, non esattamente riconoscere, la struttura. Pure qua e là, tra le radici dei grandi alberi, si distinguono chiaramente i banchi di brecce, di frammenti di lava arrossati e insieme saldati, che si alternano con le correnti di tefriti e basaniti leucitiche e hauyniche, le une e gli altri attraversati, perpendicolarmente ed obliquamente, da dicchi e filoni delle medesime o di lave basaltiche, spesso con bella struttura colonnare. E scendendo lungo i valloni esterni radiali più profondamente erosi, come quello ad es. di Fontana del lupo, si scorge, come questi banchi di lava, densi e fitti, e i banchi di brecce, grosse e cementate, gradualmente cedono il luogo ai lapilli più minuti e agli strati di ceneri, che insensibilmente passano verso il basso ai tufi, formatisi anche per deposizione dei materiali fini trascinati giù dalle acque. — Ma molto più evidentemente che al Vulture tale struttura si rivela al Vesuvio, nella parte di esso oggi

chiamata montagna di Somma. Quivi la grande sezione dell'Atrio del Cavallo, alta 300 e lunga 6000 metri, e i profondi valloni, che scendono verso Somma e Ottaiano, mettono stupendamente a nudo buona parte della compagine dell'antico vulcano, in modo da mostrarne la mirabile semplicità della costruzione, esclusivamente dovuta al graduale accumularsi di correnti laviche, banchi di brecce e di scorie, letti di lapilli e di pomici: il tutto attraversato da compatti dicchi e filoni, che ne reggono l'impalcatura. Nell'Atrio del Cavallo, a simiglianza di quanto si osserva nella gigantesca Valle del Bove, si vedono le correnti di lave tefritiche e basanitiche a leucite alternarsi regolarmente con i banchi di lapilli e di

Fig. 2.

Scala 1 : 100.000

Sezioni omologhe del Vesuvio e del Vulture

brecce, fuse e cementate come al Vulture, e insieme inclinare quaquaversalmente all'esterno, in modo da formare una serie di successive cappe coniche, più spesse e grossolane di struttura vicino al centro, più sottili e di struttura sempre più fina a misura che si allargano verso la periferia: come si può studiare scendendo lungo i valloni radiali, che mostrano, in qual modo ai banchi di brecce grosse succedono sempre più fitti quelli di pomici, di lapilli e di ceneri, che passano poi gradualmente ai tufi subvulcanici della lussureggiante piana della Campania (v. fig. 2). — Insomma la costituzione e la figura del Vesuvio e del Vulture è solamente ed esclusivamente dovuta all'accumulazione successiva del materiale eruttato da un orifizio vulcanico, il quale materiale si è disposto intorno alla bocca d'eruzione secondo le norme precise, rigorosamente e matematicamente ad esso segnate dalla sua forza di projezione, dalla sua varia struttura fisica e dalla forza di gravità.

Come altre volte ho detto per le montagne sedimentarie, così ora ripeto per questi vulcani: che è la tettonica, che essenzialmente determina l'orografia, a cui la denudazione e l'erosione impartiscono solamente una

cesellatura esteriore, che segue le grandi linee segnate dalla costruzione originaria. Quindi la generale forma conica del Vesuvio e del Vulture, la beante caldera, i coni e i crateri secondarii, rispecchiano nella configurazione esteriore la interna compagine e il modo di costruzione, che con l'alternarsi dei duri dorsi di lava tra i canali di arene e di lapilli e con le squarciature dovute alle esplosioni ha segnato le prime vie agli agenti atmosferici e alle acque correnti, escavatrici del barranco e dei valloni radiali. E anche quando la denudazione e l'erosione avranno quasi del tutto consunto i due edifizii vulcanici, ciò che di essi ancora avanzerà serberà certamente le linee fondamentali della tettonica originaria: come Archibald Geikie ha dimostrato avvenire per gli antichi vulcani delle isole britanniche. E questa influenza della tettonica sulla orografia è tanta, da ridurre spesso a un medesimo tipo montagne, che pure hanno origine e composizione diversissima.— Mi piace a questo proposito ricordare, come, trovandomi nell'agosto del 1898 sulla vetta del Kaiserstein, allo Schneeberg, insieme al mio amico Neumann, questi con mirabile esattezza di visione mi fece notare, che le declivi falde occidentali di quella cresta presentano una straordinaria rassomiglianza con le alte pendici esterne del monte Somma: e infatti là i banchi calcarei del trias superiore, con le testate infrante precipitosamente a oriente, con le facce inclinate verso occidente e coperte appena da scarsa vegetazione erbacea, quantunque di natura diversissima, pure per la sola ragione dell'identica disposizione tettonica, hanno dato alla cima di quella montagna lo stesso aspetto di quello della montagna di Somma.— In quanto poi ai nostri vulcani dirò, che, sia che si percorra la cresta del Vulture o quella della Somma, in ambo le parti le pendici esteriori si rassomigliano in modo straordinario, a causa dei banchi di lava, che inclinano egualmente e in egual modo verso l'esterno. Questa inclinazione di 25°-30°, uniforme e costante, è caratteristica, come dimostrò Lyell nella sua classica memoria *On lavas of mount Etna formed on steep slopes* (Philos. Transactions, part II, vol. CXLVIII, 1858) per tutti i vulcani formatisi per accumulazione.

Ritornando ora su ciò che dicevo al principio di questa Nota, cioè sull'esiguità e superficialità del fenomeno vulcanico, paragonato al corrugamento dell'Appennino, è bene ricordare, che questo concetto, ovvio e naturale, si va giorno per giorno sempre facendo più strada e tende a sostituire l'insostenibile ipotesi della derivazione diretta dei vulcani da un nucleo centrale incandescente e fluido, facendoci ritornare all'idea, che si eran formati gli antichi Greci sull'origine dei fenomeni eruttivi, riportandoli a piccoli e limitati bacini magmatici, giacenti a poca profondità sotto la superficie. Recentemente A. Stübel, prima nella sua grande opera *Ueber die Vulkanberge von Ecuador* (Berlin 1897) e ora nella memoria *Ein Wort über den Sitz der vulkanischen Kräfte in der Gegenwart* (Leipzig 1901) ha portato un valido contributo a sostegno di questa concezione

della superficialità degli attuali fenomeni vulcanici; quantunque la sua geniale teoria della spessa corazza solida della terra, fornita solo ancora alla periferia di residuali bacini magmatici attivi, non ci dia ancora una spiegazione dei certi e sicuri rapporti, rivelatici da Darwin, esistenti tra i fenomeni eruttivi e le aree di sollevamenti orogenici e continentali. A ogni modo, lasciando per ora indiscussa questa parte della teoria, che ci mena in abissi oscuri e misteriosi, credo che, in base ai fatti accertati dalla odierna geologia, non si possa più revocare in dubbio la superficialità delle attuali forze vulcaniche, e mi sento autorizzato a poter ripetere ancora una volta le parole scritte da Kant nel 1785 nel suo lavoro *Ueber die Vulcane im Monde*: che le nostre eruzioni vulcaniche recenti (dal pliocene ad oggi) non hanno certo formato la terra, con la sua regolare costruzione orografica e idraulica, pel decorso dei fiumi, ma solo singoli monti, i quali, in paragone dell'edificio esteriore di tutta la terra ferma e delle sue montagne, sono veramente una piccolezza.

Napoli, Museo geologico dell'Università,
Novembre del 1901.

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Luglio 1901

Latitudine. . 40°52' N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich.
Altitudine. . 149m sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 +				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle nubi			Vento Direzione			Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle ore in mill.
	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Min.	Mass.	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	9h	15h	21h	9h	15h	21h		
1	49.9	48.1	46.9	48.30	25.8	27.1	23.0	20.6	28.5	24.47	15.7	15.6	14.7	15.33	64	59	70	64.3	0	8	5	SW	SSW	SW	0	3	4	—	2.6
2	45.9	46.3	45.8	46.00	24.1	25.5	21.0	21.0	25.8	22.97	14.2	13.0	13.8	13.67	61	54	75	64.3	0	0	0	SW	SSW	WSW	0	1	0	—	3.3
3	43.9	42.8	42.7	43.13	24.5	28.4	23.6	17.9	29.0	23.75	10.9	10.3	16.9	12.70	48	35	78	53.7	0	8	7	SW	S	SW	1	0	2	—	2.5
4	46.0	47.1	47.9	47.00	23.1	25.2	20.8	20.6	25.4	22.47	13.0	9.4	11.6	11.33	62	39	64	55.0	5	6	8	WSW	WSW	W	8	9	0	—	3.8
5	48.1	48.2	49.2	48.50	20.5	23.6	19.8	18.5	24.1	20.72	10.9	12.1	13.2	12.07	61	56	77	64.7	10	4	8	W	SW	W	9	4	0	—	3.6
6	48.7	47.9	49.3	48.63	22.9	26.0	18.7	18.0	26.1	21.42	10.8	13.0	10.0	11.57	53	52	68	57.7	0	2	0	NE	SW	NE	0	6	1	—	2.7
7	49.4	49.8	50.6	49.93	22.9	25.3	21.1	17.0	25.8	21.70	10.0	11.8	9.3	10.37	48	50	50	49.3	0	0	0	ENE	WSW	W	0	8	[illegible]	—	3.7
8	51.9	50.7	50.5	51.03	24.1	26.0	21.2	19.3	26.5	22.77	12.7	12.4	11.1	12.07	57	50	60	55.7	0	0	0	SW	SW	W	1	2	[illegible]	—	3.7
9	49.2	48.2	48.1	48.50	25.2	28.3	21.9	20.1	28.7	23.97	13.0	12.3	12.3	12.53	55	43	64	54.0	0	0	0	NE	SW	W	0	2	0	—	3.2
10	46.1	45.4	44.7	45.40	25.3	27.5	21.9	20.4	28.1	23.92	13.8	12.8	12.5	13.03	58	47	64	56.3	0	0	0	SE	SW	NW	0	7	5	—	3.9
11	45.0	45.4	46.2	45.53	24.7	23.0	20.7	19.3	25.8	22.62	11.7	12.6	10.5	11.60	51	60	53	56.3	2	6	9	ENE	NNE	N	0	1	1	0.5	4.2
12	47.1	47.0	48.4	47.50	23.5	21.7	19.4	17.0	25.8	21.57	10.9	13.4	11.4	11.90	51	70	68	63.0	0	9	7	NE	ENE	N	3	10	1	2.5	3.1
13	48.6	48.6	49.6	48.93	21.9	25.4	21.1	18.2	25.8	21.75	11.7	10.8	13.0	11.83	60	45	70	58.3	0	2	5	N	W	W	1	11	1	—	2.9
14	49.5	49.2	49.6	49.43	24.2	27.3	21.0	19.4	27.8	23.25	15.3	15.1	15.1	15.17	69	50	79	68.0	0	0	0	E	SW	NW	1	3	0	—	2.8
15	49.9	49.6	49.5	49.67	23.5	26.4	22.1	20.8	26.7	23.27	15.4	16.8	16.1	16.10	72	66	82	73.3	10	4	0	SW	SW	SW	[illegible]	3	0	—	2.2
16	49.5	48.6	49.9	49.33	25.0	26.8	20.9	20.3	27.3	23.37	16.9	17.4	12.7	15.67	72	67	69	69.3	7	1	0	SE	SE	NW	0	4	4	—	1.7
17	50.4	50.1	51.3	50.60	23.1	27.8	22.6	20.0	28.0	23.12	12.2	11.9	10.7	11.60	59	42	53	51.3	4	3	0	ENE	NNE	ENE	2	7	2	—	3.0
18	51.0	50.7	50.4	50.70	25.6	28.8	23.4	20.5	29.3	24.70	11.8	13.4	12.7	12.63	49	40	59	51.3	0	4	0	E	WSW	NW	2	11	3	—	5.9
19	50.3	49.7	49.9	49.97	25.9	28.3	21.9	21.4	28.8	24.50	15.0	14.5	16.6	15.37	60	51	85	65.3	0	0	0	SSE	SW	N	0	7	3	—	3.7
20	49.8	48.8	49.2	49.27	25.0	29.0	23.4	21.1	29.4	24.72	16.9	14.3	13.6	14.93	72	48	64	61.3	0	0	0	SE	SW	W	0	9	3	—	3.1
21	49.0	48.5	49.1	48.87	25.2	28.7	23.6	20.9	28.9	24.65	17.3	12.9	13.0	14.40	73	45	60	59.3	0	0	0	SE	WNW	WNW	0	9	0	—	3.0
22	49.0	48.0	47.9	48.30	25.3	28.2	23.0	21.1	28.3	24.42	17.3	18.4	15.7	17.13	72	65	75	70.7	0	0	0	SE	SW	W	0	2	2	—	2.6
23	46.9	46.2	46.1	46.30	25.2	28.0	23.6	20.9	28.1	24.45	15.2	16.5	17.2	16.30	64	59	80	67.7	0	0	0	SE	NE	SW	0	1	3	—	2.1
24	45.2	46.4	46.0	45.87	26.2	26.5	22.9	21.2	28.0	24.57	15.8	19.9	17.3	17.67	63	77	81	74.7	0	8	0	SW	SW	WSW	1	0	5	—	2.7
25	47.3	47.0	47.7	47.33	26.2	29.8	22.8	21.4	29.8	25.05	13.7	12.0	12.3	12.67	55	38	60	51.0	0	0	0	SE	WSW	W	0	7	0	—	2.9
26	48.2	46.7	46.5	47.13	26.1	29.6	23.6	20.6	30.1	25.15	15.4	16.8	15.5	15.90	61	55	72	62.7	0	1	7	E	SW	NE	0	3	1	—	3.7
27	47.9	47.7	48.2	47.93	20.0	29.4	24.2	21.2	29.7	25.27	18.1	13.5	12.8	14.80	73	44	57	58.0	0	0	0	E	SW	W	1	7	2	—	2.8
28	48.7	48.5	48.8	48.67	26.8	32.1	25.8	21.4	32.1	26.52	13.7	12.7	14.3	13.57	53	36	59	49.3	0	0	0	NE	S	SW	0	1	1	—	3.7
29	50.3	51.1	51.7	51.03	28.0	32.1	26.1	23.9	32.7	27.67	13.2	12.2	11.0	12.13	47	34	41	41.7	0	0	0	N	SW	W	0	8	5	—	4.9
30	51.6	51.4	51.4	51.47	29.5	35.2	28.7	24.5	35.4	29.52	13.6	16.8	16.3	15.57	41	40	56	46.7	0	0	0	NE	SE	SW	0	0	0	—	7.2
31	50.3	49.4	49.4	49.70	30.8	35.5	27.5	25.4	36.8	30.12	16.5	15.7	14.1	15.43	50	37	52	46.3	0	0	0	NE	SW	NNE	0	4	0	—	5.2
Medie	48.51	48.16	48.47	48.39	25.04	27.82	22.64	20.47	28.47	24.15	13.96	13.88	13.49	13.78	59.4	50.5	66.3	58.73	1.2	2.1	1.8							somma 3.0	somma 106.4

della superficialità degli attuali fenomeni vulcanici; quantunque la sua geniale teoria della spessa corazza solida della terra, fornita solo ancora alla periferia di residuali bacini magmatici attivi, non ci dia ancora una spiegazione dei certi e sicuri rapporti, rivelatici da Darwin, esistenti tra i fenomeni eruttivi e le aree di sollevamenti orogenici e continentali. A ogni modo, lasciando per ora indiscussa questa parte della teoria, che ci mena in abissi oscuri e misteriosi, credo che, in base ai fatti accertati dalla odierna geologia, non si possa più revocare in dubbio la superficialità delle attuali forze vulcaniche, e mi sento autorizzato a poter ripetere ancora una volta le parole scritte da Kant nel 1785 nel suo lavoro *Ueber die Vulcane im Monde*: che le nostre eruzioni vulcaniche recenti (dal pliocene ad oggi) non hanno certo formato la terra, con la sua regolare costruzione orografica e idraulica, pel decorso dei fiumi, ma solo singoli monti, i quali, in paragone dell'edificio esteriore di tutta la terra ferma e delle sue montagne, sono veramente una piccolezza.

Napoli, Museo geologico dell'Università,
Novembre del 1901.

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Luglio 1901

Latitudine . . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich.
Altitudine . . 149^m sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 +				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle nubi			Vento – Direzione			Vento – Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle ore in mill.
	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Min.	Mass.	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	9h	15h	21h	9h	15h	21h		
1	49.9	48.1	46.9	48.30	25.8	27.1	23.0	20.6	28.5	24.47	15.7	15.6	14.7	15.33	64	59	70	64.3	0	8	5	SW	SSW	SW	0	3	4	—	2.6
2	45.9	46.3	45.8	46.00	24.1	25.5	21.0	21.0	25.8	22.97	14.2	13.0	13.8	13.67	61	54	75	63.3	0	0	0	SW	SSW	WSW	0	1	0	—	3.3
3	43.9	42.8	42.7	43.13	24.5	28.4	23.6	17.9	29.0	23.75	10.9	10.3	10.9	12.70	48	35	78	53.7	0	8	7	SW	S	SW	1	0	2	—	2.5
4	46.0	47.1	47.9	47.00	23.1	25.2	20.8	20.6	25.4	22.47	13.0	9.4	11.6	11.33	62	39	64	55.0	5	6	8	WSW	WSW	W	8	9	0	—	3.8
5	48.1	48.2	49.2	48.50	20.5	23.0	19.8	18.5	24.1	20.72	10.9	12.1	13.2	12.07	61	56	77	64.7	10	4	8	W	SW	W	9	4	0	—	3.6
6	48.7	47.9	49.3	48.63	22.9	26.0	18.7	18.0	26.1	21.42	10.8	13.0	10.0	11.57	53	52	68	57.7	0	2	0	NE	SW	NE	0	6	1	—	2.7
7	49.4	49.8	50.6	49.93	22.9	25.3	21.1	17.0	25.8	21.70	10.0	11.8	9.3	10.37	48	50	50	49.3	0	0	0	ENE	WSW	W	0	8	[illegible]	—	3.7
8	51.9	50.7	50.5	51.03	24.1	26.0	21.2	19.3	26.5	22.77	12.7	12.4	11.1	12.07	57	50	60	55.7	0	0	0	SW	SW	W	1	2	[illegible]	—	3.7
9	49.2	48.2	48.1	48.50	25.2	28.3	21.9	20.1	28.7	23.97	13.0	12.3	12.3	12.53	55	43	64	54.0	0	0	0	NE	SW	W	0	2	0	—	3.2
10	46.1	45.4	44.7	45.40	25.3	27.5	21.9	20.4	28.1	23.92	13.8	12.8	12.5	13.03	58	47	64	56.3	0	0	0	SE	SW	NW	0	7	5	—	3.9
11	45.0	45.4	46.2	45.53	24.7	23.0	20.7	19.3	25.8	22.62	11.7	12.6	10.5	11.60	51	60	58	56.3	2	6	9	ENE	NNE	N	0	4	1	0.5	4.2
12	47.1	47.0	48.4	47.50	23.5	21.7	19.4	17.6	25.8	21.57	10.9	13.4	11.4	11.90	51	70	68	63.0	0	9	7	NE	ENE	N	3	10	1	2.5	3.1
13	48.6	48.6	49.6	48.93	21.9	25.4	21.1	18.2	25.8	21.75	11.7	10.8	13.0	11.83	60	45	70	58.3	0	2	5	N	W	W	1	11	1	—	2.9
14	49.5	49.2	49.6	49.43	24.2	27.3	21.0	19.4	27.8	23.25	15.3	15.1	15.1	15.17	69	56	79	68.0	0	0	0	E	SW	NW	1	3	0	—	2.8
15	49.9	49.6	49.5	49.67	23.5	26.4	22.1	20.8	26.7	23.27	15.4	16.8	16.1	16.10	72	66	82	73.3	10	4	0	SW	SW	SW	[illegible]	3	0	—	2.2
16	49.5	48.6	49.9	49.33	25.0	26.8	20.9	20.3	27.3	23.37	16.9	17.4	12.7	15.67	72	67	69	69.3	7	1	0	SE	SE	NW	0	4	4	—	1.7
17	50.4	50.1	51.3	50.60	23.1	27.8	22.6	20.0	28.0	23.12	12.2	11.9	10.7	11.60	59	42	53	51.3	4	3	0	ENE	NNE	ENE	2	7	2	—	3.0
18	51.0	50.7	50.4	50.70	25.6	28.8	23.4	20.5	29.3	24.70	11.8	13.4	12.7	12.63	49	46	59	51.3	0	4	0	E	WSW	NW	2	11	3	—	5.9
19	50.3	49.7	49.9	49.97	25.9	28.3	21.9	21.4	28.8	24.50	15.0	14.5	16.6	15.37	60	51	85	65.3	0	0	0	SSE	SW	N	0	7	3	—	3.7
20	49.8	48.8	49.2	49.27	25.0	29.0	23.4	21.1	29.4	24.72	10.9	14.3	13.6	14.93	72	48	64	61.3	0	0	0	SE	SW	W	0	9	3	—	3.1
21	49.0	48.5	49.1	48.87	25.2	28.7	23.6	20.9	28.9	24.65	17.3	12.9	13.0	14.40	73	45	60	59.3	0	0	0	SE	WNW	WNW	0	9	0	—	3.0
22	49.0	48.0	47.9	48.30	25.3	28.2	23.0	21.1	28.3	24.42	17.3	18.4	15.7	17.13	72	65	75	70.7	0	0	0	SE	SW	W	0	2	2	—	2.6
23	46.9	46.2	46.1	46.30	25.2	28.0	23.6	20.9	28.1	24.45	15.2	16.5	17.2	16.30	64	59	80	67.7	0	0	0	SE	NE	SW	0	1	3	—	2.1
24	45.2	46.4	46.0	45.87	26.2	26.5	22.9	21.2	28.0	24.57	15.8	19.9	17.3	17.67	63	77	81	74.7	0	8	0	SW	SW	WSW	1	0	5	—	2.7
25	47.3	47.0	47.7	47.33	26.2	29.8	22.8	21.4	29.8	25.05	13.7	12.0	12.3	12.67	55	38	60	51.0	0	0	0	SE	WSW	W	0	7	0	—	2.9
26	48.2	46.7	46.5	47.13	26.1	29.6	23.6	20.6	30.1	25.15	15.4	16.8	15.5	15.90	61	55	72	62.7	0	1	7	E	SW	NE	0	3	1	—	3.7
27	47.9	47.7	48.2	47.93	26.0	29.4	24.2	21.2	29.7	25.27	18.1	13.5	12.8	14.80	73	44	57	58.0	0	0	0	E	SW	W	1	7	2	—	2.8
28	48.7	48.5	48.8	48.67	26.8	32.1	25.8	21.4	32.1	26.52	13.7	12.7	14.3	13.57	53	36	59	49.3	0	0	0	NE	S	SW	0	1	1	—	3.7
29	50.3	51.1	51.7	51.03	28.0	32.1	26.1	23.9	32.7	27.67	13.2	12.2	11.0	12.13	47	34	41	41.7	0	0	0	N	SW	W	0	8	5	—	4.9
30	51.6	51.4	51.4	51.47	29.5	35.2	28.7	24.5	35.4	29.52	13.6	16.8	16.3	15.57	41	40	56	46.7	0	0	0	NE	SE	SW	0	0	0	—	7.2
31	50.3	49.4	49.4	49.70	30.8	35.5	27.5	25.4	36.8	30.12	16.5	15.7	14.1	15.43	50	37	52	46.3	0	0	0	NE	SW	NNE	0	4	0	—	5.2
Medi mens.	48.51	48.16	48.47	48.39	25.04	27.82	22.64	20.47	28.47	24.15	13.96	13.88	13.49	13.78	59.4	50.5	66.3	58.73	1.2	2.1	1.8							somma 3.0	somma 106.4

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Agosto 1901

Latitudine . . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich.
Altitudine . . 149m sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 +				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle nubi			Vento Direzione			Vento Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Min.	Mass.	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	9h	15h	21h	9h	15h	21h		
1	48.6	47.9	47.7	48.07	28.0	32.3	25.3	23.9	**32.5**	27.42	18.2	15.7	15.0	16.30	65	41	63	57.3	0	0	0	W	SW	W	0	4	4	—	4.9
2	47.6	47.4	47.2	17.40	24.7	26.7	22.4	22.4	27.4	24.22	14.5	15.0	15.1	14.87	63	58	75	65.3	3	6	0	WSW	SW	SW	10	11	2	—	4.2
3	46.0	45.8	46.6	46.13	25.6	27.7	24.4	21.0	28.1	24.77	12.1	14.7	11.8	12.87	50	54	52	52.0	4	0	6	N	SW	WNW	0	5	0	—	3.6
4	47.8	46.8	47.4	47.33	27.1	29.5	24.2	22.2	30.1	25.90	13.4	15.4	15.8	14.87	50	50	71	57.0	0	1	0	NE	SW	W	1	9	2	—	4.0
5	46.9	45.8	46.5	46.40	25.5	27.3	20.3	19.5	27.7	23.25	17.9	16.9	12.2	15.67	74	63	69	68.7	10	8	0	NNE	SW	N	0	2	0	1.4	3.8
6	45.9	44.7	45.2	45.27	24.7	27.5	22.1	19.2	28.1	23.52	16.6	16.4	14.9	15.97	72	61	76	69.7	7	0	0	E	SW	WSW	0	7	0	—	2.2
7	**43.5**	**43.5**	45.0	44.00	23.7	26.5	21.9	20.7	27.0	23.32	15.1	14.4	15.4	14.97	70	57	79	68.7	6	2	8	SW	SW	W	2	10	3	—	2.7
8	47.5	47.8	49.6	48.30	24.4	27.5	22.6	20.1	27.7	23.70	10.5	11.6	9.4	10.50	47	42	46	45.0	0	0	0	NE	ENE	NE	7	6	2	—	4.1
9	50.0	49.1	49.8	49.63	24.7	27.4	21.9	19.5	27.5	23.40	11.1	11.9	11.0	11.33	48	43	50	49.0	0	0	0	NE	E	NE	6	3	0	—	8.1
10	49.6	48.6	49.2	49.13	24.7	27.8	22.4	19.8	29.8	24.17	14.0	14.3	14.1	14.13	61	52	70	61.0	0	0	0	NE	SW	WNW	1	6	0	—	5.6
11	49.6	48.6	48.3	48.83	25.9	28.7	23.3	20.6	29.0	24.70	12.4	15.9	15.7	14.67	50	55	74	59.7	0	0	0	E	SW	S	0	7	6	—	4.5
12	47.6	46.6	47.2	47.13	25.2	28.5	23.2	20.9	29.1	24.60	17.3	16.0	16.8	16.70	73	50	80	69.7	0	6	0	SSE	SW	W	0	5	6	—	3.0
13	47.1	46.8	47.9	47.27	24.9	27.9	22.1	20.2	28.4	23.90	16.4	15.5	15.9	15.93	70	56	81	69.0	5	1	0	E	SW	W	0	11	1	—	3.1
14	48.5	47.6	48.4	18.17	24.6	27.5	21.7	20.2	28.2	23.67	16.1	14.7	15.7	15.50	70	54	81	68.3	1	1	0	NE	SW	W	0	6	1	—	2.7
15	48.1	47.1	47.3	47.50	25.3	28.2	22.6	20.0	29.0	24.22	14.1	15.1	15.8	15.00	59	54	77	63.3	0	4	0	N	SW	SW	0	6	2	—	2.8
16	45.9	44.7	43.6	44.73	24.4	24.8	19.6	19.6	25.2	22.20	15.4	12.8	13.3	13.83	68	55	79	67.3	6	6	0	SW	SW	NE	3	14	1	0.8	3.1
17	45.2	45.8	47.7	46.23	23.0	25.8	21.3	**17.4**	26.7	22.10	12.6	14.7	12.4	13.23	60	60	66	62.0	4	5	0	E	W	ENE	2	5	0	—	3.7
18	48.4	47.8	49.	48.13	24.2	26.5	22.2	19.9	27.6	23.47	13.2	15.6	12.8	13.87	59	61	64	61.3	4	9	0	NE	S	ENE	0	0	0	9.5	3.4
19	49.8	49.0	50.0	19.60	25.8	28.5	21.7	20.1	29.2	24.20	14.3	14.9	13.7	14.30	59	52	71	60.7	0	2	0	NE	W	N	1	5	1	—	3.6
20	50.2	49.7	50.5	50.13	24.4	29.0	22.9	20.9	29.0	24.30	13.4	13.8	13.8	13.67	59	56	60	60.3	0	1	0	N	SW	W	0	4	1	—	3.5
21	50.7	49.7	50.4	50.27	25.1	28.0	23.0	20.6	30.0	24.42	17.2	17.4	15.3	16.63	73	62	74	69.7	0	0	3	W	SW	W	0	3	0	—	2.8
22	51.0	51.0	51.5	51.17	24.6	25.7	19.8	18.0	28.3	22.67	17.5	13.1	14.1	14.90	77	53	82	70.7	0	9	0	S	WNW	NW	0	8	2	17.3	2.2
23	53.2	53.0	53.1	53.10	23.2	26.5	22.6	19.6	26.5	22.97	**9.0**	9.1	13.2	10.43	42	**36**	65	47.7	0	0	0	NE	E	W	3	0	5	—	2.8
24	52.7	51.6	51.6	51.97	23.9	26.7	22.2	19.4	27.0	23.12	12.7	15.7	16.9	15.10	58	61	85	68.0	0	0	0	E	SW	W	0	4	0	—	5.0
25	50.3	49.3	49.7	49.77	23.6	26.9	22.0	20.8	27.2	23.55	17.9	17.0	16.6	17.17	83	65	82	76.7	8	0	0	W	SW	E	0	6	1	—	1.9
26	49.6	48.3	47.6	48.50	23.7	23.4	23.7	21.1	26.0	23.62	17.7	19.4	**20.6**	19.23	81	90	**95**	88.7	9	10	8	NW	S	W	0	1	3	0.4	1.7
27	47.9	48.9	49.7	48.83	24.5	24.7	22.2	22.2	25.9	23.70	14.1	12.8	12.6	13.17	62	56	64	60.7	4	8	6	SW	SW	SW	9	12	1	—	1.9
28	50.0	49.3	50.7	50.00	21.8	23.2	19.6	18.7	23.5	20.90	11.2	12.3	12.4	11.97	58	59	73	63.3	5	3	0	SW	SW	W	1	8	0	0.2	4.1
29	48.9	47.0	50.5	49.47	23.0	24.8	20.1	19.2	25.5	21.95	13.2	13.8	12.2	13.07	64	59	70	64.3	0	1	0	W	WSW	S	5	11	0	0.3	2.7
30	51.8	52.0	52.6	52.13	23.2	27.2	20.9	18.6	27.3	22.50	11.2	11.6	13.9	12.23	53	43	76	57.3	10	1	2	NE	S	NW	0	0	2	—	3.4
31	**53.3**	51.9	51.8	52.33	23.9	27.2	21.6	19.0	27.5	23.00	11.0	10.7	11.6	11.10	50	40	61	50.3	10	0	3	NE	W	W	0	1	0	—	4.4
Medi mens	48.81	48.23	48.82	48.62	24.56	27.09	22.14	20.17	27.77	23.66	14.24	14.46	14.19	14.30	62.2	55.1	71.7	63.0	2.5	2.5	1.2							somma 27.9	somma 109.5

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Settembre 1901

Latitudine . . 40°52' N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich.
Altitudine . . 149m sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 +				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle nubi			Vento Direzione			Vento Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Min.	Mass.	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	9h	15h	21h	9h	15h	21h		
1	51.3	50.3	49.9	50.50	23.4	26.7	20.5	18.6	26.7	22.30	14.8	12.3	15.3	14.13	70	47	85	67.3	0	0	0	SSE	WSW	W	0	3	0	—	3.1
2	49.3	48.3	48.5	48.70	24.2	26.1	21.3	19.7	26.5	22.92	16.2	15.7	14.8	15.57	72	63	78	71.0	7	0	0	SE	SW	W	0	1	0	—	2.5
3	48.3	47.9	47.2	47.80	23.4	27.6	22.3	19.7	28.1	23.37	15.8	16.2	14.6	15.53	74	59	73	68.7	0	0	0	ENE	SW	S	0	0	0	—	1.9
4	44.8	43.9	43.8	44.17	24.1	25.6	23.1	20.4	25.9	23.37	11.5	19.1	19.3	16.63	51	79	92	74.0	10	9	8	SW	NW	E	1	2	0	0.5	2.3
5	42.5	42.4	43.6	42.83	21.5	24.5	21.2	17.5	24.8	21.20	14.8	14.3	14.8	14.63	78	63	79	73.3	0	2	9	NNE	SW	SW	0	5	0	5.5	1.9
6	44.9	46.0	47.9	46.27	22.5	24.5	20.7	19.0	24.5	21.67	15.7	15.0	14.8	15.17	77	66	82	75.0	7	7	0	WNW	WSW	SW	0	6	0	1.4	2.1
7	49.5	50.0	50.1	49.97	23.0	25.4	21.4	19.1	25.9	22.37	15.8	16.1	14.7	15.53	76	67	78	73.7	4	1	0	S	SW	SW	0	1	0	—	1.9
8	50.9	50.0	50.6	50.50	23.6	28.0	21.7	19.6	28.2	23.27	14.5	11.6	9.6	11.90	67	42	50	53.0	3	0	0	N	NNE	NW	0	0	0	—	1.8
9	50.6	50.0	50.0	50.30	24.6	27.2	22.0	20.8	27.3	23.67	13.2	13.8	17.4	14.80	57	51	88	65.3	0	0	0	NW	SW	W	0	2	0	—	3.6
10	50.1	50.2	49.3	49.87	24.0	26.3	21.7	20.0	26.8	23.12	14.9	17.6	17.4	16.63	67	69	90	75.3	0	4	0	SW	SSW	WSW	0	0	0	—	2.4
11	49.4	48.3	47.1	48.27	24.2	27.4	21.9	19.7	27.4	23.30	16.2	15.1	16.2	15.83	72	56	83	70.3	0	3	0	NE	SW	S	0	0	0	—	1.6
12	45.4	44.1	43.7	44.40	25.1	25.2	23.6	21.0	26.7	24.10	17.0	13.8	18.1	17.97	72	79	84	78.3	9	9	10	E	SW	S	0	2	0	—	2.2
13	40.7	38.7	39.9	39.77	18.9	18.3	17.9	17.6	23.8	19.55	14.7	14.4	11.9	13.67	90	92	78	86.7	10	10	0	N	NW	SW	0	0	0	15.0	1.9
14	41.5	42.4	43.9	42.60	19.0	21.4	17.0	17.2	22.0	19.02	12.4	11.0	13.0	12.13	76	59	85	73.3	10	6	4	WSW	W	WSW	11	20	3	8.0	1.2
15	45.7	45.8	45.4	45.63	20.6	22.6	19.6	17.3	22.8	20.07	10.3	11.1	12.4	11.27	57	55	73	61.7	10	5	3	SW	W	SE	1	4	1	0.3	2.7
16	45.5	47.6	49.3	47.47	20.4	20.8	17.5	15.9	21.7	18.87	13.0	10.8	10.9	11.57	73	59	73	68.3	0	8	0	WSW	WSW	W	6	12	2	10.2	2.5
17	50.7	50.2	51.1	50.67	20.8	22.5	18.0	16.4	22.9	19.52	12.4	10.6	11.0	11.33	68	52	72	64.0	0	2	0	E	W	W	0	9	0	—	2.5
18	51.5	50.4	51.1	51.00	19.7	23.0	19.0	16.1	23.5	19.57	12.0	11.2	12.7	11.97	70	54	78	67.3	0	1	0	E	NW	W	0	0	2	—	1.9
19	50.4	49.5	49.5	49.80	22.2	17.8	16.3	15.7	23.7	19.47	14.7	12.4	11.3	12.80	74	82	82	79.3	4	10	0	ESE	N	N	2	12	1	12.6	1.5
20	49.6	48.0	48.6	48.73	19.5	24.2	19.9	15.9	24.2	19.87	11.4	11.7	12.3	11.80	68	52	72	64.0	0	0	0	N	ENE	NE	2	2	0	—	1.5
21	48.2	47.1	46.4	47.23	21.5	23.8	20.0	17.0	24.1	20.6	11.7	14.1	14.5	13.43	62	61	83	68.7	0	0	2	S	SSW	SW	0	1	1	—	2.6
22	46.3	44.9	46.2	45.80	17.8	20.5	19.9	17.3	22.3	19.45	14.7	16.4	15.8	15.63	97	92	92	93.7	10	10	10	E	WSW	SW	5	3	1	26.3	1.7
23	48.3	47.7	47.9	47.97	21.5	24.8	20.0	18.1	25.0	21.15	15.0	10.0	12.6	12.53	70	53	72	64.7	1	0	0	E	ENE	NE	0	0	3	—	0.4
24	47.4	46.2	45.5	46.37	22.7	24.4	19.4	18.8	24.7	21.40	13.1	15.2	15.6	14.63	64	67	93	74.7	4	0	10	E	E	SE	0	1	2	15.2	3.0
25	46.7	46.4	47.9	47.00	19.2	21.2	17.5	15.9	21.9	18.62	13.5	12.0	11.6	12.37	82	65	68	71.7	4	0	0	S	W	SW	0	13	0	10.3	1.5
26	47.2	47.2	48.5	47.63	16.4	21.2	16.7	15.2	21.2	17.37	12.5	11.9	12.0	12.13	67	60	84	70.3	10	2	0	NE	ENE	E	7	1	0	4.1	1.7
27	49.7	49.5	51.0	50.07	19.5	22.4	17.7	15.4	22.4	18.75	10.1	10.7	11.3	10.70	60	53	75	62.7	0	1	0	NE	SW	N	0	2	1	—	1.5
28	52.2	51.9	53.3	52.47	18.9	23.4	17.6	16.4	23.7	19.15	10.9	11.9	10.5	11.10	67	56	70	64.3	0	3	1	NNE	SW	NNE	2	2	4	—	2.2
20	55.0	55.2	56.1	55.43	18.7	23.4	19.2	17.2	23.5	19.65	11.5	11.7	12.0	11.73	71	55	73	66.3	4	0	0	NNE	E	NE	2	0	2	—	2.1
30	57.8	56.2	56.3	56.70	20.9	24.2	20.3	18.3	24.1	20.97	10.0	10.2	11.2	10.47	51	16	63	43.3	0	4	0	NE	ENE	W	0	0	2	—	2.3
Medi mens	48.37	47.88	48.33	48.20	21.39	23.81	19.86	17.91	24.55	20.93	13.48	13.13	13.65	13.52	70.4	61.6	78.3	70.1	3.6	3.2	1.9							somma 109.4	somma 62.0

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Ottobre 1901

Latitudine. . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich.
Altitudine. . 149ᵐ sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 +				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle nubi			Vento Direzione			Vento Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
	9ʰ	15ʰ	21ʰ	Medio diurno	9ʰ	15ʰ	21ʰ	Min.	Mass.	Medio diurno	9ʰ	15ʰ	21ʰ	Medio diurno	9ʰ	15ʰ	21ʰ	Medio diurno	9ʰ	15ʰ	21ʰ	9ʰ	15ʰ	21ʰ	9ʰ	15ʰ	21ʰ		
1	**55.6**	53.5	53.5	54.20	20.2	23.8	19.2	17.3	**23.9**	20.15	10.9	12.9	12.9	12.23	62	61	78	66.7	4	0	0	NE	SW	NW	0	0	2	—	2.4
2	51.6	50.3	51.1	51.00	20.7	22.8	18.7	17.2	23.2	19.95	11.0	13.2	11.9	12.03	61	61	71	66.3	0	0	0	NE	WSW	NE	0	5	1	—	2.3
3	51.7	51.3	52.2	51.73	20.0	23.7	18.9	16.7	23.8	20.00	11.0	12.2	13.7	12.30	61	58	84	67.7	0	2	0	NE	ESE	NW	0	1	2	—	2.3
4	52.2	51.2	50.6	51.33	21.2	21.7	20.2	17.5	23.6	20.62	11.8	15.5	15.1	15.13	79	80	86	81.7	0	8	9	E	SW	SE	1	7	0	—	1.5
5	50.5	49.0	49.9	49.80	20.8	21.6	19.7	18.0	22.7	20.30	14.4	15.1	14.0	14.50	79	79	82	80.0	10	7	2	S	S	SE	1	4	0	4.5	1.3
6	48.3	46.9	46.0	47.07	21.2	21.2	20.1	18.0	22.8	20.52	15.8	15.3	**16.0**	15.70	85	82	92	86.3	10	9	10	SE	SW	W	0	2	7	8.9	1.0
7	40.9	39.9	40.6	40.47	21.4	21.5	19.5	19.5	22.1	20.62	14.2	11.7	10.1	12.00	75	62	60	65.7	4	3	8	SW	WSW	SW	24	31	19	0.4	1.5
8	43.2	43.9	46.0	44.37	18.1	18.6	16.2	16.2	19.6	17.57	9.5	10.1	9.0	9.53	62	63	65	63.3	10	7	7	SW	W	SW	10	15	0	—	4.3
9	49.3	48.0	46.0	47.77	17.2	19.0	17.8	13.2	19.6	16.95	9.4	11.1	11.3	10.60	64	68	74	68.7	0	6	10	S	W	SW	1	7	10	0.3	2.4
10	42.6	43.4	46.9	44.30	18.3	20.5	14.6	14.6	20.7	17.05	12.1	6.2	**5.8**	8.03	78	**35**	48	53.7	1	4	0	N	E	NE	2	5	2	3.3	1.8
11	49.2	48.1	48.9	48.73	15.2	18.2	14.1	**12.1**	18.5	14.97	6.4	6.3	6.2	6.30	50	41	52	47.7	0	0	0	ENE	NE	E	2	1	0	—	3.3
12	49.2	48.5	48.9	48.87	15.2	17.8	15.0	**12.1**	18.9	15.30	6.7	9.3	8.9	8.30	52	61	70	61.0	0	4	0	NE	SW	SW	0	6	0	—	3.0
13	49.6	48.3	47.4	48.43	16.3	20.1	15.7	13.3	20.5	16.45	9.4	9.3	9.0	9.23	68	53	67	62.7	0	7	0	NNE	E	N	0	0	5	—	1.7
14	46.3	45.6	46.0	45.97	15.5	15.2	14.0	14.0	16.0	14.87	10.9	11.9	10.8	11.20	83	92	92	89.0	10	10	10	NE	N	NW	3	5	6	13.1	1.9
15	47.6	47.8	47.5	47.63	16.9	20.0	16.1	14.0	20.4	16.85	11.7	12.9	11.9	12.17	82	74	87	81.0	2	4	3	E	SE	SE	2	0	1	—	0.6
16	40.5	41.9	45.0	42.47	16.5	18.8	17.1	14.7	20.6	17.22	13.4	13.8	12.9	13.37	**96**	85	89	90.0	10	4	9	E	SW	SW	2	13	13	18.9	1.0
17	49.0	49.2	48.0	48.73	17.5	19.4	18.1	15.6	20.0	17.80	12.2	12.6	11.1	12.07	82	75	74	77.0	7	10	10	N	SSE	E	0	0	0	0.5	1.2
18	44.4	42.6	42.9	43.30	17.4	17.9	15.6	16.2	19.6	17.20	13.1	12.8	12.6	12.83	89	81	**96**	87.7	10	10	10	SW	SW	SW	10	11	19	15.5	1.1
19	48.3	49.2	50.7	49.40	17.3	20.0	16.2	16.0	20.2	17.42	11.7	12.6	12.2	12.17	80	72	89	80.3	0	3	10	W	SW	SW	11	5	0	10.4	1.2
20	50.2	49.7	49.4	49.77	17.9	19.5	16.7	15.1	20.5	17.50	13.0	13.2	12.5	12.90	85	71	89	81.3	7	5	0	SSE	SSE	SW	0	0	0	6.7	1.0
21	47.4	45.6	42.3	45.10	17.5	19.2	17.3	15.2	20.4	17.35	10.8	11.1	10.0	10.63	72	67	68	69.0	2	10	10	NW	NE	ENE	0	1	2	—	0.0
22	43.0	45.9	48.7	45.87	17.2	17.0	15.0	14.9	18.5	16.40	10.4	10.5	10.8	10.57	71	73	85	76.3	4	4	5	SW	SW	SE	9	5	0	25.8	1.5
23	51.4	50.3	51.0	50.90	17.2	19.6	10.7	14.5	19.8	7.05	10.2	9.8	8.3	9.43	70	57	58	61.7	0	0	0	SE	NE	NW	0	0	0	—	1.4
24	51.9	50.8	49.5	50.73	16.3	19.1	5.1	13.4	19.2	16.00	11.2	10.3	9.4	10.30	81	63	73	72.3	0	8	0	NE	NE	N	0	0	0	2.1	1.7
25	45.7	44.8	46.2	45.57	15.8	15.0	14.4	13.2	16.0	14.85	9.7	9.7	8.5	9.30	73	76	70	73.0	8	10	9	ENE	NE	NNW	0	0	0	0.5	2.0
26	45.7	45.9	48.3	46.63	13.3	16.0	14.0	12.8	16.7	14.20	9.3	9.7	10.8	9.93	82	72	92	82.0	10	9	9	N	E	ESE	0	0	0	0.2	1.3
27	52.2	52.7	53.7	52.87	15.8	18.6	15.3	13.2	18.8	15.77	10.8	10.6	9.4	10.27	81	67	72	73.3	5	5	0	E	SW	NE	0	0	0	—	0.7
28	53.2	53.2	51.7	52.70	16.4	12.8	15.0	12.5	18.4	15.57	9.4	9.6	9.7	9.57	68	88	76	77.3	8	10	10	NE	NW	N	0	11	1	16.4	1.7
29	48.8	45.4	43.8	46.00	16.2	20.0	16.2	13.3	20.2	16.47	10.3	11.8	12.8	11.63	75	65	94	79.0	9	2	1	N	NNE	SE	1	0	0	17.9	1.1
30	40.8	**39.4**	40.3	40.17	17.4	18.2	14.2	14.0	19.2	16.20	12.8	13.8	10.7	12.43	87	89	90	85.7	10	10	4	E	SW	SW	0	0	1	23.2	1.4
31	43.3	44.0	45.7	41.33	16.1	18.0	15.0	13.0	18.5	15.65	11.6	11.6	12.0	11.73	85	75	94	81.7	0	5	6	E	SSW	SSW	0	1	0	4.4	0.6
Medi mens	47.86	47.30	47.70	47.62	17.57	19.19	16.51	14.88	20.06	17.25	11.23	11.50	10.[illegible]	11.21	74.8	69.7	78.1	74.2	4.5	5.7	5.2							somma 173.3	somma 51.1

CATALOGO

DELLE PUBBLICAZIONI PERVENUTE ALL'ACCADEMIA

dal 14 Luglio al 16 Novembre 1901

PUBBLICAZIONI ITALIANE

Catania — *Società degli spettroscopisti italiani* — Memorie, vol. XXX, disp. 7ª-11ª — 1901.

Accademia Gioenia di scienze naturali—Bollettino, fasc. LXIX e LXX— 1901.

Firenze — *Rivista scientifico-industriale* — Anno XXXIII, n. 12-18 — 1901.

Biblioteca nazionale centrale — Bollettino delle pubblicazioni italiane, n. 7-10 — 1901.

Unione zoologica italiana —Rendiconto della seconda assemblea ordinaria e del convegno in Napoli — 1901.

Opere di Galileo Galilei. — Vol. XI — 1901.

Genova — *Rivista ligure di scienze lettere ed arti* — Anno XXIII, fasc. III e IV — 1901.

Jesi — *Giornale di agricoltura* — Anno LXIII, n. 6-9 — 1901.

Livorno — *Periodico di matematica per l'insegnamento secondario* — Anno XVII, fasc. I e II; *Supplemento al Periodico di matematica* — Anno IV, fasc. IX — 1901.

Milano — *R. Istituto lombardo di scienze e lettere* — Memorie, vol. XIX, fasc. IV; Rendiconti, serie II, vol. XXXIV, fasc. XIII-XVI — 1901.

Società italiana di sc. nat. e del Museo civico di storia nat. — Memorie, vol. VI, fasc. III; Atti, vol. XL, fasc. 2 e 3 — 1901.

Modena — *Le Stazioni sperimentali agrarie italiane.* — Vol. XXXIV, fasc. V a VIII — 1901.

R. Osservatorio del Collegio Romano — Memorie, serie III, vol. II—1899.

Napoli — *Annali di nevrologia* — Anno XIX, fasc. III-IV — 1901.

Rivista internazionale d'igiene e di organo-opoterapia — Anno XII, n. 6 a 9 — 1901.

Padova — *R. Accademia di scienze lettere ed arti* — Indice generale dall'anno 1779 a tutto l'anno accademico 1900 — 1901.

Palermo — *Società siciliana d'igiene* — Bollettino, anno IV, fasc. II — 1901.

Collegio degli ingegneri ed architetti—Bollettino, anno I, n. 3-5—1901.

Pavia — *Rivista di fisica, matematica e scienze naturali* — Anno 2, n. 19 a 22 — 1901.

Portici — *La r. Scuola superiore di agricoltura in Portici* — 1901. *Annali*, serie II, vol. II, fasc. III — 1900; *Bollettino*, serie II, n. 2 — 1901.

Roma — *R. Accademia dei Lincei* — Memorie, serie V, vol. III; Rendiconto dell' adunanza solenne del 2 Giugno 1901; Rendiconti, vol. X, fasc. 1-8 (2° sem.) — 1901.

Accademia pontificia dei nuovi Lincei — Atti, anno LIV, sessione 4ª a 7ª — 1901.

R. Comitato geologico d'Italia — Bollettino, n. 1-2 — 1901.

Società degli ingegneri ed architetti italiani — Annali, anno XVI, fasc. III — 1901.

Giornale medico del r. Esercito — Anno XLIX, n. 6-10 — 1901.

L'Elettricista — Anno X, n. 8-11 — 1901.

R. Osservatorio del Collegio Romano — Memorie, serie III, vol. 1 — 1901.

Salerno — *Il Picentino* — Anno XLIII, fasc. 7-10 — 1901.

Siena — *R. Accademia dei Fisiocritici* — Atti, serie IV, vol. XIII, n. 4-6 — 1901.

Torino — *R. Accademia delle scienze* — Atti, vol. XXXVI, disp. 11ª-15ª — 1900-1901.

Osservatorio centrale del r. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri — Bollettino, serie II, vol. XX, n. 11-12 — 1901.

Società meteorologica italiana — Bollettino, serie II, vol. XXI, n. 1-4 — 1901.

La rivista tecnica delle scienze, delle arti applicate all'industria e dell'insegnamento industriale — Anno I, fasc. 8-10 — 1901.

Venezia — *R. Istituto veneto di scienze, lettere ed arti* — Atti, tomo LX, disp. 6-9; Concorsi a premio (1901); Memorie, vol. XXVI, n. 6-7 — 1901.

PUBBLICAZIONI STRANIERE

Amsterdam — *K. Akademie van Wetenschappen* — Verhandelingen, 1° Sectie, Dl. VII, n. 6, 7 (1900-1901), 2° Sectie, Dl. VII, n. 4-6 (1900-1901); Verslag ecc., vol. IX, 1900-1901, Proceedings of the section of sciences, vol. III, 1901; Jaarboek — 1900.

Baltimore — *American journal of mathematics.* — Vol. XXII, n. 2-4 (1900); vol. XIII, n. 1 (1901), vol. XXIII, n. 2 — 1901.

American chemical journal. — Vol. 23, n. 4-6; vol. 24, n. 1 a 6 (1900); vol. 25, n. 1-5 (1901).

Johns Hopkins university circulars — Vol. XIX, n. 144-147; vol. XX, n. 148-149, 152-153 — 1901.

Peabody Institute of the city of Baltimore — *Thirty-fourth annual report.* — 1901.

Basel — *Naturforschend. Gesellschaft* — Verhandlungen, Band XIII, Heft 1 — 1901.

Barcelona — *R. Academia de ciencias y artes* — Boletin, vol. I, n. 30 — 1900

Berkeley — *University of California* — Bulletins, Vol. II, n. 1 e 3 — 1900.

Berlin — *K. preussisch. Akademie der Vissenschaften* — Sitzungsberichte, XXIII a XXXVIII — 1901.

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik — Band 30, Heft 1-2 (Jahrgang 1899) — 1901.

Berlin — *Helios* — Band 18 — 1901.

K. preussisch. metereologisch. Institut — Veröffentlichungen, Heft III (1896) — 1901; Bericht über die Thätigkeit (1900) — 1901.

Bern — *Naturforschend. Gesellschaft* — Mittheilungen, n. 1478-1499 — 1901.

Bonn — *Niederrheinisch. Gesellschaft für Natur- unde Heilkunde*—Sitzungsb., II Hälfte, A. Bog. 2 u. 3, B. Bog. 3 u. 4 — 1900.

Naturhistorisch. Verein — Verhandlungen, Jahrg. 57, II Hälfte — 1900.

Boston — *Boston Society of natural history* — Memoirs, vol. 5, n 6-7; Occasional papers IV; Proceedings, vol. 29, n. 9-14 — 1900.

Bruxelles — *Société r. des sciences de Liége* — Mémoires, III série, tom. III — 1901.

Société belge de géologie, de paléontologie et d'hydrologie — Bulletin, tome XI, fasc. V (1897); tome XV, fasc. II e III — 1901.

Société entomologique de Belgique — Annales, tome 44 — 1900.

Société r. malacologique de Belgique. — Annales, tomo XXXIV — 1900.

Budapest — *Akadémia Tudomdnyos* — Matematikai és Természettudományi Értesitö, Kötet XVIII, Füzet 3-5 (1900); Kötet XIX, Füzet 1-2 — 1901; Közlemények, Kötet XXVII; A Magyarországi Kagylósrákok Magánrajza (1900); Almanach — 1901.

Académie hongroise des sciences — Rapport — 1900; vol. XXIV, part. III a IV — 1901.

Buenos-Ayres — *Museo Nacional* — Comunicaciones, tomo I, n. 9 — 1901.

Calcutta — *Geological Survey of India* — General report — 1900-1901; Memoirs, vol. XXX, part. 2 (1900); vol. XXXI, part. 1 (1901); Palaeontologia Indica, ser. IX, vol. III, part. I—1900; new series, vol. I, n. 3—1901.

Cambridge Mass. — *American Academy of arts and sciences* — Proceedings, vol. XXXVI, n. 9-28 — 1901.

Chicago — *Field Columbian Museum* — Publication, 45 a. 51-54 — 1901.

Chur — *Naturforschend. Gesellschaft* —Verhandlungen, 83 Jahresvers.—1901.

Cracovie — *Académie des sciences* — Bulletin international, n. 4-6 — 1901.

Dublin — *R. Irish Academy* — Transactions, vol. XXXI, part. 8-11 — 1900; Proceedings, vol. VI, n. 2, vol. VII — 1901.

Easton — *American association for the advancement of science* — Proceedings — 1900.

Erlangen — *Physikalisch-medicinisch. Societät* — Sitzungsberichte, Heft 32— 1900.

Friedrich-Alexanders-Universität:

Uebersicht des Personal-Standes — 1900-1901.

Verzeichnis der Vorlesungen — 1900-1901.

Inaugural-Dissertationen zur Erlangung der Doctorwürde:

1. Arker Joseph, *Die Beeinflussung des Wachstums der Wurzeln durch das umgebende Medium* —1900.
2. Asada Shigetaro, *Ueber die Diazo-Reaction im Harn der Phthisiker* — 1901.
3. Assum Hans, *Ueber Rhinoplastik* — 1900.
4. Bach Adolph, *Kasuistischer Beitrag zur Frage des Ileus nach Laparatomie infolge peritonealer Adhäsionen* — 1901.

5. Barthelmes Friedrich, *Ueber einen Fall von Angina pectoris bei hochgradiger Sklerose der Coronararterien* — 1901.
6. Bauer Paul, *Ueber die Producte der Einwirkung von Hydrazin auf Thioharnstoffe* — 1900.
7. Benner Curt, *Ueber Specksteinbildung im Fichtelgebirge* — 1900.
8. Bergmann Eduard, *Beiträge zur Kenntnis der o-Aminoazoverbindungen* — 1901.
9. Bölling Guisbert, *Beiträge zur Kenntniss einiger alkaloidhaltiger Pflanzen* — 1900.
10. Brune Fritz, *Ueber die 3 isomeren Toluolsulfaminsäuren u. deren Umlagerungsprodukte* — 1900.
11. Brunstein Andre, *Ueber Spaltung von Glycosiden durc Schimmelpilze* — 1900.
12. Bürkle Richard, *Vergleichende Untersuchungen über die innere Struktur der Blätter und anderer Assimilationsorgane bei einigen australischen Podalyrieen Gattungen* — 1901.
13. Cador Ludwig, *Anatomische Untersuchung der Mateblätter unter Berücksichtigung ihres Gehaltes an Thein.* — 1900.
14. Dilthey Walther, *Beiträge zur Kenntnis der Indone* — 1900.
15. Dopfer Otto, *Zur Kenntnis der colloidalen Metalle* — 1901.
16. Dunzinger Gustav, *Beiträge zur Kenntnis der Morphologie und Anatomie der Genera Hemionitis, Gymnogramme und Jamesonia* — 1901.
17. Dürring Karl, *Ueber einen Fall von Aktinomykose des Beckens* — 1900.
18. Eberhard Rudolf, *Ueber sterische Einflüsse in Reaktionen der Nitraniline und Aminobenzoësäuren* — 1900.
19 Elliesen Max, *Einfluss des Vegetationszustandes verschiedener Hefen auf ihr Vermehrungs und Gärvermögen* — 1901.
20. Elliesen Paul, *Ueber multiple Solitärtuberkel in der Leber*—1900.
21. Elten Paul, *Beiträge zur Kenntnis colloïdaler Metalle und Metalloxyde* — 1901.
22. Endres Rudolf, *Ueber Tetrahydrochinolinbenzkarbonsäuren* — 1901.
23. Ericson-Aurén Tycho, *Ueber die Auflösungsgeschwindigkeit von Zink in sauren Lösungen* — 1901.
24. Erk Fritz, *Beitrag zur Lehre von den Oesophagus-Carcinomen* — 1900.
25. Fernbacher Johannes, *Ueber den Einfluss der schwefligen säure auf verschiedene Heferassen in Saccharoselösung* — 1900.
26. Fezer Otto, *Ueber Imidazole* — 1901.
27. Francke Carl, *Arteriell-venöses Aneurysma* — 1900.
28. Fronmüller Wilhelm, *Demokrit, seine Homer-Studien und Ansichten* — 1901.
29. Garjeanne A. J. M., *Die Strömung des Protoplasma in behäuteten Zellen* — 1901.
30. Gast A., *Verletzungen als Ursache von Caries* — 1900.

31. v. Gen.ber Leo, *Ueber secundäre Amidoacetale* — 1901.
32. Glauning Ernst, *Ueber die Behandlung inficirter perforirender Bulbuswunden* — 1900.
33. Grohmann Alfred, *Synthesen in der Urazolreihe* — 1900.
34. Gross Hans, *Ueber einen seltenen Fall von Trachealstenose*—1900.
35. Guericke Hildebert, *Therapeutische Erfolge bei einem Unfallkranken* — 1900.
36. Heinrichs Carl, *Ueber α-β-Dicarbonsäurederivate primärer Hydrazine* — 1900.
37. Herbst Julius, *Zur Kasuistik der Defekte in der Ventrikelscheidewand des Herzens* — 1901.
38. Hessler Joseph, *Ein Fall von extremster Cavernenbildung der Lunge* — 1900.
39. Hilsmann Stephan, *Untersuchungen über die Beförderung der Speisen aus dem Magen in den Darm unter verschiedenen Einflussen* — 1900.
40. Hirt Eduard, *Zur Unterscheidung der narbigen und krebsigen Verengerung des Magenpförtners* — 1900.
41. Hopf Robert, *Ueber die Bedeutung der Atheromatose für die Aetiologie des chronischen Magengeschwürs* — 1900.
42. Jacoby Paul, *I. Ueber die Einwirkung von o-Nitrobenzylclorid auf Anthranilsäure. II. Das Verhalten der Amidosulfonsäure gegen m-Chlor und m-Bromanilin* — 1901.
43. Kaul Hermann, *Geologisch-chemische Studien über die Thon-und Lehmvorkommen um Nürnberg* — 1900.
44. Kliem Paul, *Beiträge zur Widerstandsfähigkeit einiger vegetativer Regenerationsorgane gegen Trockenheit unter Berücksichtigung der Anatomie derselben* — 1900.
45. Knecht Wilhelm, *Auswahl von Kohlehydraten durch verschiedene Hefen bei der alkoholischen Gärung* — 1901.
46. Kohnstamm Philipp, *Amylolytische, glycosidspaltende, proteolytische und Cellulose lösende Fermente in holzbewohneden Pilzen*— 1901.
47. Kolbe Viktor H. J., *Ueber Cysten im Oberkiefer* — 1901.
48. Kownatzki Erwin, *Ueber die Einwirkung von Amidosulfonsäure auf Ortho- und Paraanisidin* — 1900.
49. Krahé Eduard, *Ueber synthetische Versuche mittels Aluminiumchlorid* — 1901.
50. Lerner Albert, *Ueber Nephrolithiasis* — 1901.
51. Levy Ludwig, *Untersuchungen über Blatt- und Achsenstructur der Genisteen-Gattung Aspalathus und einiger verwanter Genera* — 1901.
52. Lindgren Nils Gustat, *Beitrag zur Kenntniss der Spongienfauna des Malayischen Archipels und der chinesischen Meere* — 1898.
53. Lingenbrink Edmund, *Ueber Hydrazone der Dithiokohlensäureester* — 1901.
54. Loehrl Fritz, *Ueber das Vorkommen von Augenerkrankungen bei Gicht* — 1900.

55. Lövinson Oskar, *Ueber Keimungs und Wachstumsversuche an Erbsen in Lösungen von fettsauren Salzen unter Ausschluss von Mineralsäuren* — 1900.
56. Merkel Eduard, *Beitrag zur Kenntnis der aus Eieralbumin dargestellten Peptone und Albumosen* — 1901.
57. Merl Theodor, *Zur Kenntnis des Pyridins* — 1901.
58. Merschein Otto, *Ein Beitrag zur Kenntniss des Gehaltes der Zwiebeln von Narcissus-Pseudonarcissus an Kohlehydraten* — 1900.
59. Michel Fritz, *Ueber die Reactionen der Malonesterderivate gegen 2-3-Dichlor-α-naphtochinon* — 1900.
60. Mine Hideyo, *Psammom der Dura mater spinalis* — 1901.
61. Morgenthan Ludwig, *Statistik der in den Jahren 1892-1899 in der chirurgischen Klinik zu Erlangen ausgeführten grosseren Amputationen und Exartikulationen* — 1900.
62. Müller Egon, *Die Abhängigkeit des Wärmeleitungscoefficienten der Luft von der Temperatur* — 1901.
63. Münch Georg, *Beiträge zur Kenntnis der Wasseraufnahme transpirierender Landpflanzen* — 1900.
64. Oppermann Wilhelm, *Zur Kenntnis der primären akuten Encephalitis* — 1900.
65. Ortloff Hugo, *Der Einfluss der Kohlensäure auf die Gärung* — 1900.
66. Oschatz Konrad, *Anordnung der Vegetation in Afrika* — 1900.
67. Petermann Albert, *Ueber sterische Einflüsse bei den Reaktionen halogensubstituierter Aniline* — 1900.
68. Portmann Bernhard, *Ueber die Prognose der Tympania uteri* — 1901.
69. Rank Bodo, *Ueber einen Fall von geheilter Hydro-Pyonephrose* — 1901.
70. Rausch Karl, *Verletzungen als Ursache von Tumoren* — 1900.
71. Rauth Franz, *Beiträge zur vergleichenden Anatomie einiger Genisteen Gattungen* — 1901.
72. Reindl Ludwig, *Ueber Naphtimidazole* — 1901.
73. Reiniger Albert, *Anatomie und Ontogenie der beiden Dentitionen von Lepus cumiculus* — 1900.
74. Rohland Karl, *Ueber den Nachweis von Blut (Blutfarbstoff) in Sekreten und Exkreten des menschlichen Körpers, sowie in forensischen Fällen mit Hilfe der Almén-Schönbein'schen Reaktion* — 1901.
75. Rollwage Hermann, *Ein Fall von primärem Nierensarkom im Kindesalter* — 1901.
76. Rossbach August, *Zur Kasuistik der Pankreashämorrhagie* — 1900.
77. Rüdel Otto, *Ein Fall von hochgradiger Cystitis follicularis* — 1900.
78. Schäffer Ernst, *Beiträge zur Kenntnis der von einigen Schimmelpilzen hervorge brachten Enzyme* — 1901.

79. Schaumberg August, *Ueber Russeinlagerungen in Kinderlungen* — 1900.
80. Schtschogoleff Tobias, *Ueber die Beteiligung der einzelnen Muskelgruppen an den Lähmungen und Kontrakturen bei der cerebralen Hemiplégie* — 1900.
81. Schulze Hugo, *Beiträge zur vergleichenden Anatomie der Gattungen Lupinus und Argyrolobium* — 1901.
82. Steffens Wilhelm, *Beiträge zur Kenntnis proteolytischer fermente in Schimmelpilzen* — 1900.
83. Thallmayr Max, *Zur Casuistik der Hypophysis-Tumoren* —
84. Timmermann Heinrich Vincenz, *Studien über stomatare Transpiration* — 1901.
85. Uhl Otto, *Ueber die Electrolyse von Ketonsäuren* — 1900.
86. Ulbricht Julius, *Beiträge zur Kenntnis halogensubstituierter n. Methyl-α-Chinolone* — 1901.
87. Weber T. Karl, *Untersuchungen ueber den Nachweis von Traubenzucker im Harn vermittelst der Trommerschen Reaktion* — 1900.
88. Weber Jacob, *Ein Fall von primären Milzsarkom* — 1901.
89. Wedel Arthur, *Ueber Eiweiss-Synthese während der Keimung* — 1899.
90. Wehnelt Arthur, *Strom- und Spannungsmessungen an Kathoden in Entladungsröhren* — 1901.
91. Weinbrenner Carl, *Beitrag zur Kenntnis der Verletzungen der Extremitäten des Kindes unter der Geburt* — 1900.
92. Weiss Bruno, *Ueber secundäre Dialpharylhydrazine* — 1900.
93. Zeiss Walter, *Ueber die Einwirkung von Halogenalkylen auf die Kaliumsälze der Amidobenzoësäuren* — 1901.

Frankfurt a. M. — *Senckenbergisch. naturforsch. Gesellschaft* — Abhandlungen, Band 26, Heft. 3 — 1901, Bericht — 1901.

Genève — *Société helvétique des sciences naturelles* — Compte rendu 1899 et 1900.

Göteborg — *K. Vetenskaps-och Vitterhets-Samhälles Handlingar* — III — 1901.

Göttingen — *K. Gesellschaft d. Wissenschaften* — Nachrichten, math.-phys. Cl., Heft 1 — 1901.

Granville — *The journal of comparative neurology* — Vol. XI, n. 2 — 1901.

Scientific laboratories of denison University — Bulletin, vol. XI, art. X — 1901.

Halifax — *Nova Scotian Institute of Science* — Proceedings and Transactions, vol. X, part. 2 — 1899-1900.

Haunia — *Tychonis brahe dani die XXIV Octobris A. D. MDCI defunti operum primitias De Nova Stella summi civis memor denuo edidit Regia Societas Scientiarum danica* — 1901.

R. Societas scientiarum danica — De nova stella — 1901.

Heidelberg — *Naturhistorisch.-medizinisch. Verein* — Verhandlungen, neue Folge, Band 6, Heft 5 — 1900.

Jena — *Medizinisch-naturwiss. Gesellschaft* — Zeitschrift für Naturwissenschaft, Band 36 — 1901.

Kiew — *Universitetskia Isvestia* (Notizie universitarie) — Vol. XLI, n. 3-8 — 1901.

Kobenhavn — *Nyt Tidsskrift for Matematik* — A. 12 Aargang, n. 5 6—1901; B. 12 Aargang, n. 3 — 1901.

Kristiania — *Archiv for Mathematik og Naturvidenskab* — Bind XXI, Hefte 4; Bind XXII, Hefte 1-4 — 1899-1900.

La Haye — *Société hollandaise des sciences* — Oeuvres complétes de Christiaan Huygens; T. IX — 1901.

Leipzig — *K. sächsisch. Gesellschaft der Wissenschaften* — Bericht über die Verhandlungen der math.-phys. Cl., Band 53, II und III — Abhandlungen der math.-phys. Cl., XXVI Bd., n. V-VII — 1901.

Archiv der Mathematik und Physik — Band I, Heft 3 u. 4 — 1901.

Liége — *Société géologique de Belgique* — Bulletin, tome XXVI (1898-99), tome XXVII (1900-1901).

London — *Royal Society* — Proceedings, vol. LXVIII, n. 447-450 — 1901.

Mathem. Society — Proceedings, vol. XXXIII, n. 759-760 — 1901.

Linnean Society — Journal — Zoology, vol. XXVIII, n. 182; Botany, vol. XXXV, n. 243 — 1901.

R. astronomical Society — Monthly notices, vol. LXI, n. 9; appendix, n. 2— 1901.

Nature — Vol. 64, n. 1654-1671 — 1901.

Madrid — *R. Academia de ciencias exactas, fisicas y naturales* — Memorias, tomo XIV, fasc. I — 1890-1901.

Manchester — *Geological Society* — Transactions, vol. 27, part VI-VII—1901.

Manchester Museum Owens College — Publications 33 a 34 — 1901.

Mexico — *Sociedad cientifica « Antonio Alzate »* — Memorias y revista, t. XV, n. 1 y 6 — 1901.

Observatorio meteorológico central — Boletin mensual, n. 3 6 — 1901.

Secretaria de fomento, colonizacion e industria — Direcion gen. de est. de la Repubblica Mexicana.—Censo de 1900; Importacion y exportacion año de 1899; Anuario estadistico año VII, n. 7 (1899); Boletin demográfico, año IV, n. 4 (1899) — 1900.

Montevideo — *Museo Nacional* — Anales, tomo III, fasc. XX; tom. IV, fasc. XIX — 1901.

Montpellier — *Académie des sciences et lettres* — Mémoires, section de Médecine, 2ª serie, t. I, n. 4 — 1900.

München — *K. b. Akademie der Wissenschaften* — Abhandlungen, Bd. XXI, 2 Abth.; Sitzungsberichte, Heft II u. III; Rede in der öffentlichen Festzitzung der Akademie am 14. November 1900, von Dr. Karl A. von Zittel — 1900.

Neuchatel — *Société helvétique des sciences naturelles* — Actes, 82ᵐᵉ session — 1900.

Odessa — *Club alpin de Crimée* — Bulletin, n. 7-8 — 1901.

Ottawa — *Royal Society of Canada* — Proceedings and Transactions, 2ª series, vol. VI — 1900.

Paris — *Académie des sciences* — Comptes rendus hebdomadaires des séances, tome CXXXIII, n. 2-19 — 1901.

Société d'encouragement pour l'industrie nationale — Compt.-rend., n. 11-13; Bulletin, t. 101, n. 1-4 — 1901.

Paris — *École polytechnique* — Journal, II série, 5-6 cahiers — 1900-1901.
Journal de mathématiques pures et appliquées — Tome 7, fasc. 2 — 1901.
École normale supérieure — Annales scientifiques, III série, tome XVIII, n. 5-10 — 1901.
Bibliothèque de l'École des hautes études — Bulletin des sciences mathématiques, II série, tom. XXIV, tables; tome XXV, Mai-Sept. 1901.
Société mathématique de France — Bulletin, tome XXIX, fasc. III — 1901.
Muséum d'histoire naturelle — Bulletin, n. 7-8 — 1900.
Archives de neurologie — Vol. XII, n. 67-71 — 1901.
Société d'anthropologie — Bulletins et mémoires, V série, t. I, fasc. 3-6 — 1900.
Bureau des longitudes — Connaissance des temps ou des mouvements célestes etc. 1899-1900; Éphémérides des étoiles de culmination lunaire et de longitude pour 1901 (1899), pour 1902 (1900), Annuaire pour l'an 1901.
Philadelphia — *American philosophical Society* — Proceedings, vol. XXXIX, n. 164 — 1900.
Academy of natural sciences — Proceedings, part. III (1900), vol. LIII, part. I — 1901.
Prag — *C. Akademie Cisare Frantiska Josefa* — Vestnik, Roc. IX, Cis. 1-9 — 1900; Rozpravy, Roc. VIII, Trida III, Cis. 1; Roc. IX, Trida II — 1900; Zakladové théoretické astronomie (G. Gruss) — 1900.
Magnetische und meteorologische Beobachtungen an der k. k. Sternwarte zu Prag im Jahre 1900.
Rennes — *Société scientifique et médicale de l'ouest* — Tome I-X (1892-1900).
Rovereto — *I. R. Accademia di scienze lettere ed arti degli Agiati* — Atti, serie III, vol. VII, fasc. I II — 1901.
Sacramento — *University of California* — College of Agriculture; Bulletin, n. 127-130; Report of Work for the year 1897-98 — 1900.
S. Francisco — *California Academy of Sciences* — Occasional papers, vol. VII; Proceedings, Zoology, vol. II, n. 1-6; Botany, vol. I, n. 10; vol. II, n. 1-2; Geology, vol. I, n. 7-9; Math.-Phys., vol. I, n. 5-7 — 1900.
St-Pétersbourg — *Académie imp. des sciences* — Bulletin, V série, tom. XII, n. 2-5; tom. XIII, n. 1-3 — 1900.
Comité géologique — Mémoires, vol. XIII, n. 3; Bulletin, XIX, n. 1-6 — 1900.
Sydney — *Geological Survey of New South Wales* — Mineral resources of New South Wales — 1901; Memoirs, geology, n. 2.
Stockholm — *Acta mathematica* — Zeitschrift 24: 3 et 4 — 1901.
Akademisk Afhandling:

1. Hamberg Axel, *Geologiska och fysiskt-geografiska undersökningar i Sarjekfjällen* — 1901.
2. Hollender Artur, *Om sveriges nivaförändringar efter människans invandring* — 1901.
3. Ekecrantz Thor, *Studier öfver benzaldoximer och deras reaktionprodukter med diazometan* — 1900.
4. Lindquist John, *Framställning af torbern. bergmans fysika geo grafi* — 1900.
5. Montén Torsten, *Om analysis situs och algebraiska funktioner af flera oberoende variabler* — 1901.

Stuttgart — *Verein für vaterländeische Naturkunde in Württemberg* — Jahreshefte, Jahrg. 57 — 1901.

Toronto — *University of Toronto studies* — Anatomical series, n. 1; Geological s., n. 1; Psychological s., n. 4; The morphology of the central cylinder in the angiosperms, by Edward C. Jeffrey — 1900.

Toulouse — *Faculté des sciences de l'Université* — Annales, tome II, fasc. IV — 1900.

Upsala — *R. Societas scientiarum upsaliensis* — Nova acta, ser. tert., vol. XIX — 1901.

Upsala Universit. — Arsskrift, 1900.

Geological Institution of the University of Upsala — Bulletin, vol. V, part. I, n. 9 — 1901.

Kongl. Universitetet — Föreläsningar och öfningar — 1900, 1901.

Akademisk Afhandling.:

1. Almén Emil, *Bidrag till Kännedomen om de vid gasers och vätskors lösningar I vätskor uppträdande volymändringarne* — 1901.
2. Alrutz Sydney G. L. R., *Undersökningar öfver smärtsinnet* — 1901.
3. Bendz T. R., *Öfver diophantiska equationem* $x^n + y^n = z^n$. — 1901.
4. Bohlin Knut, *Utkast till de gröna algernas och arkegoniaternas fylogeni* — 1901.
5. Rossander Gulli, *Om gasers utströmning genom Kapillärrör vid laga tryck* — 1900.
6. Setterberg Gösta, *Hvilka funktioner äro representabla?* — 1900.
7. Svedelius Nils, *Studier öfver österssöns hafsalgflora* — 1901.
8. Wallin Harald, *Om cirkeldelningsekuationen* — 1901.

Wien — *K. k. geolog. Reichsanstalt* — Verhandlungen, n. 9-10 — 1901.

K. k. militär-geographischen Institut. — Astronom. Arbeiten, Band XVII — 1901.

Washington — *U. S. Départment of agriculture* — Yearbook (1900); North american fauna, n. 20-21 — 1901.

Smithsonian Institution — Report of the U. S. national Museum, part. I a. II — 1900-1901; A select bibliography of Chemistry 1492-1897 — 1901.

U. S. Coast and geodetic Survey — Report Annual 1899.

Bureau of american Ethnology — Annual report 17 th. (1895-96)—1898; 18 th. (1896-97), p. I — 1899.

U. S. Naval Observatory — Astron. magnet. and meteorol. observat. made during the years 1891 and 1892 — 1899.

Zurich — *Société helvétique des sciences naturelles* — Nouveaux mémoires, vol. XXXIII. 2e livr.; vol. XXXVI, 1r, 2e livr.; vol. XXXVII — 1900.

OPERE PRIVATE

Arcidiacono S., *Il terremoto di Nicosia del 26 Marzo 1901* — Catania 1901.

Delitala Giuseppe, *Un correlativo del teorema di Stewart* — Livorno, 1901.

Delpino Federico, *Sopra un organo caratteristico di alcune cucurbitacee e sulle relazioni delle piante coi tripidi* — Bologna, 1901.

Gaudry Albert, *Sur la similitude des dents de l'homme et de quelques animaux* — Paris, 1901.

Mascari A., *Risultato delle osservazioni solari fatte all'Osservatorio di Catania nel 1900* — Catania, 1901.

Sulle protuberanze solari osservate al R. Osservatorio di Catania nell'anno 1900 — Catania, 1901.

Mottareale G., *Su d'un esemplare teratologico di Papaver Rhoeas* — Firenze, 1901.

Contributo alla flora calabrese — Portici, 1901.

In merito al parassitismo del vaiuolo dell'Olivo — Portici, 1901.

Un caso d'isteranzia nel pomodoro con qualche considerazione sulle amentiflore — Firenze, 1901.

Middendorp H. W., *L'étiologie de la tuberculose suivant le prof. R. Koch et sa méthode curative* — Paris, 1901.

Niedenzu Franc., *De genere Byrsonina* — Braunsberg, 1901.

Omboni G., *Denti di Lophiodon degli strati eocenici del monte Bolca* — Venezia, 1901.

Philippi R. A., *Nueva especie chilena de zorras* — Santiago de Chile, 1901.

Riccò A., *Nova (3.1901) Persei* — Catania, 1901.

Deformazione del sole all'orizzonte – Catania, 1901.

Scarpini G., *Tavole numeriche di topografia* — Torino-Roma, 1901.

Tommasina T., *Sur les phénomènes des radioconducteurs* — Genève, 1901.

Tuttolomondo Angelo, *Fauna ittiologica del compartimento marittimo di Catania* — Girgenti, 1901.

Vallot J., *Annales de l'Observatoire météorologique physique et glaciaire du Mont Blanc* (altitude 4358 mètres), tom. IV et V — Paris, 1900.

Wadsworth F. L. O., *The Keeler Memorial. — The publications of the Allegheny Observatory. — Annual report of the Director for the year ending December 1900.*

Fascicolo 12° ANNO XL. Dicembre 1901.

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza del dì 16 Novembre 1901
Presiede il presidente **A. Capelli**

Sono presenti i socii ordinarii Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Villari e i corrispondenti De Lorenzo e Montesano.

Il segretario legge il verbale della tornata precedente, che viene approvato, e presenta i libri giunti in dono e in cambio.

Si procede alla nomina del vice presidente per il 1902, da scegliersi nella sezione di Matematica, e del tesoriere per il triennio 1902-1904. A vice presidente viene eletto il socio Fergola; a tesoriere è confermato il socio Oglialoro.

Processo verbale dell'adunanza del dì 7 Dicembre 1901.
Presiede il presidente **A. Capelli.**

Sono presenti i socii ordinarii Albini, Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci, Villari e il corrispondente De Lorenzo.

Il segretario legge il verbale dell'ultima tornata, che viene approvato, e presenta i libri venuti in cambio e in dono, segnalando fra questi ultimi il volume II, serie II degli *Annali della Scuola superiore di Agricoltura* di Portici. Presenta pure il Rendiconto accademico dei mesi di Agosto a Novembre.

Partecipa in seguito i ringraziamenti del prof. Gustavo Mittag-Leffler per la sua nomina a socio straniero, e del presidente della Deputazione provinciale di Basilicata per i volumi degli Atti e dei Rendiconti inviati in dono a quella Biblioteca provinciale.

Il socio Cesàro comunica, per l'inserzione nel Rendiconto, una sua Nota *sulle deformazioni infinitesime delle superficie.*

Il socio Albini presenta due Note del dott. Montuori: l'una *sopra una condizione che accelera la coagulazione del sangue*; l'altra intitolata: *Alcune osservazioni sul destino dell'acido ossalico nell'organismo.* Il presidente incarica i socii Albini, de Martini e Paladino di esaminarle e di riferirne.

Il corrispondente De Lorenzo presenta una sua Memoria dal titolo: *Considerazioni sulla origine superficiale dei vulcani.* La Commissione incaricata di esaminarla e di farne il rapporto risulta composta dei socii Oglialoro, Scacchi e Bassani.

Processo verbale dell'adunanza del dì 14 Dicembre 1901.
Presiede il socio **G. Albini.**

Intervengono i socii Albini, Bassani (segretario), Cesàro, della Valle, del Pezzo, de Martini, Nicolucci, Paladino, Pinto e Villari.

Il segretario legge il verbale dell'ultima tornata, che viene approvato, e presenta i libri giunti in dono e in cambio.

Comunica in seguito i ringraziamenti del socio corrispondente Torelli per la sua Memoria testè inserita negli Atti.

Il socio Albini riferisce intorno al Congresso internazionale di fisiologia, tenuto in Settembre a Torino, nel quale egli, giusta il mandato ricevuto, rappresentò l'Accademia.

Il socio Paladino, al quale l'Accademia aveva affidato lo stesso incarico, espone le ragioni che gl'impedirono di assistervi.

Il socio Bassani, anche a nome dei colleghi Oglialoro e Scacchi, legge il rapporto sul lavoro presentato dal corrispondente de Lorenzo nell'adunanza del 7 corrente, proponendone l'inserzione negli Atti. Le conclusioni del rapporto sono approvate all'unanimità.

SULLE DEFORMAZIONI INFINITESIME DELLE SUPERFICIE; *Nota del socio ordinario* **E. Cesàro.**

(Adunanza del dì 7 Dicembre 1901)

Nella teoria delle deformazioni infinitesime delle superficie sembrano egualmente meritevoli di attenzione due forme quadratiche: il coefficiente di allungamento

$$\Phi = u_1 \cos^2\omega + (v_1 + u_2)\cos\omega \operatorname{sen}\omega + v_2 \operatorname{sen}^2\omega$$

nella direzione $(\cos\omega, \operatorname{sen}\omega, 0)$, e la deviazione

$$\varphi = v_1 \cos^2\omega - (u_1 - v_2)\cos\omega \operatorname{sen}\omega - u_2 \operatorname{sen}^2\omega$$

che la deformazione imprime, nel piano tangente, alla direzione stessa. Qui bisogna richiamare *) i valori dei coefficienti

$$\left\{\begin{array}{llr} u_1 = \dfrac{\partial u}{\partial s_1} + \mathfrak{G}_1 v - \mathfrak{M}_1 w \;, & u_2 = \dfrac{\partial u}{\partial s_2} + \mathfrak{T} w - \mathfrak{G}_2 v \;, & \\ v_1 = \dfrac{\partial v}{\partial s_1} + \mathfrak{T} w - \mathfrak{G}_1 u \;, & v_2 = \dfrac{\partial v}{\partial s_2} + \mathfrak{G}_2 u - \mathfrak{M}_2 w \;, & (1) \\ w_1 = \dfrac{\partial w}{\partial s_1} + \mathfrak{M}_1 u - \mathfrak{T} v \;, & w_2 = \dfrac{\partial w}{\partial s_2} + \mathfrak{M}_2 v - \mathfrak{T} u \;, & \end{array}\right.$$

e ricordarsi che le quantità $\Theta = u_1 + v_2$ (somma dei valori di Φ in due direzioni ortogonali qualunque) e $\vartheta = v_1 - u_2$ (somma analoga per φ) rappresentano rispettivamente il coefficiente di estensione superficiale, e la rotazione geodetica raddoppiata. Se il punto M della superficie si reca nella posizione M′, definita dalle coordinate u, v, w, segue dalle formole fondamentali, applicate al punto M′, che la deformazione porta gli assi tangenti nelle direzioni $(1, v_1, w_1)$ ed $(u_2, 1, w_2)$, diminuendo così di $v_1 + u_2$ il loro angolo. Ora, se i predetti assi vengono orientati in guisa da ridurre Φ a forma canonica, si ha $v_1 + u_2 = 0$, e però le direzioni, secondo le quali è minimo o massimo l'allungamento, restano ortogonali nella deformazione. Scelte le linee coordinate in modo che la predetta condizione sia soddisfatta in ogni punto, e posto $\theta = u_1 - v_2$, si avrà

$$\Phi = {}^1/_2(\Theta + \theta\cos 2\omega) \;, \quad \varphi = {}^1/_2(\vartheta - \theta \operatorname{sen} 2\omega) \;, \qquad (2)$$

---

*) *Geometria intrinseca*, p. 194.

d'onde apparisce che le due forme sono fra loro siffattamente legate, che non sembra giusto far prevalere l'una sull'altra, chè le bisettrici degli assi dell'una son gli assi dell'altra, e ciascuna prende il suo valor medio in quelle direzioni stesse, per le quali l'altra diventa minima o massima.

Conviene inoltre richiamare *) le condizioni necessarie e sufficienti per l'integrabilità delle (1):

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{1}{2}\frac{\partial \Theta}{\partial s_2}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial \mathfrak{I}}{\partial s_1}+\frac{\partial \theta}{\partial s_2}\right)+\mathcal{G}_1\theta+\mathfrak{M}_1 w_2+\mathfrak{T} w_1=0\ ,\\ &\frac{1}{2}\frac{\partial \Theta}{\partial s_1}-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial \mathfrak{I}}{\partial s_2}+\frac{\partial \theta}{\partial s_1}\right)-\mathcal{G}_2\theta+\mathfrak{M}_2 w_1+\mathfrak{T} w_2=0\ ,\end{aligned}\right. \tag{3}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial s_1}+\mathcal{G}_2\right)w_2-\left(\frac{\partial}{\partial s_2}+\mathcal{G}_1\right)w_1={}^1/_2\,\mathrm{H}\mathfrak{I}-\mathfrak{T}\theta\ . \tag{4}$$

Le (3) porgono w_1 e w_2 espresse mediante le funzioni $\Theta, \mathfrak{I}, \theta$ e le loro derivate prime; e però, sostituendo tali espressioni in (4), si trova che fra le tre funzioni suddette sussiste un'equazione alle derivate parziali del secondo ordine, che ben si potrebbe chiamare l'*equazione caratteristica* nello studio delle più generali deformazioni. Ciò premesso, per calcolare le variazioni prodotte dalla deformazione nelle curvature $\mathfrak{M}, \mathfrak{T}, \mathcal{G}$, si cominci dal notare che le coordinate x, y, z d'un punto fisso, rispetto alla superficie (M), variano di

$$\begin{aligned} \mathfrak{D}x&=-u+v_1 y+w_1 z\ ,\\ \mathfrak{D}y&=-v+u_2 x+w_2 z\ ,\\ \mathfrak{D}z&=-w-w_1 x-w_2 y\ ,\end{aligned}$$

e che per eseguire le derivazioni rispetto agli archi delle linee coordinate deformate, siccome u_1 e v_2 sono i coefficienti di allungamento nelle direzioni degli assi tangenti, si ha

$$\frac{\partial}{\partial s'_1}=(1-u_1)\frac{\partial}{\partial s_1}\quad,\quad \frac{\partial}{\partial s'_2}=(1-v_2)\frac{\partial}{\partial s_2}\ . \tag{5}$$

Ora, scritte due delle condizioni d'immobilità

$$\frac{\partial z}{\partial s_1}=\mathfrak{T}y-\mathfrak{M}_1 x\quad,\quad \frac{\partial z}{\partial s_2}=\mathfrak{T}x-\mathfrak{M}_2 y\ ,$$

relative alla superficie (M), si cerchi di scriverle anche rispetto ad (M').

*) *Loc. cit.*, p. 196.

Le variazioni dei primi membri sono

$$-u_1\frac{\partial z}{\partial s_1}-\frac{\partial}{\partial s_1}(w+w_1x+w_2y)\ ,\quad -v_2\frac{\partial z}{\partial s_2}-\frac{\partial}{\partial s_2}(w+w_1x+w_2y)\ ,$$

e quelle dei secondi membri

$$y\mathfrak{D}\mathfrak{T}-x\mathfrak{D}\mathfrak{M}_1+\mathfrak{T}(-v+u_2x+w_2z)-\mathfrak{M}_1(-u+v_1y+w_1z)\ ,$$
$$x\mathfrak{D}\mathfrak{T}-y\mathfrak{D}\mathfrak{M}_2+\mathfrak{T}(-u+v_1y+w_1z)-\mathfrak{M}_2(-v+u_2x+w_2z)\ ,$$

sicchè dall'identificazione risulta

$$\left\{\begin{aligned}&\mathfrak{D}\mathfrak{M}_1=\frac{\partial w_1}{\partial s_1}-\mathfrak{M}_1u_1+\mathfrak{T}u_2+\mathfrak{G}_1w_2\ ,\quad \mathfrak{D}\mathfrak{M}_2=\frac{\partial w_2}{\partial s_2}-\mathfrak{M}_2v_2+\mathfrak{T}v_1+\mathfrak{G}_2w_1\ ,\\ &-\mathfrak{D}\mathfrak{T}=\frac{\partial w_2}{\partial s_1}-\mathfrak{M}_1v_1+\mathfrak{T}u_1-\mathfrak{G}_1w_1=\frac{\partial w_1}{\partial s_2}-\mathfrak{M}_2u_2+\mathfrak{T}v_2-\mathfrak{G}_2w_2\ ,\end{aligned}\right. \tag{6}$$

dove $v_1=-u_2={}^1/_2\vartheta$, $u_1={}^1/_2(\Theta+\theta)$, $v_2={}^1/_2(\Theta-\theta)$. Mercè le altre condizioni d'immobilità, adoperate in modo analogo, si ritrovano le (6); ed inoltre, tenendo presenti le (3), si ottiene

$$\mathfrak{D}\mathfrak{G}_1=\frac{\partial u_1}{\partial s_2}-\mathfrak{G}_1v_2\ ,\quad \mathfrak{D}\mathfrak{G}_2=\frac{\partial v_2}{\partial s_1}-\mathfrak{G}_2u_1\ . \tag{7}$$

A queste ultime formole si perviene più rapidamente osservando che, se con $ds^2=Q_1^2dq_1^2+Q_2^2dq_2^2$ si rappresenta il quadrato dell'elemento lineare, per la definizione stessa del coefficiente di allungamento si ha

$$u_1=\mathfrak{D}\log Q_1\ ,\quad v_2=\mathfrak{D}\log Q_2\ ;$$

sicchè, essendo

$$\mathfrak{G}_1=\frac{\partial}{\partial s_2}\log Q_1\ ,\quad \mathfrak{G}_2=\frac{\partial}{\partial s_1}\log Q_2\ ,$$

si ha pure, per le (5),

$$\mathfrak{G}_1+\mathfrak{D}\mathfrak{G}_1=(1-v_2)\frac{\partial}{\partial s_2}(u_1+\log Q_1)\ ,\quad \mathfrak{G}_2+\mathfrak{D}\mathfrak{G}_2=(1-u_1)\frac{\partial}{\partial s_1}(v_2+\log Q_2)\ ,$$

d'onde le (7). Una facile applicazione di queste formole si ha nel calcolo della variazione di

$$\tau=\frac{\partial\mathfrak{G}_1}{\partial s_1}-\frac{\partial\mathfrak{G}_2}{\partial s_2}\ ,$$

che si trova uguale a

$$\mathfrak{D}\tau = -\theta\tau + \left(\frac{\partial}{\partial s_1} + \mathcal{G}_2\right)\frac{\partial\theta}{\partial s_2} = -\theta\tau + \left(\frac{\partial}{\partial s_2} + \mathcal{G}_1\right)\frac{\partial\theta}{\partial s_1},$$

ossia

$$\mathfrak{D}\tau = -\theta\tau + \frac{1}{Q_1 Q_2}\frac{\partial^2\theta}{\partial q_1 \partial q_2}.$$

Affinchè il doppio sistema delle linee coordinate, supposto isotermo ($\tau=0$), tale si conservi nella deformazione, occorre dunque e basta che θ possa spezzarsi in due parti, ciascuna delle quali resti costante lungo le linee d'un sistema.

Le forme (2) diventano insieme indipendenti da ω per $\theta=0$; e le deformazioni corrispondenti, che si potrebbero chiamare *isotrope*, mentre lasciano ortogonale ogni sistema ortogonale di linee, lasciano anche isotermi i sistemi isotermi. Siffatte deformazioni comprendono come caso particolare, per $\Theta=0$, quelle che nell'ordinaria Geometria differenziale si sogliono studiare sotto il nome di *flessioni*, ossia deformazioni della superficie supposta flessibile, ma inestendibile in tutte le sue linee. Se si chiamano *estensioni* le deformazioni isotrope, per le quali è, invece, $\mathfrak{I}=0$, è chiaro che qualsivoglia deformazione isotropa risulta da una flessione e da una estensione. Poichè l'indole della prima deformazione componente è ben conosciuta, limitiamoci a considerare l'altra. Questa, priva di rotazione, è caratterizzata dal coefficiente di allungamento Φ, che può variare da punto a punto, ma è (per ciascun punto) lo stesso in tutte le direzioni. Siccome $v_1 = u_2 = 0$, $u_1 = v_2 = \Phi$, dalle (3) si deduce

$$w_1 = \Omega_1\Phi - \frac{H}{K}\frac{\partial\Phi}{\partial s_1}, \quad w_2 = \Omega_2\Phi - \frac{H}{K}\frac{\partial\Phi}{\partial s_2};$$

quindi, sostituendo in (4),

$$\mathbf{D}^{(1)}\Phi - \mathbf{D}^{(2)}\Phi = \frac{\partial(\Phi, H/K)}{\partial(s_1, s_2)}. \tag{8}$$

È questa l'equazione caratteristica nelle pure estensioni della superficie. Essa lascia subito scorgere, nel caso particolare delle superficie di Appell, cioè di quelle superficie, la cui evoluta media si riduce ad un punto (x, y, z), la soluzione $\Phi = kz$. Nel caso generale si soddisfa alla (8) in modo semplicissimo prendendo Φ costante, nella quale ipotesi le (1) diventano le note condizioni d'immobilità del punto O, che ha per coordinate le componenti dello spostamento, divise per $-\Phi$. Questa è la più semplice estensione, evidentemente dovuta ad una dilatazione (o contrazione) intorno ad O, che trasforma (M) nell'omotetica (M'). A conferma di ciò le formole (6) e (7) lasciano vedere che, come tutte le distanze ad O, così tutte le curvature riescono moltiplicate per $1-\Phi$. È poi questa

la sola estensione che non altera le direzioni delle normali, giacchè la normale ad (M'), in M', ha la direzione $(-w_1, -w_2, 1)$, e per le (3) non possono w_1 e w_2 essere entrambi nulli senza che sia Φ costante.

Qualunque sia Φ, si può sempre considerare la superficie (O), luogo dei punti definiti dalle coordinate $x=-u/\Phi$, $y=-v/\Phi$, $z=-w/\Phi$. Dalle formole fondamentali si ha

$$\left\{\begin{aligned} \frac{\delta x}{\partial s_1}&=\frac{u}{\Phi^2}\frac{\partial\Phi}{\partial s_1}\,, & \frac{\delta y}{\partial s_1}&=\frac{v}{\Phi^2}\frac{\partial\Phi}{\partial s_1}\,, & \frac{\delta z}{\partial s_1}&=\frac{w}{\Phi^2}\frac{\partial\Phi}{\partial s_1}-\frac{w_1}{\Phi}\,,\\ \frac{\delta x}{\partial s_2}&=\frac{u}{\Phi^2}\frac{\partial\Phi}{\partial s_2}\,, & \frac{\delta y}{\partial s_2}&=\frac{v}{\Phi^2}\frac{\partial\Phi}{\partial s_2}\,, & \frac{\delta z}{\partial s_2}&=\frac{w}{\Phi^2}\frac{\partial\Phi}{\partial s_2}-\frac{w_2}{\Phi}\,, \end{aligned}\right. \tag{9}$$

e si vede subito che basta prendere ω in modo che sia

$$w_1\cos\omega+w_2\operatorname{sen}\omega=0\,, \tag{10}$$

se si vuole che, spostandosi M nella direzione $(\cos\omega, \operatorname{sen}\omega, 0)$, il punto O si sposti tangenzialmente ad MM'. In altri termini, nella congruenza dei raggi MM', una delle falde della superficie focale è appunto (O); e le corrispondenti sviluppabili della congruenza tagliano la data superficie secondo linee, che in ciascun punto M hanno la tangente nella direzione dell'asse, intorno a cui la deformazione fa girare il piano tangente in M. In particolare le dette linee possono costituire sopra (M) un sistema di linee di curvatura o di assintotiche quando Φ rimane costante sulle linee stesse o sulle loro trajettorie ortogonali. Infatti la (10) in queste ipotesi diventa $\mathfrak{T}_\omega=0$ o $\mathfrak{N}_\omega=0$, rispettivamente. Quanto alle altre sviluppabili della congruenza, le loro linee d'intersezione con (M) son quelle che toccano in ciascun punto la componente tangenziale dello spostamento, giacchè la nota condizione

$$\begin{vmatrix} \cos\omega & v & (1+\Phi)\cos\omega \\ \operatorname{sen}\omega & u & (1+\Phi)\operatorname{sen}\omega \\ 0 & w & w_1\cos\omega+w_2\operatorname{sen}\omega \end{vmatrix}=0\,,$$

necessaria e sufficiente perchè MM' generi una sviluppabile, si spezza in (10) ed $u\operatorname{sen}\omega-v\cos\omega=0$. Segue inoltre dalle (9) che, quando M percorre una linea $\Phi=$ *costante*, O si sposta parallelamente alla normale in M. Infatti si ha

$$\frac{\delta x}{\partial s}=0\quad,\quad\frac{\delta y}{\partial s}=0\quad,\quad\frac{\delta z}{\partial s}=-(w_1\cos\omega+w_2\operatorname{sen}\omega)/\Phi=\frac{\sqrt{\Delta\Phi}}{K\Phi}\mathfrak{T}_\omega\,;$$

ed in particolare, se Φ rimane costante lungo le linee di curvatura d'un sistema, (O) si riduce ad una linea. Siccome poi, nel caso generale, (O)

ammette una tangente parallela ad Mz, è chiaro che il piano tangente ad (O) contiene Mz. Vi è dunque, per ogni estensione della (M), una superficie (O), *inviluppata da piani normali alla* (M), e tale che ciascun punto M si sposta tangenzialmente ad (O), dirigendosi verso il corrispondente punto O.

In qualunque deformazione la superficie si può considerare come costituita da infinite linee $\mathfrak{L}$, tali che ciascun punto si sposta *normalmente* alla $\mathfrak{L}$ che lo contiene. Quando tali linee si prendono come linee q_1, dalle (1) segue

$$u_1 = \mathcal{G}_1 v - \mathfrak{M}_1 w \quad , \quad u_2 = \mathfrak{T} w - \mathcal{G}_2 v \; , \tag{11}$$

ed anche

$$v_1 = \frac{\partial v}{\partial s_1} + \mathfrak{T} w \quad , \quad v_2 = \frac{\partial v}{\partial s_2} - \mathfrak{M}_2 w \; . \tag{12}$$

Evidentemente le $\mathfrak{L}$ riescono indeterminate quando tutti i punti si spostano normalmente alla superficie, nella quale ipotesi le precedenti uguaglianze mostrano che $v_1 + u_2 = 2\mathfrak{T}w$; d'onde segue $\mathfrak{T} = 0$ se si vuole che sia $v_1 + u_2 = 0$, vale a dire che le linee soggette ai minimi e massimi allungamenti, nelle deformazioni normali, sono le linee di curvatura. Nel caso d'una flessione ($u_1 = v_2 = 0$) la prima delle (11) dà $w = v \operatorname{tg} \psi$, chiamando ψ l'angolo *) di cui la normale alla superficie deve rotare nel senso degli indici d'un orologio, agli occhi d'un osservatore posto sulla parte positiva della tangente ad $\mathfrak{L}$, per andare a coincidere con la normale principale di $\mathfrak{L}$. Dunque *nelle flessioni* gli spostamenti avvengono sempre *normalmente ai piani osculatori* delle linee $\mathfrak{L}$. In particolare, se gli spostamenti son tutti tangenziali, le $\mathfrak{L}$ sono per necessità linee geodetiche, sicchè si può prendere $Q_1 = 1$. Intanto dall'altra (11) e dalle (12) segue

$$\frac{\partial}{\partial s_1} \log \frac{v}{Q_2} = 0 \quad , \quad \frac{\partial v}{\partial s_2} = 0 \; ,$$

vale a dire $v = f(q_1)$, e v/Q_2 uguale ad una funzione della sola q_2, che si può sempre assumere uguale all'unità. Ridotto così il quadrato dell'elemento lineare alla forma $ds^2 = dq_1^2 + f^2(q_1) dq_2^2$, si ritrova il noto **) risultato: *ogni superficie, suscettibile di flettersi in sè, è applicabile* (per flessione) *sopra una superficie di rotazione.* Invece nel caso d'una estensione ($u_2 = v_1 = 0$) la seconda formola (11) esprime una proprietà segnalata precedentemente, ossia che le rette MM′, lungo ogni trajettoria ortogonale delle $\mathfrak{L}$, costituiscono una superficie sviluppabile. Nell'ipotesi di

---

*) *Loc. cit.*, p. 152.

**) Bianchi « *Geometria differenziale* » p. 305.

spostamenti tangenziali si ha $\mathcal{G}_2 = 0$; poi dall'altra (11) e dalle (12) segue

$$\frac{\partial}{\partial s_2} \log \frac{v}{Q_1} = 0 \quad , \quad \frac{\partial v}{\partial s_1} = 0 \; ;$$

quindi $ds^2 = dq_2^2 + f^2(q_2) dq_1^2$. Si ritrovano così le deformate per flessione delle superficie di rotazione come le sole superficie suscettibili di ***estendersi*** in sè, mediante spostamenti nel senso delle linee applicabili sui meridiani, mentre per ***flettersi*** occorre che gli spostamenti avvengano nel senso delle linee applicabili sui paralleli.

Gli ultimi risultati seguono anche da certe due formole, che vogliamo qui segnalare per l'utile che se ne può trarre in altre questioni. L'angolo della linea $\mathcal{L}$ (in M) con la linea q_1 è $\omega = -\operatorname{arctg}(u/v)$; e mercè le (1) si trova, rappresentando con l la componente tangenziale dello spostamento,

$$\frac{\partial \omega}{\partial s_1} = \quad \mathcal{G}_1 - \frac{1}{l}(u_1 \cos\omega + v_1 \operatorname{sen}\omega) - \frac{w}{l}(\mathfrak{M}_1 \cos\omega - \mathfrak{T} \operatorname{sen}\omega) \, ,$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial s_2} = - \mathcal{G}_2 - \frac{1}{l}(u_2 \cos\omega + v_2 \operatorname{sen}\omega) - \frac{w}{l}(\mathfrak{M}_2 \operatorname{sen}\omega - \mathfrak{T} \cos\omega) \, ,$$

Basta sostituire questi valori nelle note *) formole

$$\mathcal{G} = \left(\mathcal{G}_1 - \frac{\partial \omega}{\partial s_1}\right)\cos\omega - \left(\mathcal{G}_2 + \frac{\partial \omega}{\partial s_2}\right)\operatorname{sen}\omega \, ,$$

$$\mathcal{G}' = \left(\mathcal{G}_1 - \frac{\partial \omega}{\partial s_1}\right)\operatorname{sen}\omega + \left(\mathcal{G}_2 + \frac{\partial \omega}{\partial s_2}\right)\cos\omega \, ,$$

per trovare che la curvatura geodetica della linea $\mathcal{L}$, in M, e quella dell'inviluppo delle componenti tangenziali degli spostamenti, sono date dai quozienti di $\Phi + w\mathfrak{M}_\omega$ e $\varphi' + w\mathfrak{T}_\omega$ per l. Quando la superficie si flette ($\Phi = 0$) o si estende ($\varphi' = 0$) in sè stessa ($w = 0$), gli spostamenti avvengono (come si è visto) normalmente o tangenzialmente a linee geodetiche ($\mathcal{G} = 0$ o $\mathcal{G}' = 0$); ma se la deformazione è accompagnata da spostamenti normali, le dette linee non sono geodetiche se non quando sono ***rette***, nelle flessioni, ovvero ***piane*** (e per conseguenza linee di curvatura) nelle estensioni.

---

*) *Geometria intrinseca*, p. 162.

Relazione *sulla Memoria del socio corrispondente* G. De Lorenzo.

(Adunanza del dì 14 Dicembre 1901)

In questo studio, di geologia principalmente teoretica, l'autore, ripigliando l'antica e dibattuta questione della sede di origine dei fuochi vulcanici, se debba, cioè, considerarsi profonda o superficiale rispetto alla massa terrestre, con considerazioni teoriche e osservazioni sperimentali, tratte massimamente dallo studio dei vulcani dell'Italia meridionale, e sopratutto con l'esame della quantità e della qualità del materiale allogeno da questi rigettato, cerca di dimostrare che i fenomeni eruttivi in generale, e quelli vulcanici in particolare, sono dei processi intimamente associati a quelli della formazione delle montagne e, al pari di questi, rappresentano delle manifestazioni superficialissime del nostro pianeta, per il quale, secondo l'a., sarebbe da escludere assolutamente l'ipotesi di una massa centrale incandescente e fluida, in diretta comunicazione con i nostri vulcani.

Per il modo come i fatti e le idee già note sono intrecciate con le nuove osservazioni, a sostegno di questa ipotesi, che nello stato attuale delle nostre conoscenze sembra più conforme a verità, la sottoscritta Commissione propone che la Memoria del socio corrispondente De Lorenzo sia stampata negli Atti, insieme con le due figure e la tavola, la quale, benchè non sia necessaria all'intelligenza del testo, è interessante perchè riporta delle fotografie del M. Nuovo, che, pur essendo così noto e famoso, anche negli ultimi trattati di geologia è rappresentato con la figura datane da Hamilton nel secolo scorso.

A. Oglialoro
E. Scacchi
F. Bassani, *relatore.*

Considerazioni sull'origine superficiale dei vulcani; *Memoria del socio corrispondente* **G. De Lorenzo.**

(Adunanza del dì 7 Dicembre 1901) — (Sunto dell'Autore)

In questa memoria l'a., mediante osservazioni fatte sui vulcani dell'Italia meridionale e considerazioni sul modo di formarsi e di funzionare di tutti i vulcani, cerca di dimostrare, che i fenomeni vulcanici in particolare o quelli eruttivi in generale sono intimamente connessi con i corrugamenti orogenici, e al pari di questi rappresentano manifestazioni esteriori e superficiali del globo terrestre, le quali non autorizzano l'ipotesi di una massa centrale fluida e incandescente. La memoria è accompagnata da due figure intercalate nel testo e da una tavola, illustranti la forma e la struttura del Monte Nuovo.

Relazione *sulla Nota del dottor* A. Montuori: *Alcune osservazioni sul destino dell'acido ossalico nell'organismo.*

(Adunanza del dì 21 Dicembre 1901)

In questa Nota il dottor Montuori chiama l'attenzione sui seguenti risultati ottenuti dalle sue ricerche, cioè:

1.° Che il fegato, entro certi limiti, decompone l'acido ossalico sì da impedirne il passaggio nelle urine.

2.° Che un animale cui si somministra coll'alimento dell'acido ossalico puro elimina per le urine quantità maggiori d'acido urico.

3.° Che il parenchima epatico, in presenza d'acido ossalico può formare *in vitro* notevoli quantità d'acido urico.

Siccome queste ricerche del dottor Montuori contengono dei fatti importanti ed interamente nuovi circa il ricambio dell'acido ossalico nell'organismo e danno ragione di molte osservazioni contradittorie sull'argomento da parte di altri autori, la vostra Commissione ritiene che questa Nota meriti d'essere stampata ne' nostri Rendiconti.

A. de Martini
G. Paladino
G. Albini, *relatore.*

Alcune osservazioni sul destino dell'acido ossalico nell'organismo; *Nota del dottor* **A. Montuori**, *Libero docente e coadiutore di Fisiologia nella R. Università di Napoli.*

(Adunanza del dì 7 Dicembre 1901)

Sulle trasformazioni che subisce l'acido ossalico, introdotto nell'organismo, le opinioni degli autori sono molto discordi. Tale discordia dipende in gran parte dal fatto che mancano i dati essenziali per la soluzione del problema. Ed invero, non sapendo noi esattamente se possa formarsi acido ossalico come prodotto dell'attività metabolica dei tessuti, non sapendo esattamente se un'altra fonte dell'acido ossalico possa derivare dalla trasformazione di altre sostanze che introduciamo come alimenti, non possiamo con sicurezza stabilire un bilancio tra l'introito e l'esito dell'acido ossalico alimentare. Si aggiunga che fino a poco tempo fa, cioè prima che Salkowski avesse ideato un metodo esatto di determinazione, non si era in grado di dosare l'acido ossalico che con una approssimazione del 25 % e si comprenderà anche meglio l'incertezza delle nostre cognizioni, che possono riassumersi come appresso.

Una prima serie di ricerche riguarda il confronto tra l'introduzione e l'eliminazione dell'acido ossalico. In questo campo già cominciano le prime discrepanze; infatti mentre alcuni ammettono l'esistenza di un'ossaluria alimentare, altri la negano recisamente. A prescindere dagli antichi osservatori, basterà al proposito citare i seguenti le cui ricerche sono state eseguite con maggiore garanzia di metodo e con speciale competenza.

Abeles nega che l'aumentata introduzione di acido ossalico produca un corrispondente aumento della sostanza nelle urine e si fonda su di osservazioni eseguite sopra se stesso. L'alimentazione con una considerevole quantità di spinaci (che contengono molto acido ossalico sotto forma di sale di calcio) e l'uso quotidiano di forti quantità d'infuso di the (ossalati alcalini), non determinarono aumento di acido ossalico nell'urina. Questo fatto, secondo **Abeles**, dipenderebbe da che l'ossalato di calcio degli spinaci attraverserebbe immutato il tubo gastro-enterico e l'ossalato alcalino del the si trasformerebbe nell'intestino in ossalato di calcio per essere poi, come tale, eliminato per le feci.

Alle medesime conclusioni giunse il **Lommel** che, introducendo giornalmente gr. 0,10 di acido ossalico in sostanza, non vide aumentare l'acido ossalico nelle proprie urine. Gli stessi risultati ebbe sottoponendo altre persone ad un'alimentazione vegetale ricca d'acido ossalico.

Contro queste ricerche stanno quelle di **Bunge** e le altre di **Dunlop** il quale specialmente constatò che, mentre l'acido ossalico scompare dalle urine nella dieta lattea assoluta, basta aggiungere al latte un infuso di the per vedere ricomparire l'acido ossalico nell'urina. La somministrazione di ossalati alcalini puri conduce ai medesimi risultati.

Più recentemente **Pierallini**, riprendendo il controverso argomento, eseguì le sue ricerche impiegando l'esatto metodo di **Salkowski** e giunse ai seguenti risultati. Con un'alimentazione di ossalato di calcio, nell'urina ricompare da $^1/_{32}$ a $^1/_{40}$ dell'acido ossalico ingerito, mentre, aggiungendo agli alimenti acido ossalico puro, però passarne nell'urina $^1/_2$ e più della quantità introdotta. L'ossalato di calce sarebbe quindi decomposto nell'intestino, ma non come sosteneva **Dunlop** per l'azione dell'acido cloridrico dal succo gastrico, bensì per opera degli alcali intestinali. Esperimenti diretti hanno infatti dimostrato che mentre una debole soluzione di acido cloridrico lascia quasi immutato l'ossalato di calcio, questo viene completamente decomposto in presenza di un eccesso di soluzione di carbonato alcalino, formandosi, per doppia decomposizione, carbonato di calcio ed ossalato alcalino.

Le ultime ricerche di tal genere sono quelle di **Stradomsky** il quale potè constatare su di se stesso, che con una dieta costante, l'aggiunta di infuso di the fa aumentare l'eliminazione dell'acido ossalico e propriamente nell'urina ricompare da $^1/_3$ a $^1/_2$ della quantità ingerita.

Gli autori i quali hanno voluto seguire più da vicino le sorti dell'acido ossalico attraverso l'organismo non sono stati più concordi dei precedenti.

Pietrowski e **Buchheim**, stabilendo la comparazione tra la quantità di acido ossalico introdotta e quella eliminata e ritrovandone nelle urine solo il 10-15 % di quella ingerita, conclusero per una ossidazione dell'acido ossalico nell'organismo, quantunque tale deduzione sembri un

pò arrischiata, mancando ogni determinazione di acido ossalico nelle feci e limitandosi le osservazioni a periodi di sole 24 ore.

Gaglio pensò di risolvere direttamente il problema della ossidazione dell'acido ossalico, facendo attraversare il rene di maiale, due ore dopo la morte, da sangue defibrinato contenente in soluzione un certo peso di acido ossalico; la determinazione complessiva dell' acido ossalico nel sangue e nel rene, dopo 3 ore di durata dello esperimento, portò l'autore alla conclusione che l' acido ossalico non viene ossidato nell' organismo. Tale modo di vedere verrebbe, secondo l'A., avvalorato dell' altro fatto che l'acido ossalico, somministrato cogli alimenti agli uccelli, si ritrova quasi in totalità nella cloaca. Queste ricerche, come si comprende subito, nemmeno sono molte decisive potendo obbiettarsi che la circolazione artificiale attraverso il rene di un animale morto da due ore, rappresenta condizioni ben diverse da quelle dell'organismo vivente, che, in ogni modo, si dimostrerebbe che l acido ossalico non viene decomposto nel rene e che il trovare nella cloaca l acido ossalico ingerito può anche significare che esso ha attraversato l'apparecchio digerente dell' uccello senza subire decomposizione.

Marfori, in due lavori pubblicati a lungo intervallo tra loro, studiò sistematicamente il bilancio dell'acido ossalico, determinando la quantità che si elimina per le feci e per le urine con una razione alimentare costante e quella che si elimina per le stesse vie aggiungendo alla razione una nota quantità di acido ossalico. Gli esperimenti eseguiti abilmente col metodo di Neubauer, conducono al risultato che di tutta la quantità di acido ossalico ingerito, ne passano nelle urine il 12,2 % e nelle feci l' 11,3 %. La maggior parte verrebbe ossidata nell' organismo come può argomentarsi dalla diminuzione dell' acidità dell' urina dovuta probabilmente ai carbonati alcalini derivanti dalla ossidazione dell'acido ossalico. Degna di nota è l'osservazione che l'ossalato di calcio e quello di sodio verrebbero ad essere ossidati più facilmente dell'acido libero.

Per semplificare la ricerca Pohl ricorse all' espediente di praticare in un cane la fistola intestinale di Thiry-Vella, sequestrando un'ansa di circa 80 c. m. Determinò previamente la quantità di acido ossalico che l'animale emetteva per le urine, e poi introdusse per la fistola un noto peso di acido ossalico, il dosamento dell' acido ossalico nell'urina dimostrò che in tre giorni *tutto* l'acido ossalico ricomparve nelle urine.

A combattere le osservazioni di Pohl, le quali veramente prestano molti lati alla critica sia per il metodo di Neubauer adoperato, col quale è impossibile ritrovare nell'urina tutto l'acido ossalico esistente, sia per le condizioni un pò anormali in cui operava, sorse primo il Marfori a confermare l'esattezza delle ricerche già pubblicate, poi il Lommel che, riscontrò nelle urine e nelle feci solo il 7-19 % dell'acido ossalico introtrodotto ed ultimamente Stradomsky che, col metodo di Salkowski potè stabilire che, dell'acido ossalico ingerito, il 3,2 % ricompariva nelle

urine e il 33,1 % passava nelle feci. Come si vede adunque il 63,7 % verrebbe distrutto nell' organismo, notando però che esperimenti diretti gli hanno confermato il fatto già intraveduto da Lommel che cioè l'acido ossalico può, in buona parte, essere decomposto dai processi di putrefazione e fermentazione intestinale.

Dal complesso delle ricerche ora esposte risulta quindi che, mentre deve oramai mettersi fuori dubbio che l'acido ossalico introdotto per la via dello stomaco subisca una considerevole decomposizione tanto nell'intestino che nei tessuti, nulla può dirsi di preciso circa le sue trasformazioni nell'organismo. Solo il Marfori, constatando diminuzione dell'alcalinità dell' urina, ci fornisce un indizio di probabile ossidazione, ma questo indizio, a vero dire, non può autorizzarci ad ammetterla senza altro.

Ora considerando: 1.° che una delle principali difficoltà riscontrate dagli sperimentatori è stata la decomposizione dell'acido ossalico nell'intestino, decomposizione i cui prodotti non conosciamo nemmeno sommariamente; 2.° che manca qualsiasi dato positivo sulle trasformazioni che subisce l' acido ossalico nell'attraversare gli organi viventi; 3.° che, nel caso speciale era giusto rivolgere l'attenzione al fegato, come all'organo capace di modificare tanti altri corpi che gli pervengono dall' assorbimento intestinale, mi sono prefisso, innanzi tutto, di studiare come si comporti l' eliminazione per le urine dell' acido ossalico iniettato rispettivamente in una radice della vena porta ed in un'altra vena qualsiasi della periferia, p. e. nella giugulare esterna.

Ad evitare una doppia determinazione e sopratutto perchè non potesse farsi alle mie ricerche l' obbiezione già fatta giustamente a quelle di Pohl che protraendo troppo a lungo l' esperimento, l' acido ossalico formato nell'organismo si potesse sommare nell'eliminazione a quello introdotto artificialmente ed alterare i risultati, ho sottoposto i cani su cui sperimentava, ad una determinata razione di latte con poco pane bianco, di modo che le urine non presentassero neanche tracce di acido ossalico.

Negli animali così alimentati cominciava coll' iniettare nella vena giugolare esterna delle piccole quantità di acido ossalico nella forma di ossalato neutro di potassio disciolto in una soluzione isotonica di cloruro di sodio. Raccoglieva le urine per tre giorni e dosava la quantità di acido ossalico eliminata nelle urine di 24 ore; quindi nello stesso animale, tenuto alla stessa razione, dopo otto giorni, iniettava la identica quantità di acido ossalico, disciolta nelle stesse proporzioni di soluzione di cloruro sodico, in una piccola vena del mesentere e determinava poi la quantità di acido ossalico eliminata in ciascuno dei tre giorni successivi all'operazione. È quasi superfluo notare che le operazioni furono condotte in modo da evitare qualsiasi infezione da parte dell'animale.

Le determinazioni dell'acido ossalico nelle urine furono eseguite col

metodo di **Salkowski** che credo utile qui riportare, secondo le norme fornite dall' autore: Si evaporano 500 c. c. di urina, non filtrata, a circa un terzo del volume, si fa raffreddare e si aggiungono 20 c. c. di HC*l* alla densità di 1,12, quindi si agita tre volte il liquido con 200 c. c. per volta di un miscuglio di 9-10 volumi di etere ed uno di alcool. Gli estratti eterei vengono accuratamente separati, filtrati per un filtro asciutto e distillati. Il liquido alcoolico residuo, contenente ancora tracce di etere viene versato in un recipiente ad alte pareti ed evaporato a bagnomaria dopo avere aggiunti 10-15 c. c. di acqua; il miscuglio lattescente che ne risulta viene ulteriormente evaporato, aggiungendo all'occorrenza acqua, fino a che si chiarifica e si separano delle masse glutinose. Questo procedimento è più vantaggioso dell' altro di far evaporare direttamente l'alcool-etere e poi estrarre con acqua, così si è più sicuri che l'acido ossalico è completamente disciolto e si evita la possibilità di formazione di eteri composti dell'acido ossalico. Si lascia raffreddare e così il liquido si chiarifica completamente (il volume del liquido deve essere di circa 20 c. c. eventualmente si deve aggiungere acqua) si filtra per un piccolo filtro, si lava due volte col minimo di acqua. Il filtrato viene debolmente alcalinizzato con ammoniaca e quindi addizionato con 1-2 c. c di soluzione al 10 °/₀ di *CaCl*, poi si aggiunge acido acetico fino ad ottenere una evidente reazione acida. Si noti che la reazione deve essere acida ma non troppo; altra speciale attenzione meritano i cambiamenti del liquido dopo l'aggiunta dell'acido acetico; poichè esso contiene sempre delle tracce di acido fosforico, coll'aggiunta di *CaCl* si ha alle volte un precipitato fioccoso di fosfato di calcio, bisogna aggiungere tanto acido da disciogliere questo precipitato. In taluni casi, specialmente quando si determina l'acido ossalico negli estratti di organi, è opportuno aggiungere prima l'acido acetico e poi il cloruro di calcio, perchè possono formarsi degl' intorbidamenti per acidi grassi da cui è facile liberare il liquido per filtrazione. Dopo almeno 24 ore, l'ossalato di calcio viene raccolto su di un filtro privo di ceneri, lavato, disseccato e pesato il residuo di calce. Una recente modifica proposta dello stesso autore è quella di aggiungere l'HC*l* direttamente all'urina prima dell'evaporazione, anzichè ad evaporazione compiuta; questa pratica facilita la messa in libertà dell'acido ossalico dalle sue combinazioni eventuali con altri principii dell'urina.

I risultati che ottenni con tale metodo nei miei animali di esperimento furono molto interessanti poichè potetti constatare indubbiamente che, mentre l'acido ossalico, iniettato nella vena giugulare esterna ricompariva quasi tutto nelle urine, la stessa quantità, iniettata nelle radici della vena porta non ricompariva assolutamente o si presentava soltanto in tracce non determinabili. Senza riportare la lunga serie di dati raccolti, basti notare che, eseguendo l'esperimento su cani di un peso medio di 9 kg. ed iniettando nella giugulare gr. 0,05 di acido ossalico, nelle

urine ne venivano eliminati gr. 0,048 in media, tale eliminazione aveva luogo per la massima parte nel giorno successivo all'esperimento. Iniettando la stessa dose di acido ossalico in una venuzza del mesentere non si potevano rilevare che tracce non dosabili di acido ossalico nelle urine, molte volte mancavano anche le tracce.

In base a questa prima prova di una indiscutibile azione del fegato sulla eliminazione dell'acido ossalico, credetti utile indagare fino a qual limite si esplicasse tale azione. L'esperimento doveva in conseguenza consistere nell'iniettare successivamente nello stesso cane dosi lentamente progressive di acido ossalico per la via della vena porta e determinare la quantità capace di assicurarne il passaggio nelle urine. La ricerca fu eseguita su tre cani nel modo seguente; dopo aver tenuto l'animale alla solita razione di pane e latte, per il tempo necessario a far scomparire ogni traccia di acido ossalico delle urine, cominciava coll'iniettare in una piccola vena del mesentere gr. 0,05 di acido ossalico (sotto forma di ossalato neutro di potassio) disciolti in 2 c. c. di soluzione fisiologica di cloruro di sodio; legata la vena e chiuso l'addome raccoglieva l'urina per due giorni successivi e vi determinava l' acido ossalico. Essendo sempre riuscita negativa la prova con la dose di gr. 0,05, riaperto l'addome, dopo 10 giorni, iniettava in un'altra venuzza mesenteriale, gr. 0,07 di acido ossalico e così aumentando progressivamente la dose e mantenendo sempre l'intervallo di 10 giorni tra l'una e l'altra iniezione potetti assodare che l'iniezione di più di gr. 0,15 di acido ossalico era appena capace di far passare nelle urine piccole dosi di acido ossalico (ordinariamente gr. 0,015) questa cifra vale pei cani da me impiegati del peso approssimativo di kg. 8,500. Si comprende di leggieri che l'impiego delle più scrupolose norme dell'asepsi mi metteva in grado di poter praticare tante iniezioni successive nello stesso animale e che la scelta per l'iniezione delle più piccole vene del mesentere ovviava all'inconveniente di possibili necrosi dell'intestino. Queste precauzioni non impedirono che qualche volta gli animali ammalassero di peritonite durante la lunga ricerca, in questo caso i dati forniti non venivano presi in considerazione.

Accertato con questi esperimenti che il fegato, entro certi limiti, impedisce il passaggio dell' acido ossalico nelle urine, nasceva spontaneo il quesito dell'ulteriore destino di questa sostanza nel fegato stesso e nell'organismo in generale. Era già per se stesso evidente che se l'azione del fegato sull' acido ossalico si fosse limitata ad un semplice immagazinamento, date le condizioni in cui aveva condotti gli esperimenti ora citati (impiego di animali che normalmente non eliminavano acido ossalico, osservazione prolungata delle urine dopo l'iniezione della sostanza) nel tempo successivo alla iniezione nella vena porta avrei dovuto lentamente raccogliere l'acido ossalico che si veniva liberando dal tessuto epatico. Ciò nei miei esperimenti non avveniva e quindi il fatto stesso che l'acido os-

salico iniettato verso il fegato non ricompariva più nelle urine dovea mettere fuori discussione l' ipotesi di una semplice ritenzione momentanea nel fegato. Tuttavia con esperimenti diretti volli accertarmi come andassero le cose e pensai di condurre la ricerca con due metodi diversi.

Il primo metodo fu quello di aggiungere separatamente a due determinate porzioni di fegato tolto da un cane allora ucciso per dissanguamento e tagliato in piccoli pezzi, determinati volumi di sangue defibrinato, dello stesso animale, addizionato col 0,10 % di acido ossalico e di dosare col solito metodo di Salkowski l'acido ossalico, in uno dei miscugli immediatamente e nell'altro dopo averlo tenuto per parecchie ore al termostato a 38°C ed avervi fatto gorgogliare una viva corrente di aria. Per semplicità di ricerca, feci i due miscugli di fegato e sangue defibrinato perfettamente eguali e nelle identiche proporzioni e propriamente di 50 gr. di fegato con 100 gr. di sangue defibrinato, aggiungendo ad uno dei miscugli gr. 0,10 di acido ossalico come ossalato neutro di potassio. I risultati degli sperimenti furono sempre concordi, poichè mentre nei miscugli non sottoposti alla digestione al termostato potetti sempre rintracciare il $^{90}/_{100}$ dell'acido ossalico aggiuntovi, nell' altra, tenuta per 7 ore al termostato sotto corrente di aria, non se ne trovava in media che il $^{30}/_{100}$. Memore delle recenti osservazioni di Lommel e di Stradomsky sulla decomposizione dell'acido ossalico nei processi putrefattivi, condussi gli esperimenti in modo asettico, avendo cura di esaminare coi soliti metodi batteriologici il sangue dopo di avere completato l'esperimento e di non procedere alla determinazione quando trovava il miscuglio inquinato da germi.

Seguendo un secondo metodo, potei giungere a risultati analoghi a quelli ottenuti col primo, quantunque dovessi ritenere questi ultimi meno attendibili perchè mancanti della prova comparativa. Feci attraversare il fegato, di un cane allora morto per dissanguamento e tenuto in opportuno termostato a 39 C°, da sangue defibrinato contenente in soluzione una determinata quantità di acido ossalico, e determinai, dopo la circolazione artificiale, la quantità complessiva di acido ossalico contenuta nel fegato e nel sangue *in toto*. Non avendo a mia disposizione i complicati apparecchi ideati recentemente per la circolazione artificiale, mi servii di due recipienti uno di carica ed uno di raccolta tenuti a conveniente altezza ed a costante temperatura di 39°C, innestati rispettivamente alla vena porta ed allo sbocco delle vene sopraepatiche. La circolazione artificiale fu protratta per 4 ore, dopo di che eseguii il dosamento dell'acido ossalico. L'esperimento non fu fatto che una sola volta e dei gr. 0,10 di acido ossalico che aveva previamente disciolti nel sangue, non arrivai che a rintracciarne gr. 0,04. Ripeto però che non credetti dovere insistere in un simile genere di ricerca, perchè, mancandomi il termine di paragone, non poteva decidere con sicurezza se il deficit di acido ossalico si do-

vesse attribuire a ritenzione meccanica nel parenchima epatico o a vera decomposizione.

Mettendo però di accordo i risultati forniti dall'uno e dall'altro metodo di ricerca mi parve poter concludere che il fegato sia realmente capace di decomporre l'acido ossalico.

Restava, adunque, a determinare quali potessero essere i prodotti della decomposizione dell'acido ossalico nel fegato. Questo compito rappresentò il lato più difficile delle mie ricerche e non sono riuscito a raggiungere perfettamente lo scopo che mi era proposto.

Tornati vani diversi tentativi fatti con intendimenti svariati e di cui credo inutile qui riferire, cercai di vedere se per caso esistesse un rapporto tra il consumo dell'acido ossalico nell'organismo e la maggiore produzione dell'acido urico.

Il criterio che diresse le mie ricerche fu quello dell'indiscutibile legame tra la eliminazione di queste due sostanze per le urine. Questo legame preoccupò la mente di molti ricercatori, alcuni dei quali, in base al fatto che l'acido urico, in vitro, ossidato con acido nitrico fornisce acido ossalurico, facilmente decomponibile in acido ossalico ed urea, oppure che trattato con percloruro di ferro in soluzione acquosa, dà direttamente acido ossalico ed urea, ammisero nell'organismo un eguale processo di formazione di acido ossalico dall'acido urico.

Si è cercato anzi di dimostrare direttamente tale trasformazione ma i risultati degli studi sono stati tutt'altro che concordi. Così, mentre Wöhler e Frerichs credettero di riscontrare aumento dell'acido ossalico nell'urina del cane dopo l'iniezione di urato ammonico nella giugulare, e nell'urina dell'uomo dopo l'ingestione della stessa sostanza, Neubauer non potè confermare i loro esperimenti e Gallois, pure associandosi a Neubauer per gli esperimenti negativi sugli animali, ammise che l'ingestione di urato ammonico, solo in forti dosi, potesse portare nell'uomo aumento dall'eliminazione dell'acido ossalico.

Successivamente Fürbringer, riprendendo lo studio dell'argomento con tutto il rigore che poteva fornire il metodo di Neubauer per la determinazione dell'acido ossalico, fece ingerire ad 8 persone, da 2 a 6 gr. di urato ammonico; in quattro casi non vi fu variazione della quantità di acido ossalico emesso per le urine, in tre casi si riscontrò un certo aumento ed in un caso diminuzione.

Recentemente altri autori, vista l'incertezza dei risultati ottenuti per lo innanzi, cercarono di studiare il problema da un altro punto di vista. Sapendo che l'ingestione di nucleine fa aumentare la quantità di acido urico nelle urine, pensarono di studiare contemporaneamente l'eliminazione dell'acido ossalico. I risultati, però, nemmeno furono concordi.

Lüthje, alimentando un convalescente con timo di vitello e poi con

nucleina, non potè notare aumento di acido ossalico nell' urina, mentre l' acido urico aumentava. Gli stessi risultati negativi ebbe più recentemente alimentando un diabetico con 1 kg. di timo e 1 $^1/_2$ kg. di pancreas al giorno.

Più fortunate furono le ricerche di Lommel il quale su se stesso e su di altre persone, potè con diverse serie di ricerche constatare un notevole aumento di acido ossalico nell'urina dietro un'alimentazione con forti quantità di timo di vitello. Però nè il Salkowski il quale ha dovuto incidentalmente occuparsi dell' argomento, nè Stradomsky hanno potuto confermare l'asserzione di Lommel.

Sicchè, riassumendo le antiche e le nuove osservazioni, possiamo dire essere tutt' altro che provata la trasformazione di acido urico in acido ossalico nell' organismo. Così stando le cose io pensai d' invertire i termini del problema, vedere cioè se l'ingestione di acido ossalico portasse un aumento nella eliminazione dell' acido urico per le urine. In questo modo di vedere mi confortavano due osservazioni esistenti in letteratura ma poco vagliate da chi si è occupato dell'argomento.

Una è riferita dal Gauthier e riguarda l'aumento dell'acido urico urinario dietro l'uso di abbondanti quantità d' infuso di the, aumento che a vero dire potrebbe mettersi più in rapporto all' introduzione del gruppo xantinico della teina, anzichè all' acido ossalico contenuto nella droga.

L'altra osservazione appartiene a Coock il quale, notando che l'alimentazione con pomidoro produce costantemente un considerevole aumento di acido urico nell'urina, attribuì la causa del fenomeno all'acido ossalico contenuto nel frutto. Infatti l'ingestione di acido ossalico fece quasi raddoppiare nei due giorni successivi la dose dell'acido urico nella sua urina. Queste osservazioni furono fatte con metodo speciale di determinazione dell' acido urico ideato dall' autore (precipitazione dell' acido urico con solfato di zinco e decomposizione del precipitato coll' ipobromito). Il metodo non è molto raccomandabile per la sua esattezza, ma la differenza tra le quantità di acido urico eliminate prima e dopo l'ingestione di acido ossalico è tale che qualsiasi metodo, per quanto approssimativo è in grado di metterla in evidenza.

Io cominciai col determinare nel cane la quantità di acido urico eliminata prima e dopo l' aggiunzione di acido ossalico alla razione alimentare che mantenni sempre costante. Per semplificare le condizioni dell'esperimento tenni gli animali, precedentemente all' inizio della ricerca, per otto giorni ad una costante razione di pane ed acqua, e ciò allo scopo di far scomparire ogni traccia di acido urico dall' urina. Quando mi era assicurato, con una determinazione preventiva, che l'acido urico era scomparso, aggiungeva alla razione giornaliera gr. 0,15 di ossalato neutro di potassio e determinava la quantità di acido urico eliminato nelle urine delle 24 ore. La sostanza veniva benissimo tollerata tanto che ho potuto

somministrare l' ossalato per molti giorni consecutivi. Il dosamento dell'acido urico veniva eseguito secondo il metodo di Ludwig-Salkowski.

I risultati delle mie ricerche collimano perfettamente con quelle istituite di Cook nell'uomo. Due cani che antecedentemente non eliminavano neanche tracce di acido urico, quando si aggiunse giornalmente alla loro razione l' ossalato di potassio cominciarono a presentare nelle urine rispettivamente gr. 0,025 e gr. 0,032 in media di acido urico al giorno. Queste ricerche sono anche più convincenti di quelle di Coock prima di tutto per il metodo da me impiegato e poi per essere state eseguite sui cani, animali in cui normalmente l' eliminazione dell'acido urico è scarsissima o nulla.

Forte del buon esito di questa ricerca preventiva vidi la necessità di indagare quale rapporto vi potesse essere tra l' aumentata eliminazione di acido urico dopo l'ingestione di acido ossalico e l'azione che il fegato indubbiamente esercita nell'acido ossalico stesso. Il problema non era facile a risolversi completamente e quindi pensai di limitarmi a ricercare se, nel fegato staccato dal corpo, si formi acido urico in presenza di acido ossalico.

A tale scopo eseguii due serie di ricerche, una con circolazione attraverso il fegato isolato di sangue defibrinato contenente in soluzione ossalato neutro di potassio, l'altra con digestione, sotto corrente di aria, e a 38°C°, di pezzi di fegato fresco con sangue defibrinato ed ossalato neutro di potassio. Alla fine della circolazione o della digestione determinava col metodo di Salkowski-Ludwig la quantità di acido urico complessivamente nel fegato e nel sangue che vi si era trovato in contatto.

Gli esperimenti di circolazione artificiale furono condotti colle seguenti cautele. Il cane, nutrito antecedentemente con solo pane ed acqua e la cui urina non presentava all' analisi traccia di acido urico, veniva ucciso per dissanguamento; il sangue era raccolto, defibrinato ed addizionato col 0,10 °/₀ di ossalato neutro di potassio. Aperto l'addome dell'animale, isolata la vena porta e lo sbocco delle v. sopraepatiche, veniva eseguita la circolazione artificiale col sangue ossalato, secondo il metodo descritto più sopra. La sola variante era quella di resecare un pezzetto di fegato del peso di circa 10 gr. e di ricercarvi quantitativamente l'acido urico, allo scopo di assicurarmi se realmente l'alimentazione opportuna aveva fatto scomparire l' acido urico anche dal fegato. La ricerca fu sempre negativa; alla perdita di sostanza epatica si riparava con opportune suture e compressioni.

La circolazione artificiale veniva protratta per 3-4 ore, dopo di che tanto il fegato che il sangue che l' aveva attraversato venivano insieme gettati in acqua bollente, salata al 2 °/₀ e leggermente acidulata con acido acetico. Separata e messa da parte la prima acqua, il fegato cotto veniva finemente pestato e poi sempre insieme al sangue, ripetutamente

estratto con nuove quantità di acqua bollente, salata ed acidulata: il volume totale dei liquidi di estrazione (2 litri per ogni 100 gr. di sostanza) veniva evaporato lentamente fino a ridursi a 250 c. c. circa; in quest'ultimo liquido, previa filtrazione a caldo veniva eseguito il dosamento dell'acido urico col solito metodo Ludwig-Salkowski.

Complessivamente dal fegato intero dell'animale e dal sangue impiegato ad attraversarlo potetti estrarre in un primo caso gr. 0,0578 di acido urico ed in un secondo gr. 0,0468. Il peso dei due fegati era presso a poco eguale. Ora essendomi accertato, coll'esame del pezzo di fegato staccato prima della ricerca, che questo non conteneva acido urico, bisogna necessariamente ammettere che esso si sia formato durante la circolazione col sangue ossalato. Potrebbe veramente pensarsi che tale formazione di acido urico nel fegato si debba esclusivamente alla circolazione artificiale, indipendentemente dall'acido ossalico aggiunto al sangue; ma questa ipotesi cade se si tengono presenti le ricerche di Ascoli il quale eseguendo circolazioni artificiali attraverso il fegato con sangue defibrinato contenente in soluzione acido urico, ha notata constantemente la diminuzione di questa sostanza e mai l'aumento. Anzi le ricerche di Ascoli fanno giustamente pensare che le cifre da me attenute non rappresentano tutto l'acido urico formatosi nel fegato, giacchè una certa parte ha dovuto essere distrutta nel fegato stesso durante l'esperimento.

Ma questa obbiezione viene d'altra parte risoluta direttamente dagli esperimenti fatti con la digestione eseguita nelle medesime condizioni comparativamente di due miscugli di fegato fresco e sangue defibrinato, all'uno dei quali si aggiungeva acido ossalico, mentre in ambedue si determinava l'acido urico. Ho preso sempre due porzioni di fegato (dal cane allora ucciso) dell'egual peso di 50 gr. e dopo averle rapidamente tagliuzzate, le ho messe separatamente in due bocce a collo largo, con tappo a doppio tubo, aggiungendo all'una 100 c. c. di sangue puro defibrinato ed all'altra la stessa porzione di sangue in cui aveva però disciolti gr. 0,10 di ossalato. Le due bocce, tenute alla temperatura di 39°-40° C°, venivano fatte attraversare per 5 ore da una energica corrente di aria, e quindi sospeso l'esperimento veniva dosato l'acido urico in ambedue i miscugli, col metodo ora accennato. Le determinazioni diedero risultati perfettamente concordi ai precedenti, poichè mentre nel miscuglio testimone non si formò mai acido urico (il fegato era di animale nutrito con pane) in quello cui si era aggiunto l'ossalato si ebbero, come media di 4 determinazioni, gr. 0,015 di acido urico.

Riassumendo i fatti che emergono dalle mie ricerche si ha:

1° che il fegato, entro certi limiti, decompone l'acido ossalico sì da impedirne il passaggio nelle urine;

2° che un animale alimentato con acido ossalico elimina per le urine maggiore quantità di acido urico;

3° che il parenchima epatico, in presenza dell'acido ossalico, forma acido urico in quantità notevoli.

Le deduzioni che si possono trarre da questi dati servono indubbiamente a chiarire molti punti oscuri nel bilancio dell'acido ossalico e nel suo destino nell'organismo. Prima di ogni altro, il fatto che il fegato impedisce il passaggio di limitate dosi di acido ossalico nelle urine, spiega il perchè delle conclusioni non sempre concordi circa l'ossaluria alimentare. Da quanto si è esposto si comprende come tale fenomeno deve essere oramai studiato con gli stessi criteri della glicosuria alimentare, tenendo presente cioè lo stato dell'attività metabolica del fegato e la quantità dell'acido ossalico ingerito. Quindi lo studio della funzionalità epatica potrà spiegare ai clinici molti casi di ossaluria la cui origine si cerca inutilmente e la determinazione del limite di tolleranza del fegato normale verso l'acido ossalico spiegherà la contraddizione dei dati finora raccolti sulla ossaluria fisiologica alimentare.

Meno rigorose sono le conclusioni cui si può giungere fondandosi sui rapporti che, secondo le mie ricerche, esisterebbero tra la decomposizione dell'acido ossalico e la formazione di acido urico nel fegato. Mettendo di accordo questi due fatti e l'altro dell'aumento dell'acido urico urinario consecutivo all'ingestione di acido ossalico, si sarebbe senz'altro condotti ad ammettere la formazione di acido urico a spese dell'acido ossalico. In base alle nostre cognizioni, tale formazione potrebbe aver luogo per un processo sintetico; sappiamo infatti che l'acido urico può dare per ossidazione, acido ossalico, urea allantoina, allossana, acido parabanico, acido ossalurico etc. a seconda delle sostanze ossidati impiegate. Non sarebbe quindi strano lo ammettere che nel fegato, con un processo inverso, possa formarsi dell'acido urico, quando all'urea, all'allantoina ed alle altre sostanze che vi si riscontrano venga ad aggiungersi acido ossalico. Questo concetto potrebbe forse spiegare, con maggiore esattezza di quanto sia stato fatto finora, i rapporti tra aumentata eliminazione di acido urico e di acido ossalico, constatati dall'osservazione clinica e dall'esperimento; tanto più che, come si è esposto più sopra, le ricerche dirette a provare la derivazione dell'acido ossalico dall'acido urico per un processo di sdoppiamento nell'organismo, non hanno condotto a risultati concordi e soddisfacenti. Non può negarsi però che, anche partendo dalle osservazioni da me riferite, la formazione sintetica dell'acido urico dal gruppo ossalico nel fegato non resta che una ipotesi, la quale merita di essere avvalorata da altre prove sperimentali, oltre di quelle che io sono riuscito a fornire.

Dall'Istituto di Fisiologia della R. Università di Napoli.

BIBLIOGRAFIA

Abeles, Wien. klin. Woch. 1892.
Buchheim, Zeitsch. f. phys. Heilk. Bd. 1.
Bunge, Lehrb. d. phys. Chemie. 1894.
Coock, Brit. med. Journ. 1883.
Dunlop, Edimburg. med. journ. 1896.
Fürbringer, Deutsche Arch. f. klin. Med. Bd. 18.
Gaglio, Arch. f. exp. Pathol. u. Pharmak. Bd. 22.
Gallois, Compt. rend. 44.
Gauthier, Chimie. biologique. II ed.
Lommel, Deutsch. Arch. f. klin. Med. Bd. 63
Lüthje, Zeitsch. f. klin. Med. Bd. 35.
Marfori, Annali di chimica e farmacologia. 1897.
Neubauer, Ann. d. Chem. u. Pharm. Bd. 99.
Pierallini, Wirchow's Arch. Bd. 160.
Pohl, Arch. f. exp. Path. u. Pharmak. Bd. 37.
Salkowski, Zeitsch. f. phys. Chemie. Bd. 29.
Stradomsky, Wirchow's Arch. Bd. 163.

RELAZIONE *sulla Nota del dottor* A. Montuori: *Sopra una condizione che accelera la coagulazione del sangue..*

(Adunanza del dì 21 Dicembre 1901)

In questa Nota il dottor Montuori, come aveva preannunziato in altra Nota presentata a quest'Accademia, riferisce un fatto non ancora registrato e di notevole importanza per lo studio della coagulazione del sangue, cioè che l'injezione di gas ossido di carbonio eseguita centripetalmente nel tronco o in una delle radici della vena porta, favorisce la coagulabilità del sangue fino a poter produrre la morte dell'animale per coagulazione spontanea del sangue nei vasi, laddove lo stesso effetto, cioè l'accresciuta coagulabilità, non si ottiene injettando gas ossido di carbonio per altri vasi arteriosi e venosi.

La novità del fenomeno e la bontà del metodo col quale il dottor Montuori ne determina le condizioni inducono la vostra Commissione a proporre la stampa della Nota nel Rendiconto dell'Accademia.

A. DE MARTINI
G. PALADINO
G. ALBINI, *relatore.*

Sopra una condizione che accelera la coagulazione del sangue; *Nota del dottor* **A. Montuori**, *Libero docente e coadiutore di Fisiologia nella R. Università di Napoli.*

(Adunanza del dì 7 Dicembre 1901)

In una mia pubblicazione del decorso anno [1], notai un fatto che mi era occorso di osservare e che per la sua importanza credetti degno di uno studio speciale. Se in un cane s'inietta del gas ossido di carbonio in una radice della vena porta, p. e., in una piccola vena del mesentere, in modo che il gas segua la corrente sanguigna, l'animale muore rapidamente, dopo avere iniettati circa 50 c. c. di gas ed all'autopsia, eseguita colla maggiore celerità possibile, si trova il sangue coagulato in tutta la sezione arteriosa del sistema circolatorio.

Questo fatto di una coagulazione spontanea del sangue nelle arterie richiamò subito la mia attenzione, tanto più che nell'argomento della coagulazione del sangue le nostre cognizioni sono così imprecise che ogni nuova osservazione anche modesta può contribuire alla spiegazione del fenomeno tutt'ora ignoto nella sua essenza.

Ed è per questa cagione che, quantunque io non sia riuscito a dare una plausibile interpretazione del nuovo fenomeno da me osservato, pure ho creduto utile pubblicare tutte le osservazioni fatte in proposito, nella speranza che possano contribuire a risolvere il problema della coagulazione del sangue.

Partendo dall'osservazione casuale della coagulazione del sangue nell'animale vivente dopo l'iniezione endoportale di ossido di carbonio, credetti, prima di tutto necessario studiare come si comportasse la coagulabilità del sangue sotto l'iniezione endoportale di dosi variabili di CO. La tecnica di questo primo gruppo di esperimenti fu la seguente: isolata ad un cane la carotide ed immessa una cannula di vetro ben netta nel moncone centrale del vase, si raccoglieva del sangue in un vetrino d'orologio, notando con un contatore di precisione a secondi in quanto tempo il sangue coagulasse completamente. Prevedendo di dover incontrare delle differenze molto spiccate tra la rapidità di coagulazione del sangue prima e dopo l'iniezione endoportale di ossido di carbonio, ho creduto sufficiente al mio scopo contentarmi di chiamare completamente coagulato il sangue quando questo più non si versava capovolgendo il recipiente; il metodo

---

[1]) *Influenza del pulmone sulla dissociazione della emoglobina ossicarbonica* (Rend. della R. Acc. di Scienze di Napoli, 1900).

del capello proposto già da Vierordt [1]) o quello più recente di Talanzeff [2]) non avrebbero rappresentata che una inutile complicazione ed eventualmente anche una causa di errore; ebbi invece cura di raccogliere più di un saggio di sangue per ogni determinazione, calcolando il tempo medio di coagulazione. Notato questo tempo, passava ad iniettare, con l'apparecchio descritto nel già citato mio lavoro, l'ossido di carbonio nella vena porta, servendomi alle volte del tronco principale, alle volte di una piccola vena mesenterica, alle volte della vena splenica; l'iniezione procedeva molto lentamente, colla velocità di circa c. m. c. 1,5 al minuto primo. Dopo l'iniezione venivano prelevati nuovi saggi di sangue per osservare le variazioni di coagulabilità.

In questa prima serie di ricerche ho potuto fare le seguenti osservazioni:

I. L'iniezione di ossido di carbonio nel tronco o in una delle radici portali accelera costantemente la coagulazione del sangue;

II. L'acceleramento si determina qualche minuto dopo l'iniezione e dura per diverse ore;

III L'acceleramento della coagulazione e la durata del periodo di aumentata coagulabilità del sangue aumentano coll'aumentare del volume di gas iniettato;

IV. La quantità minima di ossido di carbonio necessaria a produrre il fenomeno dell'aumentata coagulabilità è di 10 a 15 c. c. per cani del peso di 8 a 10 Kg.

V. Se s'iniettano dosi di ossido di carbonio superiori ai 50 c. c., i cani del peso di 8-10 Kg. ordinariamente muoiono per coagulazione spontanea del sangue nei vasi.

Alcuni esempi di esperimenti eseguiti varranno a dimostrare quanto sopra ho esposto.

I. *Esperimenti d'iniezione di* CO *nel tronco e nelle radici portali.*

a) Cane del peso di Kg. 8,500.

Il sangue carotideo coagula dopo minuti 11 (media di quattro determinazioni). S'iniettano nel tronco della vena porta c. c. 20 di gas CO. Il sangue carotideo, dopo un minuto dell'iniezione coagula in minuti 3. Dopo cinque minuti coagula ancora in minuti 3 (media di tre determinazioni). Dopo un'ora in minuti 5 (m. di tre determ.),

b) Cane del peso di Kg. 7,800.

Il sangue carotideo coagula dopo 12 minuti (media di due determinazioni).

Iniezione di c. c. 20 di gas CO nella vena splenica.

Il s. carot. dopo un minuto dall'iniezione coagula in 4 minuti; dopo 20 minuti coagula in tre minuti.

[1]) *Arch. f. Heilk.*, T. XIX, 1378.

[2]) *Physiologiste russe.* Vol. II, N.° 21-25.

II. *Esperimenti di persistenza di aumentata coagulabilità dopo l'iniezione endoportale di* CO.

a) Cane del peso di Kg. 9.

Il sangue carotideo coagula in 8 minuti (media di quattro determinazioni).

Iniezione di 25 c. c. di CO nella vena porta.

Il sangue carotideo coagula:

dopo	10′	dell'iniezione	in 2′
»	30′	»	» 2′
»	1ʰ	»	» 2′45″
»	3ʰ	»	» 3′30″
»	5ʰ	»	» 3′30″

b) Gli esperimenti eseguiti con iniezione della stessa quantità di CO nella vena mesenterica e nella splenica, in cani della stessa taglia hanno dato identici risultati.

III. *Esperimenti di variazione della coagulabilità in proporzione del* CO *iniettato.*

Quantità minima di gas necessaria.

Quantita massima compatibile colla vita.

a) Cane del p. di kg. 10.

Il sangue carotideo coagula dopo 9 minuti (media di tre determinazioni).

Iniezione di c. c. 5 di CO in una piccola vena del mesentere.

Tre campioni di sangue presi nei tre minuti successivi all'operazione coagulano ancora dopo 9 minuti.

Iniezione di altri 10 c. c. di CO nella stessa vena del mesentere da cui non si era rimossa la cannula dell'apparecchio.

Dopo un minuto il sangue carotideo coagula in 4 minuti; dopo 20′, ancora in 4′.

Nuova iniezione di altri 10 c. c. di CO nella stessa vena:

dopo	5′	il sangue	coagula	in	3′
»	20′	»	»	»	3′

Altra iniezione di 10 c. c.

Il sangue coagula quasi immediatamente dall' uscita della carotide.

Dopo l' iniezione di altri 20 c. c. di CO, l'animale muore con leggieri fenomeni convulsivi.

All' apertura immediata del torace si riscontra il sangue coagulato nelle cavità cardiache e nell'aorta. Grumi nelle vene cave.

b) Cane del p. di kg. 10,200.

Iniezione di 40 c. c. di CO in una vena del mesentere. Il sangue ca-

rotideo che, prima dell'iniezione coagulava in 10 minuti, ora coagula in meno di 1 minuto.

Dopo l'iniezione di altri 15 c. c. di CO, morte dell'animale.

All'autopsia si riscontrano le stesse note che nell'animale precedente.

N. B. — Credo necessario far notare qui di passaggio che la morte dei cani dopo l'iniezione di dosi generose di ossido di carbonio non può attribuirsi all'avvelenamento del sangue per formazione di CO-emoglobina, perchè la ricerca di questa sostanza eseguita coi metodi più svariati nel sangue carotideo degli animali morti è stata sempre negativa.

Ma se facile è stato il confermare con esperimenti una osservazione dovuta al semplice caso, non è egualmente agevole spiegare questo fenomeno di esagerato aumento di coagulabilità del sangue dopo l'iniezione endoportale di ossido di carbonio.

Tenendo presente l'aumento della coagulabilità del sangue si tenta subito di trovare una relazione tra il fenomeno di cui ci occupiamo e l'altra dell'aumentata coagulabilità del sangue dietro iniezioni di estratti di parenchimi (Foà e Pellecani, Wooldrige, A. Schmidt etc.). Ma questo criterio analogico non è stato sufficiente a guidarmi nella spiegazione del fatto osservato. Nè maggior lume ho trovato cercando di prendere a guida un'altra analogia, nascente dai fatti bene accertati dell'influenza che il fegato esercita sulla coagulabilità del sangue. Infatti nè l'osservazione di Wright [1]) da cui risulta che l'aumento della coagulabilità del sangue dopo l'iniezione di estratti parenchimali s'inizia dal sangue portale, nè l'altra di Gley e Pachon [2]) circa la nessuna azione anticoagulante delle albumose e peptoni iniettati per la vena porta, quantunque possano mettersi in un certo rapporto colla mia, non servono gran fatto a spiegarla.

Ho creduto perciò più opportuno rinunziare per ora ad una qualsiasi spiegazione ipotetica e contentarmi di studiare le condizioni sperimentali in cui si verifica il fenomeno da me rilevato. Mi sono perciò proposto alcuni quesiti le cui soluzioni presento qui appresso.

1.° L'aumento della coagulabilità del sangue si ha esclusivamente per l'iniezione di ossido di carbonio nella vena porta e suoi rami o si determina anche per l'iniezione dello stesso gas in altre vene?

Per risolvere questa piccola quistione non ho creduto studiare che le modifiche della coagulabilità del sangue dopo l'iniezione di CO nella vena giugulare e nella vena crurale. L'innocuità relativa di queste iniezioni è stata da me dimostrata in un altro lavoro già citato. I risultati sono

[1]) *Brit. med. journ.* 1891.

[2]) *Arch. de Physiol.*, VII; e *C. R. Soc. de Biol.*, XLVII.

stati negativi e fanno senz'altro concludere per un'azione specifica delle iniezioni endoportali di CO sulla coagulabilità del sangue. Ecco per esempio due esperimenti eseguiti colla solita tecnica.

A) Cane del p. di kg. 8.

Il sangue carotideo coagula in 9 minuti.

Dopo l'iniezione di 20 c. c. di CO nella vena giugulare esterna di destra, il sangue carotideo coagula in 9'30''.

B) Cane del p. di kg. 9.

Il sangue carotideo coagula in 10 minuti.

Iniezione di 25 c. c. di CO sulla vena crurale sinistra.

Un minuto dopo l'iniezione il sangue coagula in 10'.

Dieci minuti dopo in 9'45''.

2.° L'azione ipercoagulante delle iniezioni endoportali di CO è dovuta all'emoglobina ossicarbonica che si forma, o si esercita direttamente dall'ossido di carbonio gassoso sul parenchima epatico?

Parmi possa ritenersi che non sia la formazione di emoglobina ossicarbonica la causa dell'aumentata coagulabilità del sangue. Infatti l'iniezione endoportale di considerevoli quantità di sangue defibrinato e saturato con ossido di carbonio non modifica per nulla la coagulabilità del sangue carotideo. Ciò viene dimostrato dal seguente esperimento:

Cane del p. di kg. 7.

Il sangue carotideo coagula dopo 12 minuti.

S'iniettano in una piccola vena del mesentere c. c 130 di sangue (di altro cane) defibrinato e saturato con ossido di carbonio per prolungato sbattimento in un'atmosfera di CO puro.

Un campione di sangue prelevato dopo 5 minuti circa dall'iniezione coagula in 11'30''.

Un secondo campione prelevato dopo altri dieci minuti coagula in 13'.

N. B. — Calcolando che il sangue di cane contenga il 14 % di emoglobina e che un grammo di emoglobina assorba c. c. 1,34 di CO, si può desumere di avere iniettati circa c. c. 24 di ossido di carbonio combinato; tale quantità allo stato libero sarebbe stata più che sufficiente ad accelerare in modo notevole la coagulabilità del sangue.

3.° L'iniezione di altri gas, nella vena porta, è capace di produrre lo stesso fenomeno che si ha dopo l'iniezione di ossido di carbonio?

Anche a tale quesito la risposta è stata negativa. Infatti, come risulta dagli esperimenti che riferisco qui appresso, nè l'iniezione endoportale di aria, nè quella di ossigeno puro, nè quella di un gas indifferente come l'idrogeno, hanno prodotto notevoli modifiche nella coagulabilità del sangue.

A) Cane del p. di kg. 8.

Il sangue carotideo coagula in minuti 7.

Iniezione di c. c. 25 *di aria* nella vena splenica.

Dopo l' iniezione si prendono 3 saggi di sangue dalla carotide, una ogni quarto di ora. Il sangue coagula costantemente dopo 7 minuti.

B) Cane di 8 kg.

Coagulazione del sangue carotideo in 9 minuti.

Iniezione di 25 c. c. di *ossigeno puro* nella vena splenica.

I saggi di sangue carotideo dopo l' iniezione coagulano tra 9 e 10 minuti.

C) Cane di 8 kg.

Coagulazione del sangue carotideo in 8 minuti.

Iniezione di 25 c. c. di *idrogeno puro.*

Dopo 15 minuti il sangue carotideo coagula in 8'30". La coagulabilità non si modifica nei saggi presi successivamente per tre volte ogni 15 minuti.

4.° L'iniezione di altre sostanze, dotate, come l'ossido di carbonio, di proprietà riducenti, determina l'ipercoagulabilità del sangue?

Come sostanza riducente ho scelto pei miei esperimenti il pirogallolo in soluzione alcalina molto debole. I risultati sono stati negativi.

Ad evitare l' obbiezione che l' alcalinità del liquido iniettato potesse rallentare la coagulabilità del sangue e quindi dissimulare un eventuale acceleramento della coagulazione dovuto all'acido pirogallico, oltre ad usare soluzioni alcaline molto deboli, ho determinato comparativamente la coagulabilità del sangue dopo l' iniezione di una certa quantità di soluzione alcalina semplice e poi dopo un'altra iniezione della stessa quantità di soluzione alcalina portante in soluzione dell'acido pirogallico. Ecco un esempio di esperimento.

Cane del p. di kg. 10.

In una piccola vena del mesentere s' iniettano 40 c. c. di soluzione di carbonato di sodio al 0,75 %.

Il sangue carotideo dopo l'iniezione coagula in 10 minuti.

Dopo circa due ore s'iniettano in un' altra vena del masentere altri c. c. 40 della stessa soluzione alcalina in cui si erano disciolti gr. 0,40 di acido pirogallico.

Il sangue carotideo raccolto dopo la seconda iniezione coagula in 10 minuti.

5.° Il sangue, reso incoagulabile per iniezione di albumosa nella giugulare, coagula poi per l' iniezione di ossido di carbonio nella vena porta?

Dagli esperimenti eseguiti con questo indirizzo debbo concludere che non esiste un'azione antagonista tra le iniezioni di peptone nella giugulare e di ossido di carbonio nella vena porta.

I cani cui aveva antecedentemente iniettato nella giugulare una so-

luzione di albumosa (nella proporzione di gr. 0,25 per kg. dell'animale) ed il cui sangue era diventato incoagulabile, non forniscono sangue coagulabile nemmeno dopo l' iniezione endoportale di 100 c. c. di ossido di carbonio.

Questi esperimenti come da una parte dimostrarono la nessuna azione delle iniezioni endoportali di ossido di carbonio sul sangue reso incoagulabile dall'albumosa, confermarono d'altra parte l'ipotesi che la morte degli animali dopo iniezione di forti quantità di ossido di carbonio nella vena porta dipende da una coagulazione spontanea del sangue nei vasi.

Ho tentato pure, in quest'ordine d'idee, di eseguire la prova reciproca, vedere cioè se il sangue la cui coagulabilità era accelerata dalle iniezioni endoportali di ossido di carbonio, perdesse tale coagulabilità dopo l'iniezione di albumosa nella giugulare.

I risultati però di tali ricerche, sono stati così contradittorî che ho creduto bene non tenerne conto.

Riassumendo adunque la presente nota, ho potuto assodare:

1.° Che l'iniezione endoportale di ossido di carbonio allo stato gasoso accelera la coagulabilità del sangue fino a farlo coagulare spontaneamente nei vasi.

2.° Che quest'azione è specifica all'ossido di carbonio e non si deve nè alla sua combinazione coll' emoglobina, nè alle sue proprietà riducenti, nè al suo stato di gas.

3.° Che non vi è antagonismo tra le iniezioni di albumosa nella giugulare e di ossido di carbonio nella vena porta.

Dall'Istituto di Fisiologia della R. Università di Napoli.

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Novembre 1901

Latitudine . . 40°52' N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich.
Altitudine . . 149''' sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 + 9h	15h	21h	Medio diurno	Temperatura centigrada 9h	15h	21h	Min.	Mass.	Medio diurno	Umidità assoluta in mm. 9h	15h	21h	Medio diurno
1	47.9	48.5	50.4	48.93	14.8	12.6	10.7	10.6	17.0	13.27	11.0	8.8	6.6	8.80
2	50.9	50.4	52.1	51.13	11.3	13.4	10.7	9.9	13.5	11.35	5.6	4.7	4.8	5.03
3	52.7	51.4	51.[illegible]	51.97	9.2	11.7	8.9	8.4	11.8	9.57	4.8	4.7	4.2	4.57
4	51.2	51.0	53.0	51.73	10.0	12.2	7.9	7.1	12.8	9.15	5.1	5.0	5.0	5.03
5	55.0	55.0	57.2	55.73	9.6	12.5	7.5	7.2	12.7	9.25	4.8	5.3	4.4	4.83
6	57.1	56.1	56.6	56.60	8.5	13.2	10.9	6.2	13.2	9.70	5.3	5.2	5.8	5.50
7	54.6	52.6	51.3	52.83	9.6	12.4	10.1	7.7	12.5	9.97	6.3	6.4	7.9	6.87
8	49.8	48.2	48.9	48.97	11.1	15.4	14.0	9.4	15.5	12.50	8.6	10.7	9.8	9.70
9	46.7	44.5	44.1	45.10	13.5	13.5	12.8	12.5	15.1	13.47	9.5	11.4	10.4	10.13
10	47.0	47.9	49.1	48.10	14.6	15.6	11.6	11.6	16.1	13.47	9.0	7.8	6.2	7.67
11	50.0	49.2	49.4	49.53	11.5	15.2	12.7	9.9	15.3	12.35	6.1	8.4	8.8	7.77
12	50.0	48.9	49.0	49.30	13.9	15.7	15.2	11.7	16.6	14.35	9.3	10.2	10.5	10.00
13	48.4	47.1	47.2	47.57	14.4	16.3	13.0	12.5	16.5	14.10	10.6	9.6	9.5	9.90
14	45.5	44.2	45.1	44.93	14.5	17.0	16.6	13.0	17.3	15.35	10.6	13.2	12.7	12.17
15	46.6	46.3	47.9	46.93	17.5	17.8	17.1	16.2	18.6	17.35	12.9	12.9	13.0	12.93
16	49.3	49.9	52.1	50.43	18.4	18.6	17.4	17.0	19.4	18.05	12.8	13.3	12.0	12.70
17	54.2	53.9	55.1	54.40	18.7	19.4	15.9	15.6	19.9	17.52	11.7	11.8	11.6	11.70
18	54.3	52.2	50.3	52.27	16.1	17.2	16.5	15.0	18.6	16.55	12.3	12.8	12.1	12.40
19	52.1	53.1	53.3	52.83	11.9	13.3	9.4	9.1	16.6	11.75	5.1	6.3	4.5	5.30
20	50.7	48.9	48.9	49.50	10.6	14.9	12.0	8.0	15.0	11.40	5.1	6.3	6.2	5.87
21	49.0	48.2	48.8	48.67	12.7	16.3	12.2	11.1	16.3	13.07	6.1	7.3	8.0	7.13
22	48.0	46.1	45.4	46.50	13.0	14.5	13.0	11.8	15.0	13.20	8.6	9.3	9.1	9.00
23	44.4	43.7	44.1	44.07	11.7	15.0	12.6	10.9	15.0	12.55	8.1	9.0	9.1	8.73
24	45.1	45.6	48.6	46.43	10.7	13.4	9.3	9.2	14.0	10.80	8.6	8.9	7.3	8.27
25	52.8	52.9	53.6	53.10	9.7	11.6	9.2	7.8	13.2	9.97	6.2	7.6	5.7	6.50
26	49.8	45.8	43.2	46.27	8.2	7.8	6.7	6.4	9.4	7.67	6.8	7.3	6.5	6.87
27	44.4	45.4	47.6	45.80	9.5	11.3	8.2	6.0	12.2	8.97	5.8	7.3	6.1	6.40
28	48.3	46.6	45.8	46.90	6.8	10.7	6.9	6.0	10.9	7.65	5.8	6.0	5.6	5.80
29	43.7	43.9	47.6	45.07	7.0	8.4	7.0	4.0	10.4	7.10	4.7	5.6	4.2	4.83
30	54.5	55.1	56.4	55.33	5.5	10.1	7.8	3.9	10.2	6.85	3.9	4.5	4.9	4.43
Medi mens	49.80	49.00	49.81	49.56	11.82	13.87	11.46	10.86	14.60	11.95	7.70	8.25	7.75	7.90

Giorni del mese	Umidità relativa in cent. 9h	15h	21h	Medio diurno	Quantità delle nubi 9h	15h	21h	Vento Direzione 9h	15h	21h	Velocità oraria in chilom. 9h	15h	21h	Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle ore in mill.
1	88	82	70	80.0	9	10	10	NE	ENE	NE	0	0	4	6.7	0.6
2	56	41	50	49.0	2	3	1	NE	NE	NE	5	17	17	0.4	2.4
3	56	45	49	50.0	8	2	0	NE	NE	N	4	12	7	—	4.6
4	56	48	63	55.7	0	2	0	NE	ENE	ENE	2	4	2	—	3.8
5	54	49	58	53.7	4	0	0	NE	E	NE	5	1	4	—	0.9
6	64	46	58	56.0	0	0	0	NNW	NNE	ENE	5	0	0	—	1.9
7	70	60	86	72.0	10	10	10	N	N	NE	8	0	0	2.7	2.0
8	87	82	82	83.7	10	1	2	N	NE	N	7	2	0	19.0	0.8
9	83	99	95	92.3	10	10	10	NW	N	NE	3	3	1	17.0	0.9
10	73	59	61	64.3	0	6	0	E	NE	NE	0	2	1	0.6	0.9
11	60	65	81	68.7	0	0	2	N	NW	S	0	0	0	—	2.4
12	79	77	82	79.3	2	8	3	S	WNW	WSW	0	2	3	—	0.9
13	87	69	86	80.7	4	0	5	SE	SW	W	0	2	4	7.0	1.0
14	87	92	91	90.0	10	7	8	NE	SW	WSW	1	14	9	5.0	1.2
15	87	85	90	87.3	9	8	9	SW	SE	W	4	4	5	0.2	0.9
16	81	84	81	82.0	0	1	0	E	S	NW	1	1	1	—	1.2
17	73	70	86	76.3	2	0	0	NW	S	SE	0	1	0	—	1.9
18	90	88	86	88.0	9	10	4	SW	SE	S	0	0	0	—	1.0
19	49	55	51	51.7	0	3	0	NE	NE	NE	0	1	2	—	1.3
20	54	51	59	54.7	1	1	0	NW	NW	NW	2	2	0	—	2.3
21	56	54	75	61.7	0	0	0	N	SSE	SE	0	0	0	—	2.4
22	77	76	82	78.3	10	9	10	S	E	E	0	0	0	—	1.1
23	79	71	85	78.3	2	5	10	N	NW	W	0	0	0	—	0.9
24	91	85	84	86.7	10	9	4	N	SW	NE	1	0	0	21.7	0.7
25	69	75	66	70.0	0	8	3	N	ENE	NNE	1	2	2	—	1.0
26	83	93	83	88.0	10	10	3	NNE	N	N	3	1	4	22.7	1.7
27	65	73	75	71.0	0	10	4	N	N	NE	0	0	0	—	0.9
28	78	63	76	72.3	10	0	1	N	NE	N	0	0	0	—	1.0
29	63	67	56	62.0	0	0	0	NE	NE	NE	2	4	2	—	1.2
30	58	49	61	56.0	0	0	0	NNE	NW	NW	0	0	0	—	2.7
Medi mens	71.8	68.4	73.8	71.3	4.4	4.4	3.3							somma 103.0	somma 46.5

CATALOGO

DELLE PUBBLICAZIONI PERVENUTE ALL'ACCADEMIA

dal 17 Novembre al 21 Dicembre 1901

PUBBLICAZIONI ITALIANE

Catania — *Società degli spettroscopisti italiani* — Memorie, vol. XXX, disp. 12ª; indice vol. XXX — 1901.

Firenze — *Rivista scientifico-industriale* — Anno XXXIII, n. 19-21 — 1901.

Biblioteca nazionale centrale — Bollettino delle pubblicazioni italiane, n. 11 — 1901.

Livorno — *Periodico di matematica per l'insegnamento secondario* — Volume IV, serie II, fasc. III — Supplemento, anno V, fasc. I — 1901.

Milano — *R. Istituto lombardo di scienze e lettere* — Rendiconti, serie II, vol. XXXIV, fasc. XVII-XVIII — 1901.

Modena — *Le stazioni sperimentali agrarie italiane.*—Vol. XXXIV, fasc. IX— 1901.

Napoli — *Annali di nevrologia* — Anno XIX, fasc. V — 1901.

Palermo — *Collegio degli ingegneri ed architetti* — Bollettino, anno I, n. 6 — 1901.

Società siciliana d'igiene — Bollettino, anno IV, fasc. III — 1901.

Pavia — *Rivista di fisica, matematica e scienze naturali* — Anno 2, n. 23 — 1901.

Portici — *R. Scuola superiore di agricoltura* — Annali, serie 2ª, vol. II—1901.

Roma — *R. Accademia dei Lincei* — Rendiconti, vol. X, fasc. 9-10, 2º sem. — 1901.

L'Elettricista — Anno X, n. 12 — 1901.

Giornale medico del r. Esercito — Anno XLIX, n. 11 — 1901.

Salerno — *Il Picentino* — Anno XLIII, fasc. 11-12 — 1901.

Torino — *La rivista tecnica delle scienze, delle arti applicate all'industria e dell'insegnamento industriale* — Anno 1, fasc. II — 1901.

Società meteorologica italiana — Bollettino mensuale, vol. XXI, serie II, n. 5-8 — 1901.

Verona — *Accademia d'agricoltura scienze lettere arti e commercio* — Atti e Memorie, serie IV, vol. I, fasc. II — 1901.

PUBBLICAZIONI STRANIERE

Albany — *Society of natural sciences* — Bulletin, vol. VII, n. 1 — 1901.

Amsterdam — *K. Natuurkundige Vereeniging in Nederl.-Indïe* — Tijdschrift, Deel LX — 1901.

Berlin — *K. preussisch. meteorologisch. Institut* — Veröffentlichungen 1900, Heft II; Abhandlungen, Band I, n. 6-8 — 1901.

Zoologisch. Station zu Neapel — Mittheilungen, Band 15, Heft 1 u. 2 — 1901.

Bordeaux — *Société des sciences physiques et naturelles* — Mémoires, t. V, 5ᵉ série (1901); Procès-verbaux des séances, année 1899-1900. Appendice au tome V des Mémoires, Observations pluviométriques et thermométriques faites dans le département de la Gironde, 1899-1900.

Bremen — *Naturwissenschaftlich. Verein* — Abhandlungen, Band XVII, Heft. 1 — 1901.

Bruxelles — *Académie royale* — Mémoires couronnés et autres mémoires, t. 48 annexe au vol. II; t. 57, 58, 59, 60; Mém. cour. et mém. des savants étrangers, t. 57, 58; Bulletin de la Classe des sciences, 1899 et 1900; Biographie nationale, t. 15, fasc. 2; t. 16, fasc. 1, 1899-1900; Annuaire 1900 et 1901.

Société royale malacologique — Annales, tome XXXV — 1901.

Société belge de géologie de paléontologie et d'hydrologie — Bulletin, tome XV, fasc. IV — 1901.

Cambridge U. S. A. — *American Academy of arts and sciences* — Proceedings, vol. XXXVI, n. 29 — 1901.

Chicago — *Field Columbian Museum* — Publ. 57-59 — 1901.

Columbus — *Ohio State University*—Bulletins, series 5, n. 1, parts I-II—1900.

Dublin — *Royal Irish Academy* — Proceedings, third series, vol. VI, n. 3 — 1901.

Edinburgh — *Royal Society* — Transactions, vol. XL, part I, n. 8 — 1901.

Genève — *Société de physique et d'histoire naturelle* — Mémoires, t. XXXIII, II partie — 1899-1901.

Graz — *Naturwissenschaftlich. Verein für Steiermark* — Jahrgang 1900 — 1901.

Haarlem — *Archives du Musée Teyler*—Série II, vol. VII, III part. — 1901.

Heidelberg — *Grossh. Badisch. Ruprecht-Karls-Universität:*

Anzeige der Vorlesungen im Sommer Halbjahr 1901 und im Winter-Halbjahr 1901-1902.

Herbst Curt, *Habilitationsschrift* — 1901.

1. Alberti Adolf, *Zur Kasuistik der sympathischen Ophthalmitis* — 1901.
2. Anselmino Otto, *Konstitution und Umwandlungen von Phenolbromiden* — 1900.
3. Asriel Moriz, *Physikalisch-chemische Studien über aromatische Sulfinsäuren* — 1900.
4. Baer E., *Einfluss der Priessnitz-und Heisswasserumschläge auf die Peristalfik* — 1900.
5. Bartsch Willy, *Synthesen mit Hilfe von Blausäure* — 1900.
6. Biedermann Karl, *Ueber quantitative Metall trennungen mit Hydrazin* — 1900.
7. Blanck Edwin, *Untersuchungen über die unvollkommene Colloidnatur anorganischer Salze* — 1901.

8. Brunswig Richard, *Synthesen in der Hydropyridinreihe* — 1900.
9. Burrows Harry, *Ueber das Heptabronderivat des as. o-Xylenols* — 1901.
10. Croner Fritz, *Einwirkung von Formaldehyd auf Acetylaceton* — 1901.
11. Eckert Albert, *Ueber die Einwirkung von Aluminium chlorid und Aether auf o-Anisidin, Toluol, o-Toluidin, o-und p-Kresol* — 1900.
12. Elias James Friedrich, *Ueber neue quantitative Metall-Trennungen* — 1900.
13. Engert Heinrich R., *Die Entwicklung der ventralen Rumpfmuskulatur bei Vögeln* — 1900.
14. Erdmannsdörffer O. H., *Geologische und petrographische Untersuchungen im Wehrathal* — 1901.
15. Fanto Emil, *Zur Kenntnis Styrolartiger Verbindungen* — 1899.
16. Flürscheim Bernhard, *Beiträge zur Kenntnis der Kieselwolframsäuren* — 1901.
17. Foerster Hans, *Ueber Stickstoffabkömmlinge der m-Chlorbenzoësäure* — 1901.
18. Friedemann Ulrich, *Ueber die Veränderungen der kleinen Arterien bei Nierenerkrankungen* — 1900.
19. Funcke Robert, *Ueber das Verhalten von Heptylaminseifen gegen Wasser* — 1900.
20. Gädeke Heinrich, *Ueber Elektricitätsleitung durch isolierende Flüssigkeiten* — 1901.
21. Gaupp Robert, *Die Dipsomanie* — 1901.
22. Gillain Gustav, *Beiträge zur Anatomie der Palmen- und Pandanaceenwurzeln* — 1901.
23. Grandel Gottfried, *Ueber die Hydrazide und Azide der Tetramethylen-11-dicarbonsäure ecc.* — 1900.
24. Guttmann Paul, *Hysterischer Mutismus im Verlauf von Typhus abdominalis* — 1901.
25. Hagenburger Wilhelm, *Ueber die Spaltbarkeit kalogenirter Phenylbenzylaether* — 1900.
26. Hallaway Robert Railton, *Ueber das Hydrazid und Azid der m-Nitrohippursäure* — 1901.
27. Harding Everhart P., *Ueber die Reduktion von 2-4-5 Trimethylbenzaldazin* — 1901.
28. Hering Ludwig, *Zur Anatomie der monopodialen Orchideen* — 1900.
29. Hoffner Karl, *Schwangerschaftsveränderungen ausserhalb der Genitalsphäre* — 1901.
30. Himmen r. Hermann, *Beitrag zur Casuistik der tiefssitzenden Lipome der Wange* — 1901.
31. Kander Ludwig, *Ueber die Komplikation der Schwangerschaft, der Geburt und des Wochenbettes mit Klappenfehlern des Herzens* — 1900.
32. Kassianow Nicolai, *Studien über das Nervensystem der Lucerna-*

riden nebst sonstigen histologischen Beobachtungen über diese Gruppe — 1901.

33. König Wilhelm, *Ueber die Einwirkung von aromatischen Sulfölen auf Phenole und Naphtole* — 1901.
34. Knörrich F. Wilhelm, *Studien über die Ernährungsbedingungen einiger für die Fischproduction wichtiger Mikroorganismen des Süsswassers* — 1900.
35. Kramer Hugo, *Zur Neurolyse und Nervennaht* — 1900.
36. Liebert Willibald, *Zur Frage des peripheren Wachstums der Carcinome* — 1900.
37. Lilienfeld Sidney, *Zur Casuistik des Aneurysma dissecans und der einfachen Aortenruptur* — 1900.
38. Lublin Alfred, *Ueber die drei Nitrobenzalhydrazine* — 1900.
39. Lüders Carl, I. *Beiträge zur Morphologie und anatomie der Bowica Volubilis* Harv.; II. *Untersuchungen über die Stammanatomie der Epacridaceen* — 1900.
40. Mageman Carl, *Ueber die sogenannte Vertebra prominens im Nasenrachenraum* — 1900.
41. Mann Gustav, *Kryoskopische Untersuchungen* — 1901.
42. Matanowitsch Stanko, *Ueber die in den letzten 10 jahren an der Heidelberger chirurgischen klinik beobachteten Fälle von Spontangan grän* — 1901.
43. Mayer Martin, *Ueber die Beeinflussung der Schrift durch den Alkohol* — 1901.
44. Melsbach Heinrich, *Ueber die Einwirkung von Alkalien auf aromatische Säurehydrazide* — 1901.
45. Meyer Eduard, *Ueber Löslichkeitsbeeinflussungen und Gleichgewicht und Reaktions geschwindigkeit in heterogenen Systemen* — 1901.
46. Neter Eugen, *Die Behandlung der Rachitis mit Nebennierensubstanz* — 1900.
47. Neumann Richard, *Beiträge zur Kenntniss der Posphor-Arsen-Antimon-Gruppe* — 1900.
48. Nicrop (v.) A. S., *Ueber das Verhalten aromatischer Aldoxime gegen aromatische und aliphatische Isocyanate* — 1900.
49. Oslan Lazar, *Dynamische Untersuchungen über die Verseifung des Acetessigesters und seiner Methylsubstitutionsprodukte* — 1901.
50. Prentice David, I. *Die Einwirkung gewisser saurer Oxyde auf Salze der Oxysäuren*; II. *Beiträge zur Kenntnis der Friedel-Crafts'schen Reaktion* — 1901.
51. Rahtjen Arnold, *Ueber die Einwirkung von Aether und Aluminiumchlorid auf aromatische Verbindungen* — 1900.
52. Rechnitz Heinrich, *Ueberführung von Aethylmalonsäurehydrazid in Propylaldehyd und die Umwandlung des Propylidenazins in (4) Methyl- (5) Aethylpyrazolin* — 1901.
53. Redikorzew Wladimir, *Untersuchungen über den Bau der Ocellen der Insekten* — 1900.

54. Reichert Oscar, *30 Fälle von Extrauteringravidität und Hämatocele retroüterina* — 1900.
55. Reiske Rudolf, *Ueber Gastroenteroplastik und Enteroplastik aus der Heidelberger chirurgischen Klinik* — 1900.
56. Richter Woldemar, *Ueber Phenole und Pseudophenole* — 1900.
57. Rosenfeld Franz, *Studien über die Nährwirkung des Asparagins* — 1900.
58. Rühl Friedrich, *Quantitative Trennungen mit salzsauren Hydroxylamin* — 1901.
59. Schmidt August, *Ueber eine Entgiftung durch Abspaltung der Methyl- und Aethylgruppe im Organismus* — 1901.
60. Schumann Curt, *Untersuchungen über Phenole und Pseudophenole* — 1900.
61. Schütz Ernst, *Untersuchung der säurefesten Pilze zur Förderung der Molkereiwirtschaft* — 1900.
62. Sigel Albert, *Ueber die Konstitution oxydierter Pseudophenole und deren Umwandlungsprodukte* — 1900.
63. Sprenger Gustav, *Ueber 4-Methylbenzylhydrazin* — 1900.
64. Stein Berthold, *Ueber den Herpes zoster arsenicalis* — 1901.
65. Steiner Otto, *Beiträge zur Kenntnis der Scwefel-Selen-Tellur-Gruppe* — 1900.
66. Stephani Otto, *Untersuchungen über Pseudophenole* — 1901.
67. Stevens Hamilton Ernest, *Ueber Schallgeschwindigkeit in Luft bei gewöhnlicher und beihoher Temperatur und in verschiedenen Dämpfen* — 1900.
68. Strauss Emanuel, *Beitrag zur Kenntniss des β-Amidocrotonesters und der Nitrosamine* — 1900.
69. Strauss Otto, *Blutdruckmessungen mit dem Frey'schen Apparate und Versuche, die Ergebnisse praktisch zu verwerten* — 1901.
70. Valentiner Siegfried, *Untersuchungen über die Beziehung zwischen dem Potential einer homogenen Kugel und dem des Mittelpunktes* — 1900.
71. Weber Albrecht. *Luxatio per foramen obturatum* — 1901.
72. Wehrmann Rudolf, *Beiträge zur Kenntnis der aromatischen Aldehyde* — 1900.
73. Weingarten Paul, *Ueber die chemische Zusammensetzung und Konstitution des Vesuvian* — 1901.
74. Wendehake Bruno, *Anatomische Untersuchungen einiger Bambuseen* — 1901.
75. Wertheim Gustav, *Paraplegia cervicalis* — 1900.

Helsingfors — *Societas pro fauna et flora fennica* — Acta, vol. XVI, XVIII, XIX (1897-1900); Meddelanden, Häft. 24-26 (1900-1901).

Kansas — *University Quarterly* — Bulletin, vol. IX, n. 3-4 (1900); vol. X, n. 1 — 1901.

Krakowie — *Akademia Umiejetnosci* — Sprawozdanie Komisyi Fizyograficznei, t. XXXV — 1901.

La Haye — *Société hollandaise des sciences à Harlem* — Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles, série II, tome VI — 1901.

Lancaster — *New York Academy of sciences* — Annals, vol. XIII, parts II-III — 1900-1901.

Lisboa — *Direcçao dos serviços geologicos de Portugal* — Communicaçoes, tom. IV — 1900-1901.

London — *Royal Society* — Philosophical transactions, series A, vol. 195-196 — 1901; series B, vol. 193 — 1900; Proceedings, vol. LXIX, n. 451-452 — 1901.

Royal Society of New South Wales — Journal and proceedings, vol. XXXIV — 1900; Abstract of proceedings 1900-1901.

Royal astronomical Society — Monthly notices, vol. LXII, n. 1 — 1901.

Linnean Society — Journal, zoology, vol. XXVIII, n. 183; Proceedings, 113 session, 1900-1901; List, 1901-1902.

Nature — Vol. 65, n. 1672, 73, 74, 76 — 1901.

Marseille — *Fnculté des sciences* — Annales, tome XI, fasc. I-IX — 1901.

Mexico — *Secretaria de Fomento, colonizacion é industria* — Cuadro sinoptico y estadistico de la republica mexicana, año de 1900 (1901); Importacion y exportacion, año de 1900 (1901); Censo y divisiou territorial del estado de Aguascalientes — 1901.

Sociedad cientifica « Antonio Alzate » — Memorias y revista, t. XIII, n. 1 y 2; tomo XV, n. 7 y 10 — 1901.

Montevideo — *Museo nacional* — Anales, tomo III, entrega XXI — 1901.

Moscou — *Société impériale des naturalistes* — Bullettin, année 1900. n. 1 et 3 — 1900.

New York — *Academy of sciences* — Memoirs, vol. II, part. III — 1901.

Odessa — *Club alpin de Crimée* — Bulletin, n. 9 — 1901.

Paris — *Académie des sciences* — Comptes rendus hebdomadaires des séances, tome CXXXIII, n. 20-24; Tables, t. CXXXII, I sem. — 1901.

École normale supérieure — Annales scientifiques, III série, tome XVIII, n. 11 — 1901.

Journal de l'anatomie et de la physiologie normales et pathologiques de l'homme et des animaux — XXXVII année, n. 5-6 — 1901.

Société d'encouragement pour l' industrie nationale — Compte rendu, n. 14-15; Bulletin, t. 101, 2 sem., n. 5 — 1901.

Bibliothèque de l'école des hautes études — Bulletin des sciences mathématiques, tome XXV, octobre 1901.

Journal de mathématiques pures et appliquées — Tome 7, fasc. 3 — 1901.

Philadelphia — *American philosophical Society* — Proceedings, vol. XL, n. 165-166; Transactions, vol. XX, part. II — 1901.

Academy of natural sciences — Proceedings, vol. LIII, part. I — 1901.

Rochester — *Academy of sciences* — Proceedings, vol. 4; pp. 1-64 — 1901.

Tokyo — *College of sciences, Imp. University* — Journal, vol. XIII, part. IV; vol. XV, part. III — 1901.

Trieste — *I. r. Osservatorio astronomico-meteorologico* — Rapporto annuale per l'anno 1898, vol. XV — 1901.

Washington — *U. S. geological Survey* — Department of the interior: Preliminary report on the cape nome gold region Alaska (1900); Bulletin, n. 163-176 (1900); Twentieth annual report 1898-99, part. II, III, IV, V a. VII; Monographs, XXXIX, XL; *Geologic. atlas*, fol. 59-71 — 1899-1901.

Washington — *Smithsonian Institution* — Annals of the astrophysical Observatory, volume I, 1900. Annual report 1899; Annual report of the U. S. national Museum 1897, part. II; 1899 — 1901.

Smithsonian miscellaneous collections, 1258 — 1901.

Smithsonian report for 1898 — N. 1182-1184, 1185, 1187, 1189, 1191-92, 1197, 1222-1227, 1229-1231, 1248 — 1901.

Wien — *K. Akademie der Wissenschaften (math. naturwiss. Cl.)* — Sitzungsberichte, Band CIX, Heft VII-X, Abth. I; Band CIX, Heft VIII-X, Abth. II *a*; Band CIX, Heft VIII-X, Abth. II *b*; Band CIX, Heft VIII-X, Abth. III (1900); Band CX, Heft I-III, Abth. II *a*; Band CX, Heft I, Abth. II *b* — 1901; Almanach — 1900.

Ergebnisse der meteorologischen Beobachtungen an den Landesstationen in Bosnien-Hercegovina im Jahre 1898 — 1901.

Zürich — *Naturforschend. Gesellschaft* — Vierteljahrsschrift, Jahrgang 45, 3 u. 4 Heft (1900); Jahrg. 46, 1 u. 2 Heft — 1901.

OPERE PRIVATE

Arcidiacono S., *Principali fenomeni eruttivi avvenuti in Sicilia e nelle isole adiacenti durante l'anno 1900* — Modena, 1901.

Delpino F., *Sugli artropodi fillobii e sulle complicazioni dei loro rapporti biologici* — Firenze, 1901.

Per una rettificazione — Firenze, 1901.

Maffi Pietro, *Osservazioni di Perseidi fatte in Agosto 1901* — Catania, 1901.

Riccò A., *Cratere centrale dell'Etna* — Modena, 1901.

INDICE

RENDICONTO

Ve C.

h. ! needed

ATEMATICHE

LE DI NAPOLI)

L. VIII.

XLI)

NAPOLI

TIPOGRAFIA DELLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE FIS. E MAT.
diretta da E. de Rubertis fu Michele

1902

Fascicolo 1° ANNO XLI. Gennaio 1902.

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza del dì 21 Dicembre 1901.
Presiede il presidente A. Capelli.

Intervengono i socii ordinarii Albini, Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Villari e il corrispondente Semmola.

Il segretario legge il verbale dell'ultima tornata, che viene approvato, e presenta i libri giunti in dono e in cambio.

Il socio Albini, anche a nome dei colleghi de Martini e Paladino, legge i rapporti sui due lavori del dott. A. Montuori presentati nell'adunanza del 7 corrente, proponendone l'inserzione nei Rendiconti. I due rapporti, separatamente votati dall'Accademia, sono approvati all'unanimità.

Processo verbale dell'adunanza generale
tenuta dalla Società Reale il dì 5 Gennaio 1902
Presiede il presidente generale A. Capelli.

Dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche sono presenti i socii ordinarii Albini, Bassani, Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, de Martini, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci e Villari e i corrispondenti Masoni, Palmeri, Salvatore-Dino e Semmola.

Il segretario Bassani legge il rapporto sui lavori compiuti dall'Accademia durante il 1901.

Il presidente generale proclama l'esito del concorso bandito dall'Accademia per il 1900 al premio di lire mille, vinto dalla dott. Marussia Bakunin per i suoi lavori di Stereochimica.

Processo verbale dell'adunanza del dì 11 Gennaio 1902.
Presiede il presidente F. Delpino.

Sono presenti i socii ordinarii Albini, Bassani (segretario), Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci, Villari e il corrispondente De Lorenzo.

Il segretario legge il processo verbale dell'ultima tornata, che viene approvato, e presenta i libri giunti in dono e in cambio.

Comunica in seguito l'« appello agli italiani » del Comitato di Amalfi per celebrare il sesto centenario della bussola, che avrà luogo nel prossimo Giugno in quella città, e la relativa scheda di sottoscrizione pel monumento a Flavio Gioia e per le feste commemorative. L'Accademia, plaudendo alla iniziativa della città di Amalfi, delibera fin da ora di farsi rappresentare alle solenni onoranze dai socii Fergola, Pinto e Villari.

Il socio Siacci fa omaggio all'Accademia della sua Memoria *su alcune nuove forme di resistenza che riducono il problema balistico alle quadrature* (Roma, 1901).

RAPPORTO

SUI LAVORI COMPIUTI DALLA R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

NELL' ANNO 1901

LETTO NELL' ADUNANZA GENERALE DEL 5 GENNAIO 1902

dal socio segretario

Francesco Bassani

Nel darvi notizia, o Signori, dei lavori compiuti dall'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche durante il passato anno, dovrò limitarmi ad una esposizione molto succinta: per il numero delle comunicazioni presentate e, in generale, per la natura degli argomenti trattati, non potrei fare altrimenti senza abusare della Vostra cortese attenzione.

Il socio FERGOLA, oltre le consuete osservazioni meteoriche eseguite durante il 1901 all'Osservatorio di Capodimonte dagli assistenti Tedeschi, Nobile e Guerrieri alle ore 9, 15 e 21 di ciascun giorno, ha comunicato all'Accademia due Note dell'astronomo aggiunto dott. Vittorio Alberti e una dell'assistente Tedeschi.

Dalla prima Nota del dott. Alberti, che riassume i risultati decadici e mensili delle osservazioni meteoriche fatte a Capodimonte nel 1900, rilevasi fra l'altrō:

1.° che la pressione barometrica media annua, all'altezza di 149 metri sul livello del mare, fu di 747^{mm}.81, con un minimo di 728^{mm}.3, avvenuto il 29 Gennaio, e un massimo di 762^{mm}.4, che si verificò il 10 Marzo;

2.° che la temperatura media annuale fu di 16°.29, con un minimo di 1°.2, che ebbe luogo il 4 Marzo, e un massimo di 32°.2, avvenuto il 26 Agosto;

3.° che il numero dei giorni piovosi fu di 128, e la pioggia caduta raggiunse l'altezza di millimetri 1079,8.

Nell'altra Nota del dott. Alberti *su la determinazione dei radianti delle stelle cadenti*, l'autore propone da prima qualche lieve modificazione ad un apparecchio ideato dal sig. Chrétien, che si è recentemente occupato di tale argomento, e indica brevemente il modo di farne uso per ottenere certe grandezze che servono a individuare le varie meteore. Indi tratta teoricamente il problema della determinazione del punto della sfera

celeste da cui le singole meteore dello sciame sembrano provenire, e mostra come le formole da lui trovate vanno modificate per introdurvi gli elementi tratti dalle osservazioni nel modo indicato al principio del suo lavoro. Ricava da ultimo le formole finali pel calcolo delle coordinate del radiante e ne deduce pure dei procedimenti grafici, che possono talvolta utilmente sostituirsi al calcolo numerico.

Dalla Nota del sig. Tedeschi sulle variazioni della declinazione magnetica osservate nella specola di Capodimonte durante il 1900, risulta che il medio annuale di tale elemento fu 9°.10'.2 W, con una diminuzione di 5'.6 dal medio ottenuto nel 1899.

Il socio SIACCI ha fatto una comunicazione *sulla integrazione di una equazione differenziale e sulla equazione di Riccati*, nella quale dimostra che un'equazione differenziale, alquanto più generale di quella di Riccati, può essere integrata in termini finiti con funzioni algebriche, esponenziali o circolari, quando fra le costanti che in essa compariscono intercedono alcune semplicissime relazioni.

Il socio CESÀRO ha pubblicato cinque Note. Nella prima, *sopra un'equazione funzionale trattata da Beltrami*, egli semplifica e generalizza un procedimento immaginato da questo autore nel risolvere alcuni problemi di propagazione del calore.

Nella seconda, dal titolo *Formole per l'analisi intrinseca delle superficie e delle loro deformazioni infinitesime*, mostra come il metodo intrinseco ben si presti alla ricerca delle proprietà che una superficie rivela nel deformarsi infinitamente poco.

Ad argomenti di *Geometria intrinseca* sono parimenti dedicate le altre tre comunicazioni di lui *sulle superficie isotermiche, sulle deformazioni infinitesime delle superficie* e *sopra un modo di utilizzare, nella teoria intrinseca delle superficie, le condizioni d'immobilità dei punti.*

L' Accademia ha poi accolto nel Rendiconto altri lavori di Matematica dei professori Montesano, del Re, de Francesco, Carrone e Bagnera: i primi quattro presentati dal socio DEL PEZZO e l'ultimo dal socio CAPELLI.

Il prof. Montesano, nella sua Nota su *le superficie omaloidiche di 5° ordine*, costruisce e studia ventiquattro nuovi tipi di superficie razionali di 5° ordine, che ottiene con trasformazioni cremoniane dello spazio da altre superficie già note. Di ogni tipo indica le proprietà fondamentali e la rappresentazione sul piano.

Il prof. Alfonso del Re, in una comunicazione *sopra le curve algebriche*, dà la costruzione e le formole di una trasformazione nello spazio a tre dimensioni, mediante la quale si può cambiare una curva sghemba dotata di soli punti multipli a tangenti distinte in una che sia priva di punti singolari.

Nel lavoro intitolato *Su alcuni problemi di Meccanica in uno spazio*

pseudosferico, analiticamente equivalenti a problemi nello spazio ordinario il prof. Domenico de Francesco — che in una precedente Memoria inserita nei nostri *Atti* aveva studiato il moto di un corpo, dello spazio a tre dimensioni pseudosferico, non sollecitato da forze — si propone d'interpretare, nel medesimo spazio, come movimento di un corpo rigido le equazioni differenziali che nello spazio ordinario definiscono il moto di un corpo che ha un punto fisso ed è soggetto a forze arbitrarie.

Il dottor Claudio Carrone, in una Nota *sopra un nuovo modo di generazione del complesso tetraedrale*, indica un'altra maniera di ricavare e collegare le principali proprietà di detto complesso, la quale giova a provare ancora una volta come la geometria degli spazî superiori renda sinteticamente visibili i diretti legami fra particolari teorie e figure dello spazio ordinario.

E il dottor Giuseppe Bagnera, nel suo studio su *i Gruppi di collineazioni del nostro spazio e le rotazioni dello spazio ellittico a cinque dimensioni*, espone alcuni sviluppi analitici, che mettono sotto un nuovo punto di vista varii teoremi già noti relativi ai gruppi finiti di sostituzioni lineari.

In una comunicazione fatta all' Accademia nel 1900 il socio Villari aveva rilevato che alcuni fra i risultati ottenuti l' anno avanti dal prof. Kurlbaum di Berlino sul potere emissivo del nero di fumo riscaldato a 100° e sull' influenza della spessezza dello strato erano identici a quelli stampati da lui nel 1878. Su questo richiamo di priorità il Kurlbaum ci ha inviato una cortese risposta, che l'Accademia ha inserita nel Rendiconto: in essa il Kurlbaum, pur confermando la priorità accennata dal Villari, avverte ch'egli non ha creduto necessario di citare, perchè oramai molto note, le ricerche del nostro collega, il quale prende atto di queste dichiarazioni, aggiungendo cortesi parole all' indirizzo del fisico tedesco.

In un altro lavoro il Villari risponde a una Nota del prof. Dorn di Halle, il quale aveva dato una speciale interpretazione di varii fenomeni osservati dal nostro socio e spiegati da quest' ultimo in modo diverso, suggerendo anche alcune nuove ricerche per risolvere la questione, relativa alle cariche elettriche svolte dall'aria ixata sulle superficie metalliche. Il prof. Villari esegue le dette ricerche e dimostra che i risultati ottenuti non concordano con la spiegazione del Dorn e non contrastano quella proposta da lui, che perciò può ritenersi sempre come possibile.

In una terza Nota lo stesso socio Villari riassume in tredici paragrafi altrettanti notevoli fenomeni da lui osservati con una corrente d'aria attirata dai raggi X, aggiungendo che questi fenomeni possono coesistere e produrne altri più complessi e intricati.

Il socio Albini ha comunicato due Note *sul letargo delle Marmotte*,

in cui espone il risultato delle sue ricerche intorno a questo argomento, le quali confermano le conclusioni da lui ottenute anni addietro con le esperienze sui *Myoxus avellanarius*: che, cioè, il moto può, anche nelle marmotte come nei moscardini, impedire o differire l'inizio del letargo, e che l'abbassamento della temperatura dell'ambiente non basta per provocare il letargo vero, profondo, accompagnato da corrispondente raffreddamento degli animali.

Il socio PALADINO ha pubblicato una Nota dal titolo: *Per una migliore classificazione delle glandole.* In essa, dopo avere rilevato che l'attuale classificazione di questi organi è molto incompleta e difettosa, perchè a fondamento della loro definizione si mette il solo criterio morfologico, mentre al criterio anatomico bisognerebbe aggiungere il fisiologico, egli espone i suoi concetti sull'argomento, che riassume in un quadro complessivo, nel quale distribuisce le glandole in tre gruppi: glandole a fondo archiblastico, glandole a fondo parablastico e glandole miste, suddividendo il primo gruppo in glandole a tipo rientrante e glandole a tipo sporgente.

La caduta del pulviscolo africano avvenuta il 10 Marzo dell' anno scorso ha dato luogo ad alcune osservazioni dei socii ALBINI, DELPINO, OGLIALORO e BASSANI, esposte nell'adunanza del 4 Maggio, ed ha fornito argomento di lungo studio al socio corrispondente PALMERI, che in una Nota intitolata *Sui pulviscoli tellurici e cosmici e le sabbie affricane. Analisi e considerazioni* [1]) ci ha comunicato il frutto delle sue ricerche, anche in rapporto con quelle da lui stesso eseguite su altre polveri cadute nel 1879 e nel '91. L'autore presenta anzitutto l'analisi del pulviscolo del 10 Marzo con ricerche sull'analisi immediata di esso; poi pubblica le sue analisi quantitative del pulviscolo 1879 e istituisce confronti con altre polveri esaminate in diverse epoche. Dà in seguito alcune notizie chimiche sopra 19 campioni di sabbie del deserto di Sahara; indi riferisce l'analisi di un pulviscolo caduto in Sicilia e quella di una sabbia del Sahara di Macagno, e le paragona con le composizioni delle meteoriti e delle polveri cosmiche. Da ultimo esamina le memorie di G. Tissandier e di S. Meunier sulle sferette di ossido ferrosoferrico, e con l'aiuto di tutti questi elementi stabilisce alcune conclusioni sull'origine e sulla costituzione dei pulviscoli che cadono sulla terra.

Il socio corrispondente PIUTTI nell'adunanza del 4 Maggio ha comunicato una Nota preventiva sui *derivati di amminofenoli con anidridi ed acidi bibasici*, allo scopo di prendere data per una serie di ricerche che da solo o insieme ad alcuni suoi allievi ha già fatte o sta facendo sopra questo argomento. Così egli si è riservato lo studio dei derivati degli a-

---

[1]) L'autore mi prega di correggere due errori di stampa, che gli sono sfuggiti. A pag. 155 (2 dell'estratto), linea 29, in luogo di gr. 110, si legga: gr. 0,110. A pag. 168 (15 dell'estr.), nota [1]), si tolga il nome D'Achiardi.

cidi *fumarico, mesaconico, cincomeronico, ftalonico, piruvico e succinilsuccinico* e delle anidridi *maleica, citraconica, itaconica, pirocinconica, canforica, ftalica* e *idroftalica*, estendendo le sue ricerche anche agli *o-* e *m-amminofenoli*.

Quattro lavori ci ha dati il socio corrispondente Giuseppe De Lorenzo.

In uno di essi egli indaga il *significato geologico di alcuni miti ariani*, allo scopo di provare che non solo la gigantomachia, ma anche la titanomachia è una rappresentazione poetica dei grandi fenomeni eruttivi, e in modo speciale poi i Ciclopi, con il loro unico grande occhio rotondo, sono da identificarsi ai vulcani dal cratere centrale, e che i Centomani, con le cinquanta teste e le cento braccia, sono i medesimi vulcani, con i molti coni eruttivi avventizi e con le numerose correnti di lava.

In un'altra Nota egli istituisce un *paragone tra il Vesuvio e il Vulture*, dimostrando che questi due vulcani fiancheggianti l'Appennino meridionale hanno la stessa forma e l'identica costituzione, e che forma e costituzione rispondono perfettamente alla teoria, ormai generalmente accettata, dei vulcani formatisi per accumulazione successiva di materiale eruttivo.

In una Memoria, inserita nel volume degli Atti, lo stesso De Lorenzo espone con molti particolari *alcune considerazioni sull'origine superficiale dei vulcani*, in cui, valendosi di osservazioni da lui fatte sui vulcani dell'Italia meridionale e corredandosi di argomentazioni teoriche d'indole fisica e chimica, cerca di dimostrare che i fenomeni eruttivi in generale, e quelli vulcanici in modo speciale, sono strettamente connessi con i sollevamenti e i corrugamenti delle montagne, e gli uni e gli altri rappresentane manifestazioni superficialissime del nostro pianeta.

Nella quarta comunicazione dal titolo *La pioggia e il Vesuvio*, il detto autore, continuando le osservazioni intraprese nel 1900 sui rapporti fra l'attività del Vesuvio e la precipitazione atmosferica, riporta la statistica delle precipitazioni mensili durante il 1900, per mostrare che i massimi di pioggia furono immediatamente seguìti da massimi di attività vesuviana.

Alle osservazioni contenute in quest'ultimo lavoro di De Lorenzo il socio corrispondente Eugenio Semmola, in una Nota dal medesimo titolo, che è continuazione di quella da lui pubblicata nel 1900, muove delle obiezioni, concludendo che « le maggiori attività dei vulcani, meglio che alle maggiori quantità di acqua versatesi nei loro focolari, potrebbero essere dovute sia alle frane superficiali o profonde, capaci di ostruire i condotti vulcanici, sia alle temperature più alte, sia alla maggiore estensione e alla minore profondità dei fornelli vulcanici ».

Lo stesso corrispondente Semmola ha presentato all'Accademia altre due Note: in una — *Il nuovo cono eruttivo vesuviano nell'Aprile 1901* — dà alcune notizie intorno alle condizioni del cratere terminale del Vesuvio;

nell'altra — *Il Vesuvio nel Maggio 1901* — fa degli appunti a una Memoria pubblicata su tale argomento dal dottor V. R. Matteucci [1]), confutando il concetto che i vulcani in generale e il Vesuvio in particolare sieno da considerarsi in eruzione solamente quando vi è efflusso di lava; discutendo sulla ragione del breve cammino percorso, nelle ultime eruzioni, dalle lave e dubitando sulla comparsa di fiamme nel cratere.

Continuando le sue ricerche paleontologiche sul bacino stampiano di Ales in Sardegna, il socio BASSANI ha esposto in una Nota i risultati ottenuti dallo studio dei nuovi fossili scoperti in quel deposito dal prof. Lovisato.

Ha poi pubblicato un'altra Nota sul *Notidanus griseus nel pliocene della Basilicata e di altre regioni italiane e straniere* per dimostrare che questa specie, attuale abitatrice del Mediterraneo, visse copiosamente anche durante l'ultimo periodo dell'era neozoica.

Altri lavori di Scienze naturali, accolti favorevolmente dall'Accademia, ci sono venuti dalle dottoresse Bakunin e Gentile e dai dottori Montuori, de Gasparis, Breazzano e Cerruti.

La dottoressa Marussia Bakunin ha pubblicato due Memorie, presentate dal socio OGLIALORO.

Nella prima *sulla sintesi degli acidi non saturi e sui loro prodotti di disidratazione* sono esposte alcune osservazioni intorno alla favorevole influenza della corrente di anidride carbonica durante lo scaldamento delle aldeidi con gli acidi della serie acetica ed omologhe in presenza di anidride od acido acetico, e intorno alla formazione degli stereoisomeri in relazione con la temperatura alla quale la mescolanza viene riscaldata.

Nell'altra Memoria *sulla eterificazione di acidi con fenoli* è descritto un nuovo metodo per la preparazione degli eteri fenolici, consistente nell'ottenerli dagli acidi e dai fenoli disciolti in solvente neutro e sottoposti all'azione dell'anidride fosforica: metodo che, per la sua semplicità e per gli ottimi risultati nei diversi casi sperimentati dall'autrice, è consigliabile non solo nei laboratorii, ma anche nelle industrie.

La Memoria della dottoressa Giuseppina Gentile, cortesemente riveduta dal prof. Achille Tellini e presentata dal socio BASSANI, comprende i risultati ottenuti dallo studio di *alcune nummuliti dell'Italia meridionale*, conservate nel nostro Istituto universitario di Geologia, rappresentate da undici specie e cinque varietà e provenienti dai piani medio e superiore dell'eocene.

Delle tre Note del dottor Adolfo Montuori, presentate dal socio

---

[1]) V. R. Matteucci, *Sul periodo di forte attività esplosiva offerta nei mesi di Aprile-Maggio 1900 dal Vesuvio.* Memoria di pagine 100, con 6 tavole in eliotipia e 3 fig. interc., estratta dal Bollettino della Società sismologica italiana, vol. VI. Modena, 1901.

Albini, la prima si occupa dell'*azione della corrente elettrica sulla glicogenesi epatica.* L'autore vi studia la formazione di zucchero nel fegato appena staccato dall'animale e attraversato da correnti elettriche di diversa intensità, ed espone il risultato dei suoi esperimenti, dai quali si rileva la conferma dell'ipotesi che la formazione di zucchero nel fegato dipende dall'attività metabolica dei suoi elementi, e la dimostrazione che la legge dell' aumentata funzionalità catodica vale anche per altri elementi oltre che per le fibre nervose e muscolari.

Nella seconda comunicazione il Montuori, in seguito ad *alcune osservazioni sul destino dell'acido ossalico nell'organismo,* viene alle seguenti conclusioni:

1.° Il fegato, entro certi limiti, decompone l'acido ossalico, così da impedirne il passaggio nelle urine.

2.° Un animale a cui si somministra coll'alimento dell'acido ossalico puro elimina per le urine quantità maggiori di acido urico.

3.° Il parenchima epatico, in presenza dell' acido ossalico, forma acido urico in quantità notevoli.

Nell'ultima Nota, la quale tratta *sopra una condizione che accelera la coagulazione del sangue*, è riferito un fatto non ancora registrato: che, cioè, l'iniezione di gas ossido di carbonio eseguita centripetalmente nel tronco o in una delle radici della vena porta favorisce la coagulabilità del sangue fino a poter produrre la morte dell'animale per coagulazione spontanea del sangue nei vasi; mentre lo stesso effetto, vale a dire l'accresciuta coagulabilità, non si ottiene iniettando gas ossido di carbonio per altri vasi arteriosi o venosi.

Il dottor Aurelio de Gasparis, in una Memoria intitolata *Osservazioni sulle piante del carbonifero*, presentata dal socio Delpino, cerca di risolvere alcuni fra i dubbii tuttora esistenti intorno alle vere condizioni biologiche di quelle antichissime forme vegetali, utilizzando le impronte fossili e basandosi su caratteri biologici o di vita esteriore, relativi sia al vario sviluppo degli organi caulini e radicanti, sia alle canalicolazioni fogliari destinate, in alcune felci, a raccogliere e distribuire acqua piovana, sia agli organi di disseminazione anemofila, assai manifesti in molte carpoliti, sia infine a certe prominenze cavernicole rilevate nelle foglie di altre felci.

Il dottor Antonio Breazzano, occupandosi del problema relativo al valore anatomico e morfologico dell' organo terminale del capo di alcuni cestodi, esamina in una Memoria *sul rostello delle Davaineae*, presentata dal socio della Valle, la struttura e i rapporti di quest'organo in molte forme del sottogenere *Davainea*, e prova che si tratta realmente di un rostello, assai semplice, e non di una ventosa frontale, come recenti ricerche tenderebbero a stabilire per alcune specie. Si giova poi del confronto di questo rostello rudimentale con i rostelli complessi di altre spe-

cie per conciliare le disparate vedute morfologiche di varii autori e per mostrare la fondamentale equivalenza degli organi appendicolari del capo dei cestodi.

Finalmente, il dottor Attilio Cerruti ha pubblicato una Memoria, anche questa presentata dal socio DELLA VALLE, sopra *un tenioide dell'Alauda arvensis, con riguardo speciale ad un organo parauterino.* L' autore vi illustra un cestode che vive parassita nell' intestino dell' allodola e appartiene al genere *Amerina*, e nella descrizioae dell'apparecchio riproduttore femminile studia particolarmente un organo che si sviluppa vicino all'utero ed è destinato, nelle proglottidi vecchie, a contenere le uova, indicandone la struttura, l' evoluzione e la maniera di comportarsi e facendo dei confronti critici.

Nel passato anno sono scaduti due concorsi: uno di Stereochimica, al quale erano ammesse anche opere stampate; l'altro di Chimica applicata, che s'intitola al nome del defunto testatore prof. Luigi Sementini.

Al primo concorso hanno preso parte la dottoressa Marussia Bakunin con sei Memorie pubblicate negli Atti della nostra Accademia dopo il 1895, e il dottor Emil Erlenmeyer con una Memoria manoscritta in lingua francese, che però è comparsa poco dopo, in lingua tedesca, negli *Justus Liebig's Annalen der Chemie.* L'Accademia — in seguito al rapporto steso dai socî CANNIZZARO e PATERNÒ e approvato della Sezione di Scienze fisiche, ai lavori della quale il socio OGLIALORO, per ragioni di delicatezza, si è tenuto completamente estraneo — ha conferito il premio di lire mille alla dottoressa Marussia Bakunin.

Al concorso Sementini — bandito, in base alle disposizioni del testatore, dalla Sezione di Scienze fisiche dell'Accademia e dalla Facoltà universitaria di Scienze naturali — non si è presentato alcun aspirante.

Per il nuovo concorso annuale, col premio di lire 500, l' Accademia ha scelto il tema seguente:

« L'urea, nell'organismo, è un prodotto derivante direttamente dalla decomposizione e ossidazione delle sostanze proteiche, ovvero è un prodotto di sintesi di composti più semplici? Organi dove l'urea si forma ».

A vice-presidente per il corrente anno l' Accademia ha eletto, nella Sezione di Scionze matematiche, alla quale spettava per turno, il socio FERGOLA, e ha confermato tesoriere per il venturo triennio il socio OGLIALORO. Ha poi nominato socî stranieri il matematico GUSTAVO MITTAG-LEFFLER di Stocolma e il naturalista GUSTAVO RETZIUS della stessa città, e socio corrispondente nella Sezione di Scienze matematiche il prof. DOMENICO MONTESANO dell'Università di Napoli.

Nomi cari e stimati, che ci confortano nel grave lutto sofferto. Il 14 Gennaio moriva a Parigi il più antico dei nostri socî stranieri, che all'altissimo ingegno accoppiava un'anima eletta, piena di generosità verso gli

studiosi di ogni regione, e che per mezzo secolo, con l'opera meravigliosamente feconda, ha esercitato una straordinaria influenza nel proprio paese, lasciando un tesoro di ricerche scientifiche originali e profonde e di metodi nuovi: voglio dire il grande matematico francese CARLO HERMITE, che il nostro presidente e il socio SIACCI hanno commemorato nella tornata del 2 Febbraio, rilevandone le qualità eccezionali della mente e del cuore.

Alla memoria dello scienziato eminente, l'Accademia, in questa solenne adunanza, rinnova l'omaggio del suo rimpianto devoto.

PROGRAMMA DI CONCORSO

L'Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche (Sezione della Società Reale di Napoli) conferirà un premio di lire 500 all'autore della migliore memoria sul tema seguente:

L'urea, nell'organismo, è un prodotto derivante direttamente dalla decomposizione ed ossidazione delle sostanze proteiche, ovvero è un prodotto di sintesi di composti più semplici? Organi dove l'urea si forma.

CONDIZIONI

1. Le memorie dovranno essere scritte in italiano, latino o francese ed essere inviate al segretario dell'Accademia non più tardi del 30 Giugno 1903.

2. Esse non porteranno il nome dell'autore, ma saranno distinte con un motto, il quale dovrà essere ripetuto sopra una scheda suggellata, che conterrà il nome dell'autore.

3. Le schede della memoria premiata e di quelle che avranno ottenuto l'*accessit* saranno aperte dal presidente nell'adunanza generale, che avrà luogo nella prima domenica del 1904.

4. La memoria premiata sarà pubblicata negli Atti dell'Accademia, e l'autore ne avrà cento copie.

5. Tutte le memorie inviate pel concorso al premio si conserveranno nell'archivio dell'Accademia, e soltanto si permetterà di estrarne copia a chi le avrà presentate.

Napoli, 6 Gennaio 1902.

RELAZIONE

SUL CONCORSO BANDITO DALL'ACCADEMIA PER LE SCIENZE NATURALI (1900)

Al concorso bandito dall'Accademia, col premio di lire mille, sopra un argomento di Stereochimica furono presentati un lavoro, manoscritto, del dott. Emil Erlenmeyer e sei, stampati, della dott. Marussia Bakunin.

La memoria del dott. Emil Erlenmeyer, che venne poi pubblicata negli *Justus Liebig's Annalen der Chemie* (Band 316. Heft I, Leipzig 1901), ha per titolo *Nouvelles conséquences de la théorie stéréochimique*. Come il suo titolo indica, non contiene alcun fatto nuovo sperimentale, nè può dirsi che contenga, anche dal punto di vista teorico o speculativo, nulla di essenzialmente nuovo. È noto, diremo anzi notissimo, che costruendo con atomi di carbonio rappresentati da tetraedri, l'esagono della benzina secondo la formola di Kekulé, si ottiene una figura geometrica nella quale i sei atomi d'idrogeno vengono collocati in unico piano, ma non in modo completamente simmetrico, e che p. es. gli atomi 1 e 2 sono più vicini di quelli 1 e 6 ed inoltre collegati i primi due a due atomi di carbonio legati da una sola valenza, gli altri due a due atomi di carbonio congiunti da un doppio legame. Ora l'autore ad ovviare a questo inconveniente scrive una formola nella quale sono girati i tetraedri di carbone verso il centro dell'esagono, ottenendo per la benzina un modello più simmetrico di quello della formola di Kekulé; modello che si distingue inoltre per una disposizione dei sei atomi di carbone più vicina e più compatta.

Egli passa poi in rassegna numerosi corpi e numerosi casi di isomeria, mostrando come la sua formola possa ricevere generale applicazione e spieghi numerosi fatti.

Quanto abbiamo detto mostra come il lavoro dell'Erlenmeyer non presenti nulla di veramente originale, e senza diminuire il suo merito esso non rappresenta nello stato attuale della scienza nessun progresso vero e reale nella storia della stereoisomeria. E ciò indipendentemente dalla considerazione che nell'attuale momento degli studii sulla costituzione atomica dei corpi tutt'altro, che formole più compatte e rigide, è richiesto per il completo sviluppo delle ipotesi relative alla stereochimica.

La signora dott. Marussia Bakunin presenta al concorso 6 memorie sugli stereoisomeri degli acidi fenilcinnamico, fenilnitrocinnamici e fenilossicinnamici e sui loro derivati, pubblicate dal 1895 al 1901. Sono esse il frutto di un lavoro sperimentale assiduo, ordinato, intelligente. La

prima memoria sulle tre coppie stereoisomeriche di acidi nitrocinnamici è un lavoro nel quale sono superate difficoltà sperimentali non lievi, sono descritti con cura massima numerosi composti ed è manifesta la completa conoscenza dell'argomento. Nella seconda è studiata la trasformazione degli allocomposti in quelli ordinarii ed il loro comportamento in diverse reazioni. Nella terza è descritto lo stereoisomero dell' acido fenilcinnamico, già invano tentato di preparare da altri chimici; nella quarta si dimostra con esperienze inappuntabili la non esistenza di un acido ossifenilcinnamico che il Vandevelde credeva di aver ottenuto; nella quinta viene discussa la costituzione degli acidi fenilnitrocinnamici e stabilito a quali spetta la formola pianosimmetrica, a quali l'assiale, sono preparati gli indoni corrispondenti a questi acidi, ed è indicato un nuovo metodo di disidratazione dei corpi organici, fondato sull' impiego dell' anidride fosforica su corpi disciolti in solvente neutro; nella sesta infine l'autrice si occupa di questo nuovo processo di disidratazione, mostrandone, con numerose esperienze, i vantaggi.

Da quanto abbiamo brevemente esposto risulta adunque che la signora Bakunin con un lavoro sperimentale assiduo, ricco di nuovi dati, superando difficoltà non lievi, ha chiarito un capitolo della stereochimica ed ha portato un contributo non ispregevole ai progressi di questa parte della chimica.

La Sezione di Scienze fisiche propone quindi che il premio di lire mille venga conferito alla dott. Marussia Bakunin.

STANISLAO CANNIZZARO
EMANUELE PATERNÒ } *relatori.*

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Dicembre 1901

Latitudine. . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich.
Altitudine. . 149m sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 +				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle nubi			Vento Direzione			Vento Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
	9	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Min.	Mass.	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	9h	15h	21h	9h	15h	21h		
1	57.0	54.9	53.4	55.10	9.0	11.6	11.0	6.0	12.4	9.60	4.7	6.7	5.9	5.77	55	65	60	60.0	0	5	0	N	SW	NW	0	0	0	—	1.5
2	53.3	53.1	54.9	53.77	10.6	12.0	9.3	8.9	13.1	10.47	5.7	6.1	5.0	5.60	60	56	57	57.7	0	0	0	N	E	E	0	2	0	—	1.2
3	55.4	53.7	53.0	54.03	8.6	12.4	8.5	7.3	12.7	9.28	4.7	6.8	6.0	5.83	56	63	73	64.0	0	0	2	NW	NE	NNE	1	0	0	—	2.3
4	49.7	47.6	47.4	48.23	10.8	10.7	9.2	8.2	12.4	10.15	7.2	9.0	7.5	7.90	73	94	88	85.0	10	10	10	E	E	N	1	1	0	16.3	1.0
5	46.5	47.4	48.5	47.47	9.0	10.7	10.7	8.7	10.9	9.82	7.4	7.8	6.9	7.37	87	82	72	80.3	10	10	9	E	E	ENE	0	3	5	14.7	0.8
6	49.4	48.8	50.0	49.40	8.7	9.0	8.1	8.0	10.9	8.93	6.5	7.0	6.1	6.53	77	81	75	77.7	10	10	10	NE	NE	NE	2	1	0	2.0	1.5
7	51.8	51.7	53.1	52.20	8.2	11.4	7.5	6.8	11.8	8.57	5.6	6.7	5.9	6.07	69	66	76	70.3	0	0	0	N	N	NNW	1	0	0	—	1.4
8	54.6	54.2	54.3	54.37	8.0	11.7	8.8	5.7	11.0	8.58	5.9	7.3	6.4	6.53	73	72	76	73.7	0	0	0	N	NW	NW	0	0	0	—	1.3
9	54.1	52.0	50.5	52.20	10.2	12.3	11.7	7.9	12.7	10.62	7.6	8.1	8.1	7.93	82	77	79	79.3	9	10	5	W	WSW	WSW	0	2	2	—	0.6
10	44.9	42.4	43.0	43.43	13.5	14.0	13.6	11.5	14.0	13.15	9.4	9.9	9.1	9.47	82	84	79	81.7	8	10	10	SW	WSW	SW	14	12	20	2.0	1.2
11	45.3	44.1	44.5	44.63	11.3	12.8	13.3	10.0	13.8	12.10	7.7	7.8	9.3	8.27	77	72	82	77.0	3	8	10	WSW	WSW	WSW	2	12	18	1.0	1.4
12	48.0	49.0	49.6	48.87	12.7	14.3	10.7	10.5	15.1	12.25	7.9	7.8	7.6	7.77	73	61	79	72.0	3	3	1	WSW	E	SE	10	0	0	0.3	2.1
13	47.4	45.0	43.7	45.37	12.4	14.6	12.3	10.3	14.8	12.45	8.0	9.7	9.6	9.10	74	78	91	81.0	10	10	10	SSE	NNE	NW	0	4	2	6.0	1.3
14	39.8	41.6	44.3	41.90	12.7	12.1	10.2	10.0	14.7	11.90	9.9	7.4	7.4	8.23	91	71	79	80.3	7	9	0	SW	WSW	W	7	11	1	14.1	1.4
15	44.8	45.2	46.5	45.50	9.5	10.9	9.7	8.6	12.1	9.97	7.3	7.0	5.9	6.73	83	71	65	73.0	10	9	10	NE	SW	SW	0	1	0	0.9	1.7
16	44.5	43.6	43.6	43.90	10.9	14.5	15.6	7.9	15.6	12.50	8.4	10.9	9.4	9.57	87	90	71	82.7	9	10	10	E	SE	SSE	0	3	7	14.0	1.0
17	45.2	42.8	43.1	43.70	15.8	16.1	15.5	15.3	**16.5**	15.85	**10.1**	9.7	9.9	9.90	76	71	74	73.7	10	3	10	SE	SSW	ESE	11	6	20	0.4	2.0
18	45.0	44.2	44.9	44.70	14.4	14.6	3.1	12.9	16.0	14.10	11.1	9.7	8.6	9.80	92	78	77	82.3	10	2	6	SW	SW	S	3	3	0	0.2	2.5
19	42.4	39.3	39.0	40.23	14.0	14.0	14.9	10.9	15.2	13.75	9.5	10.6	9.1	9.73	80	90	72	80.7	8	10	8	SSE	WSW	S	2	4	3	3.3	1.3
20	39.7	38.8	39.7	39.40	14.5	13.6	13.8	12.6	15.8	14.17	10.2	9.5	9.6	9.77	84	82	82	82.7	10	9	7	S	WSW	SW	0	4	2	5.7	1.8
21	41.5	38.6	36.8	38.97	12.4	15.1	11.6	11.4	15.2	12.65	8.0	7.9	7.2	7.70	74	62	71	69.0	0	0	0	N	N	E	0	0	0	5.0	1.1
22	**30.3**	31.5	38.1	33.30	9.2	10.6	9.2	8.8	13.0	10.05	8.1	6.5	6.4	7.00	93	69	74	78.7	6	5	10	E	WSW	SW	0	16	22	17.3	1.8
23	43.5	44.4	45.4	44.43	11.7	13.3	13.8	8.0	14.0	11.88	8.0	8.0	8.9	8.30	79	71	76	75.3	10	10	8	SE	NNE	ESE	3	5	2	5.2	2.2
24	41.6	41.1	43.3	42.00	10.1	10.1	9.2	9.1	14.0	10.60	6.4	8.4	7.2	7.33	69	91	83	81.0	8	10	3	NE	NE	W	1	0	0	7.3	2.5
25	43.8	41.4	40.6	41.93	11.0	11.4	12.2	9.2	12.6	11.25	7.4	9.6	8.8	8.60	75	**96**	84	85.0	9	10	10	SW	SW	SW	2	6	14	8.4	0.6
26	39.4	39.4	39.9	39.57	13.3	13.3	10.3	10.3	13.9	11.95	9.2	8.0	8.7	8.63	81	71	94	82.0	9	6	7	NW	SW	SW	13	18	2	14.4	1.7
27	42.5	42.0	43.8	42.77	7.6	9.3	8.3	7.0	12.7	8.90	7.5	7.5	6.9	7.30	**96**	87	86	89.7	10	10	10	N	E	SW	0	0	0	22.8	1.6
28	46.3	47.2	50.2	47.90	5.8	8.5	6.8	**5.1**	11.7	7.35	6.4	7.2	5.5	·37	93	87	74	84.7	10	0	0	N	SW	W	0	0	0	10.0	0.3
29	51.9	48.3	47.5	49.23	7.5	10.7	11.1	5.9	12.7	9.30	4.8	8.1	9.6	7.50	62	85	81	76.0	10	10	10	NW	SSE	SW	0	2	4	6.4	0.9
30	49.0	50.1	54.5	51.20	10.2	9.7	9.2	8.7	11.6	9.92	7.4	6.5	7.0	6.97	79	73	71	74.3	0	3	7	W	E	E	0	0	0	0.6	1.2
31	56.9	56.5	**57.1**	56.83	10.1	12.6	10.0	8.1	12.6	10.20	5.4	6.8	5.6	5.93	59	62	61	60.7	0	0	2	NNE	N	NE	0	1	1	—	1.6
Medi mens	46.63	45.80	46.59	46.34	10.76	12.21	10.95	9.02	13.43	11.04	7.53	8.06	7.58	7.73	77.1	76.2	76.2	76.5	6.4	6.2	6.0							somma 178.3	somma 44.8

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Gennaio 1902

Latitudine. . 40°52' N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich
Altitudine. . 149m sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 +				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle nubi			Vento Direzione			Vento Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle ore in mill.
	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Min.	Mass.	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	9h	15h	21h	9h	15h	21h		
1	57.0	55.4	54.9	55.77	9.8	13.5	10.2	8.4	13.5	10.47	5.3	7.0	7.7	6.67	58	61	83	67.3	0	0	0	N	W	W	0	0	1	—	2.5
2	52.3	49.5	48.0	49.93	10.5	12.6	10.8	8.9	12.9	10.78	8.3	7.5	7.7	7.83	88	69	81	79.3	0	3	7	W	W	SW	0	1	0	—	1.0
3	14.5	42.6	44.1	43.73	10.8	12.0	9.9	9.9	12.3	10.72	8.9	9.3	8.3	8.83	93	90	91	91.3	10	10	10	SW	S	NE	0	0	0	3.3	0.8
4	50.8	51.9	53.3	52.00	11.6	12.5	10.3	9.0	12.8	10.93	5.6	4.7	4.5	4.93	55	44	48	49.0	2	1	0	NE	NE	NE	12	9	1	—	1.5
5	52.4	51.0	51.4	51.60	8.8	12.2	9.4	8.4	12.4	9.75	5.3	6.6	6.0	5.97	63	63	69	65.0	0	0	0	NW	NE	NE	10	3	0	—	3.1
6	52.5	52.0	53.9	52.80	9.8	11.7	9.1	8.5	13.4	10.20	6.3	6.9	5.7	6.30	69	68	66	67.7	2	10	0	NE	NE	NE	2	4	0	—	1.3
7	56.1	55.9	57.4	56.47	7.6	12.1	9.4	6.4	12.1	8.87	4.2	4.4	5.1	4.57	55	42	57	51.3	0	0	0	NNW	NW	NE	2	1	0	—	2.0
8	60.1	59.9	60.9	60.30	9.7	11.8	8.4	8.2	12.2	9.63	5.0	5.7	5.2	5.30	55	56	63	58.0	0	0	0	ENE	ENE	NE	3	4	0	—	2.3
9	61.4	60.1	60.2	60.57	7.8	12.2	8.6	7.0	12.2	8.90	4.4	6.2	5.8	5.47	57	59	69	61.7	0	0	0	NW	N	W	9	2	2	—	2.4
10	59.9	59.1	59.1	59.37	7.3	10.7	9.1	6.6	11.8	8.70	5.5	6.7	6.7	6.30	72	71	77	73.3	0	0	9	N	NE	SE	2	3	0	—	1.5
11	57.6	56.3	56.2	56.70	9.4	10.1	9.5	8.6	10.0	9.60	6.3	5.6	6.0	5.97	71	61	67	66.3	7	3	10	W	SW	WSW	10	7	5	—	0.9
12	56.5	55.8	56.7	56.33	8.0	10.4	8.5	7.1	11.9	8.87	5.3	5.3	5.8	5.47	65	57	70	64.0	0	0	0	N	NE	NW	0	1	5	—	1.6
13	55.5	55.4	55.6	55.83	8.8	9.9	8.3	6.6	11.7	8.85	5.3	5.8	6.2	5.77	63	64	75	67.3	10	9	10	N	N	W	0	0	0	—	1.1
14	54.7	53.7	53.8	54.07	8.9	11.3	8.5	6.8	11.5	8.93	6.3	6.7	7.6	6.83	73	67	92	77.3	0	0	10	N	SE	WNW	0	0	5	2.9	0.7
15	53.5	55.1	57.9	55.50	8.0	6.8	2.7	2.6	9.8	5.77	6.3	3.7	2.7	4.23	79	50	49	59.3	4	3	0	NNE	NE	ENE	4	16	17	3.3	0.5
16	59.9	56.9	52.7	56.50	2.0	6.5	3.8	0.8	6.6	3.30	2.5	3.5	3.1	3.03	48	48	51	49.0	0	0	0	W	W	NE	6	8	0	—	3.2
17	53.7	54.5	56.0	54.73	6.7	12.0	9.5	3.0	12.4	7.90	3.7	6.3	4.4	4.80	50	61	49	53.3	0	0	0	NW	E	N	0	0	3	—	1.6
18	56.4	55.5	54.8	55.57	8.4	10.7	9.2	7.4	11.7	9.18	4.7	6.7	6.7	5.70	57	71	78	68.7	4	10	0	NE	N	SSW	0	0	2	—	1.7
19	54.4	53.6	54.1	54.03	10.3	10.7	9.3	9.0	11.9	10.12	6.9	7.9	6.8	7.20	74	83	78	78.3	10	10	10	NE	W	NNW	1	1	5	0.5	0.7
20	56.0	55.7	56.8	56.17	7.9	9.4	7.5	6.7	9.8	7.98	6.3	6.3	5.7	6.10	79	71	73	74.3	10	10	0	NE	NE	NNE	6	4	6	9.3	0.7
21	57.4	56.7	57.2	57.10	8.0	12.4	8.4	6.3	12.3	8.75	5.9	6.3	6.1	6.10	73	59	71	68.7	0	0	0	NW	N	NW	7	0	0	—	1.2
22	56.2	55.2	56.5	55.97	9.1	13.0	9.8	6.9	13.2	9.75	5.9	6.5	5.8	6.07	68	58	64	63.3	0	0	0	N	NE	N	2	2	3	—	1.1
23	57.3	56.5	56.8	56.87	9.5	12.9	9.5	7.8	12.9	9.92	5.1	6.8	7.0	6.30	57	62	79	66.0	0	0	0	N	SW	NE	0	1	1	—	1.5
24	56.2	54.5	53.5	54.73	10.2	12.0	11.3	8.5	12.4	10.60	7.8	7.7	7.4	7.63	84	74	74	77.3	10	8	8	S	SW	SW	0	5	10	—	0.8
25	49.9	46.3	44.2	46.80	12.1	12.8	11.9	10.9	13.4	12.07	8.5	8.3	7.5	8.10	82	76	73	77.0	6	8	10	SW	WSW	SW	7	11	11	—	1.2
26	41.5	41.0	42.3	41.60	9.9	10.3	6.2	6.5	12.2	8.70	5.7	5.7	6.1	[illegible]	63	61	87	70.3	10	8	10	W	WSW	W	16	[illegible]	26	6.4	2.0
27	45.3	47.6	47.7	46.87	3.7	8.0	6.6	3.2	8.0	5.38	5.1	2.9	5.6	4.53	85	36	71	64.0	0	0	8	NNE	WNW	SW	2	8	1	1.4	1.7
28	46.9	45.8	46.3	46.33	7.7	9.7	10.3	6.3	10.4	8.67	7.5	8.6	8.9	8.33	96	96	95	95.7	10	10	10	S	SW	SW	0	11	11	14.9	1.1
29	45.9	45.7	46.8	46.13	10.4	12.5	11.1	9.9	13.6	11.25	8.1	9.1	8.1	8.43	87	86	[illegible]	85.0	10	9	7	WSW	WSW	SW	10	9	10	1.9	0.7
30	17.7	46.7	46.3	46.90	11.0	10.3	10.1	8.6	11.5	10.30	8.8	8.7	6.4	7.97	90	94	[illegible]	81.3	9	10	8	ENE	NE	E	6	1	0	10.0	1.2
31	46.2	45.1	46.2	45.83	12.1	12.0	9.3	9.2	14.6	11.30	7.3	8.4	8.4	8.03	69	82	96	82.3	10	9	10	ESE	S	E	6	3	0	11.7	1.3
Medi mens	53.44	52.61	52.95	53.00	8.90	11.13	8.92	7.23	11.88	9.23	6.06	6.51	6.29	6.28	70.3	65.8	72.6	69.5	4.0	4.2	4.4							somma 65.6	somma 44.8

CATALOGO

DELLE PUBBLICAZIONI PERVENUTE ALL'ACCADEMIA

dal 22 Dicembre 1901 al 18 Gennaio 1902

PUBBLICAZIONI ITALIANE

Acireale — *Reale Accademia di scienze, lettere e arti degli Zelanti* — Atti e Rendiconti, nuova serie, vol. X (1899-1900) — 1901.

Firenze — *Rivista scientifico-industriale* — Anno XXXIII, n. 22-24 — 1901.

Biblioteca nazionale centrale — Bollettino delle pubblicazioni italiane, n. 12 — 1901.

Jesi — *Giornale di agricoltura* — Anno LXIII, n. 10 — 1901.

Livorno — *Periodico di matematica* — Supplemento, anno V, fasc. II — 1901.

Milano — *R. Istituto lombardo di scienze e lettere* — Rendiconti, serie II, vol. XXXIV, fasc. XIX — 1901.

Napoli — *Accademia Pontaniana* — Atti, vol. XXXI — 1901.

Annali di nevrologia — Anno XIX, fasc. VI — 1901.

Palermo — *Circolo matematico* — Rendiconti, t. XV, fasc. V e VI — 1901.

Società di scienze naturali ed economiche — Giornale, vol. XXIII — 1901.

Pavia — *Rivista di fisica, matematica e scienze naturali* — Anno 2, n. 24 — 1901.

Roma — *Reale Accademia dei Lincei* — Rendiconti, vol. X, fasc. 11 — 1901.

Giornale medico del regio Esercito — Anno XLIX, n. 12 — 1901.

L'Elettricista — Anno XI, n. 1 — 1901.

Siena — *R. Accademia dei Fisiocritici* — Atti, serie IV, vol. XIII, n. 7-8 — 1901.

Torino — *La rivista tecnica delle scienze, delle arti applicate all'industria e dell'insegnamento industriale* — Anno 1, fasc. 12 — 1901.

PUBBLICAZIONI STRANIERE

Baltimore — *Johns Hopkins university circulars* — Vol. XXI, n. 154—1901.

Berkeley — *University of California* — Bulletin of the Department of Geology, vol. 2, n. 7 — 1900.

Berlin — *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*—Band 30, Heft 3— 1901.

Archiv der Mathematik und Physik — Reihe 3, 2 Band, 1 u. 2 Heft — 1901.

Calcutta — *Geological Survey of India* — Vol. XXXII, part. 2; vol. XXXIII, part. 2 — 1901.

Chicago — *Field Columbian Museum* — Publication. 55-56 — 1901.
Cracovie — *Académie des sciences* — Bulletin international, n. 7 — 1901.
Halle — *K. Leopoldino-Carolinisch. Deutsch. Akademie der Naturforscher* — Leopoldina, Heft XXXV, u. XXXVI; Abhandlungen, Band 75-78 — 1899-1901.
Hansas — *Academy of Science* — Transactions, vol. XVII — 1901.
Kiew — *Universitetskia Isvestia* (Notizie universitarie) — Vol. XLI, n. 9 — 1901.
Kobenhavn — *Académie royale des sciences et des lettres* — Bulletiu, n. 4-5. Mémoires, t. IX, n. 7; t. XI, n. 1 — 1901.
Nyt Tidsskrift for Matematik — A. 12 Aarg. n. 7-8; B. 12 Aarg. n. 4 — 1901.
La Haye — *Société hollandaise des sciences à Harlem* — Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles, série II, t. IV, livr. 4-5 — 1901.
Liverpool — *Biological Society* — Proceedings and transactions, vol. XV — 1901.
London — *Royal Society* — Proceedings, vol. LXIX, n. 453 — 1901.
Nature — Vol. 65, n. 1675, 1677-1680 — 1901.
Lyon — *Annales de l'Université* — I Sciences, med., fasc. 5-7 — 1901.
Madrid — *R. Academia de ciencias* — Memorias, tomo XIV, 1900.
Odessa — *Club alpin de Crimée* — Bulletin, n. 10 — 1901.
Ottawa — *Geological Survey of Canada* — Catalogue of Canadian Birds, part I — 1900.
Paris — *Académie des sciences* — Comptes rendus hebdomadaires des séances, tome CXXXIII, n. 25-27 — 1901; t. CXXXIV, n. 1 — 1902.
École normale supérieure — Annales scientifiques, tome XVIII, n. 12. Supplément, anné 1901 — 1901.
Société zoologique — Mémoires, tome XIV, II et III part. — 1901.
Archives de neurologie — Vol. XII, n. 72 — 1901; vol. XIII, n. 73—1902.
Société d'encouragement pour l'industrie nationale — Compte rendu, n. 16-17; Bulletin, tome 101, n. 6 — 1901.
Bibliothèque de l'école des hautes études — Bulletin des sciences mathématiques, tome XXV, Novembre 1901.
Journal de l'anatomie et de la physiologie normales et pathologiques de l'homme et des animaux — XXXVIII année, n. 1 — 1902.
Stockholm — *K. Vetensk. Akademien* — Handlingar Bd 33-34 (1900-1901); Bihang, Afdelning 26: I-IV; Lefnadsteckningar, Band 4, Häfte I-II (1899-1901); Meteorologiska Jakttagelser I Sverige 2ª serien, Bd. 24 — 1896.
Wien — *K. k. geologisch. Reichsenstalt* — Verhandlungen, n. 11-14 — 1901.

OPERE PRIVATE

Passalsky P., *Anomalies magnétiques dans la région des mines de Krivoï-Rog* — Odessa, 1901.

Siacci Fr., *Alcune nuove forme di resistenza che riducono il problema balistico alle quadrature* — Voghera, 1901.

Fascicolo 2° ANNO XLI. Febbraio 1902.

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza del dì 18 Gennaio 1902.
Presiede il presidente **F. Delpino.**

Sono presenti i socii ordinarii Albini, Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci e Villari.

Il segretario legge il processo verbale dell'ultima adunanza, che viene approvato, e presenta i libri giunti in dono e in cambio.

Comunica in seguito l'invito del sindaco di Napoli, presidente del Comitato, alla commemorazione di Domenico Morelli, che farà il senatore Pasquale Villari il 19 corrente.

Partecipa da ultimo una lettera della dott. Marussia Bakunin, che ringrazia per il premio annuale testè conferitole,

e un'altra della *Société nationale des sciences naturelles et mathématiques* di Cherbourg, riconoscente per le felicitazioni inviatele in occasione del 50° anniversario della sua fondazione.

Processo verbale dell'adunanza del dì 1° Febbraio 1902.
Presiede il vice-presidente **E. Fergola.**

Sono presenti i socii ordinarii Albini, Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, de Martini, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci e Villari.

Il presidente ed il segretario, indisposti, giustificano l'assenza.

In luogo del socio Bassani, funziona da segretario il socio della Valle, che legge il processo verbale della tornata precedente, il quale viene approvato.

Presenta poi i libri giunti in cambio e in dono, e comunica una cir-

colare del prof. Elia Millosevich, nuovo direttore dell'Osservatorio astronomico del Collegio Romano ed annesso Museo, il quale, partecipando l'incarico avuto dal Ministro dell'Istruzione, nutre fiducia che l'Accademia vorrà mantenere le eccellenti relazioni scientifiche fino ad ora occorse fra essa e l'Osservatorio.

Il socio Capelli presenta per l'inserzione nel Rendiconto una sua Nota *sulla continuità delle funzioni di più variabili reali.*

Processo verbale dell'adunanza del dì 8 Febbraio 1902.
Presiede il presidente **F. Delpino.**

Sono presenti i socii ordinarii Albini, Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Pinto, Siacci e Villari.

Letto ed approvato il verbale dell'ultima adunanza, il socio della Valle, funzionante da segretario, presenta i libri giunti in cambio e in dono, segnalando fra questi ultimi la 2ª Nota del socio straniero Alberto Gaudry *sur la similitude des dents de l'homme et de quelques animaux.* Presenta pure il Rendiconto accademico di Gennaio.

Legge in seguito la lettera circolare in data 1° corrente per le prossime onoranze al predetto socio straniero Gaudry. L'Accademia delibera di farsi rappresentare alla cerimonia dall'altro socio straniero Giulio Enrico Poincaré e d'inviare un indirizzo di felicitazione all'illustre collega.

Sulla continuità delle funzioni di più variabili reali; *Nota del socio ordinario* **Alfredo Capelli.**

(Adunanza del dì 1° Febbraio 1902)

Con questa Nota mi sono proposto di mostrare come uno dei metodi già in uso per la dimostrazione dei teoremi fondamentali relativi alle funzioni di una o più variabili reali si possa modificare opportunamente in modo da renderlo applicabile anche in qualche caso che sembrerebbe dover sfuggire all'applicazione immediata del metodo ordinario.

La modificazione da me introdotta permette infatti di stabilire (nel 3° § di questa Nota) il teorema della continuità uniforme delle funzioni già supposte continue in ogni punto di un certo campo, con un procedimento semplicissimo del tutto simile a quello stesso (esposto nel 2° §) che ci servirà a stabilire prima altri teoremi di più agevole dimostrazione. Vista l'importanza dell'argomento, non sembrerà inutile che io mi sia dilungato alquanto in cose già note, specialmente nel 1° § da me premes-

so, a guisa di introduzione, allo scopo di fissare il significato preciso di certe espressioni il cui uso è indispensabile per la semplicità e per il rigore degli enunciati e delle dimostrazioni.

§ I.

1. L'insieme di tutti i sistemi distinti di valori che possono assumere n variabili reali indipendenti $x_1, x_2, \ldots, x_n$ si chiamerà il campo analitico generale *di specie n*. Se $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ ed $(y_1, y_2, \ldots, y_n)$ sono due elementi o, come anche diremo, due *punti analitici di specie n*, il valore aritmetico di

$$\sqrt{(y_1 - x_1)^2 + (y_2 - x_2)^2 + \cdots + (y_n - x_n)^2}$$

si dirà brevemente la *distanza* fra quei due punti. In particolare la distanza fra il punto $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ ed il punto origine $(0, 0, \ldots, 0)$, cioè il valore aritmetico di $\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2}$ si chiamerà anche il *valore assoluto* dell'elemento analitico $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$.

Dati due elementi analitici $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ ed $(y_1, y_2, \ldots, y_n)$, l'elemento

$$(x_1 + y_1\ ,\ x_2 + y_2\ ,\ \ldots\ ,\ x_n + y_n)$$

si chiamerà, per brevità, la *somma* di quei due elementi; onde si potrà, come è ben noto, enunciare che: *il valore assoluto della somma di più elementi analitici è minore od uguale alla somma dei valori assoluti degli elementi stessi*.

2. Ciò premesso, sia C un campo particolare ben determinato di punti analitici $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ contenuto nel campo generale di specie n; e sia $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ un punto appartenente a C. Diremo che esso si trova *nell'interno* di C (o anche si potrebbe dire che è un *punto di continuità* di C), se esiste un numero positivo δ tale che ogni punto arbitrario $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ la cui distanza da $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ sia inferiore a δ, appartenga del pari al campo C. In caso contrario si dirà che il punto $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ si trova sul *contorno* di C.

Come si vede, noi facciamo distinzione fra la locuzione *punto appartenente* a C e la locuzione *punto interno* a C. Il loro significato coinciderà soltanto quando il campo C sia sprovvisto di contorno.

È manifesto che i punti interni di un qualsivoglia campo costituiscono appunto un campo senza contorno.

3. Sia ora $(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)$ un punto del campo generale di specie n il quale non cada nell'interno del campo C. Noi diremo che esso si trova sul *confine* di C, se, comunque si fissi il numero positivo δ, esiste nel campo C almeno un punto la cui distanza da esso sia inferiore a δ. Questa condizione è evidentemente soddisfatta se $(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)$ cade sul con-

torno stesso di C, giacchè in tal caso si potrà prendere come punto di C distante da $(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)$ per meno di δ, lo stesso punto $(\alpha_1 . \alpha_2, \ldots, \alpha_n)$ Il confine di C si comporrà dunque del contorno di C e, almeno in generale, anche di altri punti non appartenenti a C.

Esempio *a*): Il campo di 1ª specie definito dalle condizioni

$$a \overline{\overline{<}} x \overline{\overline{<}} b$$

ha per contorno i due punti a e b, i quali ne costituiscono al tempo stesso anche il confine.

Esempio *b*): Il campo

$$a < x < b$$

non ha contorno, ma ha i due punti di confine a e b.

Esempio *c*): Il campo

$$a \overline{\overline{<}} x < b$$

ha per contorno il solo punto a e per confine l' insieme dei due punti a e b.

4. I punti che non cadono nè sul confine, nè all'interno del campo C si diranno *esterni* a C.

I punti $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ si dividono dunque, rispetto ad un dato campo C, in tre categorie: punti interni a C, punti confinanti con C e punti esterni a C.

Fra i punti che stanno sul confine di C ve ne possono essere, per verità, alcuni che potrebbero in certe quistioni e sotto certi punti di vista assimilarsi ai punti interni. Mi sembra però più opportuno, almeno in queste pagine, di tenere ben distinti dai punti interni questi punti che si potrebbero piuttosto chiamare *punti di compattezza* di C. È infatti opportuno di dire che un campo C è *compatto in un certo punto* $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$, se esiste un numero positivo δ tale che tutti i punti $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ distanti da $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ per meno di δ siano punti interni o punti di confine di C. È chiaro che, se $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ è interno a C, esso sarà anche punto di compattezza di C; in questo caso gioverà però anche di dire, più propriamente, come già si è notato, che il campo C è *continuo nel punto* $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$.

Così, ad esempio, ogni punto $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ è punto di continuità rispetto al campo generale di specie n, ma è soltanto punto di compattezza rispetto al campo formato dai sistemi di valori razionali delle x_1, $x_2, \ldots, x_n$.

5. Ciò premesso, possiamo enunciare il seguente teorema che dovremo invocare nelle dimostrazioni che siamo per dare: *Sia* C′, C″, C‴,... *una progressione infinita di campi analitici di specie* n, *ognuno dei quali sia*

contenuto nel precedente. Supponiamo inoltre che, per ogni numero positivo ε *esista un campo* $C^{(k)}$ *tale che la distanza fra due qualunque dei suoi punti sia inferiore ad* ε. *Esisterà allora un punto, unico e ben determinato,* Π *il quale godrà della proprietà di essere punto interno, o almeno punto di confine, rispetto a ciascuno degli infiniti campi* $C', C'', \ldots$

Si scelga infatti, secondo una legge da fissarsi ad arbitrio, una progressione infinita di punti $P', P'', P''', \ldots$ contenuti rispettivamente nei campi $C', C'', C''', \ldots$ Scelto a piacere un numero positivo ε, esisterà fra i punti $P', P'', \ldots$, per la seconda ipotesi fatta, un punto $P^{(k)}$ la cui distanza da ogni altro punto del campo $C^{(k)}$ sia inferiore ad ε. Sarà quindi inferiore ad ε la distanza fra $P^{(k)}$ ed uno qualunque dei punti $P^{(k+1)}, P^{(k+2)}, \ldots$ i quali in virtù della prima ipotesi sono tutti contenuti in $C^{(k)}$. La progressione $P', P'', \ldots$ ammetterà dunque un limite Π, il quale dimostreremo ora essere punto interno, o almeno punto di confine, per uno qualunque, p. e. $C^{(i)}$ dei campi dati.

A tale oggetto basterà dimostrare che, fissato a piacere un numero positivo δ, esiste in $C^{(i)}$ qualche punto la cui distanza da Π è inferiore a δ. In effetto, poichè la progressione $P', P'', \ldots$ ha per limite Π, esiste un indice k, maggiore di i, tale che il punto $P^{(k)}$ disti da Π per meno di δ; ed essendo $k > i$, il punto $P^{(k)}$ fa parte, per la prima delle due ipotesi, del campo C.

§ II.

1. *Se la funzione* $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ *delle* n *variabili reali* $x_1, x_2, \ldots, x_n$ *è data univocamente ed è continua in ogni punto del campo finito* C, *contenuto nel campo generale di specie* n, *essa si mantiene necessariamente finita entro questo campo, semprechè i punti di confine di* C *facciano parte del campo (cioè siano anche punti di contorno di* C).

Poichè il campo C non è illimitato, esso è tutto contenuto nel campo Q definito dalle condizioni:

$$a_1 \overline{\overline{<}} x_1 < b_1 \quad , \quad a_2 \overline{\overline{<}} x_2 < b_2 \; , \; \ldots \; , \; a_n \overline{\overline{<}} x_n < b_n \; , \qquad (1)$$

purchè si fissino opportunamente i numeri $a_1, a_2, \ldots, a_n, b_1, b_2, \ldots, b_n$.

Se ora l' intervallo fra a_i e b_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$ si imagini suddiviso in k intervalli eguali definiti rispettivamente dalle condizioni:

$$a_i \overline{\overline{<}} x_i < a'_i \quad , \quad a'_i \overline{\overline{<}} x_i < a''_i \; , \; \ldots \; , \; a_i^{(k-1)} \overline{\overline{<}} x_i < b_i$$

mediante i numeri $a'_i, a''_i, \ldots, a_i^{(k-1)}$ che soddisfano alle uguaglianze:

$$a'_i - a_i = a''_i - a'_i = a'''_i - a''_i = \ldots = b_i - a_i^{(k-1)} \; ,$$

è chiaro che l'intiero campo Q si potrà riguardare come l'insieme di k^n campi Q'_1, Q'_2, ... uno qualunque dei quali è definito dalle condizioni:

$$a_1^{(\alpha)} \overline{\gtreqless} x_1 < a_1^{(\alpha+1)}, \; a_2^{(\beta)} \overline{\gtreqless} x_2 < a_2^{(\beta+1)}, \; \ldots, \; a_n^{(\gamma)} \overline{\gtreqless} x_n < a_n^{(\gamma+1)}, \qquad (2)$$

potendosi scegliere a piacere $\alpha, \beta, \ldots, \gamma$.

Uno qualunque dei campi Q' si potrà poi suddividere, precisamente allo stesso modo, in k^n campi Q'', e così poi ogni campo Q'' in k^n campi Q''', e così via. Ed è senz'altro manifesto che, purchè si scelga h abbastanza grande, uno qualunque dei campi $Q^{(h)}$ si comporrà di punti tali che la distanza di due qualunque fra essi sia più piccola di un numero positivo ε fissato piccolo a piacere.

La suddivisione del campo Q nei campi Q'_1, Q'_2, ... dà luogo ad una corrispondente ripartizione del campo C in altrettanti campi C'_1, C'_2, ... in quanto cioè s'intenda con C'_h l'insieme di tutti quei punti di C che fanno parte del campo Q'_h. Similmente alla ripartizione di Q nei campi Q'' corrisponderà una ripartizione di C nei campi C'', intendendo con C'' l'insieme di quei punti di C che fanno parte di un dato campo Q''; e così via.

Ciò premesso, per dimostrare che la funzione $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ resta finita nel campo C (cioè l'esistenza di un numero positivo L tale che il valore assoluto di qualsiasi valore assunto dalla funzione in C sia inferiore ad L) supponiamo, se è possibile, che ciò non accadesse. È chiaro che in tal caso essa dovrebbe divenire infinita almeno in uno dei k^n campi C'_1, C'_2, ... nei quali è stato ripartito il campo C nel modo già spiegato, per esempio nel campo C'_h. Ma, per la stessa ragione, divenendo f infinita in C'_h, dovrà divenire infinita almeno in uno dei k^n campi C'' nei quali è stato a sua volta suddiviso il campo C'_h, e così di seguito. Si potrà così determinare una progressione infinita di campi

$$C, \; C', \; C'', \; \ldots \qquad (3)$$

in nessuno dei quali la funzione f si mantenga finita. Uno qualunque di questi campi C, C', C'', ... è contenuto nel precedente ed inoltre la distanza fra due punti qualunque di $C^{(i)}$ è evidentemente più piccola di un numero positivo ε prefissato a piacere, purchè si prenda l'indice i abbastanza grande. Esisterà dunque (§ I, 5) un punto ben determinato P il quale è punto interno, o almeno punto di confine, per ognuno dei campi (3), cosicchè, se $a_1, a_2, \ldots, a_n$ sono le coordinate di P, la funzione $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ è continua, rispetto ad ognuno degli infiniti campi (3), nel punto $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$, nel quale assume il valore $f(a_1, a_2, \ldots, a_n)$, giacchè per l'ipotesi aggiunta all'enunciato, questo punto è punto interno o di contorno rispetto all'intero campo C.

Si avrà dunque, purchè si scelga l'indice i abbastanza grande:

$$| f(x_1, x_2, \ldots, x_n) - f(a_1, a_2, \ldots, a_n) | < 1$$

per tutti i punti $x_1, x_2, \ldots, x_n$ contenuti in $C^{(i)}$, giacchè questi punti, per i abbastanza grande, distano di tanto poco quanto si voglia dal punto $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$. Per tutti i punti di $C^{(i)}$ la funzione $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ avrebbe dunque un valore compreso fra $f(a_1, a_2, \ldots, a_n) + 1$ ed $f(a_1, a_2, \ldots, a_n) - 1$, cioè si manterrebbe finita, contro quanto si è ammesso. Il teorema è dunque dimostrato.

2. *Sia* $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ *una funzione data univocamente e continua in ogni punto situato nell'interno o sul confine di un certo campo finito* C. *Sia poi* h *un certo numero ben determinato, tale che, scelto a piacere il numero positivo* ε, *esista nel campo* C *almeno un punto* $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ *pel quale sia*

$$| f(x_1, x_2, \ldots, x_n) - h | < \varepsilon .$$

Esisterà allora anche, entro il campo C, *un punto nel quale la funzione assume precisamente il valore* h.

Diviso infatti, precisamente come dianzi, il campo C nei k^n campi più piccoli $C'_1, C'_2, \ldots$, è chiaro che il valore h potrà essere avvicinato indefinitamente mediante i valori assunti da $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ in uno almeno di questi campi, che sia C'_h. Diviso poi alla sua volta il campo C'_h nei k^n campi $C''_1, C''_2, \ldots$, dovrà h essere avvicinabile indefinitamente anche coi soli valori assunti da f in uno almeno di essi. Così procedendo si verrà a costruire una progressione infinita di campi $C, C', C'', C''', \ldots$ ognuno dei quali è contenuto nel precedente e tali che la distanza fra due punti qualunque di $C^{(i)}$ sia inferiore ad un numero prefissato piccolo a piacere, purchè si scelga abbastanza grande l'indice i.

Siano $a_1, a_2, \ldots, a_n$ le coordinate del punto P che si trova (§ I, 5) nell'interno o sul confine di ognuno dei campi $C, C', C'', \ldots$ Poichè il punto P è situato nell'interno o sul confine del campo C, la funzione data avrà in esso, per ipotesi, un valore ben determinato $f(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ e sarà in esso continua. In virtù della continuità si avrà dunque per ogni punto $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ di $C^{(i)}$, purchè si sia scelto opportunamente l'indice i:

$$| f(x_1, x_2, \ldots, x_n) - f(a_1, a_2, \ldots, a_n) | < \varepsilon . \qquad (\alpha)$$

D'altra parte, poichè il valore h è avvicinabile indefinitamente mediante i punti di $C^{(i)}$, esisterà in $C^{(i)}$ un punto $(y_1, y_2, \ldots, y_n)$ pel quale sia:

$$| f(y_1, y_2, \ldots, y_n) - h | < \varepsilon , \qquad (\beta)$$

e, siccome $(y_1, y_2, \ldots, y_n)$ appartiene al campo $C^{(i)}$, si avrà al tempo stesso per la (α):

$$| f(y_1 , y_2 , \ldots , y_n) - f(a_1 , a_2 , \ldots , a_n | < \varepsilon . \qquad (\gamma)$$

Dalle (β) e (γ) segue ora manifestamente:

$$| f(a_1 , a_2 , \ldots , a_n) - h | < 2\varepsilon .$$

Questa diseguaglianza, dovendo sussistere per gli stessi valori di a_1, $a_2, \ldots, a_n$ e di h comunque si scelga ε, ci dice che il suo primo membro è rigorosamente uguale a zero. É dunque $f(a_1, a_2, \ldots, a_n) = h$, con che resta dimostrato quanto si voleva.

3. Non sarà fuori di luogo far rilevare come dai due teoremi testè dimostrati discenda poi immediatamente il teorema di Weierstrass per funzioni di n variabili, cioè: *Se* $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ *è una funzione data univocamente e continua in ogni punto situato nell'interno o sul confine di un certo campo finito* C, *esiste, nell'interno o sul confine di* C, *un punto* $(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)$ *tale che ogni valore assunto dalla funzione data sia minore od uguale ad* $f(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)$.

Per dimostrare ciò basterà infatti osservare dapprima che la funzione f si mantiene (secondo il teorema dell'art. 2) necessariamente finita entro il campo C inclusovi il confine. Esisterà dunque, come è ben noto, il così detto *limite superiore a* dei valori da essa assunti, il quale, potendo essere avvicinato indefinitamente dai valori di f, verrà altresì effettivamente raggiunto almeno in un punto $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ di C, secondo il teorema dell'articolo precedente, giacchè la funzione f è continua così nell'interno come sul confine di C,

§ III.

1. *Se* $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ *è una funzione data univocamente e continua in ogni punto del campo finito* C *(il cui confine faccia pure parte del campo stesso), fissato a piacere il numero positivo* δ, *esisterà un numero positivo* ε *tale che i valori assunti dalla funzione in due punti qualunque di* C, *distanti fra loro per meno di* ε, *differiscano fra loro di una quantità inferiore in valore assoluto a* δ.

Questo teorema *) non sembra potersi dimostrare col metodo stesso tenuto per la dimostrazione dei teoremi del § precedente senza modificare opportunamente, per esempio nel modo che ora indicheremo, la defini-

---

*) La nostra dimostrazione è affatto indipendente dai teoremi del § II. Per altre dimostrazioni di questo stesso teorema cfr. Genocchi-Peano, *Calcolo diff. e principii di calcolo int.*, art. 100; come pure: Jordan, *Cours d'Analyse.* Tome premier, pg. 48 (Paris, 1893).

zione dei campi $Q', Q'', Q''', \dots$ e conseguentemente anche quella dei campi $C', C'', C''', \dots$

Sia, come dianzi, Q il campo definito dalle condizioni

$$a_1 \overline{\overline{<}} x_1 < b_1 \,,\ a_2 \overline{\overline{<}} x_2 < b_2 \,,\ \dots \,,\ a_n \overline{\overline{<}} x_n < b_n \tag{1}$$

il quale contenga in sè l'intero campo C; e si suddivida ancora l'intervallo fra a_i e b_i nei k intervalli eguali definiti rispettivamente dalle condizioni:

$$a_i \overline{\overline{<}} x_i < a'_i \,,\ a'_i \overline{\overline{<}} x_i < a''_i \,,\ \dots \,,\ a_i^{(k-1)} \overline{\overline{<}} x_i < b_i \,. \tag{2}$$

Si considerino però, unitamente a questi k intervalli, anche i $k-1$ intervalli, ad essi eguali, definiti rispettivamente dalle condizioni:

$$\alpha_i \overline{\overline{<}} x_i < \alpha'_i \,,\ \alpha'_i \overline{\overline{<}} x_i < \alpha''_i \,, \dots ,\ \alpha_i^{(k-3)} \overline{\overline{<}} x_i < \alpha_i^{(k-2)},\ \alpha_i^{(k-2)} \overline{\overline{<}} x_i < \alpha_i^{(k-1)} \tag{3}$$

dove:

$$\alpha_i = \frac{a_i + a'_i}{2} \,,\ \alpha'_i = \frac{a'_i + a''_i}{2} \,, \dots ,\ \alpha_i^{(k-2)} = \frac{a_i^{(k-2)} + a_i^{(k-1)}}{2} \,,\ \alpha_i^{(k-1)} = \frac{a_i^{(k-1)} + b_i}{2} \,.$$

Lasciando libera la x_1 di variare entro uno, da scegliersi a piacere, dei $2k-1$ intervalli definiti dalle (2) e (3) per $i=1$, e così la x_2 entro uno degli intervalli definiti dalle (2) e (3) in cui si faccia $i=2$, e così di seguito, si verranno a definire $(2k-1)^n$ campi di specie n che noi indicheremo con $Q'_1, Q'_2, \dots$ o genericamente con Q'. Ai campi $Q'_1, Q'_2, \dots$ corrisponderanno poi altrettanti campi $C'_1, C'_2, \dots$ formati da tutti quei punti di C che sono in essi rispettivamente contenuti. Questi campi li indicheremo genericamente con C'.

I campi C' così definiti godono della proprietà che *presi due punti qualunque di C la cui distanza sia sufficientemente piccola, esiste sempre almeno un campo C' nel quale essi cadono simultaneamente.* È facile riconoscere che affinchè ciò accada è sufficiente che la distanza fra i 2 punti sia inferiore ad $\frac{l}{2k}$, essendo l il più piccolo fra i numeri:

$$|b_1 - a_1| \,,\ |b_2 - a_2| \,,\ \dots \,,\ |b_n - a_n| \,.$$

Ogni campo Q', procedendo per esso precisamente come si è fatto per Q, darà poi luogo a $(2k-1)^n$ campi Q'' e quindi anche a $(2k-1)^n$ campi C'' ognuno dei quali è formato da tutti i punti di C contenuti in uno stesso campo Q''. Si dedurranno poi, sempre allo stesso modo, dai campi Q'' i campi Q''' e C''', e così via. Segue poi manifestamente da quanto si è fatto

rilevare poco fa, che due punti di C la cui distanza sia inferiore ad $\frac{l}{(2k)^2}$ cadono simultaneamente in uno almeno dei campi $C^{(2)}$.

2. Ciò premesso, supponiamo, se è possibile, che la proprietà da dimostrarsi non abbia luogo per il campo C, in cui è data la funzione $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, e per una certa quantità positiva prefissata δ. È facile allora di riconoscere che essa non avrà luogo, sempre per la stessa quantità prefissata δ, neanche quando il campo di variabilità del punto si ristringa ad uno, opportunamente scelto, dei $(2k-1)^n$ campi C'. Infatti, se essa avesse luogo per ognuno dei campi C' dando ad ε rispettivamente certi valori $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \ldots$ (che ci è sempre evidentemente lecito di ritenere inferiori ad $\frac{l}{2k}$), è chiaro che detto ε' il più piccolo dei numeri ε_1, $\varepsilon_2, \varepsilon_3, \ldots$, due punti di C distanti fra loro per meno di ε' cadrebbero *simultaneamente* almeno in uno dei campi C'; cosicchè la differenza dei valori assunti in essi da f esser dovrebbe inferiore a δ, contro il supposto.

Detto ora C'_i uno dei campi C' per il quale non sussiste, sempre rispetto al numero prefissato δ, la proprietà da dimostrarsi, si considereranno, anche per C'_i, analogamente a quanto si è fatto per C, i $(2k-1)^n$ campi C'' cui esso dà luogo a sua volta nel modo già spiegato, e si concluderà, affatto similmente, che per uno almeno di essi, che sia C''_j, non sussisterà, rispetto a quel numero prefissato δ, la proprietà da dimostrarsi. Si verrà dunque, così procedendo, a determinare una progressione infinita di campi:

$$C\,,\; C'_i\,,\; C''_j\,,\; C'''_h\,,\; \ldots$$

ognuno dei quali è contenuto nel precedente, sempre più piccoli e tendenti a zero, tali che in uno qualunque di essi si possano sempre trovare due punti, distanti fra loro di tanto poco quanto si voglia, per i quali i corrispondenti valori di f differiscano di una quantità superiore in valore assoluto al numero δ. Ma ciò è manifestamente in contraddizione coll'ipotesi che $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ sia continua nel punto P, di cui si è già dimostrato l'esistenza al § I (art. 5), che si trova nell'interno o sul confine di ciascuno degli infiniti campi $C, C'_i, C''_j, C'''_h, \ldots$ Esisterà dunque, per quella quantità prefissata δ (che è poi del resto arbitraria) un numero positivo ε tale che la differenza fra i valori assunti da $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ in due punti di C distanti fra loro per meno di ε sia sempre in valore assoluto inferiore a δ, come si doveva dimostrare.

INTORNO AD UNA LIMITAZIONE DI COSTANTI, NELLA TEORIA ANALITICA DEL CALORE; *Nota di* **E. Cesàro.**

(Adunanza del dì 15 Febbraio 1902)

Affinchè esistano funzioni, soddisfacenti, in tutti i punti d'uno spazio S, all'equazione differenziale

$$\Delta^2 u + ku = 0 \ , \qquad (1)$$

ed in tutti i punti della superficie s, che limita il detto spazio, alla condizione

$$\frac{\partial u}{\partial n} + hu = 0 \ , \qquad (2)$$

con $h \geqq 0$, è noto *) che k deve appartenere ad una certa successione $k_1, k_2, k_3, \ldots$ di numeri positivi, crescenti con h. Supponendo questi numeri già disposti in ordine crescente, il solo k_1 è nullo per $h = 0$; e si dimostra facilmente che, qualunque sia h, k_1 non supera hs/S. Un po' meno facile riesce la limitazione inferiore di k_1, che si può tuttavia condurre in modo alquanto più semplice di quello che adopera il Poincaré (*loc. cit.*, p. 244), partendo sempre dall'osservazione che k_1 è un valore di

$$\frac{h\int u^2 ds + \int \Delta u d\mathrm{S}}{\int u^2 d\mathrm{S}} \ , \qquad (3)$$

ma pervenendo più rapidamente, senza neppur servirsi del metodo delle variazioni, ad un'espressione *esplicita* del limite cercato. Basta osservare che, designando con r le distanze dei varii punti ad un punto fisso di S, si ha

$$\int u^2 ds \geqq -\int u^2 r^2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} ds = \int \frac{\partial}{\partial r}(u^2 r^2) \frac{d\mathrm{S}}{r^2}$$

per una nota formola di Gauss; e siccome $\Delta u \geqq \left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)^2$, si vede che la frazione

$$\int \left[\frac{h}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(u^2 r^2) + \left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)^2\right] d\mathrm{S} / \int u^2 d\mathrm{S} \qquad (4)$$

*) Poincaré « *Théorie analytique de la propagation de la chaleur* » p. 255.

non supera mai la (3). Ne segue che il suo minimo valore, ed *a fortiori* il minimo di

$$h\frac{\partial}{\partial r}\log u^2r^2+\left(\frac{\partial}{\partial r}\log u\right)^2=\frac{2h}{r}-h^2+\left(h+\frac{\partial}{\partial r}\log u\right)^2,$$

è un limite inferiore di k_1. Dunque, se con l si rappresenta la massima distanza fra due punti di s, si ha certamente

$$k_1>\frac{2h}{l}-h^2\ . \tag{5}$$

È facile verificare che il limite così trovato, illusorio quando h non è minore di $2/l$, tende invece a confondersi, per h infinitesimo, con quello che fornirebbe il procedimento accennato dal Poincaré (*loc. cit.*, p. 247).

Se si vuole un limite più soddisfacente, bisogna, nel semplificare l'espressione (4), posta sotto la forma $\int Pd\sigma\int Qd\sigma$, con

$$P=hu^2\rho^2+\int_0^\rho\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)^2r^2dr\quad,\quad Q=\int_0^\rho u^2r^2dr\ ,$$

fermarsi a P/Q, rinunziando a liberarsi dall'integrazione rispetto ad r. Si deve quindi, dopo aver fissato ρ fra 0 ed l, immaginare attribuita alla funzione incognita una variazione arbitraria δu, e porre $\delta P=\lambda\delta Q$; nè occorrono calcoli per constatare che il più piccolo fra i possibili valori del coefficiente λ rappresenta appunto il minimo valore di P/Q, giacchè *a priori* si sa che, quando il minimo è raggiunto, si ha $P\delta Q-Q\delta P=0$, e per conseguenza $P/Q=\lambda$. Ciò premesso, un calcolo facile dà

$$\tfrac{1}{2}\delta P=\left(hu+\frac{\partial u}{\partial r}\right)_{r=\rho}\rho^2\delta u-\int_0^\rho\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial u}{\partial r}\right)\delta u\,dr\quad,\quad \tfrac{1}{2}\delta Q=\int_0^\rho ur^2\delta u\,dr\ ;$$

e però la funzione, che riduce P/Q al suo minimo, deve soddisfare all'equazione differenziale

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial u}{\partial r}\right)+\lambda u=0\ , \tag{6}$$

per tutti i valori positivi di r, non maggiori di ρ; e deve inoltre, per $r=\rho$, soddisfare alla condizione

$$\frac{\partial u}{\partial r}+hu=0\ . \tag{7}$$

Siccome nel primo membro di (6), nell'ipotesi che u dipenda solo da r, il primo termine è appunto $\Delta^2 u$, si vede che il richiesto limite inferiore

λ non è che il più piccolo fra gli infiniti numeri k_1, relativi alle sfere, i cui raggi non sono maggiori di l. Per rendersi conto della sua grandezza si osservi che alla (6) si soddisfa prendendo $ur = \text{sen}(r\sqrt{\lambda})$, se si vuole che u resti finita in S; quindi, sostituendo in (7),

$$1 - \rho\sqrt{\lambda}\cot\rho\sqrt{\lambda} = h\rho \ . \tag{8}$$

Per h infinitesimo questa equazione tende a dare $\lambda = 3h/\rho$. Se h non supera $1/l$, si è condotti a sopprimere h^2 nel secondo membro di (5), giacchè, essendo $1 - x\cot x < {}^1/_2 x^2$, dalla (8) si deduce appunto $\lambda > 2h/\rho$; quindi $k_1 > 2h/l \geqq 2h^2$. Se poi h supera $1/l$, si ha sempre $\lambda > 2h/\rho > 2h^2$ per $\rho < 1/h$; ma per $\rho \geqq 1/h$ è chiaro che $\rho\sqrt{\lambda} \geqq {}^1/_2\pi$, sicchè in entrambi i casi $k_1 > 2/l^2$. Adunque, riassumendo, si può sempre avere un limite inferiore di k_1 raddoppiando il quadrato del più piccolo dei due numeri h ed $1/l$.

Anche il particolare procedimento, applicato dal Poincaré *) alla limitazione superiore di k_2 per $h = 0$, si può utilmente semplificare in modo da estenderlo al caso di $h > 0$. Le tre funzioni, considerate dal Poincaré, conviene assumerle uguali alle derivate parziali prime d'una funzione arbitraria u, non soddisfacente, in S, all'equazione di Laplace, ma tale che in superficie sia $\partial u/\partial n = 0$. Quantunque in tal modo si venga a limitare considerevolmente la scelta della terna di funzioni, non si giunge tuttavia ad escludere quella che fornisce l'espressione del limite superiore di k_2, giacchè tale particolare terna è costituita sempre dalle derivate parziali prime d'una funzione. Per passare al caso di h qualunque, si prenda u soddisfacente bensì alla (2), ma non alla (1). Chiamato U, per brevità, il primo membro della (1), si supponga inoltre k scelto in guisa che sia

$$\int \text{U}u\,d\text{S} < 0 \ . \tag{9}$$

Se nella nota formola

$$\int (u\Delta^2 u + \Delta u)\,d\text{S} = \int u\frac{\partial u}{\partial n}\,ds$$

si sostituisce $\text{U} - ku$ a $\Delta^2 u$, e si tien conto della (2), si ottiene

$$-\int \text{U}u\,d\text{S} = h\int u^2 ds + \int \Delta u\,d\text{S} - k\int u^2 d\text{S} \ , \tag{10}$$

e si vede che alla condizione (9) si può soddisfare prendendo, per esempio, $k = 0$, o pure k uguale a qualunque numero minore di k_1, giacchè si sa che k_1 è il minimo valore dell'espressione (3). Inoltre si noti che

*) « *Sur les équations aux dérivées partielles de la Physique mathématique* » (American Journal of Mathematics, 1890, p. 261).

si può prendere anche $k=k_1$, perchè l'ipotesi fatta sulla U esclude che u possa essere quella particolare funzione U_1, per cui la (3) si riduce al suo minimo. Ciò premesso, si cerchi di determinare la funzione u in guisa da render minimo il rapporto degli integrali

$$P=\int U\Delta^2 u\, dS \quad , \quad Q=-\int Uu\, dS \ ,$$

rapporto evidentemente positivo per $k \geqq 0$, giacchè, essendo

$$P=\int U^2 dS + kQ \ , \tag{11}$$

è chiaro che P è positivo anche per $k=0$, non potendo U annullarsi in ogni punto di S. Intanto, se si fa variare u, avendo riguardo alla condizione (2), il teorema di Green, applicato alle funzioni u e δu, ossia

$$\int (u\Delta^2\delta u - \Delta^2 u\,.\,\delta u) dS = \int \left(u\frac{\partial \delta u}{\partial n} - \frac{\partial u}{\partial n}\delta u\right) ds \ ,$$

dà

$$\int u\Delta^2\delta u\,.\,dS = \int \Delta^2 u\,.\,\delta u\, dS \ ;$$

quindi

$$\int u\delta U\, dS = \int U\delta u\, dS \ ,$$

e per conseguenza

$$^1/_2\,\delta Q = -\int U\delta u\, dS \ .$$

D'altra parte dalla (11) si deduce

$$^1/_2\,\delta P = \int U(\delta U - k\delta u) dS = \int U\Delta^2\delta u\,.\,dS \ ,$$

ossia, in virtù del teorema di Green, ricordando che le variazioni di u in superficie sono da imporre con riguardo alla (2),

$$^1/_2\,\delta P = \int \Delta^2 U\,.\,\delta u\, dS - \int \left(\frac{\partial U}{\partial n} + hU\right)\delta u\, ds \ .$$

Ciò premesso, per soddisfare alla condizione del minimo $\delta P = \lambda\delta Q$, occorre che sia

$$\Delta^2 U + \lambda U = 0 \quad (\text{in S}) \quad , \quad \frac{\partial U}{\partial n} + hU \doteq 0 \quad (\text{su } s).$$

Dunque λ appartiene alla successione $k_1, k_2, k_3, \ldots$. Intanto, mediante un'altra applicazione del teorema di Green, si trova

$$\int U_i U dS = \int U_i \Delta^2 u\, dS + k\int U_i u\, dS = (k-k_i)\int U_i u\, dS \ . \tag{12}$$

Per $k=k_1$ si ha dunque $\int U_1 U dS = 0$, e però, non potendo essere $U=U_1$, è $\lambda > k_1$. Ne segue

$$k_2 \leqq \frac{\int(\Delta^2 u + k_1 u)\Delta^2 u \, dS}{-\int(\Delta^2 u + k_1 u) u \, dS} ,$$

ossia

$$k_2 \leqq \frac{\int(\Delta^2 u)^2 dS - k_1(h\int u^2 ds + \int \Delta u \, dS)}{h\int u^2 ds + \int \Delta u \, dS - k_1 \int u^2 dS} .$$

In particolare, per $h=0$, si ritrova il risultato

$$k_2 \leqq \int(\Delta^2 u)^2 dS / \int \Delta u \, dS ,$$

incluso nella formola di limitazione, proposta dal Poincaré. Più generalmente si può prendere $k=k_p$ senza che cessi di essere soddisfatta la (9), purchè alla funzione u vengano imposte le altre condizioni

$$\int U_1 u \, dS = 0 \ , \ \int U_2 u \, dS = 0 \ , \ \ldots \ , \ \int U_{p-1} u \, dS = 0 \ , \qquad (13)$$

in virtù delle quali il minimo dell' espressione (3) si eleva a k_p; sicchè (non potendo essere $u=U_p$, altrimenti sarebbe $U=0$) il secondo membro della (10) è positivo. La condizione del minimo diventa

$$^1/_2 \delta P = {}^1/_2 \lambda \delta Q + \int(\lambda_1 U_1 + \lambda_2 U_2 + \cdots + \lambda_{p-1} U_{p-1}) \delta u \, dS ;$$

e però, mentre rimane intatta la condizione in superficie, l'equazione indefinita si presenta sotto la forma

$$\Delta^2 U + \lambda U = \lambda_1 U_1 + \lambda_2 U_2 + \cdots + \lambda_{p-1} U_{p-1} ;$$

ma il teorema di Green, applicato alle funzioni U ed U_i, entrambe soddisfacenti alla (2), mostra subito, tenendo presenti le (12) e le (13), che $\lambda_i = 0$. Dunque λ è sempre uguale ad uno dei numeri $k_1, k_2, k_3, \ldots$; e siccome, in virtù delle (12), si ha $\int U_i U dS = 0$ per $i=1,2,\ldots,p-1$, ed anche per $i=p$, si vede che $\lambda > k_p$. Per conseguenza

$$k_{p+1} \leqq \frac{\int(\Delta^2 u)^2 dS - k_p(h\int u^2 ds + \int \Delta u \, dS)}{h\int u^2 ds + \int \Delta u \, dS - k_p \int u^2 dS} .$$

Evidentemente questa limitazione sussiste quando a k_p si sostituisce un numero $k > k_p$. Se invece si fa decrescere k, a partire da k_p, il primo membro si abbassa a k_p, e resta invariato finchè $k \geqq k_{p-1}$; *ecc.* Così, nel caso più semplice, si ha, prendendo $k=0$,

$$k_1 \leqq \frac{\int(\Delta^2 u)^2 dS}{h\int u^2 ds + \int \Delta u \, dS} ,$$

dove la funzione u, soggetta sempre alla condizione (2), dev'essere scelta in modo che non sia $\Delta^2 u = 0$ in tutti i punti di S. Nel secondo membro dell'ultima relazione il denominatore non è minore di $k_1 \int u^2 dS$, e per conseguenza si ha pure

$$k_1^2 \leqq \int (\Delta^2 u)^2 dS \int u^2 dS .$$

A questo risultato si perviene anche quadrando

$$k_1 \leqq \frac{h\int u^2 ds + \int \Delta u dS}{\int u^2 dS} = -\int u \Delta^2 u dS \int u^2 dS ,$$

ed osservando che

$$\left(\int u \Delta^2 u dS\right)^2 \leqq \int u^2 dS . \int (\Delta^2 u)^2 dS .$$

Del resto tutte queste limitazioni, quando si ammette la possibilità di rappresentare qualunque funzione u mediante una serie

$$c_1 U_1 + c_2 U_2 + c_3 U_3 + \dots ,$$

sono facilmente riducibili a forme evidenti. Così, per esempio, le ultime tre equivalgono alle seguenti:

$$k_{p+1} \leqq \sum_{p+1}^{\infty} (k_i - k_p) k_i c_i^2 \sum_{p+1}^{\infty} (k_i - k_p) c_i^2 ,$$

$$k_1 \leqq \sum_1^{\infty} k_i^2 c_i^2 \sum_1^{\infty} k_i c_i^2 \quad , \quad k_1^2 \leqq \sum_1^{\infty} k_i^2 c_i^2 \sum_1^{\infty} c_i^2 .$$

Siffatte relazioni, quando siano stabilite indipendentemente dalla possibilità del predetto sviluppo in serie, sono forse utilizzabili per la dimostrazione di tale possibilità. Per averne un altro esempio si applichi il procedimento generale indicato dal Poincaré (*Théorie*, etc., p. 241) per la simultanea limitazione superiore di $k_1, k_2, \dots, k_p$. Prese p funzioni qualunque $u_1, u_2, \dots, u_p$, linearmente indipendenti, e formate le espressioni

$$a_{ij} = h \int u_i u_j ds + \sum \int \frac{\partial u_i}{\partial x} \frac{\partial u_j}{\partial x} dS \quad , \quad b_{ij} = \int u_i u_j dS ,$$

l'equazione $\| a_{ij} - \lambda b_{ij} \| = 0$ è quella che porge i p limiti richiesti. Se le prime $p-1$ funzioni sono $U_1, U_2, \dots, U_{p-1}$, e l'ultima si suppone che sia una funzione u, non esprimibile linearmente mercè le precedenti, l'equazione da risolvere è

$$\begin{vmatrix} k_1 - \lambda & 0 & \dots & (k_1 - \lambda) c_1 \\ 0 & k_2 - \lambda & \dots & (k_2 - \lambda) c_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ (k_1 - \lambda) c_1 & (k_2 - \lambda) c_2 & \dots & h\int u^2 ds + \int \Delta u dS - \lambda \int u^2 dS \end{vmatrix} = 0 ,$$

dove $c_i = \int U_i u dS$. Il determinante vale

$$(k_1-\lambda)(k_2-\lambda)\dots(k_{p-1}-\lambda)\left[h\int u^2 ds+\int \Delta u dS-\lambda\int u^2 dS-\sum_1^{p-1}(k_i-\lambda)c_i^2\right].$$

Oltre le radici $k_1, k_2, \dots, k_{p-1}$, l'equazione ne fornisce un'altra, che limita superiormente k_p, dimodochè

$$k_p \leqq \frac{h\int u^2 ds+\int \Delta u dS-\sum_1^{p-1} k_i c_i^2}{\int u^2 dS-\sum_1^{p-1} c_i^2},$$

ossia $k_p \leqq \sum_p^\infty k_i c_i^2 / \sum_p^\infty c_i^2$. Se si pone $u = c_1 U_1 + c_2 U_2 + \dots + c_{p-1} U_{p-1} + \rho$, è facile constatare che si ha

$$h\int u^2 ds+\int \Delta u dS-\sum_1^{p-1} k_i c_i^2 = h\int \rho^2 ds+\int \Delta \rho dS,$$

$$\int u^2 dS-\sum_1^{p-1} c_i^2 = \int \rho^2 dS,$$

riducendo così la precedente espressione alla forma (3). Dopo ciò riesce evidente l'ultima limitazione, perchè, essendo la funzione ρ tra quelle che soddisfano alle (13), l'espressione (3) non può diventare minore di k_p, quando per u vi si pone ρ. Intanto, mentre permane in tutta la sua difficoltà la questione dello sviluppo di u, dalla predetta limitazione risulta subito $\int u^2 dS = c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 + \dots$, qualora sia già noto che k_p va crescendo all'infinito con p. In altri termini si ha

$$\lim_{p=\infty} \int \rho^2 dS = 0, \tag{14}$$

ciò che non toglie *) l'obbligo di dimostrare che si ha $\lim_{p=\infty} \rho = 0$ in ciascun punto di S. È tuttavia indispensabile, per la dimostrazione *diretta* della (14), far prima vedere che il numeratore dell'espressione considerata, ossia

$$h\int \rho^2 ds+\int \Delta \rho dS = -\int \rho \Delta^2 \rho dS,$$

non va crescendo con p; ed a ciò si perviene osservando che, se si cambia p in $p+1$, e per conseguenza ρ in $\rho - c_p U_p$, il numeratore stesso varia di

$$c_p \int (\Delta^2 \rho - k_p \rho + k_p c_p U_p) U_p dS = k_p c_p (c_p - 2\int U_p \rho dS) = -k_p c_p^2 \leqq 0.$$

*) Poincaré « *Sur les équations*, etc. » p. 273.

Ben è vero che, nel problema del raffreddamento di S, la temperatura *iniziale* u non soddisfa necessariamente alla (2), sicchè neppure sussiste sempre la (14); ma nelle precedenti considerazioni è lecito immaginare che u rappresenta la temperatura in un istante qualunque $t > 0$, bastando all'uopo cambiare ciascun coefficiente c_i in $c_i e^{-\lambda_i t}$. Si raggiunge in tal modo la dimostrazione della (14) senza menomamente servirsi *) di derivazioni rispetto al tempo.

Determinazioni assolute dell' Inclinazione Magnetica nel R. Osservatorio di Capodimonte eseguite negli anni 1898, 1899 e 1900 *dal dottor* F. Contarino, *secondo Astronomo nel suddetto Osservatorio.*

(Adunanza del dì 15 Febbraio 1902)

§ I.

Osservazioni e Risultati.

Le osservazioni per determinare l'Inclinazione Magnetica nel R. Osservatorio di Capodimonte negli anni 1898, 1899 e 1900 sono la continuazione della serie cominciata nell'anno 1882 e le ho fatte, come sono state fatte le precedenti, nel padiglione magnetico con lo stesso strumento, l'inclinometro n.° 62 di John Dover, fornito di due aghi di lunghezza m. 0.089, uguali anche nelle altre dimensioni, e con lo stesso metodo che è quello descritto da E. Sabine nel « Manual of Terrestrial Magnetism. »

I valori dell' Inclinazione magnetica, ottenuti dalle osservazioni, separatamente per ciascun ago, e le costanti relative allo *stato* ed alla *posizione* dell'ago sono riportati nei quadri seguenti, nella identica forma che pel passato. Il significato delle costanti è dato dalle seguenti convenzioni che riproduco dalle precedenti pubblicazioni:

f, dinota l'inclinazione delll'ago nello stato di *poli diretti* e nella posizione di *facce dirette*;

g, l'inclinazione nello stato di *poli diretti* e nella posizione di *facce invertite;*

f', l' inclinazione nello stato di *poli invertiti* e nella posizione di *facce dirette*;

g', l' inclinazione nello stato di *poli invertiti* e nella posizione di *facce invertite*;

α, medio di f e g, dinota l'inclinazione nello stato di *poli diretti*;

β, medio di f' e g' dinota l'inclinazione nello stato di *poli invertiti*;

I, medio di α e β, dinota l'inclinazione assoluta.

L'ago sta nella posizione di *facce dirette* quando la faccia contrasse-

---

*) *Cfr.* Poincaré: « *Théorie*, etc. » p. 255.

gnata con le lettere **A** e **B** è rivolta ai microscopii ed è nello stato di *poli diretti* quando l' estremo **B** è rivolto a nord.

Hanno prestato assistenza nelle osservazioni e cooperazione nei calcoli i signori: V. Nobile nell'anno 1898, V. Alberti nell' anno 1899 e V. Tedeschi nell'anno 1900.

Valori assoluti dell' Inclinazione Magnetica ottenuti nel Padiglione del R. Osservatorio di Capodimonte con l' Inclinometro di John Dover num 62.

Data 1898	T. M. di Napoli	Ago N.°	Inclinazione	$\beta-\alpha$	$I-f$	$I-g$	$I-f'$	$I-g'$
	h m		° '	'	'	'	'	'
Gennaio 23	10 30	1	56 31.1	+20.8	+11.0	+ 9.8	−11.8	− 9.9
	10 31	2	56 28.8	+29.4	+11.8	+17.6	−10.2	−19.3
Marzo 6	9 51	1	56 30.6	+19.3	+ 9.5	+ 9.8	− 9.2	−10.2
	9 53	2	56 27.5	+34.2	+18.7	+15.5	−15.6	−18.6
Marzo 21	8 34	1	56 31.8	+17.4	+ 8.5	+ 8.9	− 9.8	− 7.6
	8 35	2	56 32.3	+31.2	+17.3	+13.8	−13.9	−17.3
Aprile 3	8 10	1	56 30.8	+22.5	+11.7	+10.8	− 9.9	−12.6
	8 17	2	56 28.4	+34.7	+19.3	+15.4	−14.7	−20.0
Aprile 17	8 58	1	56 28.6	+26.2	+12.6	+13.6	−11.2	−12.0
	8 56	2	56 23.3	+41.3	+17.9	+23.4	−17.4	−17.9
Maggio 1	7 56	1	56 29.7	+23.1	+10.7	+12.4	−13.0	−10.1
	7 58	2	56 20.7	+39.8	+19.1	+20.7	−17.4	−12.4
Maggio 15	8 3	1	56 30.2	+22.6	+11.5	+11.0	− 9.2	−13.4
	7 56	2	56 30.5	+31.3	+18.3	+13.0	−13.9	−17.4
Maggio 29	8 46	1	56 28.2	+24.4	+10.7	+13.7	−11.4	−12.9
	8 52	2	56 29.9	+35.4	+19.7	+15.8	−16.6	−18.8
Giugno 15	8 19	1	56 26.5	+20.2	+ 9.1	+11.1	−11.3	− 8.9
	8 20	2	56 24.7	+41.0	+21.6	+19.4	−18.6	−22.4
Giugno 26	8 58	1	56 29.1	+26.0	+12.5	+13.5	−13.0	−13.0
	8 50	2	56 21.4	+31.9	+21.3	+13.6	−21.1	−13.8
Luglio 17	8 25	1	56 28.0	+23.8	+ 9.7	+14.1	−12.2	−11.7
	8 21	2	56 27.6	+33.5	+17.5	+16.0	−17.5	−16.0
Luglio 31	9 34	1	56 31.9	+29.3	+14.7	+14.6	−17.9	−11.3
	9 36	2	50 26.7	+36.5	+20.4	+16.1	−17.7	−18.8
Agosto 14	9 16	1	56 31.0	+30.8	+14.9	+15.9	−12.6	−18.2
	9 15	2	56 26.8	+33.1	+17.6	+15.5	−14.9	−18.2
Agosto 28	8 45	1	56 30.8	+21.6	+11.4	+10.2	− 8.6	−13.0
	8 45	2	56 29.9	+33.6	+18.3	+15.3	−15.7	−17.9
Settembre 10	9 55	1	56 32.4	+21.7	+ 9.9	+11.9	− 9.1	−12.6
	9 54	2	56 31.0	+38.2	+19.5	+18.7	−19.5	−18.7
Settembre 25	8 37	1	56 30.7	+26.0	+12.4	+14.2	− 8.7	−17.9
	8 35	2	56 30.8	+49.0	+26.4	+22.6	−26.7	−22.3
Ottobre 9	9 33	1	56 28.0	+24.1	+11.9	+12.2	−12.4	−11.7
	9 26	2	56 30.7	+42.7	+22.5	+20.2	−19.5	−23.2
Novembre 27	9 14	1	56 26.8	+24.9	+12.1	+12.8	−13.2	−11.8
	9 23	2	56 26.5	+44.4	+22.2	+22.2	−23.5	−20.9

Valori assoluti dell' Inclinazione Magnetica ottenuti nel Padiglione del R. Osservatorio di Capodimonte con l'Inclinometro di John Dover num. 62.

Data 1899	T. M. di Napoli	Ago N.°	Inclinazione	$\beta-\alpha$	$I-f$	$I-g$	$I-f'$	$I-g'$
Febbraio 8	10ʰ 27ᵐ 10 28	1 2	56° 26′.7 56 30.9	+21′.3 +38.9	+12′.6 +21.6	+11′.7 +17.3	−14′.4 −22.8	−9′.9 −16.1
Febbraio 22	10 31 10 57	1 2	56 27.6 56 28.0	+21.8 +36.2	+11.4 +18.8	+10.4 +17.3	−11.2 −14.9	−10.7 −21.3
Marzo 17	10 10 10 10	1 2	56 24.7 56 26.5	+25.5 +36.7	+13.1 +19.2	+12.4 +17.5	−14.2 −16.3	−11.3 −20.4
Marzo 29	10 32 10 29	1 2	56 23.1 56 29.2	+19.6 +11.5	+10.2 +21.5	+ 9.4 +20.0	− 7.3 −20.6	−12.3 −20.9
Aprile 12	1 44 10 41	1 2	56 23.7 56 22.2	+27.6 +22.5	+15.9 +11.2	+11.7 +11.3	−17.1 −11.1	−10.5 −11.4
Maggio 31	10 18 10 20	1 2	56 21.6 56 24.1	+23.9 +41.9	+12.3 +22.4	+11.6 +19.5	−12.6 −21.4	−11.3 −20.5
Giugno 14	10 38 10 40	1 2	56 22.7 56 23.5	+23.9 +30.8	+11.6 +16.7	+12.3 +14.1	−12.3 −20.5	−11.6 −10.3
Giugno 28	10 34 10 36	1 2	56 24.2 56 24.3	+22.4 +10.1	+10.6 +21.7	+11.8 +18.4	−11.4 −16.3	−11.0 −23.7
Decembre 1	10 21 10 21	1 2	56 22.8 56 24.0	+22.9 +13.5	+10.[illegible] +19.7	+12.9 +13.8	−13.3 −17.4	− 9.6 −16.1
Decembre 22	10 54 10 53	1 2	56 22.5 56 25.7	+23.3 +36.6	+11.3 +19.5	+12.0 +17.1	−11.5 −18.0	−11.8 −18.5

Valori assoluti dell' Inclinazione Magnetica ottenuti nel Padiglione del R. Osservatorio di Capodimonte con l'Inclinometro di John Dover num. 62.

Data 1900	T. M. di Napoli	Ago N.°	Inclinazione	β—α	I — f	I — g	I — f'	I — g'
Gennaio 21	10h 18m	1	56° 27'.2	+25'.6	+12'.4	+13'.2	—11'.7	—13'.9
	10 20	2	56 27.9	+34.5	+18.9	+15.6	—15.4	—19.1
Febbraio 18	9 11	1	56 22.9	+23.6	+11.1	+12.2	—12.0	—11.6
	9 21	2	56 23.1	+35.5	+18.9	+16.6	—17.6	—17.9
Marzo 25	10 21	1	56 21.7	+25.1	+11.0	+13.5	—12.9	—12.2
	10 21	2	56 24.1	+32.2	+17.4	+14.8	—18.4	—13.8
Aprile 15	10 41	1	56 23.4	+23.4	+11.7	+11.6	—11.9	—11.5
	10 43	2	56 28.4	+41.8	+23.3	+18.5	—19.8	—22.0
Luglio 16	10 53	1	56 22.7	+21.7	+10.5	+11.2	—10.4	—11.3
	10 59	2	56 28.3	+41.6	+23.1	+18.5	—19.3	—22.3
Agosto 26	10 29	1	56 21.9	+22.0	+11.6	+10.4	—11.7	—10.3
	10 26	2	56 22.5	+35.1	+18.5	+16.6	—18.4	—16.7
Settembre 9	9 58	1	56 22.2	+23.6	+12.1	+11.6	—13.4	—10.2
	9 57	2	56 25.2	+42.6	+24.7	+17.9	—20.6	—22.0
Settembre 23	10 15	1	56 22.3	+23.3	+10.6	+12.7	— 9.8	—13.5
	10 23	2	56 23.5	+43.4	+24 0	+19.4	—22.5	—21.0
Ottobre 8	9 54	1	56 23.4	+20.5	+10.8	+ 9.7	—10.1	—10.4
	9 53	2	56 23.1	+39.0	+21.1	+17.9	—20.4	—18.6
Ottobre 29	10 4	1	56 21.8	+25.4	+13.6	+11.8	—10.5	—14.9
	10 6	2	56 25.4	+49.6	+27.1	+22.4	—24.2	—25.4
Novembre 1	10 16	1	56 22.5	+22.8	+11.0	+11.8	—12.7	—10.2
	10 15	2	56 22.1	+36.0	+18.9	+17.1	—19.9	—16.1
Decembre 11	0 10	1	56 22.3	+19.3	+ 5.3	+14.0	—10.5	— 8.8
	9 9	2	56 22.6	+34.7	+19.2	+15.5	—17.5	—17.2

§ II.

Medi mensili e medio annuo dell'Inclinazione Magnetica negli anni 1898, 1899 e 1900.

Sono registrati qui appresso i medi mensili ed il medio annuo dell' Inclinazione Magnetica, distinti per ciascun ago, nonchè il medio generale dei valori dati complessivamente da tutti e due gli aghi.

Nella formazione di tali medi non si è avuta alcuna considerazione alle ore ed ai giorni in cui sono state fatte le osservazioni ed i pesi dei diversi valori medi si sono ritenuti proporzionali ai numeri delle osservazioni.

Medi mensili e medio annuo dei valori assoluti dell' Inclinazione Magnetica, ottenuti nel Padiglione del R. Osservatorio di Capodimonte, nell'anno 1898.

Mese (1898)	Inclinazione Magnetica media (Ago N.° 1)	N.° delle osservazioni	Inclinazione Magnetica media (Ago N.° 2)	N.° delle osservazioni	Inclinazione Magnetica media (Medio dei 2 aghi)	N.° delle osservazioni
Gennaio	56° 31'.10	1	56° 28'.80	1	56° 29'.95	2
Marzo.	56 31.20	2	56 29 90	2	56 30.55	4
Aprile.	56 29.70	2	56 25.85	2	56 27.78	4
Maggio	56 29.37	3	56 29.03	3	56 29.20	6
Giugno	56 27.80	2	56 23.05	2	56 25.42	4
Luglio	56 29.95	2	56 27.15	2	56 28.55	4
Agosto	56 30.90	2	56 28.35	2	56 29.63	4
Settembre . . .	56 31.55	2	56 30.50	2	56 31.22	4
Ottobre	56 28.00	1	56 30.70	1	56 29 35	2
Novembre . . .	56 26.80	1	56 26.50	1	56 26.65	2
Anno	56 29.79	18	56 27.97	18	56 28 88	36

I massimi e minimi valori osservati dell' Inclinazione Magnetica risultano come appresso:

Ago N.° 1 { Massimo valore 56°32'.4 (Settembre 10)
Minimo valore 56°26'.5 (Giugno 15)

Ago N.° 2 { Massimo valore 56°32'.3 (Marzo 21)
Minimo valore 56°21'.4 (Giugno 26)

L' escursione totale è di 10'.9.

Medi mensili e medio annuo dei valori assoluti dell' Inclinazione Magnetica, ottenuti nel Padiglione del R. Osservatorio di Capodimonte, nell'anno 1899.

Mese (1899)	Inclinazione Magnetica media (Ago N.º 1)	N.º delle osservazioni	Inclinazione Magnetica media (Ago N.º 2)	N.º delle osservazioni	Inclinazione Magnetica media (Medio dei 2 aghi)	N.º delle osservazioni
Febbraio	56° 27'.15	2	56° 29'.45	2	56° 28'.30	4
Marzo.	56 23.90	2	56 27.85	2	56 25.87	4
Aprile	56 23.70	1	56 22.20	1	56 22.95	2
Maggio	56 24.60	1	56 24.10	1	56 24.35	2
Giugno	56 23.45	2	56 23.90	2	56 23.68	4
Decembre . . .	56 22.65	2	56 24.85	2	56 23.75	4
Anno	56 24.26	10	56 25 84	10	56 25.05	20

I massimi e minimi valori osservati dell' Inclinazione Magnetica risultano come appresso:

Ago N.º 1 { Massimo valore 56°27'.6 (Febbraio 22)
Minimo valore 56°22'.5 (Decembre 22)

Ago N.º 2 { Massimo valore 56°30'.9 (Febbraio 8)
Minimo valore 56°22'.2 (Aprile 12)

L' escursione totale è di 8'.7.

Medi mensili e medio annuo dei valori assoluti dell'Inclinazione Magnetica, ottenuti nel Padiglione del R. Osservatorio di Capodimonte, nell'anno 1900.

Mese (1900)	Inclinazione Magnetica media (Ago N.° 1)	N.° dell osservazioni	Inclinazione Magnetica media (Ago N.° 2)	N.° delle osservazioni	Inclinazione Magnetica media (Medio dei 2 aghi)	N.° delle osservazioni
Gennaio	56° 27'.20	1	56° 27.90	1	56° 27'.55	2
Febbraio. . . .	56 22 90	1	56 23.10	1	56 23.00	2
Marzo.	56 21.70	1	56 24.10	1	56 22.90	2
Aprile.	56 23.40	1	56 28.40	1	56 25.90	2
Luglio	56 22.70	1	56 28.30	1	56 25.50	2
Agosto	56 21.90	1	56 22.50	1	56 22.20	2
Settembre . . .	56 22.25	2	56 24.35	2	56 23.30	4
Ottobre	56 22.60	2	56 24.25	2	56 23.42	4
Novembre . . .	56 22.50	1	56 22.10	1	56 22.30	2
Decembre . . .	56 22.30	1	56 22.60	1	56 22.45	2
Anno	56 22.86	12	56 24.68	12	56 23.77	24

I massimi e minimi valori osservati dell'Inclinazione Magnetica risultano come appresso:

Ago N.° 1	Massimo valore	56°27'.2	(Gennaio 21)
	Minimo valore	56°21'.7	(Marzo 25)
Ago N.° 2	Massimo valore	56°28'.4	(Aprile 15)
	Minimo valore	56°22'.1	(Novembre 1)

L'escursione totale è di 6'.3.

§ III.

Variazione annuale dell' Inclinazione Magnetica a Capodimonte

Paragonando i valori medi dell' Inclinazione Magnetica ottenuti per gli anni 1898, 1899 e 1900 con quelli degli anni precedenti si ha:

Anno	Inclinazione	Variazione
1882	57 00'.00	
1883	56 56.60	— 3'.40
1884	56 53.53	— 3.07
1885	56 52.31	— 1.22
1886	56 51.75	— 0.56
1887	56 52.54	+ 0.79
1888	56 51.05	— 1.49
1889	56 49.14	— 1.91
1890	56 46.94	— 2.20
1891	56 45.95	— 0.99
1892	56 46.11	+ 0.16
1893	56 42.13	— 3.98
1894	» » »	— 2.09
1895	56 37.95	— 2.09
1896	56 37.12	— 0.83
1897	56 31.44	— 5.68
1898	56 28.88	— 2.56
1899	56 25.05	— 3.83
1900	56 23.77	— 1.28

Capodimonte, 10 Febbraio 1902.

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Febbraio 1902

Latitudine . . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich.
Altitudine . . 149ᵐ sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 +				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle nubi			Vento Direzione			Vento Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
	9ʰ	15ʰ	21ʰ	Medio diurno	9ʰ	15ʰ	21ʰ	Min.	Mass.	Medio diurno	9ʰ	15ʰ	21ʰ	Medio diurno	9ʰ	15ʰ	21ʰ	Medio diurno	9ʰ	15ʰ	21ʰ	9ʰ	15ʰ	21ʰ	9ʰ	15ʰ	21ʰ		
1	44.4	46.0	46.9	45.77	9.3	10.9	11.0	8.1	11.7	10.07	6.9	5.8	6.8	6.50	79	60	69	69.3	10	5	10	SW	SW	SSE	8	12	10	14.1	1.1
2	48.6	48.4	50.2	49.07	12.0	13.3	12.5	10.6	14.1	12.30	7.7	7.7	7.8	7.73	74	67	72	71.0	10	9	10	ESE	SSW	SW	12	14	8	—	2.6
3	50.2	48.9	50.1	49.73	13.0	12.1	8.7	8.6	13.9	11.05	7.2	8.6	6.8	7.53	65	83	81	76.3	7	10	3	SE	SW	W	1	8	2	2.9	2.1
4	48.2	46.8	45.9	46.97	9.4	11.8	11.4	8.4	12.3	10.38	6.6	7.7	9.6	7.97	75	75	96	82.0	10	10	10	N	SSW	SW	0	2	2	6.9	0.9
5	45.8	46.7	49.2	47.23	10.4	11.4	8.4	8.3	12.0	9.77	6.6	5.6	4.3	5.50	71	56	52	59.7	10	0	0	W	WSW	W	17	13	3	1.4	0.8
6	52.5	52.0	51.9	52.13	7.5	11.0	9.2	4.8	11.8	8.33	4.7	8.0	6.4	6.37	61	8	74	72.0	0	9	4	N	S	E	2	0	1	—	2.2
7	50.9	49.3	48.4	49.53	11.7	13.8	12.8	9.1	14.0	11.90	6.5	10.0	10.0	8.83	63	86	91	80.0	10	10	9	N	SW	SW	0	4	6	—	1.4
8	44.[illegible]	42.5	43.1	43.27	13.3	14.3	13.2	12.6	15.1	13.55	10.5	10.1	9.2	9.93	93	84	82	8[illegible].3	10	6	0	SW	WSW	SW	10	14	15	—	1.0
9	45.3	45.9	46.5	45.90	11.9	12.9	11.8	10.1	13.7	11.87	8.0	7.3	8.1	7.80	78	66	78	74.0	2	9	2	SW	WSW	ENE	4	11	2	1.2	1.2
10	44.4	44.0	44.9	44.43	12.8	13.5	12.9	11.7	14.1	12.88	9.3	10.2	9.7	9.73	86	89	88	87.7	9	10	10	S	SW	SW	9	14	11	0.3	1.5
11	47.0	46.3	47.6	46.97	11.5	12.8	10.2	10.2	14.4	1.57	9.0	9.3	8.4	8.90	89	86	91	88.7	2	10	10	W	SSW	SW	0	4	3	15.6	0.9
12	49.6	49.1	49.5	49.40	10.8	13.8	1.3	9.5	14.1	11.43	8.9	9.4	8.6	8.97	93	80	87	86.7	4	2	0	W	SW	S	0	3	0	2.6	0.5
13	13.9	42.0	44.1	43.33	12.3	12.1	12.3	10.8	13.3	12.17	10.0	9.6	9.9	9.83	95	93	94	94.0	10	10	10	SSE	WSW	SW	4	14	3	22.6	1.0
14	43.5	41.9	42.4	42.60	13.3	13.5	11.3	10.9	14.0	12.38	10.2	9.9	9.0	9.70	90	87	91	89.3	8	10	10	SW	SW	SW	12	18	8	3.4	0.4
15	44.8	43.9	43.1	43.93	12.1	13.1	11.2	10.3	13.8	11.85	8.8	8.4	8.9	8.70	84	75	90	83.0	7	8	10	SW	SW	SE	0	2	0	1.4	0.8
16	34.8	39.2	43.1	39.03	11.5	8.3	8.4	7.4	14.2	10.38	9.2	6.6	4.7	6.83	92	81	57	76.7	10	10	0	SE	SW	SW	13	15	11	12.7	1.1
17	44.4	43.2	44.2	43.93	6.4	8.6	5.[illegible]	4.1	10.7	6.62	5.6	6.0	5.5	5.70	78	71	83	77.3	5	9	4	NE	ENE	NE	3	2	1	3.1	1.3
18	43.1	42.9	44.6	43.53	7.2	10.7	7.4	5.0	11.3	7.73	5.0	5.5	5.4	5.30	66	57	79	67.3	3	9	4	E	E	N	0	0	0	—	1.3
19	45.3	45.1	46.6	45.67	7.5	10.3	8.3	5.5	12.0	8.32	5.6	5.8	6.3	5.90	72	63	77	70.7	0	1	1	N	W	W	0	7	0	—	1.4
20	49.1	49.3	50.7	49.70	8.8	11.1	8.7	6.0	12.3	8.95	6.4	6.7	6.9	6.67	76	68	83	75.7	0	2	4	W	S	S	0	2	0	—	0.8
21	50.4	49.2	49.4	49.67	9.7	13.5	9.9	7.7	13.6	10.23	5.5	6.4	6.1	6.00	61	56	67	61.3	0	9	10	E	E	E	1	0	0	—	1.2
22	47.9	47.5	48.1	47.83	10.0	1.9	9.7	9.3	12.4	10.35	7.3	7.2	5.6	6.70	80	69	63	70.7	10	10	10	N	N	NE	1	0	0	0.1	2.1
23	49.0	49.6	50.4	49.67	9.4	11.9	9.0	7.6	12.4	9.60	6.1	6.8	6.0	6.30	70	66	70	68.7	10	8	4	NNE	NE	N	2	1	0	1.1	1.6
24	50.3	49.1	48.8	49.40	9.8	12.8	9.7	7.3	13.2	10.00	6.7	6.5	7.2	6.80	74	59	82	71.7	4	6	3	N	WSW	SW	0	3	1	—	1.5
25	44.6	41.5	40.3	42.13	10.4	11.2	10.4	9.1	12.8	10.67	7.4	6.1	8.2	7.23	78	61	88	75.7	10	10	10	SW	S	SE	0	1	2	4.5	1.0
26	38.7	39.1	41.2	39.67	9.5	13.0	11.2	9.1	13.5	10.83	7.3	8.1	8.7	8.03	83	73	88	81.3	10	8	1	NW	W	W	2	1	0	15.5	0.7
27	45.1	45.5	40.8	45.80	12.0	14.5	11.2	10.0	15.4	12.15	8.4	9.6	8.9	8.97	82	79	90	83.7	0	2	3	NW	SW	SW	0	1	0	—	0.7
28	48.3	47.5	45.8	47.20	12.3	15.3	14.7	10.3	16.9	13.55	8.0	7.8	7.7	7.83	75	60	61	65.3	7	8	5	N	SW	SW	0	2	2	—	1.0
Medie mens.	46.22	45.80	46.56	46.20	10.56	12.26	10.43	8.66	13.32	10.75	7.48	7.74	7.52	7.58	78.0	72.5	79.4	76.6	6.4	7.5	5.9							somma 103.4	somma 34.1

CATALOGO

DELLE PUBBLICAZIONI PERVENUTE ALL'ACCADEMIA

dal 19 Gennaio al 15 Febbraio 1902

PUBBLICAZIONI ITALIANE

Catania — *Società degli spettroscopisti italiani* — Memorie, vol. XXXI, disp. 1ª — 1902.

Firenze — *Biblioteca nazionale centrale* — Bollettino delle pubblicazioni italiane, n. 13 — 1902.

Rivista scientifico-industriale — Anno XXXIV, n. 1 — 1902.

Livorno — *Periodico di matematica* — Supplemento, anno V, fasc. III — 1901.

Milano — *R. Istituto lombardo di scienze e lettere* — Memorie, vol. XIX, fasc. V — 1902.

Modena — *Le stazioni sperimentali agrarie italiane* — Vol. XXXIV, fasc. X — 1901.

Napoli — *Società di naturalisti* — Bollettino, serie I, vol. XV — 1901.

Padova — *R. Accademia di scienze, lettere ed arti* — Atti e Memorie, nuova serie, vol. XVII — 1901.

Palermo — *Collegio degli ingegneri ed architetti* — Bollettino, anno I, n. 7-8 — 1901.

Pavia — *Rivista di fisica, matematica e scienze naturali* — Anno 3, n. 25 — 1902.

Pisa — *Società toscana di scienze naturali* — Atti, processi verbali, vol. XII, adunanza del dì 7 Luglio 1901; vol. XIII, adunanza del dì 24 Novembre 1902.

Roma — *Reale Accademia dei Lincei* — Rendiconti, vol. X, fasc. 12 — 1901; vol. XI, fasc. 1, 2 — 1902.

Giornale medico del regio Esercito — Anno L, n. 1 — 1902.

L'Elettricista — Anno XI, n. 2 — 1902.

Torino — *La rivista tecnica delle scienze, delle arti applicate all'industria e dell'insegnamento industriale* — Anno II, fasc. I — 1902.

Venezia — *Reale Istituto veneto di scienze, lettere ed arti* — Atti, tomo LX, disp. 10ª; tomo LXI, disp. 1ª-2ª — 1901.

PUBBLICAZIONI STRANIERE

Baltimore — *American Chemical Journal* — Vol. 26, n. 1-3 — 1901.

American Journal of Mathematics — Vol. XXIII, n. 3-4 — 1901.

Barcelona — *R. Academia de ciencias y artes* — Memorias, vol. IV, n. 3-5; Boletin, vol. II, n. 2 — 1902.

Basel — *Naturforschend. Gesellschaft* — Verhandlungen, Band XIII, Heft 2; Band XIV; Namenverzeichnis und Sachregister der Bände 6 bis 12, 1875-1900 der Verhandlungen — 1901.

Berlin — *K. preussisch. Akademie der Vissenschaften* — Sitzuugsberichte, XXXIX-LIII — 1901.

Budapest — *K. ungar. geologisch. Anstalt* — Jahresbericht 1899 — 1901.
K. ungar. geologisch. Gesellschaft—Földtani Közlöni, XXXI Kötet, 5-9 Füzet — 1901.

Buenos Aires — *Museo nacional* — Comunicacionos, tomo I, n. 10 — 1901.

Cambridge Mass — *American Academy of arts and sciences* — Proceedings, vol. XXXVII, n. 1-3 — 1901.

Christiania — *Den Norske Nordhavs-Expedition 1876-1878* — XXXVIII, Mollusca III — 1901.

Cracovie — *Académie des sciences* — Bulletin international, n. 8 — 1901.

Dijon — *Académie des sciences, arts et belles-lettres* — Mémoires, 4ª serie, t. VII — 1901.

Göttingen — *K. Gesellschaft der Wissenschaften*—Nachrichten, Heft 2—1902.

Granville — *The journal of comparative neurology* — Vol. XI, n. 4 — 1901.

Helsingfors — *Societas pro fauna et flora fennica* — Acta, vol. XX; Meddelanden Häftet 27 — 1901.
Finska vetenskaps-societens Förhandlingar — Ofversigt XLIII—1900-01.

Kansas — *University Quarterly* — Bulletin, vol. II, n. 6 — 1901.

Kiew — *Universitetskia Isvestia* (Notizie universitarie) — Vol. XLI, n. 10 — 1901.

Leipzig — *Archiv der Mathematik und Physik* — Reihe 3, Band 2, Heft 3-4 — 1902.

London — *Royal Society* — Proceedings, vol. LXIX, n. 454-455 — 1902.
Nature — Vol. 65, n. 1681-1684 — 1902.
Mathematical Society — List of members 1902; Proceedings, vol. XXXIV, n. 767-771.

Mexico — *Secretaria de fomento, colonizacion é industria* — Censo y division territorial del Estado de Sonora — 1901.
Observatorio meteorológico central — Boletin mensual, n. 7 — 1901.
Observatorio astronómico nacional — Anuario, ano de 1902.
Sociedad cientifica « Antonio Alzate » — Memorias y revista, t. XV, n 11 y 12; t. XVI, n. 1 — 1901.

Montevideo — *Museo nacional* — Tomo IV, entrega XXII — 1901.

Odessa — *Club alpin de Crimée* — Bulletin, n. 11-12 — 1901.

Paris — *Journal de mathématiques pures et appliquées* — Tom. VII, fasc. 4— 1901.
Académie des sciences — Comptes rendus hebdomadaires des séances, tome CXXXIV, n. 2, 5; Oeuvres complètes d'Augustin Cauchy; Ière sér., tome XII — 1900.
Société d' encouragement pour l' industrie nationale — Compte rendu, n. 1-2; Bulletin, tome 102, n. 1 — 1902.
Société zoologique — Bulletin, t. XXVI, n. 9 — 1901.
Bibliothèque de l'école des Hautes études — Bulletin des sciences mathématiques, Décembre 1901.

Paris — *Société mathématique de France* — Bulletin, t. XXIX, fasc. IV—1901.

Archives de neurologie — Vol. XIII, n. 74 — 1902.

Société d'anthropologie — Bulletins et mémoires, 5e série, tome II, fasc. I et 2 — 1901.

Muséum d' histoire naturelle — Bulletin, n. 1-3 — 1901.

Rennes — *Société scientifique et médicale de l'ouest* — Bulletin, tome X, n. 1 et 2 — 1902.

Santiago de Chile — *Museo nacional* — Anales, entrega 15a — 1902.

Stockholm — *Entomologiska Föreningen* — Tidsckrift, Arg. 22, Häft 1-4 — 1901.

Acta mathematica — Zeitschrift, 25 : 1 u. 2 — 1901.

Sydney — *New South Wales*—Annual report of the department of mines for the year 1900 — 1901.

Toulouse — *Faculté des sciences de l' Université*—Annales, tome III, 1-2 fasc.— 1901.

Upsala — *K. Humanistiska Vetenskaps-sanfundet* — Band IV — 1901.

Washington — *U. S. Naval Observatory* — Report of the superintendent — 1901.

U. S. Geological Survey — Twenty-first annual report 1899-1900, part I; part. VI, and VI continued — 1901.

Wien — *K. k. zoologisch.-botanisch. Gesellschaft* —Verhandlungen, Band LI — 1901.

K. k. geologisch. Reichsanstalt — Jahrbuch, Band LI, 1 Heft; Verhandlungen, n. 15-16 — 1901.

OPERE PRIVATE

Deésy Károly, *Apály és dagály* — Löcse, 1901.

Gaudry Albert, *Sur la similitude des dents de l'homme et de quelques animaux*— Paris, 1901.

Righi Augusto, *Sulla questione del campo magnetico generato dalla convezione elettrica e su altre analoghe questioni* — Pisa, 1901.

Tommasina Th., *Sur l'existence de rayons qui subissent la réflexion, dans le rayonnement émis par un mélange de chlorures de radium et de baryum* — Paris, 1901.

Sur l' auscultation des orages lointains et sur l'étude de la variation diurne de l'électricité atmosphérique — Paris, 1901.

Fascicolo 3° ANNO XLI. Marzo 1902.

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza del dì 15 Febbraio 1902.
Presiede il presidente F. Delpino.

Sono presenti i socii ordinarii Albini, Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci e Villari.

Il socio della Valle, funzionante da segretario, legge il verbale dell'ultima tornata, che viene approvato, e presenta i libri giunti in cambio e in dono, segnalando fra questi ultimi il tomo XII, serie I delle *Oeuvres complètes d'Augustin Cauchy* (Paris, 1901).

Poi, dietro invito del presidente, legge una lettera del segretario, che annunzia di essere in via di guarigione. L'Accademia è lieta di questa notizia e fa augurii di vederlo presto e totalmente ristabilito.

Il socio Siacci, a nome dell'autore, offre in omaggio il *Corso di Meccanica razionale* del prof. F. Caldarera, dell'Università di Palermo, e ne parla.

Il socio Cesàro comunica, per l'inserzione nel Rendiconto, una sua Nota *intorno ad una limitazione di costanti, nella teoria analitica del calore.*

Il vice-presidente Fergola presenta, anche per il Rendiconto, una Nota intitolata: *Determinazioni assolute della inclinazione magnetica nel R. Osservatorio di Capodimonte, eseguite negli anni 1898, 1899 e 1900 dal dott. Fr. Contarino, secondo astronomo nel detto Osservatorio.*

Processo verbale dell'adunanza del dì 1° Marzo 1902.
Presiede il presidente F. Delpino.

Sono presenti i socii ordinarii Albini, Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Nicolucci, Pinto, Siacci, Villari e il corrispondente De Lorenzo.

Il socio della Valle, funzionante da segretario, legge il verbale

dell'ultima tornata, che viene approvato; presenta i libri giunti in cambio e in dono, e comunica una lettera del socio straniero Poincaré, il quale accetta, riconoscente, l'incarico di rappresentare l'Accademia alle prossime feste giubilari in onore del socio straniero Gaudry.

Continuando l'assenza del segretario, l'Accademia prega la presidenza di portargli il suo saluto bene augurante.

Vengono offerte in omaggio le seguenti memorie:

dal socio de Martini — a nome dell'autore prof. Modestino del Gaizo — *La medicina del secolo XIX studiata nelle prime linee del suo movimento storico* (Napoli, 1901);

dal socio Cesàro — a nome dell'autore prof. Federico Amodeo — *Stato delle Matematiche a Napoli dal 1650 al 1732* (Napoli, 1902);

dal corrispondente De Lorenzo le sue *Considerazioni sull'origine superficiale dei vulcani* (Napoli, 1902).

Il socio Albini presenta, per l'inserzione nel Rendiconto, una Nota del socio Grassi *sulla variazione della tensione secondaria nei trasformatori a corrente alternata.*

Il segretario presenta, anche per il Rendiconto, una Nota del corrispondente Piutti e del dott. E. Comanducci *sopra gli acidi della Bignonia Catalpa*, che è approvata all'unanimità.

Processo verbale dell'adunanza del dì 8 Marzo 1902.
Presiede il presidente F. Delpino.

Intervengone i socii ordinarii Albini, Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Pinto, Siacci e Villari.

Il socio della Valle, funzionante da segretario, legge il verbale della passata adunanza, che viene approvato, e presenta i libri giunti in dono e in cambio.

Il presidente comunica che, adempiendo all'incarico avuto, egli, col vice-presidente Fergola e coi socii della Valle e Villari, ha portato il saluto dell'Accademia al segretario, il quale è quasi guarito ed esprime a questa i sentimenti della sua riconoscenza vivissima.

Il vice-presidente Fergola offre in omaggio, da parte dell'Osservatorio di Capodimonte, la pubblicazione del dottor V. Alberti, primo astronomo aggiunto del detto Osservatorio: *Sul clima di Napoli — Riassunto generale delle osservazioni meteorologiche fatte nella R. Specula di Capodimonte dal 1866 al 1900* (Napoli, 1901).

Presenta poi, per l'inserzione nel Rendiconto, una Nota dello stesso dott. Alberti, intitolata: *Riassunto delle osservazioni meteorologiche fatte nella R. Specula di Capodimonte nell'anno 1901.*

Sulla variazione della tensione secondaria nei trasformatori a corrente alternata; *Nota del socio ordinario* **Guido Grassi.**

(Adunanza del dì 1º Marzo 1902)

Lo scopo di questa nota è di presentare la teoria dei trasformatori sotto una forma tale che permetta di mettere in evidenza alcune particolarità relative al funzionamento del circuito secondario, e in special modo di calcolare gli effetti prodotti dalla dispersione magnetica e dalla reattanza del circuito esterno, tenendo conto di tutti gli elementi che vi possono influire. Si vedrà così come si giunge ad alcuni risultati in parte nuovi ed interessanti.

1. Per stabilire le formole generali io mi servo del diagramma ordinario.

Sia OX la direzione corrispondente alla fase del flusso magnetico, che si concatena tanto colle spire primarie quanto colle secondarie. La forza

Fig. 1.

magnetizzante risultante sarà in avanzo di un angolo θ. La f. e. m. indotta nel secondario essendo in ritardo di 90° sarà rappresentata in direzione

OY, e la corrente secondaria i_2 in direzione OC che fa un angolo γ colla f. e. m.

Qui si è supposto che la corrente sia in ritardo; ma l'angolo γ potrebbe anche essere negativo, cioè portato verso sinistra di OY.

Chiameremo I_2 il valor massimo di i_2 ed I_1 il valore massimo della corrente primaria; n_1 ed n_2 i numeri di spire primarie e secondarie.

Si prenda $OE = n_2 I_2$; con centro in E e raggio $n_1 I_1$ si taglia in B la retta OF che fa con OX l'angolo θ. Il segmento OB è il valore massimo della forza magnetizzante risultante. Se si riporta la EB all'origine, in OA e si chiude il triangolo OAB, si ha

$$OA = n_1 I_1 \qquad AB = n_2 I_2 \ .$$

Chiamando Φ il valore massimo del flusso, R la riluttanza del circuito magnetico di questo flusso, si ha

$$OB = \frac{\Phi R}{0{,}4\pi}$$

supponendo di misurare le correnti in ampère.

Si prenda sulla OA il segmento $OR = r_1 I_1$, essendo r_1 la resistenza della spirale primaria; poi RP normale ad OA, ed eguale alla f. e. m. di selfinduzione dovuta alla dispersione magnetica nella spirale primaria, f. e. m. che indicheremo con e_1; infine $PQ = E_1$ f. e. m. indotta nel circuito primario dal flusso Φ, e che è perciò in quadratura col flusso medesimo.

La OQ rappresenta il valor massimo della f. e. m. applicata al primario, che diremo E_0 e che si trova in avanzo di fase rispetto alla corrente primaria di un angolo $AOQ = \Psi$.

Poniamo il rapporto

$$\frac{OB}{AB} = a \ . \tag{1}$$

Abbassate le AK e BG perpendicolari ad OX, è facile vedere che si hanno le seguenti relazioni

$$\operatorname{sen}(\varphi + \theta) = \frac{AB}{OA}(\cos\gamma + a \operatorname{sen}\theta) \tag{2}$$

$$\cos(\varphi + \theta) = \frac{AB}{OA}(\operatorname{sen}\gamma + a\cos\theta) \ . \tag{3}$$

Prolungando la QP fino in M e segnando la PO si ha inoltre

$$\cos OPQ = -\cos OPM = -\operatorname{sen} POM = -\operatorname{sen}(\alpha + \varphi + \theta)$$

e dal triangolo OPQ si ottiene per conseguenza

$$OQ^2 = OP^2 + PQ^2 + 2OP \, . \, PQ \operatorname{sen}(\alpha + \varphi + \theta) \ .$$

Osservando poi che

$$OP \operatorname{sen} \alpha = PR \ , \qquad OP \cos \alpha = OR$$

e

$$OP^2 = OR^2 + RP^2$$

si ha

$$OQ^2 = PQ^2 + OR^2 + RP^2 + 2PQ \{ PR \cos(\varphi + \theta) + OR \operatorname{sen}(\varphi + \theta) \} \ .$$

Da questa relazione, sostituendo i valori dei vari segmenti, e approfittando delle equazioni (2) e (3) si ottiene l'espressione della f. e. m. E_0, cioè

$$E_0^2 = E_1^2 + r_1^2 I_1^2 + e_1^2 + 2E_1 \frac{n_2 I_2}{n_1 I_1} \{ e_1(\operatorname{sen}\gamma + a \cos\theta) + r_1 I_1(\cos\gamma + a \operatorname{sen}\theta) \} \ . \quad (4)$$

2. Dal triangolo ABO si ha

$$AO^2 = AB^2 + OB^2 - 2AB.OB \cos ABO$$

e siccome

$$\cos ABO = -\operatorname{sen}(\gamma + \theta)$$

ponendo in luogo dei segmenti i loro valori

$$n_1^2 I_1^2 = n_2^2 I_2^2 \{ 1 + a^2 + 2a \operatorname{sen}(\gamma + \theta) \} \ . \qquad (5)$$

3. Abbiamo inoltre le seguenti relazioni. Chiamando E_2 la f. e. m. secondaria, rappresentata in OD,

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{n_1}{n_2} \qquad (6)$$

e indicando con ρ la impedenza del secondario

$$OD = E_2 = \rho I_2 \ . \qquad (7)$$

Sia r_2 la resistenza di tutto il circuito secondario. Sia inoltre λ_1 la reattanza dovuta alla selfinduzione (per dispersione magnetica) nella spirale primaria. Avremo

$$\rho \cos\gamma = r_2 \qquad (8)$$

e

$$e_1 = \lambda_1 I_1 \ . \qquad (9)$$

Sostituendo nella (4) il valore di I_1 dato dalla (5) ed inoltre approfittando delle relazioni (6), (7), (8) e (9), si ottiene

$$\left(\frac{E_0}{E_2}\right)^2 = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \frac{r_1^2 + \lambda_1^2}{r_2^2} \{ 1 + a^2 + 2a \operatorname{sen}(\gamma + \theta) \} \cos^2\gamma +$$

$$+ \frac{2}{r_2} \{ \lambda_1 (\operatorname{sen}\gamma + a \cos\theta) + r_1 (\cos\gamma + a \operatorname{sen}\theta) \} \cos\gamma \ . \qquad (10)$$

Questa relazione ci dà il rapporto di trasformazione che si potrebbe chiamare *totale*, o *interno*; cioè il rapporto fra la f. e. m. *impressa*, o applicata ai morsetti del primario, e la f. e. m. *totale* che si sviluppa nel secondario. Ma questo rapporto non si può misurare direttamente, perchè la f. e. m. E_2 non è accessibile; d'altronde ciò che ha importanza per conoscere il modo di funzionare del trasformatore è il rapporto tra la E_0 applicata e la f. e. m. utile, ossia la tensione ai morsetti del secondario.

4. Cominciamo dall' osservare che alcuni termini della (10) sono in generale così piccoli da poter essere trascurati.

Indicherò con r' la resistenza della spirale secondaria e con r quella del circuito esterno. Affinchè il rendimento sia elevato, il trasformatore, anche a pieno carico, lavora su di una resistenza esterna che è molto maggiore di quella interna; sia

$$r_2 = r' + r = m'r' \tag{11}$$

dove m' sarà sempre un numero grande, oltre 50, spesso prossimo a 100.

Siano l_1 la lunghezza media delle spire primarie, ed l_2 quella delle spire secondarie; σ_1 e σ_2 le sezioni dei fili rispettivamente. Le resistenze delle due spirali essendo r_1 ed r', si avrà

$$\frac{r_1}{r'} = \frac{n_1 l_1 \sigma_2}{n_2 l_2 \sigma_1}$$

ma

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

perchè d'ordinario le sezioni si fanno proporzionali alle correnti, e queste stanno assai prossimamente in ragione inversa dei numeri delle spire. Abbiamo dunque

$$\frac{r_1}{r'} = \frac{l_1}{l_2}\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2$$

e

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{m'}\,\frac{l_1}{l_2}\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2.$$

Il rapporto $\frac{l_1}{l_2}$ molte volte è eguale all' unità; sarà un po' maggiore o un po' minore quando le due spirali sono sovrapposte. In ogni modo si potrà sempre porre

$$m = m'\,\frac{l_2}{l_1} \tag{12}$$

ed m sarà, come m', *un numero grande*. Scriveremo quindi

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{m}\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2. \tag{13}$$

Nel caso in cui le sezioni σ_1 e σ_2 non fossero esattamente nella proporzione inversa dei numeri di spire, il coefficiente m potrà ancora essere alquanto aumentato o diminuito; ma, nelle condizioni ordinarie di lavoro del trasformatore, sarà sempre un numero grande.

Il coefficiente λ_1 è espresso in *ohm*, come la resistenza r_1, ed è sempre una grandezza dello stesso ordine di r_1 o poco superiore; potremo scrivere perciò

$$\lambda_1 = p_1 r_1 \tag{14}$$

ricordando che p_1 è sempre *un numero piccolo*, o minore di uno, o di poche unità. Avremo

$$\frac{\lambda_1}{r_2} = \frac{p_1}{m}\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2. \tag{15}$$

Fatte le sostituzioni (13) e (15) nella (10) si ottiene

$$\left(\frac{E_0}{E_2}\right)^2 = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \left\{ 1 + \frac{1+p_1^2}{m^2}\left[1 + a^2 + 2a \operatorname{sen}(\gamma+\theta)\right]\cos^2\gamma + \right.$$

$$\left. + \frac{2p_1}{m}(\operatorname{sen}\gamma + a\cos\theta)\cos\gamma + \frac{2}{m}(\cos\gamma + a \operatorname{sen}\theta)\cos\gamma \right\}. \tag{16}$$

Il secondo termine del secondo membro, col divisore m^2, è sempre piccolo, e vi sono trascurabili le parti che hanno per fattore a e a^2; soltanto nel caso che la dispersione magnetica fosse esagerata si dovrebbe tener conto anche di questi termini.

Si noti poi che gli altri due termini, col divisore m, sono sempre piccoli relativamente all'unità; perciò un errore commesso nel calcolarne il valore non ha che una influenza piccolissima sul risultato. Consideriamo il termine

$$(\operatorname{sen}\gamma + a\cos\theta).$$

Se γ è grande, il primo termine è grande e il secondo è piccolo; perciò si può trascurare quest'ultimo. Se γ è piccolo, il secondo termine acquista un valore relativo più grande, ma al massimo può avvicinarsi al valore di a, che è una quantità sempre piccola; quand' anche il primo termine si annullasse quasi, per essere γ prossimo a zero, nella (16) si avrebbe il termine

$$\frac{2p_1 a}{m}\cos\theta\cos\gamma\ ;$$

ed è facile dimostrare che questo è sempre così piccolo da poter essere trascurato senza sensibile errore. Se ne vedrà meglio la ragione in seguito.

Nella (16) poi si può sempre trascurare il termine $a \operatorname{sen} \theta$ in confronto di $\cos \gamma$, poichè al massimo si viene ad omettere la frazione

$$\frac{2a}{m} \operatorname{sen} \theta \cos \gamma ,$$

che è sempre molto piccola, per essere l'angolo θ assai prossimo a zero.

Con queste semplificazioni la (16) si scriverà nel modo seguente:

$$\left(\frac{E_0}{E_2}\right)^2 = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \left\{ 1 + \frac{2p_1}{m} \operatorname{sen} \gamma \cos \gamma + \frac{2}{m} \cos^2 \gamma \right\} \tag{17}$$

e nel caso che p_1 non sia piccolissimo si terrà conto anche di un altro termine scrivendo

$$\left(\frac{E_0}{E_2}\right)^2 = \left(\frac{n_1}{n_2}\right) \left\{ 1 + \frac{2p_1}{m} \operatorname{sen} \gamma \cos \gamma + \left(\frac{2}{m} + \frac{1+p_1^2}{m^2}\right) \cos^2 \gamma \right\} . \tag{18}$$

5. Ora per mettere in evidenza la tensione ai poli del secondario, consideriamo il diagramma fig. 2, che si riferisce appunto al circuito secondario. In esso abbiamo

$$OD = E_2 \qquad OC = r_2 I_2 \qquad OS = r I_2 \qquad SC = r' I_2$$

Sia β lo spostamento di fase tra la tensione ai poli OT e la corrente. Essendo m' il rapporto fra OC ed SC avremo

$$OC = OS \frac{m'}{m'-1} = OT \cos \beta \, . \frac{m'}{m'-1}$$

e chiamando V la tensione OT, risulta

$$E_2 \cos \gamma = \frac{m'}{m'-1} V \cos \beta \, . \tag{19}$$

Dallo stesso diagramma si ha

$$E_2 \operatorname{sen} \gamma = DC \, .$$

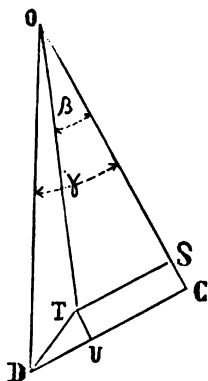



Fig. 2.

Come si è fatto per la spirale primaria, così si può esprimere la f. e. m. di selfinduzione dovuta alla dispersione magnetica nella spirale secondaria con

$$e_2 = \lambda_2 I_2$$

e la reattanza λ_2 con

$$\lambda_2 = p_2 r'$$

essendo p_2 un numero piccolo, dello stesso ordine di grandezza della p_1 e in molti casi quasi eguale.

Nel diagramma il segmento DU è precisamente e_2 e quindi si ha

$$DU = p_2 . SC$$

e siccome

$$SC = \frac{OS}{m' - 1} .$$

si ha

$$DC = p_2 \frac{OS}{m' - 1} + TS$$

e quindi

$$E_2 \operatorname{sen} \gamma = \frac{p_2}{m' - 1} V \cos \beta + V \operatorname{sen} \beta . \tag{20}$$

Quadrando e sommando le (19) e (20) si ottiene

$$E_2^2 = V^2 \left\{ \left(\frac{p_2}{m' - 1} \right)^2 \cos^2 \beta + \frac{2p_2}{m' - 1} \operatorname{sen}\beta \cos\beta + \operatorname{sen}^2\beta + \left(\frac{m'}{m' - 1} \right)^2 \cos^2\beta \right\} . \tag{21}$$

In luogo della frazione $\frac{m'}{m' - 1}$, siccome m' è sempre un numero grande, si potrà porre

$$\frac{m'}{m' - 1} = 1 + \frac{1}{m'}$$

e trascurando i termini dell'ordine $\left(\frac{1}{m'} \right)^2$

$$\left(\frac{m'}{m' - 1} \right)^2 = 1 + \frac{2}{m'} . \tag{22}$$

Con questa sostituzione la (21) diventa

$$E_2^2 = V^2 \left\{ 1 + \frac{2p_2}{m' - 1} \operatorname{sen}\beta \cos\beta + \left(\frac{2}{m'} + \frac{p_2^2}{(m' - 1)^2} \right) \cos^2\beta \right\} . \tag{23}$$

6. Ora si moltiplichi tutta la (18) per E_2^2, poi si facciano le sostituzioni come risultano dalle relazioni (19), (20), (22) e (23); si giunge al seguente risultato

$$\left(\frac{E_0 n_2}{V n_1} \right)^2 = 1 + \frac{p_2 + \frac{m'}{m} p_1}{m' - 1} \operatorname{sen} 2\beta + \frac{2}{m'} \cos^2\beta +$$

$$+ \left\{ \frac{2}{m} + \frac{1 + p_1^2}{m^2} + \left(\frac{p_2}{m'} \right)^2 + \frac{2p_1 p_2}{mm'} \right\} \left(1 + \frac{2}{m'} \right) \cos^2\beta . \tag{24}$$

Il termine $\frac{2p_1}{m} a \cos\theta \cos\gamma$, che abbiamo trascurato, verrebbe a modificare leggermente questo risultato. Ritenendo $\theta = 0$ e ricordando le relazioni (1), (7) e (8), questo termine si può scrivere

$$\frac{2p_1 r_2}{m} \frac{\Phi R}{0{,}4\,\pi n_2 E_2}\,. \tag{I}$$

La f. e. m. E_2 è legata al flusso dalla relazione

$$E_2 = 2\pi n\,\Phi n_2$$

essendo n la frequenza della alternativa; si ha inoltre $m'r' = r_2$. Con queste sostituzioni e ponendo

$$2\pi n \frac{0{,}4\,\pi n_2^2}{R} = A$$

la espressione (I) diventa

$$\frac{m'}{m} \frac{2p_1 r'}{A}\,. \tag{II}$$

Ora siccome p_1 differisce poco da p_2 il prodotto $p_1 r'$ ha un valore molto prossimo a λ_2; e poichè m' è poco diverso da m, si vede che l'espressione (II) è assai prossima a

$$\frac{2\lambda_2}{A} \tag{III}$$

quantità sempre piccolissima, perchè A non è altro che la reattanza dovuta alla selfinduzione totale del secondario, quantità grandissima rispetto a λ_2.

Tutti i termini del secondo membro nella (24), dopo il primo, anche nei casi più sfavorevoli, sono piccole frazioni; perciò si può adottare qualche semplificazione, senza errore sensibile nel risultato e senza alterare la legge rappresentata dalla equazione. Ed anzitutto si può trascurare nell'ultimo fattore la frazione $\frac{2}{m'}$; e così nel secondo termine si può mettere m' in luogo del denominatore $m' - 1$.

Qui poi giova osservare che un caso assai frequente è quello di trasformatori nei quali le spirali primaria e secondaria sono avvolte simmetricamente rispetto al nucleo, cosicchè risulta la lunghezza media delle spire primarie eguale a quella delle spire secondarie. Allora si ha $m = m'$.

Ma in tal caso si semplifica anche la relazione fra le reattanze λ_1 e λ_2. Queste infatti, per effetto della supposta simmetria, si dovranno ritenere proporzionali ai quadrati dei rispettivi numeri di spire; cioè

$$\lambda_1 : \lambda_2 = n_1^2 : n_2^2$$

e siccome appunto in questo caso si ha

$$r_1 : r' = n_1^2 : n_2^2$$

risulta

$$\lambda_1 : \lambda_2 = r_1 : r'$$

e per conseguenza

$$p_1 = p_2 \, .$$

Con la sola restrizione che sia $m = m'$ la (24) diventa

$$\left(\frac{E_0 n_2}{V n_1}\right)^2 = 1 + \frac{p_1 + p_2}{m} \operatorname{sen} 2\beta + \left\{ \frac{4}{m} + \frac{1 + (p_1 + p_2)^2}{m^2} \right\} \cos^2\beta \qquad (25)$$

e se si ammette anche la condizione $p_1 = p_2$ si ha

$$\left(\frac{E_0 n_2}{V n_1}\right)^2 = 1 + 2\frac{p_1}{m} \operatorname{sen} 2\beta + \left\{ \frac{4}{m} + \frac{1 + 4p_1^2}{m^2} \right\} \cos^2\beta \, . \qquad (26)$$

7. Le relazioni (24), (25) e (26) hanno tutte la stessa forma, che si può rappresentare con

$$V = \frac{E_0 \frac{n_2}{n_1}}{\sqrt{1 + \frac{A}{B} \operatorname{sen} 2\beta + \frac{A'}{B'} \cos^2\beta}} \qquad (27)$$

dove A ed A′ sono funzioni crescenti della dispersione magnetica e B, B′ funzioni decrescenti del carico; poichè queste ultime crescono con m ed m', ossia quanto maggiore è la resistenza esterna rispetto a quella della spirale secondaria. Si vede quindi chiaramente come la tensione ai poli del secondario debba diminuire per un dato valore di β quando cresce la dispersione e quando cresce il carico del trasformatore.

Ma ciò che importa di notare è che applicando questa formola si giunge a risultati notevolmente diversi da quelli che si ammettono d'ordinario.

La formola stessa ci dice che col crescere dello sfasamento β nel circuito esterno, mentre si mantiene costante la sua resistenza ohmica, il termine in $\cos^2\beta$ va continuamente *diminuendo*, ciò che produrrebbe un aumento della tensione ai poli, mentre il termine in sen 2β va ***aumentando*** finchè β ha raggiunto i 45°, e tende a produrre l'effetto contrario. Il prevalere di uno o dell' altro effetto dipende dalla grandezza della dispersione e della resistenza del circuito esterno.

Quando la dispersione sia molto debole, il termine in sen 2β può diventare così piccolo da lasciare che prevalga il termine in $\cos^2\beta$; in tal

caso col crescere della reattanza esterna la tensione ai poli aumenterebbe. ***Ma questo è un caso eccezionale***, ed invece il caso più comune è che la dispersione è tale da rendere prevalente il termine in sen 2β e allora *col crescere della reattanza esterna la tensione ai poli diminuisce.*

8. Un altro risultato interessante è che *vi sono tali valori dello sfasamento β pel quale la tensione ai poli è massima o minima.* Si ha il massimo precisamente per $\beta = 90°$. Infatti si ha allora

$$\text{sen}\, 2\beta = 0 \qquad \cos\beta = 0$$

e quindi

$$V = E_0 \frac{n_2}{n_1}$$

cioè si ha ai poli del secondario tutta la f. e. m. indotta come se non vi fossero perdite di tensione, tanto nel primario, quanto nel secondario.

Per ottenere questo risultato bisogna chiudere il circuito esterno su di una resistenza fortemente induttiva, tanto da avere uno sfasamento, che praticamente si possa ritenere di 90°. Allora misurando le tensioni E_1 e V ai morsetti primarii e secondarii, si devono avere due valori che stanno nel rapporto dei numeri delle spire.

Veramente questo risultato non è rigoroso, perchè quando si suppone $\beta = 90°$, siccome a diventa una quantità grande, e $\cos\gamma$ non è zero, perchè γ in questo caso può essere minore di β, nell'equazione (16) bisognerebbe tener conto di alcuni termini che abbiamo trascurato. Il risultato però è assai prossimo a quello enunciato. In ogni modo esso ha poca importanza pratica, perchè nel funzionamento normale d'un trasformatore non accade mai di oltrepassare valori di β intorno a 45°. Più importante è la ricerca del valore di β corrispondente al minimo di V.

Quando il circuito esterno non presenta reattanza, cosicchè $\beta = 0$, la tensione ai poli è di poco inferiore a $E_0 \dfrac{n_2}{n_1}$.

Per piccoli valori della reattanza e quindi dello sfasamento β, *la tensione ai poli comincia subito a diminuire.* Ciò appare dalla (27): poichè la derivata della parte variabile nel denominatore è

$$\frac{2A}{B} \cos 2\beta - \frac{2A'}{B'} \cos\beta\, \text{sen}\, \beta$$

e questa per $\beta = 0$ prende il valore $\dfrac{2A}{B}$ essenzialmente positivo; il che vuol dire che la funzione è crescente, e quindi V deve diminuire.

Ma il denominatore stesso presenta un valore massimo, ed è facile vedere che questo corrisponde a

$$\text{tang}\, 2\beta = 2 \frac{A}{B} \cdot \frac{B'}{A'} \,. \tag{28}$$

Dunque oltre un certo valore dello sfasamento β col crescere della reattanza comincerà la tensione V ad aumentare nuovamente, perchè il denominatore della (27) diminuisce.

Per farsi un concetto dell' ordine di grandezza dello sfasamento che corrisponde al minimo di V, basta porre nella (28) i valori di A, B, A', B' che risultano dalla (26), cioè

$$\frac{A}{B} = \frac{2p_1}{m} \qquad \frac{A'}{B'} = \frac{4}{m} + \frac{1 + 4p_1^2}{m^2} ;$$

si ottiene

$$\tan 2\beta = \frac{p_1}{1 + \frac{p_1^2}{m} + \frac{1}{4m}} . \tag{29}$$

Si vede adunque che tang 2β è un numero poco minore di p_1.

Oltrepassato il valor minimo, la tensione V torna a crescere per avvicinarsi al massimo, corrispondente a $\beta = 90°$, che effettivamente non raggiunge mai.

La (27) ci dice poi che se β è negativo, cioè se la reattanza del secondario è dovuta a capacità, in modo da produrre un avanzo di fase della corrente rispetto alla tensione, il denominatore può diventare *minore di uno*, e allora la tensione ai poli è maggiore di quella che si ha a vuoto. È questo un fenomeno conosciuto: ma la nostra formola ci dice qualche cosa di più. Essa ci dà anzitutto il valore dell'angolo β che corrisponde a tale risultato; cioè *si ha la massima elevazione di tensione quando β è negativo e sodisfa alla relazione* (28), *e si avrà una sopraelevazione, cioè una tensione superiore a quella che si ha a vuoto, quando sia sodisfatta la condizione*

$$2 \frac{A}{B} \cdot \frac{B'}{A'} > \sqrt{2} .$$

Se si tien conto della (29) si vede che questa condizione corrisponde all'essere maggiore di $\sqrt{2}$ il rapporto p_1 fra la reattanza dovuta alla dispersione magnetica e la resistenza, in ciascuna delle spirali, primaria o secondaria, del trasformatore. Se la dispersione supera notevolmente questo limite, maggiore sarà la sopraelevazione di tensione e si manterrà in un intervallo più ampio, mentre varia la reattanza esterna negativa.

La formola (27) ci dice inoltre che se la reattanza negativa aumenta oltre un certo limite, la tensione ai poli torna a diminuire.

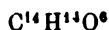
In conclusione, quando si mantiene costante la resistenza nel circuito secondario e costante la f. e. m. applicata al primario, la tensione secondaria ai poli, col variare della reattanza esterna, presenta in generale il seguente andamento:

Per una reattanza magnetica grandissima, ossia colla corrente in ritardo di 90°, la tensione ai poli ha quasi lo stesso valore come a vuoto. Diminuendo la reattanza, la tensione diminuisce e scende ad un valore minimo in corrispondenza di un valore di tang2β prossimo a p_1. Continuando a diminuire la reattanza magnetica, la tensione cresce. Quando, per effetto di capacità, β cambia di segno, la tensione seguita a crescere; raggiunge un valore massimo che può essere anche maggiore della tensione a vuoto, e poi torna a diminuire. Il valore finale, corrispondente al massimo avanzo di fase, è assai prossimo a quello della tensione a vuoto.

Sopra gli acidi della Bignonia Catalpa; *Nota del socio corrispondente* **Arnaldo Piutti** *e del dottor* **Ezio Comanducci.**

(Adunanza del dì 1° Marzo 1902)

Diciassette anni fa il Prof. Salvatore Sardo [1]) estrasse dalle silique della *Bignonia Catalpa* un acido che chiamò *Acido catalpico* ed a cui assegnò la formola:

$$C^{14}H^{14}O^{6}$$

in base alla quale lo considerò come « ... *un isomero dell'acido idrocardenico avvicinantesi per le proprietà all'acido ipecacuanico, dal quale differirebbe per una molecola di acqua e per un atomo di idrogeno, essendo però un acido bibasico* [2]) ».

Il lungo silenzio serbato dallo scopritore dell' *acido catalpico* dopo quella prima comunicazione, qualche dubbio sorto nell'esaminare un campione di detto acido lasciato in questo Istituto dallo stesso Prof. Sardo e l' opportunità che uno di noi aveva di poter facilmente avere grandi quantità di silique di Bignonia Catalpa [3]), ci spinsero a riprendere la estrazione di detto acido onde indagarne la vera natura tanto più che il lavoro del Sardo, sebbene iniziato in altro laboratorio, apparisce dalla sua Nota come compiuto in questo, in epoca, dobbiamo anche aggiungere, nella quale non era ancora diretto da uno di noi.

Estrazione dell'Acido Catalpico

Il trattamento seguito e che è il più adatto, per isolare e separare l' acido catalpico fu il seguente:

500 kg. di silique *immature*, raccolte nel settembre 1900 e seccate prima al sole, quindi sopra graticci in un ampio e ventilato granaio, for-

---

[1]) Gazz. Chim., XIV, 134.

[2]) *Loc. cit.*, pag. 138.

[3]) Debbo ringraziare il Sindaco del tempo Avv. Pampanini di avermi concesso di far sfruttare le magnifiche piante di Catalpa che adornano il lungo viale dei passeggi di Conegliano. A. P.

nirono circa 100 kg. di frutti secchi che, ridotti con apposita trituratrice in minuti frammenti, si lasciarono digerire con acqua (litri 550) per una ventina di ore in capaci caldaie di rame stagnato.

La massa venne quindi scaldata per sei ore a fiamma diretta addizionandola poco a poco con kg. 5,8 di acido solforico (al 20 %) e mantenendo costante il livello del liquido con aggiunta di acqua, mano a mano che questa si evaporava. Il decotto così ottenuto si lasciò raffreddare per una nottata, indi il liquido acido separato dalle parti solide mediante filtrazione attraverso setaccio di crino e successiva pressione, venne concentrato in grandi capsule di porcellana sino a ridurlo al quinto del volume (circa litri 100).

Dopo il raffreddamento ne fu fatta una metodica estrazione con l'etere.

Dalle prime tre estrazioni, distillato il solvente, si ottenne un residuo cristallino bianco giallastro, piuttosto abbondante che dava una debole colorazione con il cloruro ferrico; la quarta e quinta estrazione, dopo eliminato l'etere, fornirono una sostanza estrattiva rosso-bruna, vischiosa, con poca sostanza cristallina disseminata, ma che dava una intensa colorazione col cloruro ferrico.

Il prodotto delle prime tre estrazioni seccato su acido solforico, pesava g. 312, quello della 4ª e 5ª, g. 96; complessivamente si ottennero dunque g. 408 di prodotto grezzo, ossia circa il 4 % delle silique secche.

Purificazione dell'Acido Catalpico

Per la purificazione dell'acido catalpico contenuto nel prodotto grezzo si tentarono diversi metodi.

Mediante cristallizzazioni frazionate dall'etere non si ottenne una separazione completa dell'acido catalpico, poichè questo vi era altrettanto solubile quanto la materia vischiosa che lo accompagnava. Precipitando la soluzione eterea con benzina di petrolio si separava dapprima la materia vischiosa sotto forma di un olio che poi solidificava [1]) ed insieme ad essa o successivamente, precipitava l'acido catalpico, ma mescolato con l'altra sostanza che si colorava intensamente in verde col cloruro ferrico. Infatti i punti di fusione dell'acido così ottenuto variavano dai 190° ai 205°. Perciò si ricorse a cristallizzazione dall'acqua che in prove preliminari aveva dati migliori risultati.

Si fecero perciò scaldare in una grande capsula di porcellana 6 litri di acqua distillata fino alla ebollizione ed in essa venne versato a poco a poco l'acido grezzo agitando continuamente. Appena esso cominciò a

[1]) Quest'olio è principalmente costituito da una materia grassa fusibile dai 59°-60° che si può estrarre con etere caldo dalla materia vischiosa. È solubilissima in etere a caldo, pochissimo a freddo.

sciogliersi si separò una sostanza resinosa, bruno-verdastra che galleggiava sul liquido, la quale potè essere separata mediante una semplice filtrazione a caldo, mentre col raffreddamento dal liquido filtrato, si depositò una crosta pesante di acido catalpico costituito da mammelloni ancora colorati in giallo-bruno che raccolti e fatti seccare nel vuoto su acido solforico, si scolorirono notevolmente.

Dalle acque madri concentrate a bagno maria si ricavò un'altra porzione dello stesso acido, sempre colorato, che fu egualmente seccato, mentre per evaporazione delle ultime acque madri si ottenne una porzione avente un punto di fusione più basso (175°-180°) che inverdiva notevolmente con cloruro ferrico. Questa colorazione verde è dovuta ad *un acido diverso dal catalpico* del quale diremo in seguito.

In questa prima purificazione si separarono g. 250 di acido catalpico fusibile da 190°-205° e g. 50 contenenti il nuovo acido, entrambi però ancora impuri. Con ripetute cristallizzazioni dall' acqua e dall' alcole molto acquoso e con l'aggiunta di carbone animale, l' acido catalpico grezzo si potè purificare perfettamente ottenendone circa 220 grammi.

I.

Acido Catalpico

Cristallizza in prismi rifrangenti, isolati, talvolta riuniti in mammelloni incolori o leggermente colorati in giallo che fondono ai 212°-213° (corr.) in un liquido giallo-bruno Il punto di fusione indicato dal Sardo pel suo acido catalpico è di 205°-207°.

Questo acido è molto solubile in alcole, etere, acetone, acido acetico, solubile discretamente nell' acqua calda, poco nella fredda, insolubile in benzolo, benzina ed etere di petrolio e cloroformio anche alla ebollizione. Con cloruro ferrico non si colora, ma dà un precipitato giallo, non bianco-verdastro come osservò il Sardo pel suo prodotto ancora impuro.

Dai suoi dati analitici risulta che l'acido catalpico è anidro, ma noi abbiamo trovato che contiene invece acqua di cristallizzazione che perde tanto se viene lasciato lungamente sull'acido solforico, quanto se si mantiene per una giornata ai 100°, trasformandosi in una polvere bianca.

Ecco i risultati delle determinazioni eseguite:

	Acido seccato				
	sull'acido solforico			ai 100°	
	I	II	III	IV	V
Sostanza g.	2,9947	4,0922	3,2900	1,8504	1,4513
Perdita	0,3261	0,4555	0,3770	0,2128	0,1666
Perdita °/₀	10,89	11,13	11,46	11,50	11,48
H^2O °/₀ in media. . .	11,16			11,49	
Media			11,32		

Le determinazioni di C ed H nelle dette porzioni fornirono i seguenti risultati:

	Acido seccato					Analisi del Sardo	
	sull'acido solforico			ai 100°			
	I	II	III	IV	V	I	II
Sostanza g.	0,2620	0,2700	0,2898	0,2790	0,3180	—	—
H^2O »	0,1090	0,1113	0,1200	0,1099	0,1248	—	—
CO^2 »	0,5821	0,5992	0,6428	0,6223	0,7070	—	—

ossia in cento parti:

C	60,59	60,52	60,49	60,82	60,62	60,60	60,38
H	4,62	4,58	4,60	4,38	4,36	4,60	5,13
C medie . . .		60,53		60,72		60,49	
H		4,60		4,37		4,87	

Dai quali risultati si vede che nelle nostre analisi vi è una differenza di oltre il mezzo per cento in meno nell'idrogeno richiesto dalla formola $C^{14}H^{14}O^6$ (peso molecolare 278) adottata dal Sardo per la quale si calcola:

$$C = 60.43 \qquad H = 5,03$$

e che si accordano invece assai meglio con una formola $C^{14}H^{12}O^6$ (peso molecolare 276) ovvero $C^7H^6O^3$ (peso molecolare 138), la quale corrisponde a:

$$C = 60,87 \qquad H = 4,35$$

Questa formola richiede inoltre per 1 molecola di acqua di cristallizzazione una perdita dell'11,53 °/₀ (trov. 11,32).

Per decidere quale di queste due ultime formole fosse la vera abbiamo determinata la grandezza molecolare dell'acido catalpico secco, col metodo crioscopico, adoperando come solvente l'acido acetico glaciale coi seguenti risultati:

		I	II
Sostanza	g.	0,2515	0,4423
Acido acetico	»	24,450	24,45
Abbassamento termometrico	»	0°,31	0°,545
K		39	39

Da cui si calcola:

	Concentr.	Abbassam. termometr.	Coefficiente di abbassam.	Depressione molecolare m = 138	Peso molec. K = 39	Calcolato per $C^7H^6O^3$
I	1,0286	0°,31	0,3014	41,60	129,5	138
II	1,8090	0°,545	0,3013	41,58	129,2	

L'acido catalpico di Sardo corrisponde dunque alla formola:

$$C^7H^6O^3$$

invece che a quella da lui adottata:

$$C^{14}H^{14}O^6 .$$

Stabilita così la *vera formola* dell'acido analizzato, non abbiamo dovuto stentar molto per accorgerci che tale sostanza non è altro che l'*acido p-ossibenzoico*, col quale coincide per il punto di fusione, i caratteri fisici ed il comportamento con i solventi.

Per meglio confermare però tale inatteso risultato abbiamo affidato alla cortesia del Prof. E. Scacchi lo studio della forma cristallina dell'acido da noi ottenuto, ne abbiamo determinato la solubilità in acqua, verificati i prodotti di scomposizione col calore, nonchè preparati alcuni sali e derivati che dimostrano in modo irrefragabile la identità dell'acido ottenuto dalla *Catalpa* con l'acido p-ossibenzoico.

Forma cristallina

Il Prof. Scacchi ha confermato la perfetta identità dei cristalli di acido catalpico da noi ottenuti adoperando diversi solventi: alcool, acetone, miscele di alcool e acetone [1]), coi dati cristallografici che si riferiscono all'acido p-ossibenzoico.

Ecco quanto ci riferisce:

Sistema monoclino:

$$a : b : c = 1.37645 : 1 : 1,04037$$

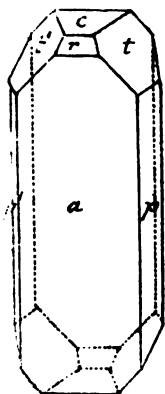
$$\beta = 74^0 33' .$$

Facce osservate (vedi figura): a=(100), c=(001), p=(120), r=(101), t=(122).

Combinazioni osservate: *apc*, *apcr*, *apcrt*.

I cristalli si presentano in forma di prismi allungati nel senso dell'asse c; più spesso in forma di grosse tavolette, per l'estensione prevalente delle facce a(100), ed allungate nel senso dell'asse b. In quest'ultimo caso sogliono presentarsi, invece delle facce t, altre facce che possono riferirsi al simbolo ($hk\bar{l}$), ma la loro determinazione non ha potuto esser sicura

[1]) Lasciando spontaneamente svaporare soluzioni concentrate di acido catalpico in una miscela di acetone ed alcool in parti uguali si ottengono cristalli di un pajo di centimetri di lunghezza.

a causa della loro superficie sempre curva. Le facce *p* e *c* dànno immagini buone per le misure, le altre, cioè *a*, *r* e *t* immagini spesso multiple.

Sfaldatura secondo *a*(100) alquanto facile e distinta.

Piano degli assi ottici parallelo a *b*(010). Sulla faccia *a*(100) si vede l'apice di una iperbole.

Da tutti i caratteri esposti risulta che i cristalli esaminati si presentano come quelli dell' acido paraossibenzoico: $C_6H_4(OH)COOH$, studiato cristallograficamente da Knop (Ann. Ch. Phys., 127, 129) e da E. Reusch (Journ. f. prakt. Chemie, n. F. 16, 42; vedi pure: Zeitschr. f. Krystall., III, 103). Soltanto da quest'ultimo autore furono osservate le facce *l*(201) ed *s*(211) che non sono state rinvenute nei cristalli presi in esame.

Nel seguente quadro, insieme agli angoli misurati e calcolati per la sostanza esaminata, sono posti a confronto, per il paragone, gli angoli misurati da Knop e da E. Reusch sui cristalli dell'acido p-ossibenzoico.

Angoli	Calcolati	Misurati				
		E. Scacchi			Knop	E. Reusch
		medie	n.	limiti		
$a:p = 100:120$	69°21'	69°14'	3	69°04'— 69°24'	—	—
$p:p'' = 120:\bar{1}20$	*	41 18	5	40 56 — 41 52	40°00'	41°28'
$a:c = 100:001$	*	74 33	6	74 29 — 74 39	74 30	74 34
$a:r = 100:101$	43 19	43 18	3	43 11 — 43 31	—	43 36
$c:r = 001:101$	*	31 14	4	30 58 — 31 16	—	30 58
$a:l = 100:201$	28 28	—	—	— — —	—	28 48
$c:p = 001:120$	84 36	84 41	10	84 04 — 85 02	—	—
$a:t = 100:122$	65 09	65 06	3	64 44 — 65 30	—	—
$c:t = 001:122$	44 06	44 13	2	44 03 — 44 23	—	—
$t:p = 122:120$	40 30	40 20	3	39 59 — 40 44	—	—
$c:s = 001:211$	51 35	—	—	— — —	—	51° appr.
$p:r = 120:101$	75 08	75 04	1	— — —	—	—
$r:t = 101:122$	42 30	42 44	1	— — —	—	—
$t:p'' = 122:\bar{1}20$	62 22	62 10	2	61 47 — 62 33	—	—
$l:s = 201:211$	26 22	—	—	— — —	—	25° appr.
$t:t' = 122:1\bar{2}2$	81 43	81 45	1	— — —	—	—
$a:x = 100:\bar{h}kl$	—	—	4	91 30 .... 93 14	—	—
$c:x = 001:\bar{h}kl$	—	—	4	30 58 .... 34 40	—	—

Solubilità nell'acqua

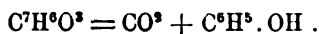
g. 0,5 di acido seccato ai 100° vennero sciolti in 50 cc. di acqua distillata ed il palloncino contenente la soluzione venne lasciato per un giorno in bagno di acqua alla temperatura di 15°.

g. 21,713 della soluzione filtrata, evaporata a b. m. dettero un residuo che pesava g. 0,1550, da cui si deduce che una parte di acido si scioglie in 129,4 di acqua a 15°, mentre Saytezff [1]) trovò che si scioglie in 126 p. alla stessa temperatura.

Scomposizione col calore

g. 5 di acido scaldato in una stortina a fiamma diretta fornirono CO^2 ed un liquido bollente dai 178° ai 180°, colorato in rosso avente spiccatissimo odore di fenolo e tutte le reazioni caratteristiche di questo corpo.

Tale scomposizione subisce appunto per azione del calore l'acido p-ossibenzoico secondo l'equazione:

$$C^7H^6O^3 = CO^2 + C^6H^5.OH \, .$$

Sale di Ammonio

Venne preparato saturando con ammoniaca la soluzione acquosa dell' acido e concentrando la soluzione prima a b. m., poscia nel vuoto su acido solforico fino a perfetto essiccamento.

Si ottennero così pagliette bianche madreperlacee di cui g. 0,3164 seccati ai 100° fornirono nella distillazione con MgO tanta ammoniaca da neutralizzare cc. 20 di $H^2SO^4 \frac{N}{10}$.

	Trovato	Calcolato per $C^7H^5O^3 . NH^4$
NH^3	10,74	10,97

Sale di Argento

Venne ottenuto addizionando la soluzione acquosa del sale ammonico con un lieve eccesso di soluzione acquosa di $AgNO^3$. Si formò subito un precipitato bianco che raccolto alla pompa, lavato con acqua fredda, fu seccato nel vuoto.

Questo sale, diversamente da quanto asserisce il Sardo [2]), è abba-

---

[1]) A., *127*, 135.

[2]) *Loc. cit.*, pag. 137.

stanza stabile e cristallizza dall'acqua calda talvolta in lunghi aghi tal altra in scagliette bianche che si conservano abbastanza bene alla luce. Solo quando l'acido catalpico contiene l'acido che inverdisce col cloruro ferrico dà sali di argento che anneriscono subito. Contiene acqua di cristallizzazione che comincia a perdere già sull'acido solforico.

Analisi:

I. g. 0,3136 di aghi seccati all'aria perdettero fino ai 120° g. 0,0479 di acqua e calcinati fornirono g. 0,1181 di argento metallico.

Ossia in 100 parti:

	Trovato	Calcolato per $C^7H^5O^3Ag$	Calcolato $C^7H^5O^3Ag \cdot 2\,{}^1/_2\, H^2O$ [1]
H^2O	15,27	—	15,53
Ag riferito al sale anidro	44,45	44,53	—
Ag » » idrato	37,66	—	37,24

Come media di tre determinazioni Sardo ottiene $Ag = 44,74$ [2]), valore che si accosta più alla nostra formola (44,53) che a quella da lui ammessa la quale richiede $Ag = 43,90$ %.

Sale di Bario

Si ottenne in modo analogo a quello con cui fu preparato da Sardo, sciogliendo cioè 2 g. di acido catalpico in 25 cc. di acqua ed aggiungendovi a poco a poco g. 1 di $BaCO^3$, quindi concentrando nel vuoto il filtrato. Si ebbero così scaglie cristalline bianche che seccate ai 100° dettero all'analisi i seguenti risultati:

g. 0,5132 di sostanza fornirono g. 0,2889 di $BaSO^4$, ossia in cento parti.

	Trovato	Calcolato per $(C^7H^5O^3)^2Ba$	Analisi Sardo	Calcolato per $C^{14}H^{12}O^6 \cdot Ba$
Ba	33,12	33,39	33,66	33,17

Etere etilico

Venne ottenuto scaldando in tubo chiuso per due ore dai 120° ai 125° g. 7,8 di acido catalpico, g. 9,8 di KOH e g. 7,8 di C^2H^5I. Il prodotto grezzo raccolto alla pompa e cristallizzato dall'alcole fondeva ai 112°. Il p-ossibenzoato etilico fonde a 112°,5.

---

[1]) Saytezff. A., *127*, 135.

[2]) Nella determinazione II, dai dati, si calcola 44,82, non 44,97 come dà S.

g. 0,1398 di sostanza seccata nel vuoto fornirono g. 0,0760 di H^2O e g. 0,3320 di CO^2, ossia in 100 parti:

	Trovato	Calcolato per $C^6H^4<{OH \atop COOC^2H^5}$
C	64,76	65,06
H	6,03	6,04

Acido anisico

g. 4,6 di sale monopotassico dell'acido catalpico vennero scaldati in tubo chiuso per due ore dai 125° ai 130° con g. 1,12 di KOH, g. 5,76 di CH^3I e cc. 5 di alcole assoluto. Il prodotto della reazione dibattuto con acqua dette un olio che purificato mediante estrazione con etere, venne disciolto in KOH acquosa bollente, dopo eliminato il solvente. Per aggiunta di HCl diluito nella soluzione precipitò una sostanza bianca che dall'acqua e dall'alcole acquoso cristallizza in ciuffi di aghetti bianchi fusibili ai 175°. L'acido anisico fonde a 175°.

g. 0,1477 di sostanza seccata nel vuoto dettero g. 0,3438 di CO^2 e g. 0,0708 di H^2O, ossia in 100 parti.

	Trovato	Calcolato per $C^6H^4<{OCH^3 \atop COOH}$
C	63,48	63,16
H	5,32	5,31

Derivato acetilico

1 g. di acido venne riscaldato a fiamma diretta con 5 cc. di anidride acetica senza però far bollire. La soluzione alquanto colorata si addizionò con acqua bollente e si riscaldò fino a scomparsa dell'anidride acetica. Una piccola quantità di materia resinosa rimasta insolubile si separò colla filtrazione, il filtrato si rapprese col raffreddamento in una massa di minuti cristalli che sciolti in molta acqua bollente si deposero sotto forma di fini aghi, i quali seccati nel vuoto, si rammolliscono verso 185° e fondono dai 187° ai 188°. Dalle acque madri si ricavano lamine allungate di splendore madreperlaceo che si rapprendono verso i 185° e fondono dai 187° ai 187°,5. Con questo stesso aspetto e punto di fusione cristallizza dal cloroformio.

Il punto di fusione dell'acido acetil p-ossibenzoico è 185°, secondo Klepl [1]).

g. 0,2493 di acetilderivato sciolti in acqua bollente richiesero per la

---

[1]) J. pr. [2] 28,211.

saturazione a caldo cm.³ 27,62 di soluzione $\frac{N}{10}$ di NaOH, ossia g. 0,11048 di NaOH.

	Trovato	Calcolato per $C^6H^4<^{O.CO.CH^3}_{CO\ CH}$
2 NaOH	g. 0,11048	0,1108

II.

Acido che accompagna il p-ossibenzoico

Ci sembrò inutile di preparare altri derivati dell'acido p-ossibenzoico estratto dalle silique della *Catalpa*, bastando ampiamente gli ottenuti a dimostrarne la natura; piuttosto abbiamo rivolta la nostra attenzione sull'acido che lo accompagnava e che si colorava in verde intenso col cloruro ferrico.

Come abbiamo precedentemente riferito (pag. 3) nella purificazione dell'acido catalpico grezzo ottenemmo una ultima porzione di circa 50 g. la quale dava fortemente la indicata colorazione, epperò conteneva il nuovo acido. Si trattava di separarlo.

L'intiera porzione venne perciò triturata a più riprese con poca acqua e questa, molto colorata, si separò colla filtrazione alla pompa dalla parte che rimaneva indisciolta, la quale, seccata nel vuoto, aveva l'aspetto di una polvere grigia che si rapprese imbrunendo verso i 165° e fuse dai 183° ai 185°. Pesava g. 28. La maggior parte di essa (g. 22) venne disciolta a caldo in 60 g. di acqua e la soluzione, decolorata con carbone animale, si raffreddò, agitando continuamente il liquido, in modo da ottenere minuti cristalli.

Si ebberò così 17 g. del nuovo acido, che è molto solubile nei comuni solventi, alcole, etere, acetone, acido acetico, acqua; insolubile nel benzolo, etere, benzina di petrolio e cloroformio. Cristallizza dall' acqua in croste cristalline composte da prismetti aggruppati, duri pesanti, alquanto colorati ed in modo simile per lenta evaporazione delle sue soluzioni in alcool ed acetone. Verso i 185° si rapprende e fonde dai 188° ai 190° in un liquido bruno-scuro.

Nell'analisi dette i seguenti risultati:

I. g. 2,7642, seccati all'aria fino a peso costante e mantenuti prima a 100°, poscia nella stufa scaldata con vapori di toluol (107°), quindi nella stufa scaldata con vapori di toluol e xilol (119°), perdono complessivamente g. 0,3052 di acqua.

II. g. 0,2532 di sostanza fornirono g. 0,5313 di CO^2 e g. 0,0998 di H^2O.

Ossia in 100 parti:

$$H^2O = 11,04$$
$$C = 57,23$$
$$H = 4,41$$

Per un acido della composizione $C^{14}H^{12}O^{7}$ (p. m. 292), si calcola:

$$C = 57,51$$
$$H = 4,15$$

e per 2 $H^{2}O$ di cristallizzazione, richiede:

$$H^{2}O = 10,98$$

Come riprova delle precedenti determinazioni l'acido analizzato venne ricristallizzato dall'acqua bollente, raccolto e seccato all'aria sino a che non perdeva più di peso. Nell'analisi dette i seguenti risultati:

g. 0,2419 di sostanza fornirono gr. 0.4522 di CO^{2} e gr. 0,1015 di $H^{2}O$; ossia in 100 parti:

	Trovato	Calcolato per $C^{14}H^{12}O^{7}+2H^{2}O$
C	50,98	51,22
H	4,70	4,88

Le soluzioni acquose di questa sostanza hanno forte reazione acida e presentano le seguenti proprietà:

I. Con acqua di bromo dànno un precipitato di tribromofenol fusibile verso 92°-93°, mentre le acque madri rimangono colorate in giallo-bruno.

II. Con cloruro ferrico si colorano intensamente in verde smeraldo; questa colorazione passa al bruno poi al rosso per aggiunta di idr. sodico.

III. Col solfato ferroso forniscono una colorazione violetta dopo neutralizzazione con carbonato sodico.

IV. Col nitrato d'argento ammoniacale danno una forte riduzione, anche a freddo.

V. Non riducono il liquore di Fehling, neppure all'ebollizione.

VI. Con acetato di piombo neutro precipitano un sale bianco, caseoso, pesante, solubile nell'acido acetico.

Una porzione anidra, scaldata in una stortina a bagno di olio si scompone verso i 280°, dando CO^{2}, poi *fenolo* (caratterizzato preparando il tribromofenolo fus. 92°-93°) e quindi *pirocatechina*.

Quest'ultima venne separata dal fenolo comprimendo i cristalli fra carta bibula e mantenendoli qualche giorno nel vuoto e riconosciuta dal punto di fusione (104°), dalla intensa reazione verde con cloruro ferrico e dal derivato piombico che le sue soluzioni acquose forniscono coll'acetato neutro.

Evidentemente i dati analitici e le reazioni osservate corrispondono al composto di *acido paraossibenzoico* e *protocatechico*:

$$C^{7}H^{6}O^{3}.C^{7}H^{6}O^{4}+2H^{2}O$$

già ottenuto da **Hlasiwetz** e **Barth** [1]) fondendo con potassa la resina di benzoino od il sangue di drago [2]).

Infatti come l'acido di H. e B., anche quello ricavato dalla *Catalpa* non si può separare nei due componenti con cristallizzazioni frazionate dall'acqua o con precipitazioni frazionate della soluzione eterea mediante benzolo. Nei tentativi fatti si ottennero frazioni aventi lo stesso aspetto e punti di fusione compresi fra 188° e 190°, non mai quelli degli acidi isolati (199°-200°, acido protocatechico; 210°, acido p-ossibenzoico).

Anche il sale piombico ottenuto precipitando la soluzione acquosa calda con acetato neutro, seguendo le norme indicate dagli A. ricordati, mostra i caratteri da essi dati per questo sale.

Alcuni grammi dell' acido sciolti in acqua e precipitati frazionatamente coll'acetato neutro di piombo fornirono tre successive porzioni che spiombate dettero tre frazioni le quali avevano gli stessi caratteri e reazioni dell'acido da cui provenivano, nonchè lo stesso comportamento nella fusione (si rapprendono verso 185° fondono dai 187° ai 190° in un liquido bruno trasparente).

I tentativi fatti di separare l'acido protocatechico dal p-ossibenzoico, come indicano H. e B., addizionando la soluzione acquosa con acqua di Bromo sino a che si formava tribromofenol e sottoponendo il filtrato all'azione prolungata dell' amalgama di sodio per scomporre i derivati bromurati dell'acido protocatechico, non dettero il risultato cercato. Acidificando con acido solforico ed estraendo più volte il liquido idrogenato con etere si ottenne un prodotto molto colorato e dotato di odore speciale, che dava bensì le reazioni dell'acido protocatechico, ma conteneva ancora bromo e nella fusione anneriva in tal modo che non si poteva osservare bene la temperatura a cui fondeva.

Sulla *vera natura* di questo *composto* di acido paraossibenzoico e protocatechico non crediamo che H. e B. abbiano detto l'ultima parola. Per conto nostro osserviamo che mentre le sue soluzioni presentano tutte le reazioni delle soluzioni di acido paraossibenzoico e protocatechico e nella scomposizione a 280°-300° non fornisce altro di rilevabile che fenolo e pirocatechina, nei tentativi preliminari fatti per riprodurlo sia facendo cristallizzare dall'acqua pesi molecolari di acido p-ossibenzoico e protocatechico, sia fondendoli insieme e quindi cristallizando la massa ottenuta dall'acqua, hanno dato miscele dei due componenti che fondevano dai 195° ai 200°, nelle ultime acque madri 194°-196°, non mai dai 188° ai 190° come venne osservato coll'acido naturale.

Dobbiamo ancora aggiungere che le determinazioni crioscopiche ese-

---

[1]) A., 134, 278.

[2]) Questo composto trova riscontro nell'acido benzoico-cinnamico ottenuto dalla resina di benzoino da Kolbe e Lautemann. A. CXIX, 139.

guite colla sua soluzione acetica hanno dato valori che concordano colla metà del peso molecolare per esso calcolato, come risulta dai seguenti dati:

	Concentraz.	Abbassamen. termometrico	Coefficiente di abbassamen.	Costante adoperata	Peso molec. trovato	Peso molecolare calcolato (138+154)=292
I	0,9988	0°,285	0,2853	39	136,7	
II	1,987	0°,54	0,2717		143,5	
				Media	140,1	$\frac{\text{Peso mol.}}{2}=146$

perlochè sembra in soluzione acetica dissociato.

III.

Conclusione

Le silique immature della *Bignonia Catalpa* non contengono l'acido $C^{14}H^{14}O^{3}$ (*Acido catalpico di Sardo*) bensì gli acidi *p-ossibenzoico* ed il composto dell'acido *p-ossibenzoico* e *protocatechico* [1]).

In quale stato si trovano questi ossiacidi aromatici nei frutti della Bignonia Catalpa? Sono essi liberi o combinati? Il metodo con cui furono ottenuti (trattamento con acido solforico diluito) e la presenza nelle acque madri estratte con l'etere di notevoli quantità di glucosio parlerebbero in favore dell'ipotesi che essi vi fossero contenuti come glucosidi. Senza però ulteriori ricerche nulla possiamo ancora dire, ma a questo scopo un'altra grande quantità di frutti immaturi venne raccolta e seccata nello scorso autunno e si metterà presto in lavorazione.

Per ora ci accontentiamo con questa Nota di aver tolto dalla letteratura un errore che si trascinava da molto tempo [2]).

R. Università di Napoli, Istituto chimico-farmaceutico,
Febbrajo 1902.

---

[1]) L'acido protocatechico venne isolato da Eykman nei frutti dell'*Illicium religiosum*. (R. *4*, 47).

[2]) V. Beilstein, III edizione, vol. II, pag. 2019.

Riassunto delle osservazioni meteorologiche fatte nella R. Specola di Capodimonte nell'anno 1901; *Nota del dottor* **Vittorio Alberti**, *1° Astronomo aggiunto dell'Osservatorio.*

(Adunanza del dì 8 marzo 1902)

I.

Le osservazioni che questa Nota riepiloga son quelle inserite già, lungo lo scorso anno, ne' Resoconti della R. Accademia di Scienze fisiche e matematiche. Esecutori ne furono, come nel 1900, i dottori Vincenzo Tedeschi e Vittorio Nobile, de' quali il primo calcolò anche le medie mensili; e sia per gl'istrumenti di cui si fece uso, sia per le ore in cui si osservò, non s'introdusse innovazione di sorta, in guisa che potrei rimandar chi legge al cenno che precede i passati riassunti. Ad ogni modo, ecco le principali notizie al riguardo.

A) **Orario delle osservazioni**: 9^h, 15^h, 21^h: ore prescritte dalla Direzione della Meteorologia Italiana.

B) **Strumenti adoperati**. — 1.° *Per la pressione atmosferica*: barometro tipo Fortin (Deleuil, Paris, N° 2336). Diametro del pozzetto: cm. 4,5; diametro interno del tubo: cm. 1,1. Correzione complessiva per l'errore di indice e capillarità: + mm. 0.22 (dal confronto eseguito, in questa Specola nel febbrajo 1887, col barometro normale della Direzione della M. I.).

2.° *Per la temperatura*: nelle osservazioni dirette, un termometro di *Negretti* e *Zambra* (London, N.° 44030; diametro del bulbo sferico: cm. 0,9); per la temperatura massima, un termografo di *Negretti e Zambra* (London N.° 40814; diametro del bulbo sferico: cm. 1,2); per la temperatura minima, un termografo ad alcool di *Casella* (London, N.° 19572; diametro del bulbo sferico: cm. 1,5). In tutti questi termometri, campionati nell'Osservatorio di Fisica Terrestre di Kew (Inghilterra), la correzione per l'ineguaglianza di calibro del tubo non oltrepassa 0°.1; e d'ordinario, quindi, la si trascura. Si tien conto, invece, della correzione relativa allo spostamento dello zero, determinandola al principio di quasi ogni anno; e le esperienze eseguite col ghiaccio fondente, il 19 gennaio 1900, diedero questi risultati:

termometro di *Negretti* e *Zambra*	N. 44030,	correz.	— 0°.50
termografo a massimo di *Negretti e Zambra*	» 40814,	»	— 0 .45
termografo a minimo di *Casella*	» 19572,	»	+ 0 .05

3.° *Per l'umidità*: psicrometro *August* munito del ventilatore *Cantoni*. Dei due termometri onde consta lo strumento uno è lo stesso impiegato per l'osservazione diretta della temperatura: l'altro (*Negretti* e

*

Zambra, London, N.° 44029) è identico al suo compagno, e il bulbo ne è coperto da un pezzo di mussola che si mantiene sempre umido. Delle correzioni inerenti a questo secondo termometro, l'una dovuta all'ineguaglianza del tubo si è anche sempre omessa: l'altra relativa allo spostarsi dello zero, nelle suddette esperienze del gennajo 1900, si rinvenne eguale a — 0°.45 *).

4.° *Per la pioggia*: pluviometro settuplatore, di cui il tubo di vetro è graduato in modo che ogni parte corrisponda a mezzo millimetro d'acqua contenuta nel vase. La vasca in cui si raccoglie la pioggia, che poi scende nel pluviometro, è di piombo, a base quadra (m. 0.60 di lato) ed è impiantata sul terrazzo del gabinetto meteorico.

5.° *Per l'evaporazione*: atmidometro fornito dalla Direzione della M. I. La sua vite micrometrica permette di misurare in mm. l'altezza di acqua evaporata da 9^h a 9^h.

6.° *Per il vento*: anemografo dei fratelli *Brassart* (di Roma).

C) **Tavole di riduzione e calcolo delle medie diurne.** Si trae partito delle tavole meteoriche del P. Denza per ridurre a 0° le osservazioni barometriche; e delle Psychrometer-Tafeln del dott. Jelinek (Wien, 1876), per il computo delle due umidità (assoluta e relativa), trascurando sempre la correzione dipendente dalla pressione atmosferica. Quanto alle medie che si riferiscono alla pressione, all'umidità, alla nebulosità, le si deducono dalle osservazioni a 9^h, 15^h, 21^h; e come media temperatura diurna si prende la media delle osservazioni a 9^h ed a 21^h, della temperatura massima e della minima.

*) Sino alla fine del 1900, pluviometro, termografo e atmidometro si trovavano allogati nel vano d'una finestra meteorica descritta nei riassunti degli scorsi anni: da quell'epoca, su proposta del Prof. Contarino, essa fu trasformata in balcone meteorico e gli strumenti vennero sospesi fuori del nuovo vano, proteggendoli contro le irradiazioni esterne mercè uno schermaglio tipo Stephenson. Contro le irradiazioni interne servono di difesa le imposte a vetri che, al pari delle persiane, restan sempre chiuse.

Ecco, intanto, qualche dato metrico. *a*) Il balcone è alto m. 3, largo m. 1,68, aggetta per m. 0,63 e il suo tettuccio è munito di 3 tubi di ventilazione. *b)* Delle persiane esterne, la serie superiore dal tettuccio scende sino al livello della ringhiera, l'inferiore dalla ringhiera giunge sino a m. 0.09 dal piano del balcone, sporgendo più in fuori della prima serie per m. 0.11. *c)* La gabbia interna ha i lembi inferiori anche a livello della ringhiera, la sua faccia superiore dista per m. 0,90 dal tettuccio e tra le sue facce laterali e quelle delle persiane esterne v'ha un intervallo di m. 0,14.

II.

Venendo ora allo scopo di questa Nota, essa dà per il 1901:

1.° i valori medj decadici, mensili ed annui della pressione, temperatura e umidità dell'aria, nonchè della nebulosità (tav. I-VII);

2.° le somme decadiche, mensili ed annue dell'evaporazione e della pioggia (tav. VIII);

3.° la frequenza, le velocità medie e massime del vento (tav. IX-XIII).

Le tavole I-VIII, inoltre, pongono bene in luce, mercè caratteri più grossi, i massimi ed i minimi mensili; e nella tav. VII si riporta anche la frequenza de' giorni *sereni*, *nuvoli e coperti*: de' giorni, cioè, in cui la somma de' decimi di cielo coverto osservati a 9^h, 15^h, 21^h oscillò da 0 a 9 (giorni sereni), da 10 a 20 (nuvoli), da 21 a 30 (coperti). Le due ultime tavole XIV e XV, infine, mettono a riscontro i medj mensili ed annui del 1901 co' medj mensili ed annui del periodo 1866-1900 *); e ad un semplice sguardo rivelano, per dir così, la fisionomia meteorologica dell'anno in esame.

Si vede, anzitutto, che, salvo per l'evaporazione e la pioggia, si rimase sempre al disotto delle normali annue; e propriamente,

per la press. atmosf. M—N=	—0.42 **)	per l'umidità relativa M—N=	— 1.2
» la temperatura	—0.35	» la nebulosità	— 0.2
» l'escursione diurna della temperatura	—0.29	» la pioggia	+44.5
» la tensione del vapore	—0.38	» l'evaporazione	+12.9

Quasi lo stesso accadde per i medj mensili della tensione del vapore (eccettuati i medj di ottobre e dicembre e quello di settembre che fu pari al m. normale) e per quelli dell'escursione diurna della temperatura (toltine i medj di gennajo e aprile); nel caso dell'evaporazione, si verificò il contrario. Si varcò la normale in ben 9 mesi, e si rimase sotto in maggio (per mm. 12), in settembre (per mm. 13), in ottobre (per mm. 6). Se, però, le deviazioni positive de' medj mensili d'altri fattori meteorologici si bilanciarono meglio in numero con le deviazioni negative, vi furono altre anormalità di più spiccato carattere.

Non alludo alla saturazione completa (raggiunta in marzo): si possono citar sino a 9 casi analoghi (anni 1866, '72, '73, '74, '89, '90, '91, '93,

---

*) Vedi la mia Memoria *Sul clima di Napoli* (Atti del R. Istituto d'Incoraggiamento, serie V, vol. III, n.° 4).

**) Per brevità con M ed N indichiamo risp. le denominazioni « Valore medio » e « Valore normale ». Serva questa avvertenza anche per le tavole XIV e XV.

'95); nè insisto sul fatto che per la prima volta, dal 1866 in giù, siffatta saturazione sia avvenuta in marzo. Parlo, invece, della temperatura e della pioggia. Nel 1901, infatti, l'escursione termica annua (39°.8) ha oltrepassato non solo la normale (34°.2), ma la massima di tutte quelle verificatesi nel periodo 1866-1900, cioè 39°.5 (nel 1869); e se il *minimum* annuo — 3°.0 rimane superiore al *minimum* assoluto del p. 1866-1900, il *maximum* 36°.8 differisce appena di mezzo grado dal massimo de' massimi finora ben accertati (37°.3). Nelle escursioni mensili (tav. IV) si rimase, invece, fra più modesti limiti: son da segnalare ottobre (M — N = — 5°), luglio e gennajo (M — N = + 4°) come i casi di massima divergenza in un senso o nell'altro, e agosto come caso di divergenza minima (— 0°.5). La stessa tavola e la II, poi, dànno:

17°.3	per valore	della	massima	escursione	decadica	(2ª decade di giugno),
7 .7	»	»	minima	»	»	(3ª decade di ottobre),
12 .5	»	»	massima	»	diurna	(13 aprile)
1 .2	»	»	minima	»	»	(17 decembre).

Dal punto di vista delle medie mensili, febbrajo risulta come più freddo di gennajo; il che, del resto, non è nuovo, come lo mostra il seguente specchietto:

Anni	gennajo	febbrajo	Anni	gennajo	febbrajo
1873	9.96	8.56	1886	8.99	8.96
1874	7.58	6.67	1890	10.40	7.58
1875	8.69	6.35	1895	7.96	7.11
1877	9.40	9.04	1898	9.60	8.75
1881	9.88	9.12	1899	10.44	9.79
1882	10.04	8.66			

nè l'abbassamento di temperatura (1°.43) avvenuto tra quei due mesi nel 1901 supera quello che si verificò nel 1890 (2°.82). Nuovo, però, è il caso d'un febbrajo così freddo. In tutto il trentacinquennio 1866-1900 non v'è anno in cui la media temperatura del mese in discorso sia scesa sotto 6°, e come *minimum* si trova 6°.30 (febbrajo 1891), superiore di circa mezzo grado alla temperatura del febbrajo 1901. Per converso, v'ha l'esempio di minimi diurni $< 0^\circ$ *) più bassi di quelli che in questo mese, l'anno scorso, si osservarono e che si riducono ai seguenti:

— 1°.8	il giorno	14 ,	— 1°.0	il giorno	17 ,	
— 2 .4	»	15 ,	— 0 .7	»	18 **).	

*) V. *op. citata*, pagg. 10 e 11.

**) Nel giorno 16 il minimo fu 0°.0 e cadde neve (altezza dello strato sovra il suolo: mm. 29.4).

Anche in gennajo 1901 il minimo diurno passò, tre volte, sotto 0°; anzi, divenne negativa, in tre giorni, anche la temperatura media, cioè

il 4, temp. media — 0°.20 (temp. minima — 1°.4),
5, » » — 0 50 (» » — 3 .0),

nel quale ultimo dì nevicò anche (altezza dello strato: mm. 28).

Sul cominciar della primavera, la media temperatura mensile rapidamente salì: rapidamente, del pari, crebbe da maggio a giugno: in luglio eguagliò, a meno di 0°.02, la normale. Lo stesso, ma a meno di 0,04, può dirsi dell'està, di cui ecco i giorni con temperatura media > 25°:

giugno	29	25°.25,	luglio	29	27°.67,
	30	25 .15,		30	29 .52,
luglio	25	25 .05,		31	30 .12,
	26	25 .15,	agosto	1	27 .42,
	27	25 .27,		4	25 .90;
	28	26 .52,			

ed ecco i giorni in cui il massimo fu > 30°:

giugno	30	30°.3	luglio	29	32°.7	agosto	1	32°.5
luglio	26	30 .1		30	35 .4		4	30 .1
	28	32 .1		31	36 .8			

In seguito, la media mensile, seguì, ora più ora meno, l'andamento normale; e l'autunno riuscì meno caldo che nell'anno medio, decembre (11°.04) poco diverso da novembre (11°.95), mentre in media la temperatura di questo supera di 3°.23 la temperatura dell'altro. Si ebbe, dunque, sul finir dell'anno, relativamente caldo; ed a confermarlo si aggiunga che nel decembre 1901 la media mensile superò di 1°. 60 la normale e che il minimo diurno 5°.1 non ha altri superiori a sè, nel periodo 1866-1900, se non

6.6, osservato il 21 decembre 1872,
5.8, » 30 » 1900.

Maggiori anormalità, per altro, decembre offrì per l'abbondanza e frequenza della pioggia: l'acqua raccolta raggiunse mm. 178 (N = 121) e piovve in 24 giorni (N = 14) Nè solo. Ben 21 di questi ultimi furono consecutivi; e il fatto è notevole, perchè di periodi piovosi di più di 15 giorni nel trentacinquennio 1866-1900 non ve n'ha nessuno e bisogna risalire al 1843 per trovarne uno di 20 giorni (22 febbrajo-13 marzo). Quanto agli altri mesi, noto che anche in settembre e in ottobre le normali 69.6 e 125.6 furono oltrepassate risp. di 39.8, 47.7: poco piovoso fu aprile (M=35.1,

N = 75.7): anche meno lo fu gennajo (M = 23.6, N = 97.5). In marzo, da ultimo, ebbe luogo la minima divergenza dalla normale (M — N = + 2.0) e cadde il giorno di massima pioggia (il 2, mm. 27.0) *).

Senza fermarmi su altri fattori meteorologici che non porsero nulla di molto rimarchevole, concludo con qualche parola sul vento. Piuttosto ricco di calme fu il 1901, specie in maggio; se ne ebbero, infatti, 441 lungo l'anno, mentre in media se ne annoverano 408, e maggio ne contò 60, vale a dir 25 più del numero normale. La divergenza minima sotto questo aspetto (nell'ipotesi di mille osservazioni, 7) è da attribuire ad ottobre; ed è in questo m se (non in gennajo, come nell'anno medio) che l'WSW, per solito velocissimo, soffiò percorrendo in media 18 km. all'ora, e persino 31 km., il giorno 7. Il 21 marzo, però, l'WSW arrivò ad una velocità anche maggiore, 34 km., che, alla sua volta, è ben lontana dalla velocità (mass. ass.) di 64 km. osservata il 20 gennajo 1881.

Come d'ordinario, la massima frequenza toccò ai venti del 4° e 1° quadrante: a questi, sopratutto, in novembre e poi in gennajo, febbrajo e maggio: a quelli, in tutti gli altri mesi, specie in marzo. In complesso, nel 1901 il moto dell'aria a Capodimonte equivalse a quello che si avrebbe se, sopra 1000 osservazioni di venti intensi come 1, spirasse un vento di pari forza 375 volte e nella direzione che fa l'angolo 253°5' con la linea NS (da N e nel senso NESW).

Questi valori non differiscono molto dai corrispondenti dell'anno medio che sono 305 e 252°39'.

*) Seguono: il 22 settembre (mm. 26.3), ed il 22 ottobre (mm. 25.8).

Tavola I. — *Pressione atmosferica* *).

(in mm.)

MESI ed ANNO	Valori medj				Massimi						Minimi					
	1ª decade	2ª decade	3ª decade	Mese	1ª decade		2ª decade		3ª decade		1ª decade		2ª decade		3ª decade	
					Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data
Gennajo. . .	47.12	54.16	50.80	50.693	54.3	9	58.1	20	**61.6**	24	**37.9**	1	50.9	11	41.3	30
Febbrajo . .	47.83	46.44	46.39	46.922	**51.9**	9	51.6	15	50.3	22	40.4	5	41.9	19	**38.3**	25
Marzo. . . .	45.48	45.83	44.57	45.270	50.6	1	54.3	14	**55.5**	30	36.8	8	**28.6**	20	36.1	21
Aprile. . . .	52.68	47.76	48.61	49.686	**57.8**	4	53.6	19	53.0	28	46.5	10	42.6	12	**41.1**	25
Maggio . . .	47.79	48.05	48.14	47.998	**52.6**	9	51.1	14.20	51.3	21	**40.8**	7	44.0	12	45.4	25
Giugno . . .	48.14	46.52	50.19	48.283	49.8	4	49.6	16	**52.9**	25	46.8	6,8	**42.9**	12	46.6	23
Luglio . . .	47.64	49.09	48.42	48.385	**51.9**	8	51.3	17	51.7	29	**42.7**	3	45.0	11	45.2	24
Agosto . . .	47.17	47.80	50.68	48.619	50.0	9	50.5	20	**53.3**	31	**43.5**	7	43.6	16	47.6	26
Settembre .	48.09	46.83	49.67	48.197	51.3	1	51.5	18	**57.6**	30	42.4	5	**38.7**	13	44.9	22
Ottobre . .	48.20	47.33	47.35	47.618	**55.6**	1	50.7	19	53.7	27	39.9	7	40.5	16	**39.4**	30
Novembre .	51.11	49.77	47.81	49.563	**57.2**	5	55.1	17	56.4	30	44.1	9	44.2	14	**43.2**	26
Dicembre . .	51.02	43.82	44.37	46.338	57.0	1	49.6	12	**57.1**	31	42.4	10	38.8	20	**30.3**	22
ANNO	48.131				61.6 (24 gennajo)						28.6 (20 marzo)					

*) Tutt' i valori compresi nella tavola son diminuiti di 700 mm.

TAVOLA II. — *Temperatura dell'aria.*

(in 0° C.)

MESI ed ANNO	Valori medj				Massimi						Minimi					
	1ª decade	2ª decade	3ª decade	Mese	1ª decade		2ª decade		3ª decade		1ª decade		2ª decade		3ª decade	
					Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data
Gennajo. . .	4.05	7.01	10.42	7.264	13.2	1	13.8	20	**14.7**	28	**—3.0**	5	+0.4	14	5.1	22
Febbrajo . .	8.14	2.70	6.87	5.834	**14.0**	1	9.2	11	13.5	28	+2.9	10	**—2.4**	15	1.8	22
Marzo. . . .	11.51	12.34	10.35	11.369	**20.5**	10	17.7	19	15.0	31	**5.8**	5	+7.9	12	6.0	24
Aprile. . . .	14.45	13.25	13.98	13.892	21.7	10	**22.6**	12	18.7	23,26	10.2	1	**6.5**	20	7.8	21
Maggio . . .	14.72	15.36	19.02	16.452	21.0	10	22.2	18	**25.7**	30	**10.3**	4	10.7	13	13.7	21
Giugno . . .	22.05	20.40	22.52	21.655	27.3	8	28.3	15	**30.3**	30	17.1	6	**11.0**	20	14.3	21
Luglio. . . .	22.82	23.32	26.13	24.152	29.0	3	29.4	20	**36.8**	31	**17.0**	7	17.6	12	20.8	26
Agosto . . .	24.37	23.74	22.94	23.659	**32.5**	1	29.2	19	29.0	21	19.2	6	**17.4**	17	18.0	22
Settembre. .	22.73	20.33	19.72	20.925	**28.2**	8	27.4	11	25.0	23	17.3	5	15.7	19	**15.2**	26
Ottobre . . .	19.37	16.56	15.96	17.252	**23.9**	1	20.6	16	20.2	29	13.2	9	**12.1**	11,12	12.5	28
Novembre. .	11.20	14.88	9.78	11.953	17.0	1	**19.9**	17	16.3	21	6.2	6	8.0	20	**3.9**	30
Dicembre . .	9.92	12.90	10.37	11.041	14.0	10	**16.5**	17	15.2	21	5.7	8	7.9	16	**5.1**	28
ANNO	15°.454				36°.8 (31 luglio)						—3°.0 (5 gennajo)					

TAVOLA III. — *Valori medj dell' escursione diurna della temperatura.*

MESI ed ANNO	1ª decade			2ª decade			3ª decade			Mese		
	Max.	Min.	Diff.	Max.	Min.	Diff.	Max.	Min.	Diff.	Max.	Min.	Diff.
	°	°	°	°	°	°	°	°	°	°	°	°
Gennajo . . .	6.71	2.09	4.62	10.52	4.50	6.02	13.59	8.03	5.56	10.380	4.975	5.405
Febbrajo. . .	10.79	6.20	4.59	6.02	0.47	5.55	9.99	4.50	5.49	8.858	3.668	5.190
Marzo	14.31	8.77	5.54	15.44	9.59	5.85	13.07	7.68	5.39	14.235	8.648	5.587
Aprile	17.77	11.67	6.10	17.13	9.84	7.29	17.63	10.88	6.75	17.510	10.797	6.713
Maggio. . . .	18.42	11.53	6.89	19.13	12.05	7.08	22.69	15.85	6.84	20.164	13.231	6.933
Giugno	26.11	18.61	7.50	24.17	17.05	7.12	26.69	18.58	8.11	25.657	18.080	7.577
Luglio	26.80	19.34	7.46	27.47	19.86	7.61	30 90	22.06	8.84	28.471	20.473	7.998
Agosto	28.59	20.83	7.76	28.14	19.98	8.16	26.70	19.75	6.95	27.774	20.173	7.601
Settembre . .	26.45	19.45	7.00	23.87	17.28	6.59	23.32	17.01	6.31	24.547	17.913	6.634
Ottobre. . . .	22.22	16.82	5.40	19.50	14.31	5.19	18.61	13.64	4.97	20.062	14.883	5.180
Novembre . .	14.02	9.06	4.96	17.38	12.80	4.58	12.66	7.71	4.95	14.687	9.857	4.830
Dicembre. . .	12.27	7.90	4.37	14.96	10.90	4.06	13.09	8.33	4.76	13.429	9.020	4.409
ANNO	Max. 18°.814				Min. 12°.643				Diff. 6°.171			

TAVOLA IV. — *Massime e minime escursioni diurne della temperatura. Escursioni mensili ed annua.*

MESI ed ANNO	Massime escursioni diurne						Minime escursioni diurne						Escursioni mensili
	1ª decade		2ª decade		3ª decade		1ª decade		2ª decade		3ª decade		
	Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data	
Gennajo	6°.9	2	7°.4	20	**8°.1**	22	**3°.0**	2	4°.7	15	3°.1	30	17°.7
Febbrajo	6.8	1	**8.0**	18	6.9	27	2.6	8	**1.9**	16	3.2	21	16.4
Marzo	**8.5**	10	7.9	18	6.7	24	**2.5**	3	4.5	13.19	3.4	21	14.7
Aprile	9.8	10	**12.5**	13	9.2	21	**1.3**	5	4.2	16	2.5	29	16.1
Maggio	9.0	4	**9.5**	14	8.9	21	**3.3**	7	5.6	12	5.0	26	15.4
Giugno	9.3	6	8.8	15	**10.8**	27	6.5	4,10	**5.0**	17	6.0	21	19.3
Luglio	11.1	3	8.8	18	**11.4**	31	**4.8**	2,4	5.9	15	6.8	24	**19.8**
Agosto	10.0	10	9.3	17	**10.3**	22	5.0	2	5.6	16	**3.7**	27	15.1
Settembre	**8.6**	8	8.3	20	7.3	28	5.5	4,6	4.8	14	**4.5**	22	13.0
Ottobre	7.1	3	**7.2**	13	6.9	29	2.6	7	**2.0**	14	2.8	25	11.8
Novembre	7.0	6	**7.5**	19	6.4	29	2.6	9	**2.4**	15,16	3.0	26	16.0
Dicembre	6.4	1	**7.7**	16	6.8	29	2.0	5	**1.2**	17	2.9	30	**11.4**
Escursione annua	39°.8												

TAVOLA V. — *Tensione del vapore.*

(in mm.)

MESI ed ANNO	Valori medj				Massimi						Minimi					
	1ª decade	2ª decade	3ª decade	Mese	1ª decade		2ª decade		3ª decade		1ª decade		2ª decade		3ª decade	
					Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data
Gennajo . . .	4.25	4.36	6.58	5.113	7.3	1	6.5	12	**8.9**	28	2.5	3	**2.2**	18	2.8	22
Febbrajo. . .	6.08	4.19	4.94	5.079	**8.5**	5	7.0	12	6.8	28	4.4	1	**2.4**	13	3.5	26
Marzo	7.23	7.33	6.30	6.932	**10.6**	3	10.1	20	9.3	22	**3.9**	5	5.3	18	4.2	29
Aprile	9.07	7.27	7.73	8.025	**10.9**	9	10.2	16	10.4	27,28	6.4	1	**3.9**	20	4.3	24
Maggio . . .	8.58	9.30	11.74	9.934	11.7	10	10.8	17,19	**14.7**	30	**5.1**	5	6.3	18	7.8	21
Giugno. . . .	13.78	12.28	13.23	13.095	16.5	3	16.5	11	**18.1**	30	10.0	7,8	7.2	20	**7.1**	28
Luglio	12.47	13.68	15.05	13.775	16.9	3	17.4	15	**19.9**	24	**9.3**	7	10.5	11	11.0	29
Agosto. . . .	14.15	14.67	14.09	14.296	18.2	1	17.3	12	**20.6**	26	9.4	8	12.4	11,17	**9.0**	23
Settembre . .	15.05	13.03	12.47	13.518	**19.3**	4	18.8	12	16.4	22	**9.6**	8	10.3	15	10.0	23,30
Ottobre . . .	12.20	11.05	10.53	11.237	**16.0**	6	13.8	16	13.8	30	**5.8**	10	6.2	11	8.3	23
Novembre . .	6.84	10.07	6.80	7.904	11.4	9	**13.3**	16	9.3	22	4.2	3	4.5	19	**3.9**	30
Dicembre . .	6.90	8.89	7.42	7.726	9.9	10	**11.1**	18	9.6	25,29	**4.7**	1,3	5.9	15	5.4	31
ANNO	9.719				20.6 (26 agosto)						2.2 (18 gennajo)					

Tavola VI. — *Umidità relativa.*

(in cent.)

MESI ed ANNO	Valori medj				Massimi						Minimi					
	1ª decade	2ª decade	3ª decade	Mese	1ª decade		2ª decade		3ª decade		1ª decade		2ª decade		3ª decade	
					Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data	Valore	Data
Gennajo . . .	67.5	55.9	68.4	64.09	**94**	4	79	12	**94**	25	44	3	**22**	18	27	22,23
Febbrajo. . .	74.4	72.7	64.2	70.86	**96**	9	95	18	84	23	45	1	45	11,15,17	**43**	26
Marzo	69.0	66.3	64.1	66.39	**100**	3	88	16,22	91	22	**34**	10	43	18	45	31
Aprile. . . .	71.7	61.5	62.4	65.20	**97**	6	88	11,15	91	29	35	10	**30**	12	31	24
Maggio . . .	66.7	70.9	69.4	69.00	**96**	7	95	12	89	27,31	**31**	5	43	18	46	23
Giugno . . .	66.8	65.5	61.6	64.65	**90**	10	86	12	88	24	44	8	38	15	**32**	28
Luglio. . . .	57.5	61.7	57.1	58.73	78	3	**85**	19	84	24	35	3	42	17	**34**	29
Agosto. . . .	59.4	64.2	65.2	63.01	79	7	81	13,14	**95**	26	42	8	50	11	**36**	23
Settembre . .	69.7	71.3	69.2	70.07	92	4	92	13	**97**	22	**42**	8	52	17,20	43	23
Ottobre . . .	70.0	76.3	76.1	74.20	92	6	**96**	16,18	94	29,31	**35**	10	41	11	57	23
Novembre . .	65.7	75.9	72.4	71.32	**99**	9	92	14	93	26	**41**	2	49	19	49	30
Dicembre . .	73.0	78.5	77.9	76.51	94	4	91	13,14	**96**	25,27	**55**	1	64	12	59	31
ANNO	67.84				100 (3 marzo)						22 (18 gennajo)					

TAVOLA VII. — *Nebulosità.*

MESI ed ANNO	Nebulosità (in decimi di cielo coperto)				Numero dei giorni											
					sereni o quasi				nuvoli				coperti o quasi			
	1ª dec.	2ª dec.	3ª dec	Mese	1ª dec.	2ª dec.	3ª dec	Mese	1ª dec.	2ª dec.	3ª dec.	Mese	1ª dec.	2ª dec.	3ª dec.	Mese
Gennajo . . .	4.6	1.5	4.5	3.54	6	9	5	20	2	—	2	**4**	2	1	4	7
Febbrajo . . .	7.0	5.2	5.7	5.98	1	4	4	9	3	3	—	6	6	3	4	13
Marzo	6.3	4.1	6.9	5.80	2	5	—	**7**	4	2	5	**11**	4	3	6	13
Aprile	4.6	5.1	4.5	4.72	4	4	4	12	2	1	3	6	4	5	3	12
Maggio	4.2	5.0	4.6	4.61	5	5	4	14	2	1	5	8	3	4	2	9
Giugno	2.8	4.1	1.7	2.83	7	3	8	18	2	7	1	10	1	—	1	2
Luglio	2.4	2.4	0.5	**1.72**	6	7	11	**24**	3	3	—	6	1	—	—	**1**
Agosto	2.0	1.6	2.5	2.05	7	8	9	**24**	3	2	1	6	—	—	1	**1**
Settembre . .	2.4	3.8	2.5	2.90	7	5	7	19	2	4	2	8	1	1	1	3
Ottobre. . . .	4.4	5.2	5.8	5.14	4	4	2	10	4	2	3	9	2	4	6	12
Novembre . .	4.3	3.5	4.3	4.04	5	6	3	14	2	1	4	7	3	3	3	9
Dicembre. . .	4.9	7.5	6.2	**6.19**	5	1	2	8	—	2	2	**4**	5	7	7	**19**
ANNO	4.13				179				85				101			

Tavola VIII. — *Precipitazioni ed evaporazione.*

MESI ed ANNO	Altezza della pioggia (in mm.)				Numero de' giorni piovosi				Numero de' giorni con				Altezza dell'acq. evap. (in mm.)			
	1ª dec.	2ª dec.	3ª dec.	Mese	1ª dec.	2ª dec.	3ª dec.	Mese	temporale	grandine	neve	gelata	1ª dec.	2ª dec.	3ª dec.	Mese
Gennajo . . .	8.0	7.5	8.1	23.6	3	2	6	11	1	—	1	5	13.3	17.9	16.0	47.2
Febbrajo. . .	54.8	20.8	5.0	80.6	8	6	2	16	1	1	1	—	11.1	13.2	11.4	**35.7**
Marzo	45.4	12.4	17.3	75.1	7	1	6	14	2	1	—	—	16.7	19.7	16.7	53.1
Aprile	4.3	13.7	17.1	35.1	2	4	2	8	—	—	—	—	11.5	20.1	20.9	52.5
Maggio . . .	18.8	34.2	27.4	80.4	3	6	3	12	3	—	—	—	16.5	14.5	22.8	53.8
Giugno . . .	3.7	14.1	0.5	18.3	3	3	1	7	2	—	—	—	24.9	26.9	28.5	80.3
Luglio	—	3.0	—	**3.0**	—	2	—	**2**	—	—	—	—	33.0	32.6	40.8	106.4
Agosto. . . .	1.4	10.3	18.2	29.9	1	2	4	7	1	—	—	—	43.2	33.4	32.9	**109.5**
Settembre . .	7.4	46.1	55.9	109.4	3	5	4	12	5	—	—	—	23.5	19.5	19.0	62.0
Ottobre . . .	17.4	65.1	90.8	173.3	5	6	8	19	1	—	—	—	20.8	16.0	14.3	51.1
Novembre . .	46.4	12.2	44.4	103.0	6	3	2	11	—	—	—	—	18.8	14.1	13.6	46.5
Dicembre . .	35.0	45.9	97.4	**178.3**	4	10	10	**24**	2	2	—	—	12.8	16.5	15.5	44.8
ANNO	910.0				143				18	4	2	5	742.9			

Tavola IX. — *Frequenza del vento*

(osservato 3 volte al giorno)

MESI ed ANNO	N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
Gennajo . . .	16	3	21	6	12	1	—	—	7	—	3	4	15	—	4	1
Febbrajo. . .	11	7	9	4	8	1	1	2	3	4	10	2	7	—	9	6
Marzo	5	1	10	1	3	—	6	2	1	2	33	12	8	1	6	2
Aprile	3	1	15	3	5	—	2	—	5	4	29	6	14	—	1	2
Maggio . . .	14	3	11	1	13	—	8	—	3	—	20	3	11	1	5	—
Giugno. . . .	2	3	7	—	5	—	5	2	17	—	20	5	14	4	5	1
Luglio. . . .	6	3	8	5	4	—	9	1	2	2	27	7	13	2	4	—
Agosto. . . .	5	1	13	3	8	—	—	1	6	—	27	3	20	3	3	—
Settembre . .	6	5	7	5	10	1	3	1	6	2	19	8	11	1	5	—
Ottobre . . .	8	2	15	3	11	2	8	3	3	2	23	2	4	—	6	1
Novembre. .	17	4	25	5	5	—	5	1	6	—	5	2	3	1	10	1
Dicembre . .	11	4	8	1	13	2	4	4	1	1	20	11	5	—	7	1
ANNO	104	37	149	37	97	7	51	17	60	17	236	65	125	13	65	15

TAVOLA X. — *Numero delle calme.*

MESI ed ANNO	N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW	Totali
Gennajo . . .	8	1	4	—	1	1	—	—	6	—	1	1	9	—	1	—	33
Febbrajo . .	—	1	—	—	2	—	—	—	1	—	—	—	3	—	2	—	9
Marzo	1	—	1	—	—	—	2	—	1	—	4	—	—	1	1	—	11
Aprile	2	—	10	—	3	—	2	—	3	2	8	1	8	—	1	1	41
Maggio . . .	10	2	7	1	12	—	6	—	1	—	6	1	10	1	3	—	60
Giuguo . . .	2	3	6	—	5	—	3	—	15	—	4	—	4	2	4	—	48
Luglio	1	1	5	2	1	—	8	1	1	—	5	1	6	1	1	—	34
Agosto	4	1	5	2	5	—	—	1	5	—	—	1	7	2	1	—	34
Settembre . .	2	2	4	3	8	—	1	1	6	1	8	1	4	1	3	—	45
Ottobre . . .	3	2	10	1	7	1	7	3	—	1	7	—	—	—	2	1	45
Novembre . .	9	2	6	2	3	—	4	1	4	—	2	—	1	—	6	—	40
Dicembre . .	9	2	4	—	9	—	1	1	1	—	5	—	4	—	4	1	41
ANNO	51	17	62	11	56	2	34	8	44	4	50	6	56	8	29	3	441

TAVOLA XI. — *Frequenza del vento e delle calme rid. al denom. 1000.*

MESI ed ANNO	Frequenza del vento				Numero delle calme				
	1° quadr.	2° quadr.	3° quadr.	4° quadr.	1° quadr.	2° quadr.	3° quadr.	4° quadr.	1°-4° quad.
Gennajo	495	140	150	215	283	154	571	500	355
Febbrajo	369	143	226	262	32	167	53	227	321
Marzo	183	118	516	183	118	182	104	118	118
Aprile	244	78	489	189	545	714	318	588	455
Maggio	312	226	279	183	690	857	308	824	645
Giugno	133	133	467	267	917	667	452	417	533
Luglio	237	150	409	204	409	714	185	421	366
Agosto	237	97	387	279	545	667	167	385	366
Settembre	255	167	389	189	478	667	457	471	500
Ottobre	301	258	323	118	571	750	267	273	484
Novembre	567	122	144	167	373	727	462	467	444
Dicembre	258	247	355	140	625	478	182	692	441
ANNO	299	157	345	199	431	581	275	440	373

TAVOLA XII.—*Medie velocità del vento per ogni direzione, in ogni mese e nell'anno.*

(in km.)

MESI ed ANNO	N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
Gennajo . . .	1.31	2.00	4.43	5.33	2.67	0.00	—	—	0.29	—	5.33	10.50	1.53	—	2.25	5.00
Febbrajo. . .	4.64	5.14	7.44	10.50	3.37	6.00	5.00	7.00	4.33	4.25	4.00	4 00	2,43	—	4.67	11.00
Marzo	0.80	8.00	3.60	3.00	7.67	—	8.00	2.00	0.00	5.50	5.58	1.55	4.50	0.00	4.17	5.50
Aprile	0.30	2.00	0.60	2.33	0.60	—	0.00	—	0.60	1.50	2.48	6.50	1.36	—	0.00	1.00
Maggio . . .	1.14	0.33	0.54	0.00	0.15	—	0.50	—	0.67	—	1.70	4.67	0.09	0.00	0.40	—
Giugno. . . .	0.00	0.00	0.14	—	0.00	—	0.60	1.50	0 23	—	2.70	1.36	3.57	2.00	0.20	2.00
Luglio. . . .	1.17	3.67	0.63	2.80	1.00	—	0.44	0.00	0.50	2 00	3.18	6.86	2.77	4.50	3.00	—
Agosto. . . .	0.20	0.00	1.69	2.00	0.75	—	—	0.00	0.17	—	5.93	7.00	2.10	2.67	1.33	—
Settembre . .	2.67	1.60	1.71	0.60	0.60	2.00	1.00	0.00	0.00	0.50	1.00	5.50	4.73	0.00	1.60	—
Ottobre . . .	2.00	0.00	0.53	2.00	0.91	0.50	0.12	0.00	2 00	0.50	7.13	18.00	4.00	—	3.50	0.00
Novembre . .	1.90	3.52	1.60	0 40	—	0.80	0.00	0.33	—	—	4.00	6.00	3.00	2.00	0.80	5.00
Dicembre . .	0.18	2.22	0.62	5.00	0.54	11.00	4.22	2.75	0.00	6.00	6.05	8.45	0.20	—	2.29	0.00
ANNO	1.59	2.32	2.36	3.35	1.26	4.43	1.75	1.82	0.57	2.71	4.11	9.40	3.01	2.08	2.28	6.01

Tavola XIII. — *Velocità massime del vento.*

(in km.)

MESI ed ANNO	N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW	Max. ass.
Gennajo. .	8	3	18	15	5	0	—	—	2	—	11	18	13	—	4	5	18 (NE, WSW)
Febbrajo .	10	17	28	14	6	6	5	7	7	6	9	4	10	—	13	19	28 (NE)
Marzo. . .	1	8	9	3	20	—	17	2	0	7	22	34	13	0	6	6	34 (WSW)
Aprile. . .	1	2	3	3	2	—	0	—	2	3	10	14	8	—	0	2	14 »
Maggio . .	7	1	2	0	2	—	3	—	1	—	5	10	1	0	1	—	10 »
Giugno . .	0	0	1	—	0	—	2	2	3	—	13	17	14	6	1	2	17 »
Luglio. . .	3	7	3	10	2	—	4	0	1	3	9	11	14	9	5	—	14 (W)
Agosto . .	1	0	7	6	3	—	—	0	1	—	14	11	6	8	2	—	14 (SW)
Settembre.	12	4	7	2	5	2	2	0	0	1	5	12	20	0	6	—	20 (W)
Ottobre . .	5	0	3	2	5	1	1	0	4	1	24	31	15	—	11	0	31 (WSW)
Novembre.	8	3	17	4	1	—	4	—	1	—	14	9	5	2	3	5	17 (NE)
Dicembre .	1	5	2	5	3	20	11	7	0	6	22	18	1	—	13	0	22 (SW)
ANNO	12 (19 sett.)	17 (16 feb.)	28 (2 feb.)	15 (14 gen.)	20 (20 mar.)	20 (17 dec.)	17 (19 mar.)	7 (8 feb.) (16 dec.)	7 (10 feb.)	7 (7 mar.)	24 (7 ott.)	34 (21 mar.)	20 (14 set.)	9 (21 lug.)	13 (21 feb.) (26 dec.)	19 (23 feb.)	34 (WSW) (21 mar.)

TAVOLA XIV.—*Confronto della pressione e della temperatura nel 1901 co' valori normali.*

MESI, STAGIONI ed ANNO	Pressione atmosferica			Temperatura											
				Medie diurne			Medj de' mass. diurni			Medj de' minimi diurni			Escursioni diurne		
	M_p	N_p	M_p-N_p	M_t	N_t	M_t-N_t	M'_t	N'_t	$M'_t-N'_t$	M''_t	N''_t	$M''_t-N''_t$	M_{es}	N_{es}	$M_{es}-N_{es}$
Gennajo	750.69	749 38	+ 1.31	7.26	8.24	— 0.98	10.38	10.93	— 0.55	4 97	6.07	— 1.10	5.41	4 86	+ 0.55
Febbrajo	46.92	49 55	— 2.63	5.83	9.04	— 3.21	8 86	12.19	— 3.33	3.67	6.60	— 2 93	5.19	5.59	— 0.40
Marzo	45.27	46.79	— 1.52	11.37	10.71	+ 0.66	14 24	14 07	+ 0.17	8.65	7.93	+ 0.72	5.59	6.14	— 0.55
Aprile	49.69	46.56	+ 3 13	13.89	13 74	+ 0.15	17 51	17.36	+ 0.15	10.80	10.67	+ 0.13	6.71	6.69	+ 0 02
Maggio	48 00	47.75	+ 0.25	16 45	17.69	— 1.24	20.16	21.70	— 1.54	13.23	14.18	— 0.95	6.93	7.52	— 0.59
Giugno	48.28	48 78	— 0.50	21.66	21 29	+ 0.37	25.66	25.41	+ 0.25	18.08	17 63	+ 0.45	7.58	7.78	— 0.20
Luglio	48.39	48 62	— 0.23	24.15	24.14	+ 0.01	28 47	28.53	— 0.06	20.47	20.36	+ 0.11	8 00	8.17	— 0.17
Agosto	48.62	48.73	— 0.11	23.66	23.96	— 0.30	27 77	28.34	— 0.57	20.17	20.34	— 0.17	7.60	8.00	— 0.40
Settembre	48.20	49.70	— 1.50	20.93	21.44	— 0 51	24.55	25.39	— 0.84	17.91	18.22	— 0.31	6 64	7.17	— 0.53
Ottobre	47.62	49.03	— 1.41	17.25	17.19	+ 0.06	20 06	20.45	— 0.39	14.88	14.53	+ 0 35	5.18	5 92	— 0.74
Novembre	49.56	49.05	+ 0.51	11.95	12.67	— 0.72	14 69	15.54	— 0.85	9.86	10 39	— 0.53	4.83	5 15	— 0 32
Dicembre	46.34	48.65	— 2.31	11.04	9 44	+ 1.60	13.43	11.91	+ 1.52	9.02	7.39	+ 1.63	4.41	4.52	— 0.11
Inverno	749.46	749.21	+ 0.25	7.91	8.89	— 0.98	10.82	11.68	— 0 86	5.72	6.69	— 0 97	5.10	4 99	+ 0.11
Primavera	47.65	47.03	+ 0.62	13.90	14.05	— 0.15	17.30	17 71	— 0.41	10 89	10.93	— 0.04	6.41	6.78	— 0.37
Està	48 43	48.71	— 0 28	23 16	23.13	+ 0 03	27 30	27.43	— 0.13	19 57	19.44	+ 0.13	7.73	7.99	— 0.26
Autunno	48.46	49.26	— 0.80	16.71	17.10	— 0.39	19.77	20.46	— 0.69	14.22	14.38	— 0.16	5.55	6 08	— 0.53
ANNO	748.13	748.55	— 0.42	15.45	15.80	— 0.35	18.81	19 32	— 0.51	12.64	12.86	— 0 22	6.17	6.46	— 0.29

TAVOLA XV.— *Confronto dell'umidità, nebulosità, pioggia ed evaporazione nel 1901 co' valori normali.*

MESI, STAGIONI ed ANNO	Tensione del vapor.			Umidità relativa			Nebulosità			Pioggia			Evaporazione		
	M_u	N_u	M_u-N_u	M_r	N_r	M_r-N_r	M_n	N_n	M_n-N_n	M_{pg}	N_{pg}	$M_{pg}-N_{pg}$	M_{ev}	N_{ev}	$M_{ev}-N_{ev}$
Gennajo	5.11	6.16	— 1.05	64.1	71.8	— 7.7	3.5	5.3	— 1.8	23.6	97.5	— 73.9	47.2	37.8	+ 9.4
Febbrajo	5.08	6.43	— 1.35	70.9	70.6	+ 0.3	6.0	4.9	+ 1.1	80.6	63.2	+ 17.4	35.7	34.4	+ 1.3
Marzo	6.93	6.98	— 0.05	66.4	69.0	— 2.6	5.8	5.2	+ 0.6	75.1	73.1	+ 2.0	53.1	46.4	+ 6.7
Aprile	8.02	8.47	— 0.45	65.2	69.6	— 4.4	4.7	5.5	— 0.8	35.1	75.7	— 40.6	52.5	51.3	+ 1.2
Maggio	9.93	10.59	— 0.66	69.0	67.1	+ 1.9	4.6	4.5	+ 0.1	80.4	53.4	+ 27.0	53.8	65.7	— 11.9
Giugno	13.10	13.18	— 0.08	64.6	66.8	— 2.2	2.8	3.3	— 0.5	18.3	31.6	— 13.3	80.3	79.7	+ 0.6
Luglio	13.78	14.80	— 1.02	58.7	63.3	— 4.6	1.7	1.9	— 0.2	3.0	19.1	— 16.1	106.4	99.9	+ 6.5
Agosto	14.30	14.76	— 0.46	63.0	63.5	— 0.5	2.0	2.1	— 0.1	29.9	23.9	+ 6.0	109.5	100.0	+ 9.5
Settembre	13.52	13.52	0.00	70.1	68.0	+ 2.1	2.9	3.4	— 0.5	109.4	69.6	+ 39.8	62.0	75.0	— 13.0
Ottobre	11.24	11.10	+ 0.14	74.2	72.3	+ 1.9	5.1	4.6	+ 0.5	173.3	125.6	+ 47.7	51.1	57.1	— 6.0
Novembre	7.90	8.37	— 0.47	71.3	72.9	— 1.6	4.0	5.0	— 1.0	103.0	112.1	— 9.1	46.5	45.2	+ 1.3
Dicembre	7.73	6.80	+ 0.93	76.5	72.7	+ 3.8	6.2	5.4	+ 0.8	178.3	120.7	+ 57.6	44.8	37.4	+ 7.4
Inverno	5.61	6.46	— 0.85	67.5	71.7	— 4.2	4.3	5.3	— 1.0	186.3	279.5	— 93.2	121.5	110.0	+ 11.5
Primavera	8.29	8.67	— 0.38	66.9	68.6	— 1.7	5.0	5.1	— 0.1	190.6	202.2	— 11.6	159.4	163.4	— 4.0
Està	13.73	14.25	— 0.52	62.1	64.5	— 2.4	2.2	2.5	— 0.3	51.2	74.6	— 23.4	296.2	279.7	+ 16.5
Autunno	10.89	11.00	— 0.11	71.9	71.1	+ 0.8	4.0	4.4	— 0.4	385.7	307.3	+ 78.4	159.6	177.2	— 17.6
ANNO	9.72	10.10	— 0.38	67.8	69.0	— 1.2	4.1	4.3	— 0.2	910.0	865.5	+ 44.5	742.9	730.0	+ 12.9

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Marzo 1902

Latitudine . . 40°52'N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich
Altitudine. . 149m sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 +				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle nubi			Vento Direzione			Vento Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle ore in mill.
	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Min.	Mass.	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	9h	15h	21h	9h	15h	21h		
1	48.1	47.8	48.1	48.00	15.1	17.4	15.0	13.8	17.5	15.35	10.6	10.4	9.7	10.23	83	70	76	76.3	0	0	0	SSW	SW	WNW	0	5	3	—	2.0
2	48.9	48.8	48.9	48.87	15.0	16.0	13.0	12.6	17.3	14.47	11.0	10.6	8.3	9.97	87	75	75	79.0	8	10	0	W	SW	NW	0	2	0	—	1.3
3	46.7	44.2	45.1	45.33	14.5	12.7	10.5	10.4	15.7	12.78	8.7	10.0	7.7	8.80	71	93	81	81.7	2	10	0	N	SW	W	0	3	0	5.0	0.9
4	45.2	45.4	46.9	45.83	10.3	12.0	9.7	9.4	13.0	10.60	7.3	7.2	7.2	7.23	78	67	82	75.7	8	0	0	W	WSW	SW	0	12	1	1.0	0.8
5	49.0	48.7	50.7	49.47	10.4	12.7	8.0	8.0	12.7	9.77	6.6	5.5	4.6	5.57	71	50	58	59.7	0	0	0	N	E	E	1	4	3	—	1.4
6	52.1	51.0	50.7	51.27	9.2	12.8	6.9	5.9	12.8	8.70	4.7	4.9	4.4	4.67	55	45	59	53.0	0	2	0	NE	E	N	1	1	0	—	2.8
7	47.6	44.4	40.1	44.03	9.0	12.9	9.9	5.2	13.3	9.35	4.1	6.5	7.9	6.17	48	58	87	64.3	0	10	10	N	E	ENE	1	0	0	1.1	2.5
8	33.8	**32.9**	36.6	34.43	11.2	12.5	11.9	9.7	12.7	11.38	8.8	8.3	6.9	8.00	89	77	67	77.7	10	10	9	SSE	NE	N	2	1	0	10.6	1.1
9	41.1	40.0	38.9	40.00	12.0	14.1	10.7	9.0	14.7	11.60	5.0	6.1	7.9	6.33	48	51	83	60.7	0	2	0	NE	WSW	S	2	7	0	—	1.7
10	35.8	35.1	38.5	36.47	11.7	15.0	8.4	8.4	15.5	11.00	8.4	7.7	**2.8**	6.30	83	61	**33**	59.0	5	3	0	NW	WSW	NE	0	4	5	—	1.6
11	42.6	43.8	46.1	44.17	5.8	7.8	4.2	3.7	11.9	6.10	3.8	3.3	3.7	3.60	55	42	60	52.3	0	0	0	ENE	NNE	NE	9	10	2	—	2.8
12	47.2	46.9	49.1	47.73	7.2	11.3	7.8	3.0	12.0	7.50	3.3	4.6	5.6	4.47	43	45	71	53.0	0	0	0	N	W	NE	0	3	0	—	2.5
13	51.4	51.8	53.1	52.20	10.0	12.0	9.8	6.8	13.3	9.98	4.8	6.3	6.5	5.87	52	61	71	61.3	0	3	5	NE	SW	W	1	1	0	—	2.0
14	56.2	56.1	**57.0**	56.43	9.0	12.1	6.5	6.0	12.3	8.45	4.1	3.9	3.9	3.97	48	37	51	46.3	0	0	0	ENE	E	E	3	2	1	—	2.0
15	56.9	56.8	56.3	56.67	6.5	11.1	8.0	**2.4**	11.7	7.15	2.9	4.0	5.1	4.00	40	41	63	48.0	0	0	0	NE	SW	SW	1	2	1	—	3.4
16	53.5	50.3	47.2	50.33	10.1	9.1	8.0	6.8	11.4	9.07	6.0	8.1	7.2	7.10	65	95	90	83.3	10	10	10	E	S	W	0	4	17	11.9	1.7
17	41.4	41.1	41.7	41.40	7.5	9.0	7.9	5.1	9.8	7.58	5.9	7.0	5.0	5.97	77	81	63	73.7	8	10	10	E	NE	NE	0	0	1	13.6	1.0
18	46.3	48.2	50.5	48.33	8.7	11.0	8.4	6.2	12.0	8.82	6.5	6.2	4.3	5.67	77	63	52	64.0	10	8	0	NE	E	E	7	11	2	4.5	1.9
19	51.3	50.2	51.1	50.87	9.4	14.7	10.1	6.2	14.7	10.10	5.3	7.1	7.5	6.63	60	56	80	65.3	0	0	0	N	N	W	1	2	1	—	3.0
20	51.5	50.8	51.2	51.17	11.3	13.8	10.2	8.3	14.2	11.00	8.5	8.1	7.7	8.10	85	69	83	79.0	5	0	0	W	S	W	0	1	0	—	2.1
21	51.1	49.1	49.3	49.83	11.9	14.1	9.9	9.1	14.5	11.35	7.9	7.2	7.6	7.57	76	59	83	72.7	2	0	0	W	S	S	0	0	0	—	1.1
22	46.3	41.6	42.8	43.57	13.2	15.2	13.4	9.2	16.4	13.05	5.1	7.0	5.7	5.93	45	51	50	48.7	2	4	6	NE	SSE	NW	0	3	0	—	2.0
23	41.4	41.7	42.4	41.83	13.2	14.9	12.1	11.4	15.5	13.05	7.6	9.1	7.9	8.20	67	72	75	71.3	10	0	8	NNW	SW	SW	0	14	19	2.6	3.5
24	45.7	46.2	45.1	45.67	12.0	13.2	9.1	8.6	14.0	10.93	6.8	6.9	7.5	7.07	65	61	88	71.3	4	9	10	SW	SW	SW	7	4	1	3.7	3.0
25	46.3	47.0	48.7	47.33	9.3	13.3	11.1	5.9	13.8	10.03	6.1	6.8	8.0	6.97	70	60	81	70.3	0	0	4	N	WSW	WSW	0	18	14	7.0	1.4
26	49.6	48.9	47.9	48.80	13.3	13.9	12.2	11.0	15.6	13.02	9.5	9.6	8.9	9.33	85	81	86	84.0	8	10	10	WSW	SW	SW	9	14	13	0.5	2.1
27	47.4	47.6	48.8	47.93	12.5	15.4	11.1	10.3	16.1	12.50	8.4	7.6	7.0	7.67	78	59	70	69.0	0	4	0	NNE	W	WSW	2	1	0	3.4	1.2
28	47.6	46.0	46.7	46.77	12.9	12.5	11.8	9.3	15.4	12.35	8.3	9.6	9.3	9.07	75	90	91	85.3	4	10	4	SW	S	S	3	0	0	0.8	2.0
29	47.1	46.1	47.3	46.83	12.6	15.6	12.4	10.1	16.4	12.87	8.1	9.3	9.2	8.87	75	70	87	77.3	7	4	5	E	SW	SW	0	3	1	—	1.1
30	43.9	41.1	39.7	41.57	12.4	11.7	12.3	10.9	14.3	12.48	9.6	10.1	10.3	10.00	90	**99**	97	95.3	10	10	8	SW	S	SW	5	0	0	4.4	1.0
31	40.1	40.7	42.7	41.17	14.1	14.6	11.7	11.2	17.2	13.55	**11.2**	8.5	4.9	8.20	94	69	47	70.0	8	8	0	SW	SE	NE	0	1	1	—	0.0
Medi mens	46.97	46.33	46.86	46.72	11.01	13.09	10.06	8.19	14.12	10.85	6.93	7.34	6.78	7.02	68.9	64.8	72.4	68.7	3.9	4.4	3.2							somma 76.1	somma 56.9

CATALOGO

DELLE PUBBLICAZIONI PERVENUTE ALL'ACCADEMIA

dal 16 Febbraio al 16 Marzo 1902

PUBBLICAZIONI ITALIANE

Brescia — *Commentari dell'Ateneo per l'anno 1901* — 1901.

Catania — *Academia Gioenia di scienze naturali* — Atti, serie IV, vol. XIV— 1901; Bollettino delle sedute, fasc. LXXI — 1902.

Firenze — *R. Istituto di studii superiori pratici e di perfezionamento* — Pubblicazioni: Flore carbonifere e permiane della Toscana (Carlo de Stefani) 1901; Il Museo e l'Orto botanico di Firenze durante il triennio accademico 1898-900 (O. Mattirolo) — 1900.

Rivista scientifico-industriale — Anno XXXIV, n. 2-3 — 1902.

Biblioteca nazionale centrale — Bollettino delle pubblicazioni italiane, n. 14 — 1902.

Livorno — *Periodico di matematica per l'insegnamento secondario* — Anno XVII, fasc. IV — 1902.

Dizionario di matematica — Parte I: Logica matematica — 1901.

Milano — *Società italiana di scienze naturali e del Museo civico di storia naturale* — Atti, vol. XL, fasc. 4 — 1902.

R. Istituto lombardo di scienze e lettere—Rendiconti, serie II, vol. XXXIV, fasc. XX — 1901; vol. XXXV, fasc. I-III — 1902.

Modena — *Le stazioni sperimentali agrarie italiane* —Vol. XXXIV, fasc. XI-XII — 1901.

Palermo — *Circolo matematico* — Rendiconti, tomo XVI, fasc. I e II — 1902.

R. Istituto botanico – Contribuzioni alla biologia vegetale, vol. III, fasc. I— 1902.

Società siciliana d'igiene — Bollettino, anno V, fasc. IV — 1901.

Pavia — *Rivista di fisica, matematica e scienze naturali* — Anno 3, n. 26 — 1902.

Portici — *R. Scuola superiore di agricoltura*—Annali, ser. II, vol. IV, fasc. I— 1902.

Roma — *Reale Accademia dei Lincei* — Rendiconti, vol. XI, fasc. 3-4 — 1902.

R. Osservatorio del Collegio Romano — Memorie, serie III, vol. III—1902.

Ministero di agricoltura, industria e commercio — Relazione sullo stato e sulla attività del laboratorio di entomologia agraria presso la r. Scuola superiore dl agricoltura in Portici — 1902.

R. Comitato geologico — Bollettino, n. 3 — 1901.

Giornale medico del r. Esercito — Anno L, n. 2 — 1902.

Siena — *R. Accademia dei Fisiocritici* — Atti, serie IV, vol. XIII, n. 9-10 — 1902.

Torino — *La rivista tecnica delle scienze, delle arti applicate all'industria e dell'insegnamento industriale* — Anno II, fasc. 2 — 1902.

Primo Centenario di Vincenzo Gioberti — Discorsi commemorativi— 1901.

PUBBLICAZIONI STRANIERE

Baltimore — *Johns Hopkins university circulars* — Vol. XXI, n. 155 — 1902.

Barcelona — *R. Academia de ciencias y artes* — Memorias, vol. IV, n. 6-9 — 1902.

Berlin — *Zoologisch. Station zu Neapel* — Mittheilungen, Band 15, 3 Heft — 1901.

Genève — *Société de physique et d'histoire naturelle* —Mémoires, vol. 34, fasc. 1 — 1902.

Göttingen — *K. Gesellschaft der Wissenschaften* — Nachrichten, Geschäftliche Mittheilungen 1901. Heft 2 — 1901; Nachrichten, mathematisch-physikalische Klasse. Heft 3 — 1901.

Jurjeff (Dorpat) — *Naturforsch. Gesellschaft bei der Universität* — Band XII, Heft 3 — 1900.

Kobenhavn — *Académie royale des sciences et des lettres* — Mémoires, ser. 6me, t. IX, n. 8; t. X, n. 3 — 1902; Bulletin, n. 6 — 1902.

Nyt Tidskrift for Matematik — A, 13 Aargang, n. 1-2; B, 13 Aargang, n. 1 — 1902.

Leipzig — *K. sächsisch. Gesellschaft der Wissenschaften* — Berichte über die Verhandlungen der math.-phys. Cl., Band 53, IV-VI; Abhandlungen der math.-phys. Cl., XXVII Bd., n. I-III — 1901.

London—*Royal astronomical Society*—Monthly notices, appendix to vol. LXII, vol. LXII, n. 3 — 1902.

Nature — Vol. 65, n. 1685-1688 — 1902.

British Museum (Natural History) — Hand list of Birds, vol. III—1901; Catalogue of welwitsch's African plants, vol. I, part I-IV; vol. II, part I-II — 1896-1901.

Royal Society — Reports to the malaria Committee, sixth series — 1902; Proceedings, vol. LXIX, n. 456 — 1902.

München — *K. b. Akademie der Wissenschaften (mathematisch.-physikalisch. Cl.)* — Sitzungsberichte, Heft IV — 1901.

Odessa — *Club alpin de Crimée* — Bulletin, n. 1 — 1902.

Ottawa — *Geological Survey of Canada*—General index to the reports of progress 1863 to 1884 — 1900.

Paris — *Bibliothèque de l'École des hautes études* — Bulletin des sciences mathématiques, tome XXVI, Janvier 1902.

Académie des sciences — Comptes rendus hebdomadaires des séances, tome CXXXIV, n. 6-9 — 1902.

École normale supérieure — Annales scientifiques, III série, tome XIX, n. 1 — 1902.

Société d'encouragement pour l'industrie nationale — Compte rendu, n. 3-4; Bulletin, tome 101, n. 2 — 1902.

Paris — *Société zoologique de France* — Bulletin, tome XXVI, n. 10 — 1901.
Bureau des Longitudes — Annuaire pour l'an 1902.

Sydney — *Geological Survey (Department of mines and agricolture)* — New Sout Wales. Mineral resources, n. 9 — 1901.

Tokio — *J. University* — The Journal of the College of science, vol. XVI, part I; vol. XVII, part I — 1901.

Urbana — *Illinois State Laboratory of natural history* — Bulletin, vol. VI, art. I — 1901.

Wien — *K. k. geologisch. Reichsanstalt* —Verhandlungen, Jahrgaug 1901, n. 1-18 — 1901.
K. k. Gradmessungs-Bureau — Astronomisch. Arbeiten, Band XII —1900.

OPERE PRIVATE

Alberti Vittorio, *Sul clima di Napoli. Riassunto generale delle osservazioni meteorologiche fatte nella R. Specula di Capodimonte dal 1866 al 1900* — Napoli, 1901.

Amodeo F., *Stato delle Matematiche a Napoli dal 1650 al 1732* — Napoli, 1902.

Caldarera Fr., *Corso di Meccanica razionale,* vol. 1°; vol. 2°, fasc. 1° — Palermo, 1900-1901.

Del Gaizo M., *La medicina del secolo XIX studiata nelle prime linee del suo movimento storico* — Napoli, 1901.

De Lorenzo G., *Considerazioni sull'origine superficiale dei vulcani* — Napoli 1902.

Kantor S., *Theorie der vollständigen Systeme linearer Differentialgleichungen mit einer unabhängigen Veränderlichen* — Wien, 1901.
Ueber einen neuen Gesichtspunkt in der Theorie des Pfaff'schen Problemes, der Functionengruppen und der Berührungs-transformationen— Wien, 1901.

Mottareale G., *L'Ustilago reiliana f. Zeue e la formazione dei tumori staminali nel granone* — Portici, 1902.

Oddone E., *Del moto relativo nelle onde meccaniche terrestri* — Pavia, 1902.

Omboni G., *Appendice alla Nota sui denti di Lophiodon del Bolca* — Venezia, 1902.

Taramelli T., *La lotta dei titani nella geologia* — Pavia, 1902.

Fascicolo 4° e 5° ANNO XLI. Aprile e Maggio 1902.

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza del dì 15 Marzo 1902.
Presiede il presidente **F. Delpino.**

Sono presenti i socii ordinarii Albini, Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci, Villari e il corrispondente De Lorenzo.

Il segretario legge il processo verbale dell' ultima adunanza, che viene approvato, e presenta i libri giunti in cambio e in dono, segnalando fra questi ultimi: *La lotta dei Titani nella Geologia* del socio Taramelli e i *Discorsi commemorativi in occasione del primo centenario* di Vincenzo Gioberti.

Poi ringrazia l' Accademia per la premura dimostratagli durante la sua infermità, esprimendo i sentimenti della sua speciale riconoscenza al socio della Valle, che ha avuto la cortesia di supplirlo.

Si stabilisce di mandare alla American Mathematical Society di New York, in cambio delle sue pubblicazioni, i *Rendiconti*, a cominciare dalla serie III, e gli *Atti*, dal vol. X, serie II.

Processo verbale dell' adunanza del dì 5 Aprile 1902.
Presiede il presidente **F. Delpino.**

Sono presenti i socii ordinarii Albini, Bassani (segretario), Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Villari e il corrispondente Semmola.

Il segretario legge il verbale dell'ultima adunanza, che viene approvato, e presenta i libri giunti in cambio e in dono, segnalando fra questi ultimi la Memoria del socio Semmola, intitolata *La pressione dell'aria a Napoli ed al Vesuvio* (Napoli, 1902).

Comunica in seguito i ringraziamenti del socio straniero Gaudry per la parte presa dall'Accademia alla festa giubilare di lui.

Annunzia da ultimo che al concorso di Matematica scaduto il 31 Marzo non si è presentato alcun aspirante.

Processo verbale dell'adunanza del dì 12 Aprile 1902.
Presiede il presidente F. Delpino.

Assistono i socii ordinarii Albini, Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, De Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci, Villari e il corrispondente De Lorenzo.

Letto e approvato il verbale dell'ultima tornata, il segretario presenta i libri giunti in dono e in cambio e il *Rendiconto* accademico di Marzo.

Il corrispondente De Lorenzo, anche a nome del dottor Carlo Riva, comunica un lavoro intitolato: *Il cratere di Astroni nei Campi Flegrei.* Il presidente incarica i socii Oglialoro, Scacchi e Bassani di esaminarlo e di riferirne.

Su proposta del socio del Pezzo, l'Accademia prega la Presidenza di chiedere telegraficamente notizie intorno alla salute del rettore della Università, prof. Antonelli, gravemente ammalato a Roma, e di porgergli augurii di guarigione.

Essa prega inoltre la stessa Presidenza di esprimere sentimenti di condoglianza al collega Scacchi, che ieri ha avuto la sventura di perdere la madre.

Processo verbale dell'adunanza del dì 19 Aprile 1902.
Presiede il presidente F. Delpino.

Sono presenti i socii ordinarii Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci e Villari.

Letto il verbale dell'ultima adunanza, che viene approvato, e presentati i libri giunti in dono e in cambio, il segretario comunica il telegramma dell'on. Manna, il quale ringrazia per gli augurii di guarigione inviati al Rettore dell'Università, prof. Antonelli, e la lettera del socio corrispondente Scacchi, riconoscente per le condoglianze che l'Accademia gli ha fatto pervenire in occasione della morte della madre.

Si accetta il cambio delle pubblicazioni dell' Università di Iowa con il *Rendiconto* e gli *Atti* accademici.

Il socio Bassani, anche a nome dei colleghi Oglialoro e Scacchi, legge la relazione sulla Memoria del corrispondente De Lorenzo

e del dott. Carlo Riva, intitolata: *Il cratere di Astroni nei Campi Flegrei*, proponendone l'inserzione, con le figure intercalate e con le tavole che l'accompagnano, nel volume degli Atti. Le conclusioni del rapporto, messe a votazione, dalla quale il socio Pinto dichiara di astenersi, sono approvate all'unanimità.

Il vice-presidente Fergola presenta una Nota del dott. V. Alberti *sulla determinazione grafica dell'orbita reale nella teoria delle stelle doppie.* Il presidente incarica i socii Fergola, del Pezzo e Pinto di esaminarla e di riferirne.

Processo verbale dell'adunanza del dì 3 Maggio 1902.
Presiede il presidente **F. Delpino.**

Sono presenti i socii ordinarii Albini, Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto e Villari.

Assiste all'adunanza il prof. Simon Newcomb di Baltimore.

Il segretario legge il verbale dell'ultima adunanza, che viene approvato, e presenta i libri giunti in dono e in cambio.

Si delibera il cambio del *Rendiconto* e degli *Atti* con le pubblicazioni dell'Istituto Geologico del Messico.

Il vice-presidente Fergola, anche a nome dei socii del Pezzo e Pinto, legge la relazione sulla nota del dottor Vittorio Alberti, presentata nella tornata del 19 Aprile, proponendone l'inserzione nel *Rendiconto.* Le conclusioni del rapporto sono approvate all'unanimità.

Relazione *sulla Memoria del socio corrispondente* Giuseppe De Lorenzo *e del dottor* Carlo Riva.

(Adunanza del dì 19 Aprile 1902)

Il socio corrispondente Giuseppe De Lorenzo, continuando insieme al dott. Carlo Riva dell'Università di Pavia gli studii intrapresi da un paio d'anni sulla Regione Flegrea, alcuni dei quali sono già stati pubblicati nei nostri *Atti*, ci presenta ora, anche a nome del suo collega, un lavoro sul cratere di Astroni.

Questa Memoria, corredata di tavole e di figure intercalate, è divisa in quattro parti, precedute da un'introduzione e seguite da una conclusione.

L'introduzione, d'indole principalmente storica, accenna alle più notevoli osservazioni, antiche e moderne, fatte sopra il detto vulcano o sui

dintorni di esso, e specialmente alla dibattuta questione dei crateri di sollevamento, che, fondandosi, come i due autori dimostrano, su dati inesatti, trovava appunto, nel cratere di Astroni[1], una delle sue più valide basi.

La prima parte del lavoro si occupa della natura e della distribuzione dei materiali componenti la cerchia esterna e i rilievi interni del cratere. Di questi materiali sono date analisi chimiche quantitative e analisi microscopiche molto accurate, e le une e le altre vengono messe a confronto con quelle di altre rocce vulcaniche della stessa regione Flegrea o del resto d'Italia, in modo da stabilire che quasi tutti i prodotti eruttivi di Astroni appartengono a un tipo costante, compreso tra le comuni trachiti acide sanidiniche-biotitiche e le andesiti, con qualche variazione più basica, che maggiormente si accosta al tipo delle tefriti, e vanno ascritti al tipo delle *Vulsiniti*, fissato da Washington per le rocce del cratere di Bolsena. Altri tipi di rocce sono poi rappresentati negli inclusi o blocchi rigettati. Le descrizioni sono accompagnate da quattro tabelle riassuntive e da un diagramma, esprimente le composizioni chimiche, comparate secondo il metodo di Brögger, e i rapporti molecolari, dedotti dalle analisi centesimali. Una tavola con sei microfotografie dei più interessanti tipi di rocce completa questa prima parte.

Nella seconda, che tratta della tettonica del vulcano, si dimostra anzitutto che la massa trachitica della Caprara è una manifestazione lavica dell'anteriore periodo eruttivo di Agnano, la quale fu inglobata e coperta dai materiali eruttati posteriormente da Astroni. Questo a sua volta viene descritto come un vulcano a recinto, la cui cerchia esterna è formata da depositi di materiale frammentario, inclinati quaquaversalmente tanto all'esterno quanto all'interno del cono, conformemente a quel che avviene in ogni vulcano prodotto da eruzioni e contrariamente all'ipotesi del sollevamento. I rilievi interni, poi, rappresentano non una grande cupola trachitica, come prima si supponeva, ma un normale cono eruttivo di sostanze detritiche (costituente la collina dell'Imperatrice), dal cui cratere slabbrato ad oriente si è versata una corrente di lava, scoriacea e fluida nella sua parte più bassa, la quale a Nord si è raggrumata in una cupoletta massiccia, detta la Rotondella. Queste descrizioni e dimostrazioni sono illustrate e avvalorate da cinque figure intercalate, da una cartina geologica a colori alla scala di 1 : 25.000 e da cinque tavole di fotografie dei più notevoli particolari di struttura e di giacitura dei materiali componenti il vulcano.

La terza parte riguarda i contatti e le relazioni esistenti tra il cratere di Astroni con gli anteriori vulcani di Pianura, Agnano e Solfatara da un lato e con i posteriori di Cigliano e di Campana dall'altro: contatti e relazioni, che concorrono a spiegare alcune anomalie nella struttura di Astroni. Tutto ciò è reso evidente da altre sei figure intercalate nel testo.

Infine, la parte quarta ed ultima si serve delle precedenti osservazioni per indurre che il cratere di Astroni rappresenta un normale vulcano a recinto, formatosi per accumulazione di materiali slanciati da eruzioni esplosive, le quali, verisimilmente, debbono essere partite da poche migliaia di metri al disotto del suolo, in tempi geologicamente recentissimi, forse addirittura ai limiti fra la preistoria e la storia di queste contrade.

Concludendo, la Memoria in esame è, sotto l'aspetto fisico, chimico, mineralogico e geologico, una monografia esauriente e completa sul cratere di Astroni, tanto celebre e ancora poco conosciuto. Nè sembrano eccessive le annesse illustrazioni, considerata anche l'importanza storica e la bellezza pittoresca del luogo studiato. Onde la sottoscritta Commissione propone ch' essa venga stampata integralmente negli *Atti* accademici, con le figure e le tavole che l'accompagnano.

A. Oglialoro
E. Scacchi
F. Bassani, *relatore.*

Il cratere di Astroni nei Campi Flegrei; *Memoria del socio corrispondente* G. **De Lorenzo** *e di* C **Riva**.

(Adunanza del dì 12 Aprile 1902) — (Sunto degli Autori)

Questa memoria, preceduta da una introduzione storica e seguita da una conclusione riassuntiva, consta di quattro parti, di cui la prima tratta della natura dei materiali eruttati dal cratere di Astroni, la seconda espone la tettonica di tali materiali, la terza considera le relazioni di questo con i vulcani circostanti e la quarta si ferma sul tempo e sul modo della sua origine. La memoria è inoltre illustrata da 12 figure intercalate nel testo ed accompagnata da una tavola di microfotografie di rocce, da cinque tavole di fotografie, rappresentanti notevoli particolari di struttura e di giacitura del cratere, e da una carta geologica a colori in scala 1:25.000.

RAPPORTO *sulla Nota del dottor* V. Alberti.

(Adunanza del dì 3 Maggio 1902)

Nella Nota del dott. V. Alberti relativa alla determinazione delle orbite delle stelle doppie, l'Autore, da poche elementari considerazioni geometriche, trae una determinazione grafica assai semplice dell'orbita reale, supponendo conosciuti i due semidiametri conjugati dell'orbita apparente, uno dei quali passa per la stella principale del sistema.

La Commissione sottoscritta è di parere che l'anzidetto lavoro possa essere pubblicato nel Rendiconto dell'Accademia, lasciando, come di norma, a carico dell'Autore la spesa delle figure.

P. DEL PEZZO
L. PINTO
E. FERGOLA, *relatore.*

SU LA DETERMINAZIONE GRAFICA DELL'ORBITA REALE NELLA TEORIA DELLE STELLE DOPPIE; *Nota del dottor* Vittorio Alberti.

(Adunanza del dì 19 Aprile 1902)

1. Insistere su l'importanza del problema qui su enunciato sarebbe superfluo. Basta a darne indirettamente una prova il non esiguo numero di soluzioni che già se ne hanno; e certo esse, per la loro eleganza e la loro semplicità, riescono non poco comode e utili in pratica. Nè solo. Tenuto conto che, per gli inevitabili errori onde sono affette le osservazioni de' sistemi binarj, un processo analitico [1]) che con rigorosi (ma troppo lunghi) calcoli dall'orbita apparente dell'astro secondario ricavi l'orbita reale, torna quasi illusorio — i risultati a cui quelle soluzioni conducono sono d'un'adeguata e sufficiente esattezza.

Senza rimontar sino a J. Herschel [2]), ricordo i metodi che si deb-

---

[1]) Tale è, p. es., il processo del Kowalsky (« Sur la détermination des orbites des étoiles doubles » — Procés verbaux de l'Université Impériale de Kasan, 1873). Esso presuppone noti i coefficienti dell'equazione de l'ellisse apparente; e questi, se determinati col metodo de' minimi quadrati (V. la 2ª Memoria di J. Herschel, « On the Determination of the most probable Orbit of a binary Star » — Memoirs of the Royal Astronomical Society, Vol. XVIII, p. 47, 1850), rappresentano un calcolo non lieve; e se computati col metodo speditivo del Glasenapp (« On a graphical method for determining the Orbit of a binary Star » — Monthly Notices of the R. A. S., Vol. XLIX, p. 276, 1889), non si possono certo ritener come la base più adatta per l'applicazione di formole rigorose.

[2]) J. F. W. Herschel, « On the Investigation of the Orbits of revolving double Stars » — Memoirs of the R. A. S., Vol. V, p. 171 (1833).

bono agli astronomi Thiele [1]), Klinkerfues [2]), Wilson [3]), See [4]), Zwiers [5]), Russell [6]), Plummer [7]). Ora, in questa Nota, un altro ne espongo io. Come si vedrà, il punto da cui prendo le mosse è dei più ovvj; e non mi è per nulla necessario, in seguito, di ricorrere all'impiego di ellissi ausiliarie, come praticano il Thiele e lo Zwiers. A prescindere, anzi, dalla costruzione dell'orbita apparente [8]) che imagino *data* insieme col centro e con una speciale coppia di semidiametri conjugati, il resto si riduce a poche costruzioni di geometria elementarissima.

Sieno, infatti (fig. I),

S l'astro principale,

Σ l'orbita *vera* ABCD, O il suo centro, AC e BD i suoi assi maggiore e minore,

Σ' l'orbita *apparente* A'B'C'D' ed O' il suo centro.

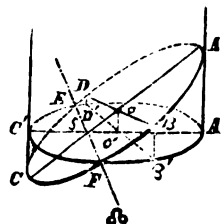
Come si sa (e del resto, lo si vede d'un colpo), O' è la projezione di O; e le projezioni A'C' e B'D' degli assi di Σ son diametri conjugati di Σ'. Inoltre, essendo S un fuoco di Σ, si ha per l'eccentricità *e* di quest'ultima ellisse

$$e = \frac{SO}{OA} = \frac{SO'}{O'A'};$$

Fig. I.

e siccome SB = OA, si può scrivere

$$\frac{SO}{SB} = e;$$

---

[1]) Th. N. Thiele, « Ueber einen geometrischen Satz zur Berechnung von Doppelsternbahnen nebst neuer Berechnung des Doppelsternes Castor » — Astronomische Nachrichten, Band LII, n.° 1227, p. 39 (1860).

[2]) W. Klinkerfues, « Theoretische Astronomie », p. 389 (1871).

[3]) F. M. Wilson, « A geometrical investigation of the Orbit of a double Star » — Monthly Notices of the R. A. S., Vol. XXXIII, p. 375 (1873).

[4]) I. J. J. See, « On a practical Method of determining double Stars Orbits » — Astronomy and Astrophysics, XII, p. 865 (1893).

[5]) H. J. Zwiers, « Ueber eine neue Methode zur Bestimmung von Doppelsternbahnen » — Astronomische Nachrichten, Band CXXXIX, N.° 3336, p. 369 (1896).

[6]) H. N. Russell, « A new graphical Method for determining the Elements of a Double Star Orbit » — Astronomical Journal, Vol. XIX, n.° 434, p. 9 (1898).

[7]) H. C. Plummer, « An application of projective geometry to Binary Star Orbits » — Monthly Notices of the R. A. S., Vol. LX, p. 485 (1900).

[8]) Nell'ipotesi che, invece di tracciar l'orbita apparente col processo grafico di Herschel, la s'individui mercè la scelta di 5 punti caratteristici, per applicare il metodo che vado a esporre bisogna solo costruir con le regole della Geometria projettiva il centro O' dell'orbita Σ' e determinare la grandezza del semidiametro che passa per S e la grandezza e posizione del semidiametro conjugato.

cioè, il rapporto de' lati SO ed SB del triangolo SOB è misurabile mercè elementi della conosciuta orbita Σ', o, in altre parole, se si considera che l'angolo SOB è retto, il triangolo SOB è *dato in ispecie.*

Il problema, dunque, si riduce a quello che il **Neuberg**, nella sua Memoria « Sur les projections et contreprojections d'un triangle fixe », chiama *problema* B) *di Lhuilier* [1]): dato nel piano π' il triangolo $SO'B'$, costruir nello spazio un triangolo SOB che su π' si projetti in $SO'B'$ e sia simile ad un altro dato triangolo. Imaginandolo per poco determinato, lo si ribalti su π' in SO_0B_0, col farne rotare il piano π intorno all'asse di projezione $S\Omega \equiv s'$ (fig. II); e allora, si può mettere il quesito in questi altri termini: trasformare, mercè un'affinità ortogonale, il triangolo $SO'B'$ nel triangolo SO_0B_0 *di nota specie.* La soluzione sgorga spontanea; ed ecco come.

Sia S' il punto d'incontro della SO_0 con la $O'S'$ condotta da O' perpendicolarmente su la $O'B'$; e s'indichi con S'' il simmetrico di S' rispetto alla $O'S'$. I quattro punti G', O' O_0, S', avendosi

$$\widehat{G'O'S'} = \widehat{G'O_0S'} = 1^r,$$

sono conciclici; e quindi,

$$\widehat{G'O_0O'} = \widehat{G'S'O'}.$$

Ma

$$\widehat{G'O_0O'} = \widehat{G'SS'},$$

perchè entrambi complementari dell'angolo $SG'O_0$, e

$$\widehat{G'S'O'} = \widehat{G'S''S'};$$

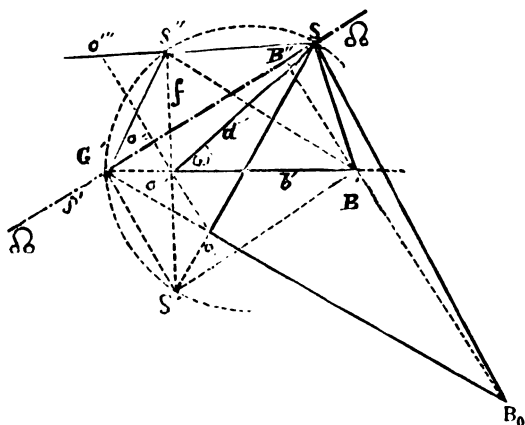



Fig. II.

onde,

$$\widehat{G'SS'} = \widehat{G'S''S'}:$$

cioè, conciclici sono, del pari, i punti G', S'', S, S', e i due triangoli rettangoli $G'S''O'$ e $G'SO_0$ sono simili.

Di qui

$$\frac{O'S''}{O_0S} = \frac{G'O'}{G'O_0},$$

e siccome, a causa del parallelismo di O_0O' e B_0B',

$$\frac{O'B'}{O_0B_0} = \frac{G'O'}{G'O_0},$$

---

[1]) Il problema, « trouver le plan, sur lequel projétant orthogonalement un triangle donné, sa projection soit un triangle semblable à un autre triangle donné » com'è risaputo, fu per la prima volta proposto nel tomo II degli Annali di Gergonne, p. 196: il **Lhuilier**, insieme con questo caso A), risolse anche il caso B). (V. *ibidem*, pp. 293-300).

l'eguaglianza dei primi membri mostra la similitudine anche dei triangoli rettangoli $S''O'B'$ e SO_0B_0. E poichè, infine, per la simmetria di S', S'' rispetto alla $O'B'$, il centro della circonferenza $G'S''SS'$ giace su $O'B'$ e sono uguali gli angoli $S''SG'$ e $G'SS'$, si perviene alla seguente semplicissima soluzione del nostro problema:

« Se S è l'astro principale, O' il centro dell'orbita apparente, O'B' il « semidiametro conjugato alla direzione SO', si prendano su la perpendi« colare da O' elevata su O'B' due punti S', S'' tali che

$$S'O' = O'S'' = e.S''B' \quad , \quad \left(e = \frac{SO'}{O'A'}\right), \tag{1}$$

« e si tirino le SS', SS'': la bisettrice dell'angolo $S'SS''$ rappresenta la linea « de' nodi $S\Omega$ [1]). Condotte, poi, da O' e B' le perpendicolari alla $S\Omega$, le « si taglino in O_0, B_0 con la perpendicolare menata da G' su la SS', e si « avranno:

« 1° in SB_0 il semiasse maggiore dell'orbita vera e in O_0B_0 il se« miasse minore;

« 2° nell'angolo i definito da

$$\cos i = \frac{O'O''}{O_0O''}\left(= \frac{B'B''}{B_0B''}\right) \tag{I}$$

« l'inclinazione del piano dell'orbita vera sul piano dell'orbita apparen« te. Misurati, infine, gli angoli che la linea de' nodi fa con SO' e con « la ribaltata linea degli apsidi SO_0, sarà facilissimo dedurre rispettiva« mente la longitudine Ω del nodo e l'angolo λ che, nel piano dell'or« bita reale, la linea de' nodi fa col raggio vettore del periastro ».

L'angolo i può anche determinarsi altrimenti. Invero, i due triangoli $SO'S''$, $SO'S'$ porgono

$$\frac{SS''}{SS'} = \frac{\operatorname{sen} O'SS'}{\operatorname{sen} O'SS''} \; ;$$

ma se la O_0O'' taglia SS'' in O''',

$$\frac{\operatorname{sen} O'SS'}{O_0O'} = \frac{\operatorname{sen} SO'O_0}{SO_0} \quad , \quad \frac{\operatorname{sen} O'SS''}{O'O'''} = \frac{\operatorname{sen} SO'O'''}{SO'''} \; ,$$

[1]) Od anche: per avere G', si descriva il circolo che, passando per S, S' (e per S''), abbia il centro su O'B'. Come si vede, la soluzione, a cui nel nostro caso si perviene, rientra in quella del Gugler (« Géometrie descriptive » 2me édition, 1867, p. 103). Altre soluzioni dei problemi A) B) di S. Lhuilier, oltre la classica di questo matematico, si debbono al Vecten, al Tédenat, (Annales de Gergonne, t. II) al Lionnet (« Nouvelles annales de math. », 1869, p. 528), al Peschka (« Traité de Géom. descriptive et projective », t. I, p. 318) al Mantel (« Wiskundige Opgaven », deel II, p. 96), al Neuberg (l. c.), ecc.

e quindi, a causa pure di $SO_0 = SO'''$,

$$\frac{SS''}{SS'} = \frac{O_0O'}{O'O''} = \frac{O_0O'' - O'O''}{O_0O'' + O'O''} = \frac{1 - \frac{O'O''}{O_0O''}}{1 + \frac{O'O''}{O_0O''}} = \frac{1 - \cos i}{1 + \cos i},$$

e infine,

$$\mathrm{tg}^2 \frac{i}{2} = \frac{SS''}{SS'} . \qquad \text{(II)}$$

3. Servendosi della fig. II, si potrebbero dedurre molte formole tra cui quelle già date da **Herschel** [1]), **Kowalski** ed altri. Non mi soffermo, però, molto su questo punto; e mi limito ad esibire alcuni risultati che mi sembrano nuovi.

Posto per brevità,

$$\widehat{SO'B'} = \omega \quad , \quad \widehat{G'SS'} = \sigma ,$$

$$\widehat{G'SO'} = \varphi \quad , \quad \widehat{SG'B'} = \varphi' \qquad (\varphi + \varphi' = \omega) .$$

$$SO' = d' \ , \ O'B' = b' \ , \ S''O' = f , \qquad \text{(v. fig. II)},$$

$$O'A' = a' \ ^{2}) \ , \ OA = a \ , \ OB = b \quad \text{(v. fig. I)},$$

---

[1]) Vedi le due su citate memorie di J. **Herschel**. È forse inutile aggiungere che per il calcolo degli elementi dinamici dell'orbita (epoca del periastro e durata della rivoluzione) si adottano i soliti metodi. (V. p. es., l'« Astronomie Stellaire » di **Ch. André**, Vol. II, p. 25).

[2]) Se si è determinata l'equazione dell'orbita apparente rispetto a due assi ortogonali uscenti da S

$$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0 ,$$

sarà facile calcolare gli elementi a', b', d', ω che entrano nelle formole, senza costruirli. Indicando, infatti, con A, B, C, ecc. i complementi algebrici di a, b, c, ecc. nel determinante

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{vmatrix} ,$$

sono $\frac{G}{C}, \frac{F}{C}$ le coordinate del centro di Σ'; e quindi,

$$d'^2 = \frac{F^2 + G^2}{C^2}$$

$$a'^2 = -\frac{(F^2 + G^2)\Delta}{(aG^2 + 2hFG + bF^2)C} = -\frac{d'^2\Delta}{af^2 - 2hfg + bg^2}$$

$$b'^2 = -\frac{(f^2 + g^2)\Delta}{(aG^2 + 2hFG + bF^2)} = -\frac{(f^2 + g^2)\Delta}{(af^2 - 2hfg + bg^2)C}$$

$$\mathrm{tg}\, \omega = \frac{\Delta - cC}{fG - gF} .$$

e dedotto, mercè la (1), per f il valore

$$\frac{b'e}{\sqrt{1-e^2}}=\frac{b'd'}{\sqrt{a'^2-d'^2}}, \tag{2}$$

consideriamo le relazioni

$$\frac{SS''}{\cos\omega}=\frac{f}{\operatorname{sen}(\sigma+\varphi)}=\frac{d'}{\cos(\sigma-\varphi')} \tag{3}$$

che offre il $\Delta SO'S''$ e le altre

$$\frac{SS'}{\cos\omega}=\frac{f}{\operatorname{sen}(\sigma-\varphi)}=\frac{d'}{\cos(\sigma+\varphi')} \tag{4}$$

che si ricavano dal Δ SO'S'. Di qui

$$f[\cos(\sigma+\varphi)\cos\omega+\operatorname{sen}(\sigma+\varphi)\operatorname{sen}\omega]=d'\operatorname{sen}(\sigma+\varphi)\ ,$$
$$f[\cos(\sigma-\varphi)\cos\omega-\operatorname{sen}(\sigma-\varphi)\operatorname{sen}\omega]=d'\operatorname{sen}(\sigma-\varphi)\ ,$$

e quindi

$$\left.\begin{aligned}\operatorname{tg}(\sigma+\varphi)&=\frac{f\cos\omega}{d'-f\operatorname{sen}\omega}\\ \operatorname{tg}(\sigma-\varphi)&=\frac{f\cos\omega}{d'+f\operatorname{sen}\omega}\end{aligned}\right\} \tag{III}$$

formole molto semplici e comode per il calcolo di σ e φ (e in conseguenza, di λ e Ω). — Eliminando tra loro, una volta, σ ed, un' altra, φ — si hanno le formole egualmente semplici

$$\left.\begin{aligned}\operatorname{tg}2\varphi&=\frac{f^2\operatorname{sen}2\omega}{d'^2+f^2\cos2\omega}\\ \operatorname{tg}2\sigma&=\frac{2d'f\cos\omega}{d'^2-f^2}\end{aligned}\right\} \tag{III bis}$$

per il calcolo suddetto [1]). Quanto all'angolo i, possiamo servirci dell'equazione

$$\operatorname{tg}^2\frac{i}{2}=\frac{\operatorname{sen}(\sigma-\varphi)}{\operatorname{sen}(\sigma+\varphi)}$$

o dell'altra

$$\operatorname{tg}^2\frac{i}{2}=\frac{\cos(\sigma+\varphi')}{\cos(\sigma-\varphi')} \tag{IV}$$

[1]) Alla prima delle (III bis) si può giungere anche notando che, se per un primo sistema di assi S(x', y') si scelgono la SO' e la parallela ad O'B' condotta per S, e per secondo sistema S(x, y) si prendono la SG' e la perpendicolare menatale

che si deducono dalla (II), sostituendovi per SS', SS" i valori tratti dalle (3) e (4). Dopo agevoli trasformazioni, esse diventano

$$\cos i = \operatorname{tg}\sigma \operatorname{tg}\varphi' \quad , \quad \cos i = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{\operatorname{tg}\sigma}, \tag{5}$$

di cui la seconda è d'immediata evidenza [1]).

Si ha, poi, dal triangolo SO'O"

$$SO' = d' \cos\varphi \, ,$$

e dall'altro SO'G'

$$\frac{SG'}{\operatorname{sen}\omega} = \frac{d'}{\operatorname{sen}\varphi'} \, ;$$

onde,

$$\overline{SO}_v^2 = SO'' . SG' = \frac{d'^2 \operatorname{sen}\omega \cos\varphi}{\operatorname{sen}\varphi'} \, ;$$

---

da S, l'equazione di Σ' nel primo caso è

$$\frac{(x' - d')^2}{a'^2} + \frac{y'^2}{b'^2} = 1 \, ,$$

e nel secondo,

$$\frac{(x \operatorname{sen}\varphi' - y\cos\varphi' - d' \operatorname{sen}\omega)^2}{a'^2} + \frac{(x \operatorname{sen}\varphi + y\cos\varphi)^2}{b'^2} = \operatorname{sen}^2\omega \, ;$$

l'eq. di Σ_0 (cioè, di Σ ribaltata) si ottiene da questa ultima sostituendo $y\cos i$ ad y. E siccome Σ_0 ha un fuoco in S, basterebbe, per avere le equazioni determinatrici di φ, i, porre l'eq. di Σ_0 sotto la forma $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ e tener presente che i fuochi d'una conica sono individuati da

$$(Cx - G)^2 - (Cy - F)^2 = \Delta(a - b)$$
$$(Cx - G)(Cy - F) = \Delta h$$

Nel caso attuale, le

$$G^2 - F^2 = \Delta(a - b) \quad , \quad FG = \Delta h$$

menano alla 1ª delle (III bis) ed alla formola

$$\sec^2 i = \frac{d'^2 \cos^2\varphi + f'^2 \cos^2\varphi'}{d'^2 \operatorname{sen}^2\varphi + f'^2 \operatorname{sen}^2\varphi'} \, ,$$

che potrebbe servire per il calcolo di i.

[1]) Dalle (5) scendono subito, per il prodotto e il rapporto di tg φ e tg φ', i valori

$$\operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\varphi' = \cos^2 i \quad , \quad \frac{\operatorname{tg}\varphi}{\operatorname{tg}\varphi'} = \operatorname{tg}^2\sigma \, ,$$

che corrispondono a formole di Herschel.

e siccome SO_0 è anche eguale ad ae ed $e = \frac{d'}{a'}$, risulta, per il calcolo del semiasse maggiore a,

$$\left(\frac{a}{a'}\right)^2 = \frac{\cos\varphi}{\operatorname{sen}\varphi'} \operatorname{sen}\omega\ . \qquad (V)$$

Volendo una formola analoga per il semiasse minore b, basta con le (5) e (V) considerar l'eguaglianza:

$$ab\cos i = a'b'\operatorname{sen}\omega\ :$$

e si ottiene così

$$\left(\frac{b}{b'}\right)^2 = \frac{\cos\varphi'}{\operatorname{sen}\varphi} \operatorname{sen}\omega\ . \qquad (VI)$$

Infine, se queste nuove formole (V) e (VI), le combiniamo, una volta, per divisione e, un'altra, per somma, siam condotti, nel primo caso, a

$$\left(\frac{ab'}{a'b}\right)^2 = \frac{\operatorname{sen}2\varphi}{\operatorname{sen}2\varphi'}\ ,$$

che, esprimendovi φ e φ' in funzione di Ω e degli angoli di posizione A e B delle rette SO', O'B', diviene la formola su cui si fonda l'antico metodo di Herschel per determinare la linea de' nodi. Nel secondo caso, al contrario, si giunge a

$$\left(\frac{a}{a'}\right)^2 + \left(\frac{b}{b'}\right)^2 = \frac{\operatorname{sen}^2\omega}{\operatorname{sen}\varphi\operatorname{sen}\varphi'}\ , \qquad (VII)$$

a cui si può dar l'una o l'altra delle forme

$$\cos(\omega - 2\varphi) = \frac{2\operatorname{sen}^2\omega}{\left(\frac{a}{a'}\right)^2 + \left(\frac{b}{b'}\right)^2} + \cos\omega\ ,$$

$$\overline{SG'}^2 = d'\,.\,O'G'\left[\left(\frac{a}{a'}\right)^2 + \left(\frac{b}{b'}\right)^2\right].$$

Aprile 1902.

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Aprile 1902

Latitudine . . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich.
Altitudine . . 149m sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 + 9h	15h	21h	Medio diurno	Temperatura centigrada 9h	15h	21h	Min.	Mass.	Medio diurno	Umidità assoluta in mm. 9h	15h	21h	Medio diurno	Umidità relativa in cent. 9h	15h	21h	Medio diurno	Quantità delle nubi 9h	15h	21h	Vento Direzione 9h	15h	21h	Vento Velocità oraria in chilom. 9h	15h	21h	Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
1	47.2	47.7	49.3	48.07	12.3	15.0	11.2	8.0	15.6	11.78	5.3	5.7	7.1	6.03	50	45	72	55.7	0	0	0	N	SW	W	0	0	0	—	2.9
2	49.8	49.3	49.7	49.60	14.2	17.2	14.2	10.6	18.3	14.32	8.6	5.9	6.9	7.13	72	40	57	56.3	3	0	0	SSW	SW	SE	0	0	0	—	2.0
3	49.8	48.0	48.5	48.77	17.8	20.2	14.8	13.3	20.9	16.70	6.3	7.8	7.2	7.10	42	45	58	48.3	1	0	0	NE	S	SW	0	0	0	—	2.7
4	46.8	46.0	47.3	46.70	17.1	20.7	15.6	13.2	21.2	16.77	9.1	10.2	10.2	9.83	63	56	77	65.3	0	0	0	SW	SE	SE	0	0	0	—	2.8
5	48.7	49.1	49.4	49.07	13.3	16.0	13.9	12.7	16.5	14.10	10.8	10.6	10.2	10.53	96	78	87	87.0	10	10	10	SE	SW	SW	0	2	1	—	1.5
6	49.3	47.8	46.0	47.70	11.9	16.4	13.2	12.6	16.7	14.35	9.6	9.8	10.1	9.83	76	70	90	78.7	10	4	5	SW	SSW	SW	0	2	0	—	1.2
7	45.5	42.7	43.6	43.93	13.6	14.7	13.0	11.8	16.1	13.63	10.5	10.5	10.0	10.33	91	85	90	89.0	10	10	10	SW	SSW	S	4	0	1	0.4	0.9
8	46.0	46.3	48.3	46.87	13.1	15.5	10.3	10.3	15.9	12.40	6.2	5.5	4.6	5.43	55	42	49	48.7	8	0	0	E	ENE	NE	4	4	5	0.2	1.4
9	49.5	49.2	50.2	49.63	12.2	16.2	10.7	6.5	16.7	11.52	4.6	6.4	5.9	5.63	43	47	62	50.7	0	0	0	N	SW	SW	0	3	0	—	3.8
10	50.4	49.5	48.8	49.57	14.3	18.8	13.1	9.3	19.0	13.93	6.7	7.5	8.8	7.67	55	47	78	60.0	3	0	0	NW	S	S	0	0	0	—	2.5
11	48.7	48.5	48.9	48.70	12.1	13.6	14.2	12.0	14.8	13.27	9.8	11.2	9.4	10.13	91	97	78	88.7	10	10	0	SW	S	S	0	0	0	9.7	2.5
12	47.0	45.0	44.4	45.47	15.9	21.5	16.2	11.7	21.5	16.33	10.5	9.0	10.7	10.07	78	47	78	67.7	0	2	9	N	SW	WNW	1	1	2	—	0.1
13	41.1	41.4	43.0	41.83	15.2	13.7	13.4	13.2	17.4	14.80	10.9	11.0	10.0	10.63	85	95	88	89.3	6	10	8	NE	SSE	SE	3	2	0	12.0	3.0
14	44.4	43.9	44.8	44.37	17.2	20.2	15.3	12.7	20.3	16.37	9.3	10.9	10.4	10.20	63	62	81	65.7	0	0	3	N	W	W	0	3	0	—	1.1
15	45.2	44.1	44.5	44.60	16.8	20.2	15.4	13.0	20.4	16.40	12.0	12.8	11.6	12.13	84	73	89	82.0	8	3	3	W	SW	SSE	0	3	0	—	2.7
16	43.9	43.2	45.4	44.17	18.2	18.4	14.5	14.5	21.4	17.15	11.5	10.2	11.3	11.00	74	64	93	77.0	2	4	10	S	SW	S	0	10	0	11.7	1.0
17	45.4	45.1	46.9	45.80	15.8	17.9	14.9	13.0	18.5	15.55	10.5	11.2	11.1	10.93	79	74	88	80.3	9	7	10	E	SW	NW	0	1	1	1.7	1.8
18	46.6	46.1	47.6	46.77	16.1	19.7	14.4	12.7	20.7	15.98	11.3	12.0	11.1	11.47	83	70	92	81.7	4	4	5	N	NW	SE	0	1	0	0.5	1.0
19	48.9	48.9	51.0	49.60	17.6	21.5	16.0	13.9	21.6	17.27	9.0	10.0	10.7	9.90	61	53	79	64.3	0	0	0	NE	E	W	0	0	0	—	1.6
20	52.9	53.1	53.9	53.30	17.5	19.1	15.7	14.6	20.3	17.02	9.8	11.2	11.7	10.90	66	68	88	74.0	0	10	0	W	SW	SW	0	5	0	—	2.5
21	54.3	52.5	52.6	53.13	17.1	20.2	14.5	14.3	20.4	16.58	12.1	11.0	10.6	11.23	84	62	87	77.7	9	2	0	SW	SW	W	1	4	0	—	0.9
22	51.1	49.8	49.2	50.07	17.0	18.0	14.3	13.8	19.2	16.07	10.4	9.9	10.4	10.23	72	64	86	74.0	9	6	5	W	WSW	W	0	5	0	—	2.0
23	48.8	47.9	48.4	48.37	16.4	18.6	14.7	13.5	18.9	15.88	10.9	9.8	9.9	10.20	78	61	80	73.0	9	8	10	W	WSW	W	0	6	0	—	1.5
24	48.8	48.2	48.2	48.40	16.9	18.4	13.4	12.9	18.8	15.50	10.7	8.5	9.5	9.57	75	54	83	70.7	8	10	10	W	SW	NNE	0	2	2	—	1.2
25	48.4	48.3	49.8	48.83	15.5	18.7	15.6	13.3	19.9	16.07	9.2	8.6	10.5	9.43	70	54	80	63.0	10	10	10	N	E	S	2	2	1	0.9	1.9
26	48.8	48.0	47.9	48.23	16.9	18.4	14.2	13.4	18.4	15.73	10.6	9.9	9.5	10.00	74	63	79	72.0	2	0	0	S	SW	SW	0	3	0	—	2.4
27	45.8	45.9	43.8	45.17	17.0	15.6	13.1	13.0	17.3	15.10	10.4	10.5	9.3	10.07	72	80	83	78.3	7	10	0	SE	S	N	0	0	0	0.1	2.0
28	41.9	40.8	41.9	41.53	17.5	21.6	15.6	13.0	21.7	16.95	9.8	9.7	10.4	9.97	66	5	79	65.3	6	0	0	N	S	W	0	0	0	3.7	1.2
29	41.9	40.7	41.2	41.27	16.2	18.4	13.0	13.0	19.2	15.35	10.6	9.6	10.0	10.07	77	61	90	76.0	3	4	10	SW	SW	W	0	13	0	5.9	1.8
30	40.9	40.2	41.6	40.90	14.6	11.1	8.7	8.0	15.9	11.80	9.3	8.7	6.1	8.03	75	89	73	79.0	10	10	10	NW	N	NE	0	0	1	19.0	1.7
Medi mens.	47.23	46.57	47.23	47.01	15.68	17.85	13.90	12.26	18.79	15.16	9.54	9.52	9.51	9.52	71.8	63.2	79.8	71.6	5.2	4.5	4.5							somma 65.8	somma 55.6

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Maggio 1902

Latitudine . . 40°52′N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich
Altitudine . . 149m sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 +				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle nubi			Vento Direzione			Vento Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle ore in mill.
	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Min.	Mass.	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	9h	15h	21h	9h	15h	21h		
1	43.0	42.7	41.2	43.30	12.8	14.7	11.4	8.0	14.7	11.72	5.8	6.3	7.5	6.53	53	51	75	59.7	0	8	1	E	E	W	0	0	0	0.5	1.3
2	46.2	44.9	46.9	46.00	14.5	14.9	12.8	10.0	15.9	13.30	8.2	8.7	9.6	8.83	66	69	88	74.3	6	8	0	SW	SW	SW	2	7	0	15.8	1.9
3	50.2	51.1	52.3	51.20	16.4	17.0	13.4	12.2	18.2	15.05	10.9	10.3	9.6	10.27	78	68	85	77.0	7	0	0	S	SW	W	0	0	0	—	0.8
4	52.8	51.1	49.8	51.23	15.8	17.7	15.1	12.2	18.5	15.40	10.5	9.4	8.3	9.40	79	62	65	68.7	5	0	0	S	SW	SW	0	2	0	—	1.1
5	47.0	47.3	49.2	47.83	17.8	19.3	14.7	14.2	19.3	15.50	11.9	11.2	8.3	10.47	78	67	67	70.7	8	1	0	S	SW	WSW	1	1	2	—	2.5
6	49.8	49.3	49.7	49.60	16.1	18.6	14.2	12.2	18.9	15.35	9.4	9.0	7.9	8.77	69	56	65	63.3	7	0	10	SW	SW	W	0	3	0	—	1.8
7	49.5	47.7	45.6	47.60	15.2	20.0	12.1	11.5	20.1	14.73	7.4	8.1	9.6	8.37	57	47	93	65.7	10	6	10	NW	SE	NW	0	0	1	1.4	2.5
8	44.0	43.4	43.5	43.63	15.2	18.0	13.1	12.0	18.3	14.65	9.3	9.2	9.0	9.17	72	60	81	71.0	8	2	7	W	SW	W	1	3	0	1.6	1.2
9	41.8	43.0	44.1	43.07	13.5	14.4	10.6	10.3	15.4	12.45	7.0	6.0	6.5	6.50	61	49	69	59.7	4	4	2	SW	SW	W	20	28	31	1.5	2.0
10	44.2	44.4	45.4	44.67	13.5	15.0	10.9	8.6	15.5	12.13	6.4	6.1	8.9	7.13	56	49	92	65.7	7	6	10	WSW	SW	S	18	16	1	6.0	3.9
11	47.5	43.1	48.0	47.87	13.8	15.7	11.1	9.9	15.8	12.65	7.2	6.5	6.5	6.73	61	49	66	58.7	5	0	0	WSW	SW	SW	10	7	0	3.5	2.5
12	43.2	43.6	46.0	44.27	8.8	15.3	12.4	7.4	15.7	11.07	7.3	8.3	8.0	8.07	93	64	80	79.0	9	3	7	NNW	SW	WSW	11	14	2	17.5	2.7
13	47.9	48.1	46.9	47.63	14.4	15.5	12.7	9.8	16.9	13.15	9.4	8.3	8.1	8.60	77	63	75	71.7	5	8	0	SW	WSW	SW	0	0	0	—	1.9
14	41.0	41.1	45.2	44.43	11.1	16.2	12.1	9.8	16.0	12.10	8.5	8.3	8.9	8.57	86	60	85	77.0	10	2	0	NNE	SW	W	0	2	0	11.8	1.0
15	40.8	47.1	48.6	47.50	15.5	16.9	12.5	10.0	17.1	3.93	9.1	7.5	7.5	8.03	69	53	70	64.0	7	4	4	WSW	SW	W	2	9	0	—	1.0
16	50.2	50.2	51.4	50.60	14.6	18.0	13.4	11.0	18.4	14.35	8.5	7.6	8.0	8.03	69	49	70	62.7	5	2	0	S	WSW	W	0	5	0	—	2.1
17	51.4	50.5	50.3	50.73	16.0	16.6	15.2	12.1	18.1	15.35	9.2	8.7	10.5	9.47	67	62	82	70.3	7	8	10	SW	SW	SW	3	12	0	—	1.9
18	48.0	46.2	44.6	46.27	17.3	17.9	15.2	14.2	18.8	16.37	10.3	10.7	10.4	10.47	70	76	81	75.7	9	3	0	SW	SW	SW	2	6	1	—	1.2
19	41.1	41.5	42.5	41.70	15.4	16.1	10.2	10.2	16.7	13.13	8.6	7.1	7.8	7.83	66	53	84	67.7	6	7	10	WSW	SW	WSW	6	23	21	2.1	2.0
20	42.9	44.7	46.8	44.80	11.9	14.4	12.3	9.9	15.5	12.35	6.2	6.6	6.4	6.40	60	54	60	58.0	3	4	5	SW	SW	SW	18	31	19	2.1	3.3
21	49.3	50.5	51.0	50.27	12.6	14.4	12.3	9.6	14.8	12.33	7.5	7.5	7.4	7.47	69	61	70	66.7	10	10	10	NE	WSW	W	1	2	0	0.2	3.9
22	48.8	47.9	48.0	48.23	11.4	13.4	9.5	8.2	14.7	10.95	8.3	7.6	7.3	7.73	83	66	83	77.3	5	8	3	N	W	NW	0	17	1	15.6	1.4
23	48.2	48.1	49.3	48.53	14.4	10.1	11.0	9.4	17.7	13.12	7.0	7.0	6.8	6.93	57	52	69	59.3	0	3	3	N	SW	ENE	1	1	0	—	1.7
24	50.1	50.1	51.7	50.63	15.3	18.6	13.7	10.6	18.8	14.60	6.7	6.7	6.3	6.57	52	42	54	49.3	5	5	6	E	NE	E	0	1	0	—	2.8
25	52.1	50.7	51.4	51.40	17.1	18.9	14.4	12.7	20.7	16.22	7.4	7.4	5.9	6.90	51	46	49	48.7	0	8	0	ENE	WNW	E	0	0	0	—	4.6
26	51.6	50.6	51.0	51.07	17.6	19.0	14.6	12.0	20.4	16.15	7.1	7.3	8.2	7.53	47	45	67	53.0	1	5	5	E	W	W	0	18	5	—	4.3
27	51.1	50.6	51.7	51.13	18.9	21.3	15.8	13.2	22.3	17.55	10.6	9.6	9.7	9.97	65	51	73	63.0	1	9	0	W	NW	W	0	1	0	—	3.2
28	52.9	52.5	52.5	52.03	18.7	20.1	15.4	14.0	20.9	17.25	11.2	11.3	11.0	11.17	70	65	85	73.3	1	10	1	SW	WSW	W	0	0	0	—	2.2
29	52.5	51.6	52.0	52.03	19.5	22.7	17.2	13.9	23.4	18.50	10.7	11.3	11.5	11.17	63	55	79	65.7	0	0	0	W	SW	N	0	2	0	—	1.6
30	52.1	50.6	50.8	51.17	21.3	23.9	19.4	16.0	24.5	20.30	11.1	8.3	9.7	9.70	60	37	58	51.7	7	7	10	NNE	S	W	0	0	0	—	2.0
31	48.9	48.5	48.6	48.67	23.2	24.1	22.9	18.3	26.3	22.67	10.3	7.7	7.6	8.53	49	33	37	39.7	8	10	6	N	S	E	0	0	0	—	4.0
Medi mens	48.04	47.77	48.36	48.06	15.47	17.60	13.60	11.42	18.35	14.71	8.68	8.25	8.36	8.43	66.2	55.3	72.8	64.8	5.4	4.9	3.9							somma 80.2	somma 70.3

CATALOGO

DELLE PUBBLICAZIONI PERVENUTE ALL'ACCADEMIA

dal 16 Marzo al 10 Maggio 1902

PUBBLICAZIONI ITALIANE

Catania — *Società degli spettroscopisti italiani* — Memorie, vol. XXXI, disp. 2-3 — 1902.

Accademia Gioenia di scienze naturali — Fasc. LXXII — 1902.

Firenze — *R. Istituto di studii superiori pratici e di perfezionamento* — [Pubblicazioni, fasc. n. 16]. Osservazioni astronomiche fatte all'Equatoriale di Arcetri nel 1901 ecc. — 1902.

Regia Commissione geodetica italiana — Collegamento geodetico delle Isole Maltesi con la Sicilia — 1902.

Biblioteca nazionale centrale — Bollettino delle pubblicazioni italiane, n. 15-16 — Indice alfabetico A, B — 1902.

Rivista scientifico-industriale — Anno XXXIV, n. 4-6 — 1902.

Genova — *Società ligustica di scienze naturali e geografiche* — Atti, vol. XII, n. 2-4 — 1901.

Livorno — *Periodico di matematica per l'insegnamento secondario* — Anno XVII, fasc. V; Supplemento, anno V, fasc. V-VI — 1902.

Milano — *R. Istituto lombardo di scienze e lettere* — Serie II, vol. XXXV, fasc. IV-VIII — 1902.

Reale Osservatorio di Brera — Anno 1903 — 1902.

Modena — *Le stazioni sperimentali agrarie italiane* — Vol. XXXV, fasc. I — 1902.

Napoli — *Rivista internazionale d'igiene* — Anno XIII, n. 1-3 — 1902.

Annali di nevrologia — Anno XX, fasc. I — 1902.

Reale Istituto d'Incoraggiamento — Atti, 5ª serie, vol. III — 1902.

Palermo — *Collegio degli ingegneri ed architetti* — Atti — 1901.

Pavia — *Rivista di fisica, matematica e scienze naturali* — Anno 3, n. 27 e 28 — 1902.

Roma — *L'Elettricista* — Anno XI, n. 3-5 — 1902.

R. Accademia dei Lincei — Rendiconti, vol. XI, fasc. 5-7 — 1902.

Accademia pontificia dei nuovi Lincei — Memorie, vol. XVIII — 1901; Atti, anno LV, sessione I-III — 1902.

Giornale medico del r. Esercito — Anno L, n. 3 — 1902.

Specola vaticana — Communication scientifique sur une hypothèse sur la circulation cyclonique de l'atmosphère dans l'hémisphère boréal.

Società per gli studii della malaria -- Atti, vol. III — 1902.

Salerno — *Il Picentino* — Anno XLIV, fasc. 1-2 — 1902.

Sassari — *Studii Sassaresi* — Anno II, sez. II, fasc. I — 1902.

Torino — *R. Accademia delle scienze* — Atti, vol. XXXVII, disp. 1ª-5ª; Osservazioni meteorologiche fatte nell'anno 1901 all'Osservatorio della R. Università; Memorie, serie II, tomo LI — 1902.

Società meteorologica italiana — Bollettino mensuale, serie II, vol. XXI, n. 9-10 — 1902.

La rivista tecnica delle scienze, delle arti applicate all' industria e dell'insegnamento industriale — Anno II, fasc. 3-4 — 1902.

Società degli ingegneri e degli architetti — Atti, anno XXXV, n. 41 — 1901.

Venezia — *Reale Istituto veneto di scienze, lettere ed arti* — Atti, tomo LXI, disp. 3ª-5ª; Memorie, vol. XXVI, n. 8 — 1902.

PUBBLICAZIONI STRANIERE

Baltimore — *Johns Hopkins university circulars*—Vol. XXI, n. 156-157—1902.

Barcelona — *R. Academia de ciencias y artes* — Memorias, vol. IV, n. 10-15; Boletin, vol. II, n. 3 — 1902.

Batavia — *Royal magnetical and meteorological Observatory* — Observations, vol. XXII, part II; Regenwaarnemingen in Nederlandsch-Indië, 1900 — 1901.

Berlin — *Deutsche chemische Gesellschaft* — August Wilhelm von Hofmann-Ein Lebensbild — 1902.

K. preussisch. meteorologisch. Institut — Veröffentlichungen: Ergebnisse der Niederschlags-Beobachtungen in den Jahren 1897 und 1898-1901; Abhandlungen, Bd. II, n. 1 — 1901; Deutsch. meteor. Jahrbuch für 1901, Heft I — 1902.

K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen — Abhandlungen, neue Folge, Band II, n. 2 — 1902.

Botanisch. Verein der Provinz Brandenburg — Verhandlungen, 43 Jahrgang — 1902.

Bruxelles — *Société belge de géologie, de paléontologie et d'hydrologie*—II série, tome XII, fasc. III; tome XIV, fasc. V; tome XV, fasc. V — 1901.

Société entomologique de Belgique — Mémoires, VIII — 1901.

Budapest — *K. ungar. geologisch. Gesellschaft*—Földtani Közlöny, XXXI Kötet, 10-12 Füzet — 1901.

K. ung. geologisch. Anstalt — Mitteilungen, XIII Band, 4 Heft — 1902.

Magyar Tudományos Akademia segélyével—Természetrajzi Füzetek, XXV Kötet, part I-II — 1902.

Calcutta — *Geological Survey of India* — Memoirs, vol. XXX, part 3-4; vol. XXXI, part. 2-3; vol. XXXII, part 1; vol. XXXIV, part I; Palaeontologia Indica, ser. XV, vol. I, part 3; A Manual of the Geology of India, part 1. Corundum — 1898.

Cambridge Mass — *American Academy of arts and sciences* — Vol. XXXVII, n. 4-5 — 1901.

Cracovie — *Académie des sciences* — Bulletin international, n. 9 — 1901; n. 1 a 3 — 1902; Planches appart. au Bulletin Oct. 1901.

Dublin — *Royal Society* — Scientific proceedings, vol. IX (N. S.) part 2 4; Scientific transactions, vol. VII (series II), n. VIII-XIII — 1900-1901.

Göttingen — *K. Gesellschaft der Wissenschaften* — Math.-phys. Kl., Heft 1 — 1902.

Granville — *The journal of comparative neurology* — Vol. XII, n. 1 — 1902.

Haarlem — *Musée Teyler* — Archives, sér. II, vol. VII, 4me partie — 1901.

Halle — *K. Leopoldinisch.-Carolinisch. Deutsch. Akademie der Naturforscher* — Abhandlungen, Band 79 — 1901.

Jena — *Die Kehrseite des Industriestaats ecc.* — 1902.

Kiel — *K. Christian-Albrechts Universität:*

Chronik der Universität für das Jahr 1900 1901.

Verzeichnis der Vorlesungen, III — 1900; I — 1901.

Inaugural-Dissertationen zur Erlangung der Doctorwürde:

1. Ahlefeld (v.) Albert, *Beitrag zur Statistik der Thränensack-Extirpation* — 1901.
2. Albrecht Heinrich, *Ein Fall von Scharlach mit interessanten Nebenbefunden* — 1901.
3. Angermann Fritz, *Ueber den Nabelschnurbruch* — 1900.
4. Arndt Wilhelm, *Zur Lehre von der Entstehung des Speiseröhrenkrebses* — 1901.
5. Auer Max, *Ueber bacilläre Pneumonie* — 1901.
6. Badtke Wilhelm, *Drei Fälle von schweren Rachenveränderungen bei Infektionskrankheiten* — 1901.
7. Bartels Wilhelm, *Beitrag zur Behandlung der Brucheinklemmungen im Säuglinsalter* — 1901.
8. Barth Alexander, *Ueber Ureterver letzungen bei Laparotomien* — 1900.
9. Berghoff Anton, *Ein Fall von Hepatitis interstitialis luetica* — 1901.
10. Bleckmann Felix, *Ueber primären Echinococcus der Pleura* — 1901.
11. Boehm Willy, *Ein Fall von zwei primären Krebsen des Dickdarms* — 1901.
12. Bonheim Paul, *Ueber Dextrocardie* — 1900.
13. Boye Bruno, *Ein Fall von Carcinom des Pankreas* — 1900.
14. Bumke Oswald, *Ein Fall von Isthmusstenose mit Ruptur der aufsteigenden Aorta* — 1901.
15. Burchard Ernst, *Einige Fälle von vorübergehender Glycosurie* — 1900.
16. Delius Paul, *Ein Fall von Morbus Basedowii* — 1901.
17. Deutz Paul, *Gallensteine und ihre Folgen* — 1901.
18. Dinnendahl August, *Zur operativen Behandlung der Coccygodynie* — 1901.
19. Drixelius Reinhard, *Echinokokken-Statistik aus den Sections-Befunden des pathologischen Instituts zu Kiel* — 1900.
20. Ebinger Ernst, *Ein Beitrag zur Statistik, Prognose und Behandlung der Eklampsie* — 1900.

21. Eisenberg Hermann, *Zur Kenntnis des kindlichen Diabetes*—1901.
22. Esser Karl, *Zur Behandlung der Retropharyngealabscesse*—1901.
23. Falkenstein Louis, *Ein Fall von Pankreasabscess* — 1901.
24. Fassbender August, *Ein Fall von Compressionsfraktur der oberen Tibiaendes mit Subluxation der Tibia nach aussen* — 1901.
25. Freist Friedrich, *Beiträge zur Kenntnis des Thujons, Isothujons und Thujamenthons* — 1900.
26. Freymuth Felix, *Ein Beitrag zur operativen Therapie der Patellarfrakturen* — 1901.
27. Fryd Carlos, *Die Otolithen der Fische in Bezug auf ihre Bedeutung fur Systematik und Altersbestimmung* — 1901.
28. Fussennegger Erwin, *Ueber Darstellung, Abkömmlinge und Verhalten des Cyanacetons* — 1901.
29. Gennerich Wilhelm, *Ueber schwere rhachitische Curvaturen ecc.*— 1901.
30. Görhardt Alfred, *Schussverletzungen der Halswirbelsäule* —1900.
31. Grauert Hugo, *Beitrag zur Kenntnis der Nierenrupturen*—1901.
32. Greve Bruno, *Ein Fall von Magencarcinom mit besonderen Metastasen* — 1901.
33. Grevel Friedrich, *Ueber Cinnamylacetessigester und einige Abkömmlinge desselben* — 1901.
34. Grotwahl Franz, *Beitrag zur Lehre vom Sebstmord* — 1901.
35. Gundermann Paul, *Ueber umschriebene Ektasie der Speiseröhre über dem linken Bronchus* — 1901.
36. Haase Gustav, *Ein Fall von Spontanheilung einer Iridodialyse*— 1900.
37. Hahn Ernst, *Casuistische Beiträge zur Behandlung von Sarkomen der langen Röhrenknochen durch Resection* — 1900.
38. Hanssen Heinrich, *Die Bildung des Feuersteins in der Schreibkreide* — 1901.
39. Harmsen Ernst, *Beiträge zur Bestimmung des Leberglykogens* — 1900.
40. Hartmann Otto, *Ueber einen Fall von Hydren-cephalocele und Verwachsung derselben mit dem Amnion placentale* — 1901.
41. Haupt Fr. Wilhelm, *Zwei Fälle von « stenosierenden Sanduhrmagen »* — 1900.
42. Heickmann Hermann, *Ein Fall von Thrombose der Vena cava superior* — 1901.
43. Hellmich Joseph, *Zur Kasuistik der Nierensarkome bei Kindern*— 1901.
44. Henningsen Albert, *Zur Statistik des Kaiserschnittes* — 1901.
45. Hingst Konrad, *Ein Fall von alleiniger Transposition von Magen und Darmkanal nebst Anomalien des Herzens* — 1901.
46. Hinze Gustav, *Ueber die Blattentfaltung bei dicotylen Holzgewächsen* — 1901.
47. Homann Julius, *Ueber die Behandlung der Compressionsmyelitis mit besonderer Berücksichtigung der Laminectomie* — 1900.

48. Hundt Georg, *Ueber scheinbaren Selbstmord bei akuter Erkrankung* — 1901.
49. Hunsche Karl, *Das Vorkommen des Demodex folliculorum am Augenlide und seine Beziehung zu Liderkrankungen* — 1900.
50. Jaborg Christian, *Ein Fall von sympathischer Ophthalmie*—1901.
51. Jessen Willers, *Ueber das Verhalten der Eigenwärme des menschlichen Körpers bei Magen- und Darmblutungen* — 1901.
52. Kaiser Richard, *Ein Fall von Oesofagus- und Duodenalgeschwür* — 1901.
53. Kampelmann Gottfried, *Ein Fall von Aktinomykose der Lunge und Leber* — 1901.
54. Kirsch Alfred, *Die Behandlungsmethoden der Hämorrhoiden* — 1901.
55. Kleinertz Richard, *Zwei primäre Krebse der Gallenwege* —1901.
56. Köhle Heinrich, *Zur Nachbehandlung der Staroperationen*—1901.
57. Köhler Max, *Ein Fall von Tiefstand und rechtsseitiger Verlagerung der linken Niere, bei gleichzeitig bestehender Atrophie der rechten Niere* — 1900.
58. Kraus August, *Beiträge zur Kenntnis der Keimung und ersten Entwicklung von Landpflanzen unter Wasser* — 1901.
59. Krause Johannes, *Ein Fall von primärem Krebs des Duodenum* — 1901.
60. Krielke Alfred, *Ein Fall von Krebsgeschwür des absteigenden Duodenums* — 1900.
61. Kröger Heinrich, *Statistik der Aortenaneurysmen nach den Sektionsprotokollen von 1872-1899* — 1901.
62. Krug Hugo, *Beitrag zur Stomatitis aphthosa* — 1901.
63. Kühne Hans, *Ein Fall von multiplen primären Carcinomen des Verdauungstractus* — 1901.
64. Külbs Franz, *Beitrag zur Lehre vom Jleus* — 1901.
65. Lewerenz Gustav, *Untersuchungen über die Zuckerausscheidung bei gesunden und kranken Kindern* — 1901.
66. List Alfred, *Ein Fall von traumatischer eitriger Meningitis ohne äussere Verletzung* — 1900.
67. Loeck Martin, *Der Bewusstseinszustand im epileptischen Anfall und die Wandlungen in der wissenschaftlichen Auffassung darüber* — 1900.
68. Lucas Willhelm, *Ueber die Anwendung von Gelatineinjektionen bei der Behandlung von Aneurysmen* — 1900.
69. Luda Max, *Beitrag zu Kenntnis des Leberabscesses* — 1900.
70 Marcuse Harry, *Die primäre Tuberkulose der serösen Häute* — 1901.
71. Matz Conrad, *Ein Fall von geheilter sympathischer Ophtalmie* — 1900.
72. Mock Johannes, *Ueber einen Fall von ausgedehnter Gallenblasenzerstörung in Folge von Gallensteinen* — 1901.
73. Möller Johannes, *Bestimmung der Bahn des Cometen 1897 I.* — 1901.

74. Müller Carl, *Ueber Keratitis parenchymatosa ecc.* — 1901.
75. Müller Fr., *Casuistischer Beitrag zur Indication und Ausführung der Knochennakt bei Fracturen* — 1901.
76. Neubelt Hanns, *Beitrag zur Kenntnis der Muskelgummata und ihrer Beziehung zu Traumen* — 1900.
77. Ohnesorge Richard, *Die Resultate der im Anschar-Krankenhaus zu Kiel gemachten Arthrodesen* — 1901.
78. Opitz Karl, *Ueber Konkretionen im Pankreas* — 1901.
79 Paetzold Alfred, *Die Luxationen im Lisfranc'schen Gelenk*—1901.
80. Pappenheim Max. *Die Revisionsbedürftigkeit des deutschen Seehandelsrechts* — 1901.
81. Platzek Karl, *Beitrag zur Kenntnis der Wirbeltumoren*—1901.
82. Pirl Paul, *Ein Beitrag zur Behandlung der Phthisis pulmonum mit Hetol* — 1900.
83. Pohlmann Paul, *Beitrag zur Lehre von den Ammonshornveränderungen bei Epilepsie* — 1901.
84. Ramdohr Walther, *Ueber Milzcysten und ihre Beziehung zu Rupturen der Milzkapsel* — 1901.
85. Raschkow Hermann, *Ueber die Bedeutung der kunstlichen Frühgeburt bei Beckenenge für die Erhaltung des Kindelslebens*—1901.
86. Rathje Richard, *Ein Fall schwerer septischer Infektion mit folgender ausgedehnter Gangrän der Oberlippe und rechten Gesichtshälfte. Melo- und Cheiloplastik* — 1901.
87. Raupp Robert, *Ueber einen Fall von primären Carcinom der Leber* — 1901.
88. Rauschenplat Ernst, *Ueber die Nahrung von Thieren aus der Kieler Bucht.* — 1901.
89. Rennefahrt Karl, *Drei Fälle von Unterbindung der Carotis communis ecc.* — 1901.
90. Rosenbaum Alex, *Ueber die Melanome der Vulva* — 1901.
91. Rosenow Karl, *Ueber eine congenitale Geschwulst der Zunge (Epiglossus)* — 1901.
92. Scheidler Friedrich, *Zur Kenntnis der Perichondritis laryngea* — 1901.
93. Schilling Ernst, *Ueber Pseudoarthrosen ecc.* — 1900.
94. Schmeisser Ernst, *Ueber Fremdkörper im Augeninnern ecc.* — 1900.
95. Schmidt Albert, *Ein Fall von vierfachem Darmkrebs* — 1901.
96. Schneekloth Gustav, *Ueber Icterus infectiosus epidemicus* —1900.
97. Schramm Wilh., *Ueber die Verteilung des Lichtes in der Atmosphaere* — 1901.
98. Schuhr Wilhelm, *Ueber Fracturen und Luxationen des Talus* — 1901.
99. Schulze Höing Fr. Karl, *Zwei Fälle von Aneurysma der Arteria anonyma* — 1901.
100. Schütt Julius, *Ein Fall von spontaner Aortenruptur bei einem 16 jährigen Knaben* — 1900.

101. Schwarze Paul, *Ein Fall von multiplen Thrombosen bei Typhus mit Erscheinungen der akuten Bulbärparalyse* — 1901.
102. Segger-Bethmann Ernst, *Kasuistischer Beitrag zur Kenntnis der Hernia epigastrica* — 1900.
103. Sickmann Johannes, *Ueber Vorkommen von Carcinom bei Syfilitischen* — 1901.
104. Spielmans Max, *Ueber das Vorkommen von Muskelinterposition bei Fracturen und die in dem interponirten Muskelgewebe zu beobachtenden feineren Veränderungen* — 1901.
105. Strack Friedrich, *Ueber mangelhafte Entwicklung der Speiseröhre und Mündung derselben in die Trachea* — 1900.
106. Strauch Fritz, *Ueber die Endresultate der operativen Behandlung tuberkulöser Lymphdrüsen* — 1900.
107. Stolze Ernst, *Ein Fall von fast ausgetragener Tuberschwangerschaft ecc.* — 1901.
108. Theile Walther, *Ueber ein Aneurysma spurium der Aorta ascendens und des Herzens hervorgerufen durch Endocarditis* — 1901.
109. Thom Waldemar, *Untersuchungen über die normale und pathologische Hypofisis des Menschen* — 1901.
110. Thomaschewski Paul, *Beiträge zur Kenntnis der Isoxazole*—1900.
111. Tiemann Carl, *Beitrag zur Pathologie und Statistik des Krebses*— 1900.
112. Wandersleben Kurt, *Beitrag zur Kenntnis der Therapie des Galen* — 1900.
113. Weber Wilhelm, *Ein Fall von primären Leberkrebs im 1. Lebensjahr* — 1900.
114. Westermann August, *Zur Casuistik der Schussverletzungen des Schädels* — 1901.
115. Wieck Otto A., *Beitrag zur Kenntnis der Veränderungen an der Ureterenwandung bei Hydronephrose* — 1900.
116. Wömpner Max, *Ein Fall von « Deciduoma malignum »* — 1900.
117. Zieschank Hugo, *Ueber Sarcome der langen Röhrenknochen* — 1901.

Kiew — *Universitetskia Isvestia* (Notizie universitarie) —Vol. XLI, n. 11-12— 1901; vol. XLII, n. 1 — 1902.

Kobenhavn — *Académie royale des sciences et des lettres*—Bulletin, n. 1—1902.

La Haye — *Société hollandaise des sciences à Harlem*—Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles, sér. II, tome VII, livr. 1 — 1902.

Lancaster — *New York Academy of sciences* — Annals, vol. XIV, part. I — 1901.

Leipzig — *Mathematisch. Gesellschaft in Hamburg* —Mittheilungen, Band IV, Heft 2 — 1902.

Fürstlich Jablonowski'sch. Gesellschaft — Jahresbericht, Marz — 1902.

Archiv der Mathematik und Physik — Band III, Heft I u. II — 1902.

London—*Royal astronomical Society* — Monthly notices, vol. LXII, n. 4-5 — 1902.

Nature — Vol. 65, n. 1689-1696 — 1902.

London—*British Association for the advancement of science*—Report of the seventy-first meeting — 1901.

Royal Society — Proceedings, vol. LXIX, n. 457-458; Year-Book — 1902.

Mathematical Society — Proceedings, vol. XXXIV, n. 772-776 — 1902.

Manchester — *Geological Society* — Transactions, vol. XXVII, part VIII-IX—1902.

Messico — *Instituto geológico* — Boletin, n. 15, II parte — 1901.

Oberlin (Ohio) — *Oberlin College* — Bulletin, n. 11 — 1902.

Odessa — *Club alpin de Crimée* — Bulletin, n. 2-3 — 1902.

Ottawa — *Commission géologiqne du Canada*—Rapport annuel, vol. X (1897); Cartes qui accompagnent le rapport annuel, vol. X — 1899-1901.

Paris — *Bibliothèque de l'École des hautes études* — Bulletin des sciences mathématiques, tome XXVI, Février 1902.

Académie des sciences — Comptes rendus hebdomadaires des séances, tome CXXXIV, n. 10-17 — 1902.

Archives de neurologie — Vol. XIII, n. 75-76 — 1902.

Société zoologique de France — Tome XXVII, n. 1-2 — 1902; Mémoires, tome XIV, part. 4me — 1901.

École normale supérieure — Annales scientifiques, tome XIX, n. 2—1902.

Société d'encouragement pour l'industrie nationale — Compte rendu, n. 5-7; Bulletin, tome 102, n. 3 — 1902.

Journal de mathématiques pures et appliquées — Tom. VIII, fasc. 1° — 1902.

Société mathématique de France — Bulletin, tome XXX, fasc. I — 1902.

Journal de l'anatomie et de la physiologie normales et pathologiques de l'homme et des animaux — Année XXXVIII, n. 2 — 1902.

Philadelphia — *Academy of natural sciences* — Proceedings, vol. LIII, part. II — 1901.

Portland (Maine) — *Portland Society of natural history* — Proceedings, vol. II, part. 5 — 1901,

Rovereto — *I. R. Accademia di scienze, lettere ed arti degli Agiati*—Serie III, vol. VII, fasc. III-IV — 1902.

St. Louis — *Academy of science* — Transactions, vol. X, n. 9-11; vol. XI, n. 1 a 5 — 1901.

Utrecht—*Rijks Universiteit*—Proefschriften ter verkrisging van den graad van doctor:

1. Ansems A. W., *De invloed van alcohol op den loop van infectieziekten* — 1900.
2. Coebergh P. Th., *De chemische dynamica der omzetting van chloor- en broomazijnzuur* — 1901.
3. Coops G. H., *Inwerking van zoutzuurgas op waterige formaldehyd- oplossing* — 1901.
4. Huiskamp W., *De eiwitstoffen der Glandula Thymus* — 1900.
5. Idenburg J. C., *Darm-Actinomycose* — 1900.
6. Ijzeren (van) W., *De pathogenese van de chronische maagzweer* — 1901.
7. Klaveren (van) K. H. L., *Over de door v. Arnold, onder den naam van Neutrale Haematine, beschreven kleurstof.* — 1901.

8. **Kranenburg W. R. H.**, *Over de zoutzuur en de pepsine afscheidende cellen van de maagklieren* — 1901.
9. Oosterbaan A., *Bijdrage tot de quantitatieve bepaling van Morphine in het Opium* — 1901.
10. Piekema R., *Resultaten der therapeutische en preventieve aanwending van het te Utrecht bereide Antidphtherisch Serum*—1901.
11. Schouten S. L., *Reinkulturen uit één onder het mikroskoop geïsoleerde cel* — 1901.
12. Seeuwen J. J. S., *Iets over Ophthalmotonometrie* — 1901.
13. Snel J. Jacob, *De ondergang der miltvuurbacillen in de long* — 1901.
14. Ter Braake B. H. J., *Over Anaëropolarimetrie* — 1901.

Washington — *Smithsonian Institution* — Annual report (1900) — 1901; Miscellaneous collections, vol. XLII — 1901.

Wien — *K. k. geologisch. Reichsanstalt* —Verhandlungen, n. 1-4; Abhandlungen, Band XVII, Heft 5; Jahrbuch, Jahrgang 1901, Band LI, Heft. 2 — 1902.

K. k. Central-Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus — Jahrbücher, Jahrgang 1899, Band XXXVI; Jahrg. 1900, Band XXXVII —1902.

Zürich — *Naturforschend. Gesellschaft* — Vierteljahrschrift, Jahrgang 43, Heft 4; Jahrgang 44, Heft 1 u. 2 — 1899.

OPERE PRIVATE

Boks D. B., *Maagchirurgie* — Haarlem, 1901.

De Lorenzo G., *I vulcani di Napoli* — Roma, 1902.

Mottareale G., *Passato, presente ed avvenire della patologia vegetale*—Napoli, 1902.

Rajna Michele, *Sull'escursione diurna della declinazione magnetica a Milano in relazione col periodo delle macchie solari* — Milano, 1902.

Rossetti Gaetano, *I grandi errori del mondo medico, ecclesiastico, astronomico e dei governanti.* Libro II — Torino, 1902.

Semmola Eugenio, *La pressione dell'aria a Napoli ed al Vesuvio*—Napoli 1902.

Fascicolo 6° e 7° ANNO XLI. Giugno e Luglio 1902.

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza del dì 10 Maggio 1902.
Presiede il presidente **F. Delpino.**

Sono presenti i socii ordinarii Albini, Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto e Villari.

Letto e approvato il verbale dell'ultima adunanza, il segretario presenta i libri giunti in cambio e in dono, segnalando fra questi ultimi una pubblicazione del socio corrispondente De Lorenzo su *I vulcani di Napoli* e la biografia di August Wilhelm von Hofmann, scritta da J. Volhard ed E. Fischer e offerta dalla Società chimica tedesca.

Comunica in seguito l'invito dell'Università di Cristiania a partecipare alla cerimonia che sarà celebrata dal 5 al 7 settembre, in occasione del primo centenario della nascita di Nicola Enrico Abel. L'Accademia delibera di farvisi rappresentare dal socio ordinario Pasquale del Pezzo e dal socio straniero Gustavo Mittag-Leffler.

Si accetta il cambio del Rendiconto con il Bollettino dell' Oberlin College (Ohio).

Processo verbale dell' adunanza del dì 7 Giugno 1902.
Presiede il presidente **F. Delpino.**

Assistono i socii ordinarii Albini, Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci e Villari.

Il segretario legge il processo verbale dell' ultima adunanza, che viene approvato, e presenta i libri giunti in cambio e in dono.

*

Comunica in seguito la perdita del dottor Carlo Riva dell'Università di Pavia, e accompagna la dolorosa notizia con queste parole:

« Il dott. Carlo Riva, di cui il mondo geologico con unanime rimpianto deplora la morte, così inaspettatamente e tragicamente avvenuta il 4 di questo mese durante un' ascensione alla Grigna settentrionale, contava trent'anni e pur già molto aveva fatto e più ancora prometteva di fare per la nostra scienza, specialmente nel campo della petrografia micrografica e chimica, in cui davvero eccelleva ».

« Associando gli studii di laboratorio alla fondamentale osservazione sul terreno, egli aveva già acquistato larga pratica negl' istituti di Heidelberg e di Monaco e aveva visitato a scopo scientifico i Pirenei, l' Alvernia, gli Urali, la Siberia, il Caucaso e il Monte Ararat. Campo principale delle sue ricerche sono state le montagne cristalline delle Alpi centrali, le regioni granitiche della Sardegna e la contrada vulcanica dei dintorni di Napoli, su cui aveva già messo fuori numerosi lavori e altri, anche più vasti, ha lasciati manoscritti, sopratutto sulla Sardegna. Fra essi rammento quelli sulle rocce paleovulcaniche del gruppo dell' Adamello, sulle rocce granitiche e metamorfiche della Tolfa, e i recentissimi, fatti insieme col nostro socio De Lorenzo, sui Campi Flegrei, dei quali quest'Accademia ha già stampato il *Cratere di Vivara* e sta pubblicando quello di *Astroni* ».

« La produzione scientifica del povero estinto, le sue attitudini e le sue nobili qualità intellettuali e morali rendono anche più grave l' amarezza che si prova dinanzi a una morte così repentina e immatura ».

L' Accademia, associandosi al cordoglio generale, incarica la Presidenza di esprimere all'Università di Pavia le sue condoglianze.

Il segretario legge una lettera circolare del dott. Ameghino Fiorentino, il quale, partecipando la sua nomina a direttore del Museo Nazionale di Buenos Aires, accenna alla nuova organizzazione del detto Museo e annunzia il prossimo invio del vol. VII degli *Anales del Museo*.

Si accetta il cambio, a cominciare dall'anno corrente, del *Rendiconto* con le pubblicazioni dell' *University of Colorado Studies* e della *Sociedad meteorologica Uruguaya* di Montevideo, e del *Rendiconto* e degli *Atti* con gli *Annales* e i *Miscellaneous Scientific Papers* dell'Allegheny Observatory (Pennsylvania). Si stabilisce pure di mandare il *Rendiconto* e gli *Atti*, dal 1902, alla *Société mathématique* di Amsterdam, e, sulla proposta del socio Siacci, alla *Scuola di Applicazione Artiglieria e Genio* di Torino e agli *Ispettorati di Artiglieria e Genio* di Roma.

Il socio Albini presenta il volume degli *Atti del I Congresso Italiano per l' educazione fisica*, tenuto in Napoli nel maggio 1900 sotto la presidenza di lui, e ne parla.

Il socio Cesàro offre in omaggio, a nome dell'autore prof. Amodeo, un volume intitolato *Elementi di geometria proiettiva* e una *Nota sur les courbes algébriques au point de vue de la gonalité*.

Il socio Oglialoro presenta una breve Nota *sulla composizione dell'idrogeno fosforato solido.*

Il socio Siacci presenta un lavoro del prof. Domenico de Francesco su *alcuni problemi della meccanica dei fluidi in uno spazio a tre dimensioni di curvatura costante.* Il presidente incarica i socii del Pezzo, Fergola e Siacci di esaminarlo e di riferirne.

Processo verbale dell'adunanza del dì 14 Giugno 1902.
Presiede il presidente F. Delpino.

Assistono i socii ordinarii Albini, Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci e Villari.

Letto e approvato il verbale della scorsa adunanza, il segretario presenta i libri giunti in cambio e in dono, segnalando fra questi ultimi la relazione delle onoranze al professore Albert Gaudry, in occasione del suo giubileo. Presenta pure il *Rendiconto* accademico dei mesi di Aprile e Maggio.

Accogliendo la preghiera di questa Scuola universitaria di magistero (sezione Lettere), si delibera di mandarle in dono gli *Atti*, a cominciare dalla serie II, e il *Rendiconto* dalla III.

Il socio Capelli, da parte dell' autore Federico Amodeo, offre in omaggio due *Note*: 1ª) *Rappresentazione stereoscopica della figura dello spazio nel piano*; 2ª) *Le riforme universitarie di Carlo III e Ferdinando IV Borbone.*

Il socio Siacci, anche a nome dei colleghi del Pezzo e Fergola, legge il rapporto sul lavoro del prof. Domenico de Francesco, proponendone l'inserzione negli *Atti*. L'Accademia approva all' unanimità.

Processo verbale dell'adunanza del dì 5 Luglio 1902.
Presiede il presidente F. Delpino.

Intervengono i socii ordinarii Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, De Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci e Villari.

Letto e approvato il processo verbale dell'ultima adunanza, il segretario presenta i libri giunti in cambio e in dono, segnalando fra questi ultimi quelli del prof. Michele del Lupo, trasmessi dal socio ordinario Albini (*Contributo agli studii di Antropologia dell'America*; *I manufatti litici di Patagonia*); *le Opere complete* del dott. Serafino Biffi,

inviate in omaggio dai fratelli Biffi, e il *Cinquantenaire scientifique de M. Berthelot*. Presenta pure e distribuisce ai socii alcune copie del *Bollettino dei nuovi acquisti della Biblioteca Nazionale di Napoli*, offerte in dono dalla Direzione.

Comunica in seguito i ringraziamenti, per le pubblicazioni ricevute, della Scuola di Magistero (Sezione Lettere) di Napoli, della Scuola di Applicazione di Artiglieria e Genio di Torino, e dell'Ispettorato generale del Genio, che accetta il cambio con la *Rivista di Artiglieria e Genio*.

Da ultimo legge una lettera del socio straniero Gustav Mittag-Leffler, che accetta di rappresentare l'Accademia, col socio ordinario del Pezzo, alle feste centenarie in onore di Abel.

Il socio Cesàro presenta un lavoro del dott. Michele Cipolla di Palermo, intitolato: *La determinazione assintotica dell'n^{imo} numero primo*. Il presidente incarica i socii Cesàro, Fergola e Torelli di esaminarlo e di riferirne.

RAPPORTO *sulla Memoria di* Domenico De Francesco.

(Adunanza del dì 14 Giugno 1902)

In questa Memoria divisa in due parti, o Note, l'A. si propone lo studio di alcuni problemi sulla meccanica dei fluidi in uno spazio di curvatura costante a tre dimensioni, servendosi dei principi stabiliti in note precedenti. Trova le equazioni d'equilibrio e ne fa alcune applicazioni; passa quindi alle equazioni del moto, trasforma in vari modi l'equazione di continuità e le condizioni necessarie per l'esistenza del potenziale di velocità e giunge così a generalizzare il teorema di Lagrange ed altri teoremi dello spazio ordinario.

Queste estensioni non sono prive d'importanza, e noi ne proponiamo l'inserzione negli Atti dell'Accademia.

E. FERGOLA
P. DEL PEZZO
F. SIACCI, *relatore*.

Alcune formule della meccanica dei fluidi in uno spazio a tre dimensioni di curvatura costante; *Memoria di* **Domenico De Francesco.**

(Adunanza del dì 7 Giugno 1902) — (Sunto dell' Autore)

Questa Memoria si divide in due parti o Note, aventi entrambe per oggetto di stabilire con metodi elementari le formole fondamentali della Meccanica dei fluidi in uno spazio di curvatura costante.

Nella prima, partendo dal principio di Pascal, si stabiliscono le equazioni differenziali dell'equilibrio e si applicano quindi a qualche caso particolare. Scritte poi le equazioni differenziali sotto diverse forme, si considera in particolar modo il caso in cui sussiste il potenziale di velocità, il caso cioè del moto irrotazionale.

Nella seconda parte si considerano i moti rotazionali, e si estendono agli spazi di curvatura costante alcuni teoremi relativi ai vortici.

Relazione *sulla Nota del dottor* Michele Cipolla.

(Adunanza del dì 12 Luglio 1902)

È noto che a fianco alle ricerche per la determinazione della totalità dei numeri primi, fino ad un limite assegnato, altre ne sono state istituite per risolvere il problema inverso: « Dato il posto n, che un numero primo occupa nella successione dei numeri primi esistenti nella serie naturale, determinare il valore p_n di questo numero primo ».

Per rispondere a tale quesito il Pervouchine dette una formola, che senza bisogno della conoscenza dei numeri primi di posto precedente, fornisce approssimativamente il valore di p_n. Questa formola fu trovata empiricamente.

Uno di noi si occupò di ricercare qual fondamento teorico avesse la formola di Pervouchine, e dimostrò che essa, con alcune lievi correzioni, somministra i primi tre termini d'uno sviluppo assintotico di p_n. Chiamando $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5, \ldots\ldots$ i successivi termini di questo sviluppo, chi vuole può proseguire per la stessa via colla quale sono stati teoricamente determinati $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$, e trovare successivamente $\varphi_4, \varphi_5, \ldots$; ma avviene che i calcoli tanto più si complicano quanto più avanti si procede, e non riesce di rintracciar la legge di formazione del termine generale φ_r.

Lo scopo del lavoro del sig. Cipolla è di compiere questa ricerca. In questo intento egli riprende da capo la quistione, perviene alla for-

mula corretta di Pervouchine; poi, confrontando i due sviluppi assintotici, che si vengono ad iniziare per p_n e $\log p_n$, enuncia e dimostra il teorema fondamentale: « La derivata rispetto ad n dello sviluppo assintotico di p_n, arrestata ai termini d'un certo ordine, coincide coll'espressione di $\log p_n$ ».

Questa verità apre l'adito per semplificare il calcolo delle funzioni φ, per stabilire un sistema di equazioni lineari, che dà la espressione generale di φ_r in funzione di $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_{r-1}$; e infine per dedurre delle formole ricorrenti, che permettono di calcolare rapidissimamente queste funzioni.

In una seconda parte del lavoro l'autore, invece dei numeri primi esistenti nella serie naturale, considera quelli che capitano in una progressione aritmetica, il cui termine iniziale è primo colla ragione; e si occupa di rinvenire lo sviluppo assintotico dell' n^{mo} fra i numeri primi, che si incontrano nella progressione. Vincendo la cresciuta complicazione dei calcoli, egli trova una legge elegante, mediante la quale lo sviluppo assintotico relativo a questo caso deducesi immediatamente da quello del caso precedente.

Questa nella sua parte sostanziale è la ricerca eseguita dal sig. Cipolla; l'argomento è interessante, e la trattazione è ben condotta. Il lavoro quindi merita l'onore di trovar posto nei « Rendiconti » della nostra Accademia.

E. Fergola
E. Cesàro
G. Torelli, *relatore*.

La determinazione assintotica dell' n^{imo} numero primo; *Nota del dottor* **Michele Cipolla**, *a Palermo*.

(Adunanza del dì 5 Luglio 1902)

INTRODUZIONE

È noto che, accanto alle ricerche per risolvere il problema di determinare la totalità dei numeri primi fino a un limite assegnato, altre ne sono state istituite (però meno numerose) per risolvere il problema inverso:

Dato il posto n *che un numero primo occupa nella successione dei numeri primi, esistenti nella serie naturale, determinare il valore* p_n *di questo numero primo* *).

---

*) Cfr. Torelli, *Sulla totalità dei numeri primi fino a un limite assegnato.* Cap. VI (Atti della R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli, ser. II, vol. XI, 1901).

Fra gli altri, rispose a tal quesito, dieci anni or sono, il Pervouchine *) con la formola

$$p_n = n\left(\log n + \log\log n - 1 + \frac{5}{12\log n} + \frac{1}{24(\log n)^2}\right),$$

la quale è da credere sia stata trovata per via empirica mediante le tavole dei numeri primi fino al 3° milione.

Il Cesàro cercò di rintracciare qual fondamento teorico avesse la formola di Pervouchine, e trovò per p_n una espressione assintotica, la quale nei primi tre termini coincide colla formola di Pervouchine.

La formola del Cesàro è la seguente **):

$$(1)\quad p_n = n\left(\log n + \log\log n - 1 + \frac{\log\log n - 2}{\log n} - \frac{(\log\log n)^2 - 6\log\log n + 11}{2(\log n)^2}\right).$$

Il Torelli ha mostrato che, per valori di n sufficientemente grandi, essa dà valori per p_n più approssimati, e finisce quindi per essere preferibile alla formola di Pervouchine ***).

L'espressione assintotica fornita dalla (1) s'arresta agl'infiniti dell'ordine $\frac{n}{(\log n)^2}$. Mediante calcolazioni, che diventano sempre più complicate, il procedimento, con cui la si trova, può spingersi in modo da pervenire ai termini degli ordini $\frac{n}{(\log n)^3}, \frac{n}{(\log n)^4}, \ldots$; ma non è agevole intravedere la legge generale per la successiva composizione dei termini.

La ricerca di questa legge è lo scopo principale del presente lavoro. In questo intento noi incominciamo dallo stabilire la (1) con un procedimento alquanto diverso da quello del Cesàro, e interamente fondato sulla teoria elementare dei limiti. Stabilito poi un teorema fondamentale, che è diretta conseguenza della proposizione che il logaritmo integrale di m esprime assintoticamente la totalità $\vartheta(m)$ dei numeri primi non superiori a m, troviamo il termine generale di una espressione assintotica di $\log p_n$, e da questo passiamo al termine generale della espressione per p_n.

Successive trasformazioni ci condurranno poi a formole ricorrenti molto semplici, per le quali la calcolazione dei successivi termini degli sviluppi assintotici di p_n e $\log p_n$ si esegue molto rapidamente.

---

*) *Bulletin de la Société Physico-mathématique de Kasan* (série 2, vol.ª c à IV, 1892-94). *Verhandlungen der ersten internationalen Mathematiker Kongresses in Zürich* (1897-98, p. 166).

**) Cesàro, *Sur une formule empirique de M. Pervouchine* (Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris, vol. CXIX, p. 848, 1895).

***) Torelli, *l. c.*

Veniamo quindi ad occuparci della determinazione della differenza $p_{n+1} - p_n$ fra due numeri primi consecutivi, per la quale il Pervouchine *) diede la seguente formola empirica

$$p_{n+1} - p_n = \log n + \log\log n + \frac{17}{12\log n} - \frac{3}{8(\log n)^2} - \frac{1}{12(\log n)^3},$$

che il Torelli così corresse **):

$$p_{n+1} - p_n = \log n + \log\log n + \frac{\log\log n - 1}{\log n} - \frac{(\log\log n)^2 - 4\log\log n + 5}{2(\log n)^2},$$

arrestandosi agli infinitesimi dell'ordine $\frac{1}{(\log n)^2}$.

Noi osserveremo che, ammessa la possibilità di esprimere $p_{n+1} - p_n$ sino agl' infinitesimi dell'ordine $\frac{1}{(\log n)^2}$ con una funzione algebrica di n, $\log n$, $\log\log n$, questa funzione, e quindi $p_{n+1} - p_n$, può essere espressa dalla stessa funzione assintotica del $\log p_n$.

Passeremo poi a considerare una progressione aritmetica

$$N\ ,\ M + N\ ,\ 2M + N\ ,\ \ldots\ ,\ My + N\ ,\ \ldots$$

(M ed N primi fra loro) nella quale, com'è noto ***), esistono infiniti numeri primi, e ci occuperemo della determinazione assintotica dell' n^{imo} numero primo esistente in questa progressione.

Questa ricerca, dopo quella pei numeri primi della serie naturale, sarà rapidamente eseguita, e ci permetterà di porre sotto forma notevole lo sviluppo assintotico dell' n^{imo} numero primo della progressione. Chiuderemo col dare alcune relazioni fra i numeri primi appartenenti a due progressioni aritmetiche.

I.

§ 1. La formola del Cesàro.

1. Partiamo dal valore assintotico di $\vartheta(m)$ fornito da Tchebichef:

$$\vartheta(m) = \frac{m}{\log m}. \qquad (1)$$

Posto $m = p_n$, e quindi $\vartheta(m) = n$, la formola precedente diverrà

$$n = \frac{p_n}{\log p_n} \qquad (2)$$

---

*) Pervouchine, *l. c.*

**) Torelli, *l. c.*

***) Lejeune-Dirichlet, *Teoria dei numeri* (trad. Faifofer), pag. 336.

o anche, poichè questa è una eguaglianza assintotica,

$$(3) \qquad \lim_{n=\infty} \frac{\frac{p_n}{n}}{\log p_n} = 1 \, .$$

Prendendo i logaritmi d'ambo i membri, si ottiene

$$(4) \qquad \lim_{n=\infty} (\log p_n - \log n - \log\log p_n) = 0 \, ,$$

e dividendo per $\log p_n$, poi per $\log\log p_n$,

$$(5) \qquad \lim_{n=\infty} \frac{\log p_n}{\log n} = 1 \, ,$$

$$(6) \qquad \lim_{n=\infty} \frac{\log p_n - \log n}{\log\log p_n} = 1 \, .$$

Moltiplicando (3) per (5) si ha

$$(7) \qquad \lim_{n=\infty} \frac{\frac{p_n}{n}}{\log n} = 1 \, .$$

Prendendo dalla (5) i logaritmi, si ottiene facilmente

$$(8) \qquad \lim_{n=\infty} \frac{\log\log p_n}{\log\log n} = 1 \, ,$$

e moltiplicando questa per la (6), si giunge all'eguaglianza

$$(9) \qquad \lim_{n=\infty} \frac{\log p_n - \log n}{\log\log n} = 1 \, ,$$

la quale, assieme alla (5), ci permette di scrivere assintoticamente

$$(10) \qquad \log p_n = \log n + \log\log n \, .$$

Considerando poi il valore assintotico di $\vartheta(m)$

$$(11) \qquad \vartheta(m) = \frac{m}{\log m - 1} \, ,$$

da esso ricavasi, dopo aver posto $m = p_n$, e quindi $\vartheta(m) = n$,

$$(12) \qquad \frac{p_n}{n} = \log p_n - 1 \, ,$$

ossia

$$\lim_{n=\infty} \frac{\frac{p_n}{n} - \log p_n}{-1} = 1 \quad (13)$$

Ora si ha

$$\frac{\frac{p_n}{n} - \log n}{\log\log n} = \frac{\frac{p_n}{n} - \log p_n}{-1} \cdot \frac{-1}{\log\log n} + \frac{\log p_n - \log n}{\log\log n},$$

e, osservando (13), si vede che, quando n cresce indefinitamente, il primo termine del secondo membro tende allo zero, il secondo termine, per la (9), all'unità; dunque

$$\lim_{n=\infty} \frac{\frac{p_n}{n} - \log n}{\log\log n} = 1 \quad (14)$$

Poi, ricordando la (13), la (4) e la (5), si ha

$$\lim_{n=\infty} \frac{\frac{p_n}{n} - \log n - \log\log n}{-1} \quad (15)$$

$$= \lim_{n=\infty} \frac{\frac{p_n}{n} - \log p_n}{-1} + \lim_{n=\infty} \frac{\log p_n - \log n - \log\log n}{-1} = 1,$$

e allora la (7), la (14), la (15) ci permettono di scrivere assintoticamente

$$\frac{p_n}{n} = \log n + \log\log n - 1 \quad (I)$$

2. Passiamo ora a ricercare come si comporta la differenza

$$\frac{p_n}{n} - (\log n + \log\log n - 1),$$

quando n cresce indefinitamente. Poniamo

$$\frac{p_n}{n} = \log n + \log\log n - 1 + \varepsilon_n \quad (16)$$

dove ε_n tende allo zero per n crescente all'infinito. Prendendo i logaritmi d'ambo i membri si ha

$$\log p_n - \log n = \log\log n + \log\left(1 + \frac{\log\log n - 1}{\log n} + \frac{\varepsilon_n}{\log n}\right). \quad (17)$$

Sviluppando il secondo termine, nel secondo membro, si ottiene

$$\log p_n = \log n + \log\log n + \frac{\log\log n - 1}{\log n} + \frac{\eta_n}{\log n}, \tag{18}$$

dove η_n è un infinitesimo; quindi

$$\lim_{n=\infty} \frac{\log p_n - \log n - \log\log n}{\frac{\log\log n}{\log n}} = 1, \tag{19}$$

$$\lim_{n=\infty} \frac{\log p_n - \log n - \log\log n + \frac{\log\log n}{\log n}}{-\frac{1}{\log n}} = 1, \tag{20}$$

le quali uguaglianze, se si pensa alla (10), e quindi alla (5) e alla (9), ci autorizzano a scrivere assintoticamente

$$\log p_n = \log n + \log\log n + \frac{\log\log n - 1}{\log n}. \tag{21}$$

Ciò posto, consideriamo la formola di Glaisher

$$\vartheta(m) = \frac{m}{\log m - 1 - \frac{1}{\log m}}, \tag{22}$$

da cui, mercè le solite posizioni, si ottiene

$$\frac{p_n}{n} = \log p_n - 1 - \frac{1}{\log p_n}; \tag{23}$$

quindi

$$\lim_{n=\infty} \frac{\frac{p_n}{n} - \log p_n + 1}{-\frac{1}{\log p_n}} = 1. \tag{24}$$

Ma dalla (5) segue

$$\lim_{n=\infty} \frac{\frac{1}{\log p_n}}{\frac{1}{\log n}} = 1, \tag{25}$$

e però, moltiplicando questa per la precedente,

$$\lim_{n=\infty} \frac{\frac{p_n}{n} - \log p_n + 1}{-\frac{1}{\log n}} = 1. \tag{26}$$

Ma dalla (18) si ricava ancora

$$(27)\qquad \lim_{n=\infty} \frac{\log p_n - \log n - \log\log n - \dfrac{\log\log n - 1}{\log n}}{-\dfrac{1}{\log n}} = 0 ,$$

e addizionando questa con la precedente si ottiene

$$(28)\qquad \lim_{n=\infty} \frac{\dfrac{p_n}{n} - \log n - \log\log n + 1 - \dfrac{\log\log n - 1}{\log n}}{-\dfrac{1}{\log n}} = 1 ,$$

da cui

$$(29)\qquad \lim_{n=\infty} \frac{\dfrac{p_n}{n} - \log n - \log\log n + 1 - \dfrac{\log\log n}{\log n}}{-\dfrac{2}{\log n}} = 1 ,$$

e però potremo scrivere l'eguaglianza assintotica

$$(\mathrm{II})\qquad \frac{p_n}{n} = \log n + \log\log n - 1 + \frac{\log\log n - 2}{\log n} .$$

Da questa ricavasi, moltiplicando per n, l'espressione assintotica di p_n sino agli infiniti dell'ordine $\dfrac{n}{\log n}$ inclusivamente.

3. Ricerchiamo ora l' espressione di p_n sino agli infiniti dell' ordine $\dfrac{n}{(\log n)^2}$. Per questo osservisi che per la (29) si può scrivere, essendo ρ_n una quantità infinitesima,

$$(30)\qquad \frac{p_n}{n} = \log n + \log\log n - 1 + \frac{\log\log n - 2}{\log n} - \frac{\rho_n}{\log n} .$$

Da questa, prendendo i logaritmi d'ambo i membri, e indicando con ω_n un infinitesimo, si deduce

$$(31)\ \log p_n = \log n + \log\log n + \frac{\log\log n - 1}{\log n} - \frac{(\log\log n)^2 - 4\log\log n + 5}{2(\log n)^2} + \frac{\omega_n}{(\log n)^2},$$

poi

$$(32)\qquad \lim_{n=\infty} \frac{\log p_n - \log n - \log\log n - \dfrac{\log\log n - 1}{\log n} + \dfrac{(\log\log n)^2 - 4\log\log n}{2(\log n)^2}}{\dfrac{1}{2(\log n)^2}} = -5 ,$$

o anche, assintoticamente,

$$(33)\qquad \log p_n = \log n + \log\log n + \frac{\log\log n - 1}{\log n} - \frac{(\log\log n)^2 - 4\log\log n + 5}{2(\log n)^2} .$$

Ciò posto, consideriamo il valore assintotico di $\vartheta(m)$ fornito dal Cesàro:

$$\vartheta(m) = \frac{m}{\log m - 1 - \frac{1}{\log m} - \frac{3}{(\log m)^2}} . \tag{34}$$

Posto $m = p_n$, e quindi $\vartheta(m) = n$, si ha

$$\frac{p_n}{n} = \log p_n - 1 - \frac{1}{\log p_n} - \frac{3}{(\log p_n)^2} \tag{35}$$

o anche

$$\lim_{n=\infty} \frac{\frac{p_n}{n} - \log p_n + 1 + \frac{1}{\log p_n}}{-\frac{3}{(\log p_n)^2}} = 1 . \tag{36}$$

Dalla (25) poi si ha

$$\lim_{n=\infty} \frac{\frac{1}{(\log p_n)^2}}{\frac{1}{(\log n)^2}} = 1 , \tag{37}$$

e, moltiplicando questa per la precedente, si ottiene

$$\lim_{n=\infty} \frac{\frac{p_n}{n} - \log p_n + 1 + \frac{1}{\log p_n}}{\frac{1}{2(\log n)^2}} = -6 . \tag{38}$$

Da una delle formole precedenti, per esempio dalla (18), è facile ricavare

$$\frac{1}{\log p_n} = \frac{1}{\log n} - \frac{\log\log n}{(\log n)^2} + \frac{\sigma_n}{(\log n)^2} , \qquad (\lim_{n=\infty} \sigma_n = 0) \tag{39}$$

donde

$$\lim_{n=\infty} \frac{\frac{1}{\log n} - \frac{\log\log n}{(\log n)^2} - \frac{1}{\log p_n}}{\frac{1}{2(\log n)^2}} = 0 . \tag{40}$$

Dalle (38), (32), (40), mediante addizione, è poi facile ottenere

$$\lim_{n=\infty} \frac{\frac{p_n}{n} - \log n - \log\log n + 1 - \frac{\log\log n - 2}{\log n} + \frac{(\log\log n)^2 - 6\log\log n}{2(\log n)^2}}{\frac{1}{2(\log n)^2}} = -11 \tag{41}$$

e finalmente si giunge all'eguaglianza assintotica

$$\text{(III)}\quad \frac{p_n}{n}=\log n+\log\log n-1+\frac{\log\log n-2}{\log n}-\frac{(\log\log n)^2-6\log\log n+11}{2(\log n)^2},$$

che è la formola del **Cesàro**.

§ 2. Relazioni fra gli sviluppi assintotici di $\log p_n$ e di p_n.

4. *Teorema fondamentale.* Il procedimento che abbiamo seguito per ottenere successivamente le formole (I), (II), (III) può essere continuato. Così partendo dalla formula (III) del Cesàro si giungerebbe alla seguente espressione di $\frac{p_n}{n}$ sino agli infinitesimi dell'ordine $\frac{1}{(\log n)^3}$ inclusivamente:

$$\text{(IV)}\quad \frac{p_n}{n}=\log n+\log\log n-1+\frac{\log\log n-2}{\log n}-\frac{(\log\log n)^2-6\log\log n+11}{2(\log n)^2}+$$
$$+\frac{2(\log\log n)^3-21(\log\log n)^2+84\log\log n-131}{6(\log n)^3},$$

se non che i calcoli si farebbero sempre più lunghi e laboriosi, e poco lascerebbero intravedere circa la legge, secondo la quale si succedono i termini dello sviluppo assintotico generale. Intanto le formole stesse (I), (II), (III) ci autorizzano a scrivere più generalmente le eguaglianze assintotiche

$$(1)\qquad p_n=n\log n+n\log\log n-n+n\sum_{i=1}^{r}(-1)^{i-1}\frac{f_i(\log\log n)}{i!(\log n)^i},$$

$$(2)\qquad \log p_n=\log n+\log\log n+\sum_{i=1}^{r}(-1)^{i-1}\frac{g_i(\log\log n)}{i!(\log n)^i}$$

essendo $f_i(\log\log n)$ e $g_i(\log\log n)$ due polinomî in $\log\log n$ del grado i. Il metodo che terremo per determinare i coefficienti dei polinomî $f_i(\log\log n)$ è fondato sulla seguente proposizione:

La derivata rispetto ad n *dello sviluppo assintotico di* p_n *dato dalla* (1), *arrestata ai termini dell'ordine* $\frac{1}{(\log n)^r}$, *coincide con l'espressione* (2) *del* $\log p_n$.

Indichiamo con $P_r(n)$ il secondo membro di (1), che è una funzione continua e derivabile di n, ed esprime p_n sino agl' infiniti dell' ordine $\frac{n}{(\log n)^r}$ inclusivamente; indicando con ε_n una quantità che tende a zero col crescere indefinito di n, l'eguaglianza assintotica (1) può tradursi nell'eguaglianza effettiva:

$$(3)\qquad p_n=P_r(n)+\frac{\varepsilon_n n}{(\log n)^r}.$$

In modo analogo, indicando con $Q_r(n)$ il secondo membro di (2), questa si trasforma nell'eguaglianza effettiva:

$$\text{(4)} \qquad \log p_n = Q_r(n) + \frac{\theta_n}{(\log n)^r} \quad , \quad (\lim_{n=\infty} \theta_n = 0) \; .$$

Ora, poichè si può porre

$$\text{(5)} \qquad \frac{dP_r}{dn} = R_r(n) + \frac{\eta_n}{(\log n)^r} \quad , \quad (\lim_{n=\infty} \eta_n = 0) \; ,$$

dove

$$\text{(6)} \qquad R_r(n) = \log n + \log\log n + \sum_{i=1}^{r} (-1)^{i-1} \frac{k_i(\log\log n)}{i!(\log n)^i} \, ,$$

mostriamo che si ha identicamente

$$R_r(n) = Q_r(n) \; .$$

Possiamo verificare questa identità per $r=2$. Si consideri infatti la funzione del Cesàro:

$$P_2(n) = n\log n + n\log\log n - n + n\,\frac{\log\log n - 2}{\log n} - n\,\frac{(\log\log n)^2 - 6\log\log n + 11}{2(\log n)^2} \; .$$

Derivando e arrestandosi ai termini dell'ordine $\frac{1}{(\log n)^2}$ si ottiene l'eguaglianza

$$R_2(n) = \log n + \log\log n + \frac{\log\log n - 1}{\log n} - \frac{(\log\log n)^2 - 4\log\log n + 5}{2(\log n)^2} \, ,$$

la quale coincide con il valore $Q_2(n)$ assintotico di $\log p_n$ dato dalla formola (33) del n. 3.

Ed ora veniamo alla dimostrazione del teorema. È noto che il logaritmo integrale

$$\text{(7)} \qquad \mathrm{Li}(m) = \text{valore principale di} \int_0^m \frac{dx}{\log x}$$

esprime $\vartheta(m)$ sino agl'infiniti dell'ordine $\frac{m}{(\log m)^r}$ *) inclusivamente, per quanto grande (purchè finito) sia l'intero positivo r. Dunque:

$$\text{(8)} \qquad \lim_{m=\infty} \frac{\vartheta(m) - \mathrm{Li}(m)}{\dfrac{m}{(\log m)^r}} = 0 \; .$$

*) Torelli, *l. c.*, cap. VI, n. 22.

Ponendo in questa $m = p_n$, e quindi $\vartheta(m) = n$, si otterrà

$$(9) \qquad \lim_{n=\infty} \frac{n - \mathrm{Li}(p_n)}{\dfrac{p_n}{(\log p_n)^r}} = 0 .$$

Ora intanto si ha

$$(10) \qquad \frac{n - \mathrm{Li}(\mathrm{P}_r)}{\dfrac{\mathrm{P}_r}{(\log \mathrm{P}_r)^r}} = \frac{n - \mathrm{Li}(p_n)}{\dfrac{p_n}{(\log p_n)^r}} \cdot \frac{\dfrac{p_n}{(\log p_n)^r}}{\dfrac{\mathrm{P}_r}{(\log \mathrm{P}_r)^r}} + \frac{\mathrm{Li}(p_n) - \mathrm{Li}(\mathrm{P}_r)}{\dfrac{\mathrm{P}_r}{(\log \mathrm{P}_r)^r}} .$$

Per la (9), e poichè

$$\lim_{n=\infty} \frac{\dfrac{p_n}{(\log p_n)^r}}{\dfrac{\mathrm{P}_r}{(\log \mathrm{P}_r)^r}} = 1 ,$$

il primo termine del secondo membro tende a zero. In quanto al secondo si osservi che:

$$\lim_{n=\infty} \frac{\mathrm{Li}(p_n) - \mathrm{Li}(\mathrm{P}_r)}{\dfrac{\mathrm{P}_r}{(\log \mathrm{P}_r)^r}} = \lim_{n=\infty} \frac{\text{val. princ. di} \displaystyle\int_0^{\mathrm{P}_r(n) + \frac{\varepsilon_n n}{(\log n)^r}} \frac{dx}{\log x} - \text{val. princ. di} \int_0^{\mathrm{P}_r(n)} \frac{dx}{\log x}}{\dfrac{\mathrm{P}_r}{(\log \mathrm{P}_r)^r}}$$

$$= \lim_{n=\infty} \frac{\displaystyle\int_{\mathrm{P}_r}^{\mathrm{P}_r + \frac{\varepsilon_n n}{(\log n)^r}} \frac{dx}{\log x}}{\dfrac{\mathrm{P}_r}{(\log \mathrm{P}_r)^r}} = \lim_{n=\infty} \frac{\varepsilon_n n}{(\log n)^r} \cdot \frac{\dfrac{1}{\log\left(\mathrm{P}_r + \theta \dfrac{\varepsilon_n n}{(\log n)^r}\right)}}{\dfrac{\mathrm{P}_r}{(\log \mathrm{P}_r)^r}} = 0 . \qquad (0 < \theta < 1)$$

Dunque il primo membro di (10) tende a zero, cioè

$$(11) \qquad \lim_{n=\infty} \frac{n - \mathrm{Li}(\mathrm{P}_r)}{\dfrac{\mathrm{P}_r}{(\log \mathrm{P}_r)^r}} = 0 ;$$

e allora (in virtù del teorema di l'Hospital) anche il rapporto delle derivate rispetto ad n dei termini del primo membro avrà per limite lo zero, poichè questo limite evidentemente esiste *); quindi

$$(12) \qquad \lim_{n=\infty} \frac{1 - \dfrac{1}{\log \mathrm{P}_r} \dfrac{d\mathrm{P}_r}{dn}}{\left[\dfrac{1}{(\log \mathrm{P}_r)^r} - \dfrac{r}{(\log \mathrm{P}_r)^{r+1}}\right] \dfrac{d\mathrm{P}_r}{dn}} = \lim_{n=\infty} \frac{\dfrac{d\mathrm{P}_r}{dn} - \dfrac{1}{\log \mathrm{P}_r}}{\dfrac{1}{(\log \mathrm{P}_r)^r}} = 0 .$$

---

*) Vedi Tchebichef « *Teoria delle congruenze* » (trad. Massarini, pag. 235, nota a piè di pagina).

E però, indicando con ϖ_n una quantità infinitesima al crescere indefinito di n,

$$\frac{dn}{dP_r} = \frac{1}{\log P_r} + \frac{\varpi_n}{(\log P_r)^r} . \tag{13}$$

Invertendo e sviluppando si ottiene facilmente:

$$\frac{dP_r}{dn} = \log P_r + \frac{\rho_n}{(\log P_r)^{r-2}} \quad , \quad (\lim \rho_n = 0). \tag{14}$$

In virtù delle (3), (4), (5) si ha

$$\frac{dP_r}{dn} = R_{r-2}(n) + \frac{\sigma_n}{(\log n)^{r-2}} \quad , \quad (\lim \sigma_n = 0)$$

$$\log P_r(n) = Q_{r-2}(n) + \frac{\tau_n}{(\log n)^{r-2}} \quad , \quad (\lim \tau_n = 0)$$

Ora, sostituendo questa nella (14), e osservando che $\frac{1}{(\log p_n)^{r-2}}$ è assintotico a $\frac{1}{(\log n)^{r-2}}$, avremo

$$R_{r-2}(n) = Q_{r-2}(n) + \frac{\chi_n}{(\log n)^{r-2}} \quad , \quad (\lim \chi_n = 0) \tag{15}$$

poi, cambiando $r-2$ in r,

$$R_r(n) = Q_r(n) + \frac{\omega_n}{(\log n)^r} \quad , \quad (\lim \omega_n = 0) \tag{16}$$

cioè, per la (2) e la (6),

$$\log n + \log\log n + \sum_{i=1}^{r} (-1)^{i-1} \frac{k_i(\log\log n)}{i!(\log n)^i} \tag{17}$$

$$= \log n + \log\log n + \sum_{i=1}^{r} (-1)^{i-1} \frac{g_i(\log\log n)}{i!(\log n)^i} + \frac{\omega_n}{(\log n)^r}$$

donde

$$\sum_{i=1}^{r} \frac{(-1)^{i-1}}{i!} [k_i(\log\log n) - g_i(\log\log n)] (\log n)^{r-i} = \omega_n .$$

Il primo membro deve dunque tendere allo zero col crescere indefinito di n. Ma, giusta la definizione di k_i e g_i, il primo membro è un polinomio intero in $\log n$ e $\log\log n$, e deve perciò essere identicamente nullo, altrimenti crescerebbe indefinitamente con n. Quindi deve aversi identicamente

$$k_i(\log\log n) = g_i(\log\log n) \quad , \quad \omega_n = 0$$

e finalmente, per la (16),

$$R_r(n) = Q_r(n) .$$

Il teorema rimane così dimostrato

5. In virtù della proposizione fondamentale dimostrata nel precedente numero, poichè lo sviluppo assintotico di $\log p_n$ coincide (s'intende sino agl'infinitesimi di ugual ordine) con la derivata rispetto ad n dello sviluppo di p_n, per ricercare quali relazioni leghino i termini dello sviluppo di p_n a quelli dello sviluppo di $\log p_n$, incominciamo col derivare l'eguaglianza che definisce $P_r(n)$

$$P_r(n) = n \log n + n \log\log n - n + n \sum_{i=1}^{r} (-1)^{i-1} \frac{f_i(\log\log n)}{i!\,(\log n)^i}$$

rispetto ad n, e arrestiamo lo sviluppo che si ottiene sino agli infinitesimi dell'ordine $\frac{1}{(\log n)^r}$. Avremo, giusta il precedente numero

$$(1) \qquad Q_r(n) = \log n + \log\log n + \frac{1}{\log n} + \sum_{i=1}^{r} (-1)^{i-1} \frac{f_i}{i!\,(\log n)^i} + \sum_{i=1}^{r-1} \frac{(-1)^{i-1}}{i!} \frac{f_i' - i f_i}{(\log n)^{i+1}}$$

e da questa eguaglianza facilmente segue

$$(2) \qquad Q_r(n) = \log n + \log\log n + \frac{f_1 + 1}{\log n} + \sum_{i=2}^{r} \frac{(-1)^{i-1}}{i!} \frac{f_i - i f'_{i-1} + i(i-1) f_{i-1}}{(\log n)^i} .$$

Per la (2) del precedente numero, essendo

$$(3) \qquad Q_r(n) = \log n + \log\log n + \sum_{i=1}^{r} (-1)^{i-1} \frac{g_i(\log\log n)}{i!\,(\log n)^i} ,$$

i polinomi f resteranno legati ai polinomi g dalla relazione

$$(4) \qquad f_i = g_i - i(i-1) f_{i-1} + i f'_{i-1} , \qquad (i > 1)$$

e per $i = 1$ si ha

$$f_1 = g_1 - 1 = \log\log n - 2 .$$

Ora poniamo:

$$(5) \qquad f_i(\log\log n) = a_{i,0}(\log\log n)^i - a_{i,1}(\log\log n)^{i-1} + \cdots + (-1)^i a_{i,i} .$$

$$(6) \qquad g_i(\log\log n) = b_{i,0}(\log\log n)^i - b_{i,1}(\log\log n)^{i-1} + \cdots + (-1)^i b_{i,i} ,$$

Dalla (4), eguagliando i coefficienti di $(\log\log n)^{i-h}$ nei due membri, si ottiene la seguente relazione tra i coefficienti a ed i coefficienti b:

$$(7) \qquad a_{i,h} = b_{i,h} + i(i-1) a_{i-1,h-1} + i(i-h+1) a_{i-1,h-2} \qquad i > 1) .$$

Per $i=1$ si sono già trovati i valori

$$a_{1,0}=1 \ , \ a_{1,1}=2 \quad ; \quad b_{1,0}=1 \ , \ b_{1,1}=1 \ .$$

6. Vediamo ora come la relazione (4) ci fornisca un modo di calcolare successivamente i termini dello sviluppo assintotico di p_n. È facile osservare (e ciò del resto risulta dal procedimento tenuto nel § 1) che, per avere lo sviluppo assintotico di $\log p_n$ sino agl'infinitesimi dell'ordine $\frac{1}{(\log n)^i}$, basta conoscere lo sviluppo di p_n sino agl'infiniti dell'ordine $\frac{n}{(\log n)^{i-1}}$. Noto dunque il polinomio f_{i-1}, e per conseguenza f'_{i-1}, si troverà il polinomio g_i dello sviluppo del $\log p_n$ e poi con la formola (4) si dedurrà il polinomio f_i.

Per esempio, dalla formola del Cesàro

$$\text{(III)} \qquad \frac{p_n}{n}=\log n+\log\log n-1+\frac{\log\log n-2}{\log n}-\frac{(\log\log n)^2-6\log\log n+11}{2(\log n)^2}$$

si otterrà la seguente espressione di $\log p_n$ sino agl'infinitesimi dell'ordine $\frac{1}{(\log n)^3}$ (è facile convincersi che basterà perciò prendere i logaritmi d'ambo i membri della (III), e sviluppare sino agl'infinitesimi dell'ordine $\frac{1}{(\log n)^3}$):

$$\log p_n=\log n+\log\log n+\frac{\log\log n-1}{\log n}-\frac{(\log\log n)^2-4\log\log n+5}{2(\log n)^2}+$$
$$+\frac{2(\log\log n)^3-15(\log\log n)^2+42\log\log n-47}{6(\log n)^3} .$$

Abbiamo dunque

$$\begin{aligned} g_3 &= 2(\log\log n)^3-15(\log\log n)^2+42\log\log n-47 \\ f_2 &= (\log\log n)^2-\ 6\log\log n+11 \\ f_2' &= 2\log\log n-6 \end{aligned}$$

da cui, per la (4),

$$f_3=g_3-3.2f_2+f_2'=2(\log\log n)^3-21(\log\log n)^2+84\log\log n-131 \ ,$$

che è il polinomio, che figura nell'espressione (IV) di p_n sino agl'infiniti dell'ordine $\frac{n}{(\log n)^3}$.

§ 3. La legge secondo la quale si succedono i termini dello sviluppo assintotico di p_n.

7. Nel precedente paragrafo abbiamo imparato a determinare i polinomi f_i mediante lo sviluppo assintotico di $\log p_n$; ma ad un metodo molto più rapido ci condurrà la seguente ricerca, la quale trova il suo fondamento nella proposizione stabilita al § 2, e nella formola (4) del n.° 5. Nel passaggio dallo sviluppo di $\frac{p_n}{n}$ a quello di $\log p_n$ i polinomî g vengono generati dai polinomî f, quando si sviluppa la funzione

$$\log\left(1+\frac{\log\log n-1}{\log n}+\frac{f_1(\log\log n)}{1!(\log n)^2}-\frac{f_2(\log\log n)}{2!(\log n)^3}+\dots+(-1)^{i-1}\frac{f_i(\log\log n)}{i(\log n)^{i+1}}\right)$$

mediante la formola

$$\log(1+X)=\frac{X}{1}-\frac{X^2}{2}+\frac{X^3}{3}-\dots+(-1)^i\frac{X^{i+1}}{i+1}+R$$

e quindi si raggruppano i termini aventi nei denominatori le stesse potenze di $\log n$ fino alle potenze $(\log n)^{i+1}$.

Supposto che siano x ed y due variabili indipendenti, poniamo $f(x)=x-1$ e consideriamo più generalmente

$$\log\left(1+\frac{f(x)}{y}+\frac{f_1(x)}{1!y^2}-\frac{f_2(x)}{2!y^3}+\dots+(-1)^{i-1}\frac{f_i(x)}{i!y^{i+1}}\right)$$

e su di essa operiamo in modo analogo a quanto poc'anzi abbiamo detto. Otteniamo

$$(1)\qquad \log\left(1+\frac{f(x)}{y}+\frac{f_1(x)}{1!y^2}-\frac{f_2(x)}{2!y^3}+\dots+(-1)^{i-1}\frac{f_i(x)}{i!y^{i+1}}\right)$$
$$=\frac{g_1(x)}{1!y}-\frac{g_2(x)}{2!y^2}+\frac{g_3(x)}{3!y^3}-\dots+(-1)^i\frac{g_{i+1}(x)}{(i+1)!y^{i+1}}+\Phi\,.$$

Derivando la (1) rispetto ad y, avremo

$$\frac{f}{y^2}+2\frac{f_1}{y^3}-3\frac{f_2}{2!y^4}+4\frac{f_3}{3!y^5}-\dots+(-1)^{i-1}(i+1)\frac{f_i}{i!y^{i+2}}$$
$$=\left(1+\frac{f}{y}+\frac{f_1}{1!y^2}-\frac{f_2}{2!y^3}+\dots+(-1)^{i-1}\frac{f_i}{i!y^{i+1}}\right)\left(\frac{g_1}{y^2}-\frac{g_2}{1!y^3}+\frac{g_3}{2!y^4}-\dots+(-1)^i\frac{g_{i+1}}{i!y^{i+2}}\right)+\Psi\,.$$

Dovendo questa verificarsi identicamente, i coefficienti delle stesse potenze di y debbono essere eguali; si avrà quindi una serie di relazioni del tipo:

$$(2)\qquad \frac{f_{i-1}g_1}{(i-1)!}+\frac{f_{i-2}g_2}{(i-2)!1!}+\frac{f_{i-3}g_3}{(i-3)!2!}+\dots+\frac{f_1g_{i-1}}{1!(i-2)!}-\frac{fg_i}{(i-1)!}+\frac{g_{i+1}}{i!}=(i+1)\frac{f_i}{i!}\,.$$

Cambiando successivamente in questa i in $i-1, i-2, \ldots, 2, 1$ si ottiene un sistema lineare che fornisce g_{i+1} mediante un determinante dell'ordine $i+1$, formato colle f munite di indici inferiori ad $i+1$:

$$(3) \quad g_{i+1} = (-1)^i i! \begin{vmatrix} f & 1 & 0 & . & 0 \\ -2\frac{f_1}{1!} & -f & 1 & . & 0 \\ -3\frac{f_2}{2!} & \frac{f_1}{1!} & -f & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ -i\frac{f_{i-1}}{(i-1)!} & \frac{f_{i-2}}{(i-2)!} & \frac{f_{i-3}}{(i-3)!} & . & 1 \\ -(i+1)\frac{f_i}{i!} & \frac{f_{i-1}}{(i-1)!} & \frac{f_{i-2}}{(i-2)!} & . & -f \end{vmatrix} .$$

La (4) del n.° 5 ci fornirà f_{i+1} in funzione di $f_1, f_2, \ldots, f_i$.

Formole ancora più comode per la calcolazione dei polinomî f_i e g_i rarremo dalla (1) derivandola rispetto ad x. Si trova la relazione

$$(4) \quad -\frac{f'_i}{i!} = \frac{g'_{i+1}}{(i+1)!} - \frac{fg'_i}{i!} + \frac{f_1 g'_{i-1}}{1!(i-1)!} + \frac{f_2 g'_{i-2}}{2!(i-2)!} + \cdots + \frac{f_{i-1} g'_1}{(i-1)!\,1!} ,$$

mediante la quale dimostreremo che i polinomî f_i soddisfano alla notevole formola di ricorrenza:

$$(5) \qquad f'_k = k(k-1) f_{k-1} - k f'_{k-1} \qquad (k > 1) .$$

È facile verificare questa formola per i primi valori dell'indice k. Ammettiamola dunque per tutti i valori dell'indice, non superiori ad i, e dimostriamo che sussiste per il valore $i+1$. Innanzi tutto osserviamo che, come conseguenza della supposizione fatta discende che è verificata, sino ai detti valori dell'indice, la relazione:

$$(6) \qquad g'_k = k(k-1) g_{k-1} - k g'_{k-1} \qquad (k > 1) .$$

Ciò segue facilmente dalla formola (4) del n.° 5. Ed ora dalla (4) ricaviamo:

$$\frac{g'_{i+1}}{(i+1)!} = \frac{fg'_i}{i!} - \sum_{h=1}^{i-1} \frac{f_h g'_{i-h}}{h!(i-h)!} - \frac{f'_i}{i!} .$$

Mutando in questa i in $i-1$ si ha

$$\frac{g'_i}{i!} = \frac{fg'_{i-1}}{(i-1)!} - \sum_{h=1}^{i-1} \frac{f_h g'_{i-h-1}}{h!(i-h-1)!} - \frac{f'_{i-1}}{(i-1)!} .$$

Addizionando membro a membro queste due ultime eguaglianze si ottiene

$$(7)\qquad \frac{(i+1)!}{g'_{i+1}+(i+1)g'_i}=\frac{(g'_i+ig'_{i-1})f}{i!}$$
$$-\sum_{h=1}^{i-2}\frac{(g'_{i-h}+(i-h)g'_{i-h-1})f_h}{h!\,(i-h)!}-\frac{f_{i-1}g'_1}{(i-1)!\,1!}-\frac{f_i+if'_{i-1}}{i!}\,.$$

Ma per la (6) si ha

$$g'_{i-h}+(i-h)g'_{i-h-1}=(i-h)(i-h-1)g_{i-h-1}\,,\qquad (h=0\,,1\,,\ldots,i-2)\,,$$

poi, per la (5),

$$f'_i+if'_{i-1}=i(i-1)f_{i-1}\;;$$

e notando che $g'_1=1$, la (7) diviene

$$\frac{g'_{i+1}+(i+1)g'_i}{(i+1)!}=\frac{fg_{i-1}}{(i-1)!}-\sum_{h=1}^{i-2}\frac{f_h g_{i-1-h}}{h!\,(i-1-h)!}-i\,\frac{f_{i-1}}{(i-1)!}\,.$$

Ma per la (2) il secondo membro è nient'altro che $\dfrac{g_i}{(i-1)!}$; dunque

$$g'_{i+1}+(i+1)g'_i=i(i+1)g_i$$

e conseguentemente, per la (4) del n.° 5,

$$f'_{i+1}+(i+1)f'_i=i(i+1)f_i\,.$$

E però le formole (5), (6) sono vere anche per il valore $i+1$ dell'indice k, e quindi sussistono qualunque sia k (purchè >1).

Mutando k in i, e integrando (5) e (6) fra 0 e x, si ottiene

$$(8)\qquad \begin{cases} f_i(x)=i(i-1)\displaystyle\int_0^x f_{i-1}(x)dx-if_{i-1}(x)+(-1)^i(a_{i,i}-ia_{i-1,i-1}) \\ g_i(x)=i(i-1)\displaystyle\int_0^x g_{i-1}(x)dx-ig_{i-1}(x)+(-1)^i(b_{i,i}-ib_{i-1,i-1}) \end{cases}\qquad (i>1)$$

poi anche da queste:

$$(9)\qquad \begin{aligned} f_i(x)&=i!\int_0^x\left\{\frac{f_{i-1}(x)}{(i-2)!}-\frac{f_{i-2}(x)}{(i-3)!}+\cdots+(-1)^{i-1}\frac{f_2(x)}{1!}+(-1)^i f_1(x)+(-1)^{i+1}\right\}dx+(-1)^i a_{i,i} \\ g_i(x)&=i!\int_0^x\left\{\frac{g_{i-1}(x)}{(i-2)!}-\frac{g_{i-2}(x)}{(i-3)!}+\cdots+(-1)^{i-1}\frac{g_2(x)}{1!}+(-1)^i g_1(x)+(-1)^{i+1}\right\}dx+(-1)^i b_{i,i} \end{aligned}$$

essendo $i>1$. Per la calcolazione di $a_{i,i}$, $b_{i,i}$ si vegga il numero seguente.

In ultimo osserviamo che la relazione trovata al n.° 5

$$f_i = g_i - i(i-1)f_{i-1} + if'_{i-1} \tag{10}$$

diventa, per la (5),

$$g_i = f_i + f_i' \,. \tag{11}$$

8. Le relazioni ottenute nel numero precedente

$$\begin{aligned} f_i' &= i(i-1)f_{i-1} - if'_{i-1} \\ g'_i &= i(i-1)g_{i-1} - ig'_{i-1} \end{aligned} \qquad (i > 1)$$

permettono di calcolare rapidamente per ricorrenza i coefficienti $a_{i,h}$, $b_{i,h}$ per $i \neq h$. Invero, eguagliando in esse i coefficienti di x^{i-h}, si ottengono le formole

$$a_{i,h} = \frac{i(i-1)}{i-h} a_{i-1,h} + ia_{i-1,h-1} \tag{12}$$

$$b_{i,h} = \frac{i(i-1)}{i-h} b_{i-1,h} + ib_{i-1,h-1} \,. \tag{13}$$

Per il calcolo dei coefficienti $a_{i,i}$, $b_{i,i}$ bisognerà ricorrere alla formola (3), la quale, per $x = 0$, e dopo aver mutato i in $i-1$, ci dà,

$$b_{i,i} = (i-1)! \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & . & 0 & 0 \\ \frac{2a_{1,1}}{1!} & 1 & -1 & . & 0 & 0 \\ \frac{3a_{2,2}}{2!} & \frac{a_{1,1}}{1!} & 1 & . & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . & . \\ \frac{ia_{i-1,i-1}}{(i-1)!} & \frac{a_{i-2,i-2}}{(i-2)!} & \frac{a_{i-3,i-3}}{(i-3)!} & . & \frac{a_{1,1}}{1!} & 1 \end{vmatrix} \,. \tag{14}$$

Dal valore di $b_{i,i}$ si può ricavare il valore di $a_{i,i}$. Se infatti si uguagliano i coefficienti x^{i-h} dei due membri di (11), si ottiene la relazione

$$a_{i,h} = b_{i,h} + (i-h+1)a_{i,h-1} \tag{15}$$

dalla quale, per $h = i$, segue

$$a_{i,i} = b_{i,i} + a_{i,i-1} \,. \tag{16}$$

Del resto molto più rapidamente si può eseguire la calcolazione di $a_{i,i}$ ricorrendo alla (2). Da essa segue per $x = 0$, e mutando i in $i-1$,

$$b_{i,i} = (i-1)b_{i-1,i-1} + ia_{i-1,i-1} + \sum_{h=1}^{i-2} \frac{(i-1)!}{(i-1-h)!\,h!} a_{i-1-h,i-1-h} h b_{h,h} \,. \tag{17}$$

Ora, posto

$$\alpha_h = hb_{h,h} = h(a_{h,h} - a_{h,h-1}) \ ,$$

per $h > 0$, e ritenendo

$$\alpha_0 = 1 \quad , \quad a_0 = 1$$

riesce facile vedere che alla (12) si può dare la forma simbolica

$$b_i = (a + \alpha)^{i-1} + (i-1)a_{i-1} \tag{18}$$

e per la (16)

$$a_i = (i-1)a_{i-1} + a_{i,i-1} + (a + \alpha)^{i-1}$$

avendo adoperato un solo indice in luogo di due indici eguali.

9. Dalle formole trovate si possono facilmente dedurre le seguenti proprietà:

1.° I coefficienti $a_{i,h}$, $b_{i,h}$ sono interi positivi.

Infatti, ammesso che i polinomî $g_1, g_2, \ldots, g_i$ e i polinomî $f_1, f_2, \ldots, f_{i-1}$ siano a coefficienti interi, dalla (4) del n.° 5 segue che anche f_i è a coefficienti interi, e dalla (2) del n.° 6 che lo sono anche i coefficienti di g_{i+1}, e così via. Dalle (12), (13) si deduce che i coefficienti $a_{i,h}$, $b_{i,h}$ sono positivi.

2.° I coefficienti $a_{i,h}$ di uno stesso polinomio f_i crescono al crescere dell'indice h:

$$a_{i,0} < a_{i,1} < a_{i,2} < \cdots < a_{i,i} \ .$$

Ciò segue dalla formola (15). Lo stesso non si può dire per i coefficienti di g_i. Si trova infatti (veggansi le tavole in fine a questo numero):

$$b_{5,4} > b_{5,5} \quad , \quad b_{6,5} > b_{6,6} \ .$$

3.° I coefficienti $a_{i,h}$ e $b_{i,h}$ crescono anche al crescere di i, cioè

$$a_{i,h} > a_{i-1,h} \quad , \quad b_{i,h} > b_{i-1,h} \ .$$

Ciò segue subito dalle (12), (13). È notevole la rapidità con cui crescono questi coefficienti. Basterà constatare ciò per i primi valori di h.

Per $h = 0$, le formole (12), (13) dànno

$$a_{i,0} = (i-1)! \quad , \quad b_{i,0} = (i-1)! \ . \tag{1}$$

Per $h = 1$ si ottiene

$$a_{i,1} = ia_{i-1,1} + (i-2)!\,i \quad , \quad b_{i,1} = ib_{i-1,1} + (i-2)!\,i \tag{2}$$

dalle quali poi, ricordando che $a_{1,1} = 2$, $b_{1,1} = 1$, si ottiene facilmente

$$a_{i,1} = 2\,.\,i! + i!\sum_{k=1}^{i-1}\frac{1}{k} \quad , \quad b_{i,1} = i! + i!\sum_{k=1}^{i-1}\frac{1}{k} \ . \tag{3}$$

Con queste, e più rapidamente con le (2), si trovano i seguenti valori:

$$
\begin{array}{ll}
a_{1,1} = 2\,, & b_{1,1} = 1\,, \\
a_{2,1} = 6\,, & b_{2,1} = 4\,, \\
a_{3,1} = 21\,, & b_{3,1} = 15\,, \\
a_{4,1} = 92\,, & b_{4,1} = 68\,, \\
a_{5,1} = 490\,, & b_{5,1} = 370\,, \\
a_{6,1} = 3\,084\,, & b_{6,1} = 2\,364\,, \\
a_{7,1} = 22\,428\,, & b_{7,1} = 17\,388\,, \\
a_{8,1} = 185\,184\,, & b_{8,1} = 144\,864\,, \\
a_{9,1} = 1\,712\,016\,, & b_{9,1} = 1\,394\,136\,, \\
a_{10,1} = 17\,523\,360\,. & b_{10,1} = 13\,894\,560\,.
\end{array}
$$

Come si vede, i coefficienti $a_{i,1}, b_{i,1}$ crescono molto rapidamente col crescere di i. Del resto dalle formole (3) si deducono facilmente le loro espressioni assintotiche:

$$(4) \quad a_{i,1} = i!\log i + (2 + C).i! \qquad (5) \quad b_{i,1} = i!\log i + (1 + C).i!$$

essendo C la costante di Eulero.

Ecco i coefficienti dei primi sei polinomî f_i, g_i:

$$
\begin{array}{llllll}
a_{1,0} = 1\,, & a_{2,0} = 1\,, & a_{3,0} = 2\,, & a_{4,0} = 6\,, & a_{5,0} = 24\,, & a_{6,0} = 120 \\
a_{1,1} = 2\,, & a_{2,1} = 6\,, & a_{3,1} = 21\,, & a_{4,1} = 92\,, & a_{5,1} = 490\,, & a_{6,1} = 3\,084 \\
 & a_{2,2} = 11\,, & a_{3,2} = 84\,, & a_{4,2} = 588\,, & a_{5,2} = 4\,380\,, & a_{6,2} = 35\,790 \\
 & & a_{3,3} = 131\,, & a_{4,3} = 1\,908\,, & a_{5,3} = 22\,020\,, & a_{6,3} = 246\,480 \\
 & & & a_{4,4} = 2\,666\,, & a_{5,4} = 62\,860\,, & a_{6,4} = 1\,075\,020 \\
 & & & & a_{5,5} = 81\,534\,, & a_{6,5} = 2\,823\,180 \\
 & & & & & a_{6,6} = 3\,478\,014\,.
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{llllll}
b_{1,0} = 1\,, & b_{2,0} = 1\,, & b_{3,0} = 2\,, & b_{4,0} = 6\,, & b_{5,0} = 24\,, & b_{6,0} = 120 \\
b_{1,1} = 1\,, & b_{2,1} = 4\,, & b_{3,1} = 15\,, & b_{4,1} = 68\,, & b_{5,1} = 370\,, & b_{6,1} = 2\,364 \\
 & b_{2,2} = 5\,, & b_{3,2} = 42\,, & b_{4,2} = 312\,, & b_{5,2} = 2\,420\,, & b_{6,2} = 20\,370 \\
 & & b_{3,3} = 47\,, & b_{4,3} = 732\,, & b_{5,3} = 8\,880\,, & b_{6,3} = 103\,320 \\
 & & & b_{4,4} = 758\,, & b_{5,4} = 18\,820\,, & b_{6,4} = 335\,580 \\
 & & & & b_{5,5} = 18\,674\,, & b_{6,5} = 673\,140\,. \\
 & & & & & b_{6,6} = 654\,834\,.
\end{array}
$$

10. Importa poi notare che, per il fatto stesso che lo sviluppo assintotico di p_n si presenta a segni alternati, le funzioni $P_1(n), P_2(n), P_3(n), \ldots$

che esprimono p_n sino agl'infiniti dell'ordine $\frac{n}{\log n}, \frac{n}{(\log n)^3}, \frac{n}{(\log n)^5}, \ldots,$ finiscono per dare un valore approssimato a p_n per eccesso, mentre le funzioni $P_2(n), P_4(n), P_6(n), \ldots$ finiscono per dare un valore approssimato a p_n per difetto. Infatti si ha

$$p_n = P_i + (-1)^i n \frac{f_{i+1}}{(i+1)!(\log n)^{i+1}} + n \frac{\varepsilon_n}{(\log n)^{i+1}},$$

da cui

$$\lim_{n=\infty} \frac{p_n - P_i}{n \frac{f_{i+1}}{(i+1)!(\log n)^{i+1}}} = (-1)^i,$$

e poichè f_{i+1} al crescere di n finisce per assumere il segno del coefficiente $a_{i+1,0}$, cioè il positivo, la differenza $p_n - P_i$ finirà per assumere il segno positivo o negativo, secondo che i è pari o impari; quindi dovrà aversi da un certo valore di n in poi

(1) $\qquad p_n > P_{2h}(n), \qquad$ (2) $\qquad p_n < P_{2h+1}(n).$

Si osservi poi che, fissato h, esiste un valore di n dal quale in poi P_{2h+2} fornirà un valore più vicino a p_n di P_{2h}, ed un valore di n dal quale in poi P_{2h+1} darà un valore più vicino a p_n di P_{2h-1}. Così il valore assintotico P_2 del Cesàro sarà vinto, da un certo valore di n in poi, dal valore P_4', questo poi da P_6, ecc. Ciò si dimostra facilmente osservando che si ha

$$P_{2h+2} = P_{2h} + n \frac{f_{2h+1}}{(2h+1)!(\log n)^{2h+1}} - n \frac{f_{2h+2}}{(2h+2)!(\log n)^{2h+2}},$$

$$P_{2h+1} = P_{2h-1} - n \frac{f_{2h}}{(2h)!(\log n)^{2h}} + n \frac{f_{2h+1}}{(2h+1)!(\log n)^{2h+1}},$$

donde si trae

$$\lim_{n=\infty} \frac{P_{2h+2} - P_{2h}}{n \frac{f_{2h+1}}{(2h+1)!(\log n)^{2h+1}}} = 1 \quad , \quad \lim_{n=\infty} \frac{P_{2h+1} - P_{2h-1}}{n \frac{f_{2h}}{(2h)!(\log n)^{2h}}} = -1;$$

quindi finirà per aversi

$$P_{2h+2} > P_{2h} \quad , \quad P_{2h+1} < P_{2h-1},$$

e pensando al risultato (1), (2), da un certo valore di n in poi sarà

$$0 < p_n - P_{2h+2} < p_n - P_{2h} \quad , \quad 0 < P_{2h+1} - p_n < P_{2h-1} - p_n.$$

§ 4. La differenza $p_{n+1} - p_n$.

Il Pervouchine diede la seguente formola per il calcolo approssimato della differenza $p_{n+1} - p_n$:

$$(1) \qquad p_{n+1} - p_n = \log n + \log\log n + \frac{17}{12\log n} - \frac{3}{8(\log n)^2} - \frac{1}{12(\log n)^3}.$$

Mediante la formola (III) del Cesàro (n.° 3), il Torelli corresse questa formola, ed ottenne

$$(2) \qquad p_{n+1} - p_n = \log n + \log\log n + \frac{\log\log n - 1}{\log n} - \frac{(\log\log n)^2 - 4\log\log n + 5}{2\log n)^2}.$$

Ora il secondo membro è nient'altro che lo sviluppo assintotico di $\log p_n$ fino agl'infinitesimi dell'ordine $\frac{1}{(\log n)^2}$.

Prima di generalizzare questo risultato, devesi far notare che qui occorre *ammettere* che la differenza $p_{n+1} - p_n$ possa esprimersi sino agli infinitesimi dell'ordine $\frac{1}{(\log n)^r}$ mediante una funzione algebrica di n, $\log n$, $\log\log n$. Ed allora, se $X(n)$ è questa tal funzione, per la quale cioè si ha

$$(3) \qquad \lim_{n=\infty} \frac{p_{n+1} - p_n - X(n)}{\frac{1}{(\log n)^r}} = 0,$$

noi dimostreremo che $p_{n+1} - p_n$, e quindi $X(n)$, può essere espressa sino agl'infinitesimi dell'ordine $\frac{1}{(\log n)^r}$ dallo sviluppo assintotico del $\log p_n$. Infatti, sappiamo che si ha

$$\lim_{n=\infty} \frac{p_n - P_r(n)}{\frac{n}{(\log n)^r}} = 0\,;$$

d'altra parte, in virtù d'una nota *) proposizione sui limiti, si ha, se esiste il secondo membro,

$$\lim_{n=\infty} \frac{p_n - P_r(n)}{\frac{n}{(\log n)^r}} = \lim_{n=\infty} \frac{[p_{n+1} - P_r(n+1)] - [p_n - P_r(n)]}{\frac{n+1}{[\log(n+1)]^r} - \frac{n}{(\log n)^r}}\,;$$

*) Cesàro « *Analisi algebrica* » p. 98.

quindi, poichè

$$\lim_{n=\infty} \frac{\frac{n+1}{[\log(n+1)]^r} - \frac{n}{(\log n)^r}}{\frac{1}{(\log n)^r}} = 1 ,$$

si ha

$$(4) \qquad \lim_{n=\infty} \frac{(p_{n+1} - p_n) - [P_r(n+1) - P_r(n)]}{\frac{1}{(\log n)^r}} = 0 ,$$

se esiste il 1° membro.

Ma questo limite esiste in conseguenza dell' ipotesi fatta di una funzione $X(n)$ che verifichi la (3). Infatti esiste allora il limite dell'espressione

$$\frac{X_n - [P_r(n+1) - P_r(n)]}{\frac{1}{(\log n)^r}}$$

(v. Tchebichef, *l. c.*), e, se lo si chiama L, deve aversi

$$(5) \qquad \lim_{n=\infty} \frac{X_n - [P_r(n+1) - P_r(n)]}{\frac{1}{(\log n)^r}} = L ,$$

e sommando (5), (3), si ottiene

$$(6) \qquad \lim_{n=\infty} \frac{(p_{n+1} - p_n) - [P_r(n+1) - P_r(n)]}{\frac{1}{(\log n)^r}} = L ,$$

e allora

$$L = 0 ,$$

e però la differenza $P_r(n+1) - P_r(n)$ esprime tanto $X(n)$, quanto $p_{n+1} - p_n$ sino agl' infinitesimi dell'ordine $\frac{1}{(\log n)^r}$.

D' altra parte, sviluppando secondo Taylor, si ha

$$P_r(n+1) - P_r(n) = \frac{dP_r}{dn} + \frac{1}{2!}\frac{d^2P_r}{dn^2} + \frac{1}{3!}\frac{d^3P_r}{dn^3} + \cdots$$

e notando che $\frac{d^2P_r}{dn^2}, \frac{d^3P_r}{dn^3}$ sono infinitesimi d'ordine superiore a $\frac{1}{(\log n)^r}$ si ha

$$(7) \qquad \lim_{n=\infty} \frac{P_r(n+1) - P_r(n) - \frac{dP_r}{dn}}{\frac{1}{(\log n)^r}} = 0 ,$$

poi, ricordando il teorema fondamentale,

$$(8) \qquad \lim_{n=\infty} \frac{\frac{dP_r}{dn} - \log p_n}{\frac{1}{(\log n)^r}} = 0$$

e addizionando (6), (7), (8),

$$(9) \qquad \lim_{n=\infty} \frac{(p_{n+1} - p_n) - \log p_n}{\frac{1}{(\log n)^r}} = 0 ,$$

da cui si deduce la proposizione enunciata da **Hargreave** *), ma non rigorosamente dimostrata:

La differensa $p_{n+1} - p_n$ *è assintotica a* $\log p_n$, *e quindi a* $\log n$.

Dalla (4) del n.° 4 si ha

$$(10) \qquad \lim_{n=\infty} \frac{\log p_n - Q_r(n)}{\frac{1}{(\log n)^r}} = 0 ,$$

e sommando questa con la (9):

$$\lim_{n=\infty} \frac{p_{n+1} - p_n - Q_r(n)}{\frac{1}{(\log n)^r}} = 0 .$$

Dunque lo sviluppo assintotico di $\log p_n$ è altresì lo sviluppo assintotico della differenza $p_{n+1} - p_n$.

§ 5. Il rapporto $\frac{p_{n+1} - p_n}{p_n}$.

12. Possiamo ora dimostrare che la derivata seconda rispetto ad n dello sviluppo assintotico di p_n, arrestata ai termini dell'ordine $\frac{1}{n(\log n)^{r+1}}$, esprime sino agl'infinitesimi di quest'ordine il rapporto $\frac{p_{n+1} - p_n}{p_n}$.

Ricordando il teorema fondamentale (n.° 4), si ha

$$(1) \qquad \lim_{n=\infty} \frac{\frac{dP_r}{dn} - \log P_r}{\frac{1}{(\log n)^r}} = 0 ,$$

*) Torelli, *l. c.*, I, n. 19.

e applicando il teorema di L'Hospital:

$$(2) \qquad \lim_{n=\infty} \frac{\frac{d^2 P_r}{dn^2} - \frac{1}{P_r}\frac{dP_r}{dn}}{\frac{1}{n(\log n)^{r+1}}} = 0 \,.$$

Sappiamo poi che si ha

$$p_n = P_r + \frac{\varepsilon_n n}{(\log n)^r}$$

donde, ricordando che P_r è assintotico a $n \log n$, è facile trarre

$$(3) \qquad \frac{1}{p_n} = \frac{1}{P_r} + \frac{\zeta_n}{n(\log n)^{r+2}}$$

Abbiamo poi visto che

$$(4) \qquad p_{n+1} - p_n = \frac{dP_r}{dn} + \frac{\xi_n}{(\log n)^{r+1}} \,.$$

Moltiplicando (3) per (4) si ottiene facilmente

$$(5) \qquad \frac{p_{n+1} - p}{p_n} = \frac{1}{P_r}\frac{dP_r}{dn} + \frac{\omega_n}{n(\log n)^{r+1}} \,,$$

e allora la (2) diventa

$$\lim_{n=\infty} \frac{\frac{d^2 P_r}{dn^2} - \frac{p_{n+1} - p_n}{p_n}}{\frac{1}{n(\log n)^{r+1}}} = 0$$

da cui segue quanto sopra si è affermato. Sicchè dalla formola

$$Q_3(n) = \log n + \log\log n + \frac{\log\log n - 1}{\log n} - \frac{(\log\log n)^2 - 4\log\log n + 5}{2(\log n)^2} \,,$$

derivando, si ottiene la seguente espressione assintotica di $\frac{p_{n+1} - p_n}{p_n}$:

$$(6) \qquad \frac{p_{n+1} - p_n}{p_n} = \frac{1}{n} + \frac{1}{n \log n} - \frac{\log\log n - 2}{n(\log n)^2} + \frac{(\log\log n)^2 - 5\log\log n + 7}{n(\log n)^3} \,.$$

Ricerchiamo la legge secondo la quale si succedono i termini di questo sviluppo. Posto

$$(7) \qquad \frac{p_{n+1} - p_n}{p_n} = \frac{1}{n} + \frac{1}{n\log n} + \sum_{i=1}^{r} (-1)^i \frac{h_i(\log\log n)}{(i-1)!(\log n)^{i+1}}$$

essendo

$$(8) \qquad h_i(\log\log n) = \sum_{h=0}^{i} (-1)^h c_{i,h} (\log\log n)^{i-h} ,$$

consideriamo lo sviluppo

$$(9) \qquad \dot{Q}_r(n) = \log n + \log\log n + \sum_{i=1}^{r} (-1)^{i-1} \frac{g_i}{i!(\log n)^i} .$$

Derivando rispetto ad n, e confrontando lo sviluppo che si ottiene con (7) si giunge alla relazione

$$(10) \qquad ih_i = ig_i - g'_i \qquad (i \geq 1) .$$

Ma, per la (6) del n.° 6,

$$(11) \qquad g'_{i+1} = (i+1)(ig_i - g') ,$$

e perciò la (10) diventa

$$(12) \qquad i(i+1)h_i = g'_{i+1} ,$$

dalla quale, adoperando la (6) del n.° 5, è facile trarre

$$(13) \qquad h'_i = i(i-1)h_{i-1} - (i-1)h'_{i-1} .$$

La (12) ci fornisce la seguente relazione tra i coefficienti c ed i coefficienti b:

$$(14) \qquad i(i+1)c_{i,h} = (i+1-h)b_{i+1,h} .$$

La (13) ci dà

$$(15) \qquad c_{i,h} = \frac{i(i-1)}{i-h} c_{i-1,h} + (i-1)c_{i-1,h-1} ,$$

permettendo così di calcolare successivamente $c_{i,h}$ per $i \neq h$. Questa poi, in virtù della (14), diventa

$$(16) \qquad c_{i,h} = b_{i,h} + (i-1)c_{i-1,h-1} ,$$

e ci dice, per induzione, che $c_{i,h}$ è intero positivo. Inoltre, per $h = i$, essa ci dà:

$$(17) \qquad c_{i,i} = b_{i,i} + (i-1)c_{i-1,i-1} .$$

La (15) per $h = 0$ fornisce

$$(18) \qquad c_{i,0} = (i-1)!$$

e per $h = 1$

$$c_{i,1} = ic_{i-1,1} + (i-1)!$$

da cui ricavasi, essendo $c_{1,1}=2$:

$$c_{i,1}=i!+i!\sum_{k=1}^{i}\frac{1}{k}\,.$$

Ecco i valori dei coefficienti dei primi sei polinomî h_i:

$c_{1,0}=1$	$c_{2,0}=1$	$c_{3,0}=2$	$c_{4,0}=6$	$c_{5,0}=24$	$c_{6,0}=120$
$c_{1,1}=2$	$c_{2,1}=5$	$c_{3,1}=17$	$c_{4,1}=74$	$c_{5,1}=394$	$c_{6,1}=2\,484$
	$c_{2,2}=7$	$c_{3,2}=52$	$c_{4,2}=363$	$c_{5,2}=2\,716$	$c_{6,2}=22\,340$
		$c_{3,3}=61$	$c_{4,3}=888$	$c_{5,3}=10\,332$	$c_{6,3}=116\,900$
			$c_{4,4}=941$	$c_{5,4}=22\,372$	$c_{6,4}=387\,240$
				$c_{5,5}=22\,438$	$c_{6,5}=785\,000$
					$c_{6,6}=767\,024$.

II.

§ 1. Espressione assintotica dell' n^{imo} numero primo di una progressione aritmetica.

13. È noto che nella progressione aritmetica

$$\text{(1)}\qquad N\,,\ M+N\,,\ 2M+N\,,\ \ldots\,,\ My+N\,,\ \ldots\,,$$

dove M ed N sono numeri interi primi fra loro, esistono infiniti numeri primi *). Il **De La Vallée-Poussin** ha poi dimostrato **) che la totalità $\vartheta(My+N\,,m)$ dei numeri primi della progressione (1), che non superano m, è assintoticamente data dalla formola

$$\text{(2)}\qquad \vartheta(My+N\,,m)=\frac{1}{\varphi(M)}\,\mathrm{Li}\,(m)\,,$$

$\varphi(M)$ rappresentando la totalità dei numeri non superiori ad M e primi con M.

Da questa formola, giovandoci dei risultati ottenuti nella prima parte, dedurremo molto rapidamente l'espressione assintotica dell n^{imo} numero primo della progressione (1) sino agl'infiniti dell'ordine $\dfrac{n}{(\log n)^r}$.

14. Indicheremo con $p_{M,n}$ l' n^{imo} numero primo della progressione (1), tralasciando di mettere in vista il numero N, primo termine della pro-

---

*) Lejeune-Dirichlet, *Teoria dei numeri*, trad. Faifofer, p. 336.

**) De La Vallée-Poussin, *Recherches analytiques sur la Théorie des nombres premiers*. (Annales de la Société scientifique de Bruxelles, t. XX, 1896).

gressione, il quale non ha alcuna influenza sugl' infiniti, che dovremo considerare. Ora, se poniamo nella (2) $m = p_{M,n}$, avremo $\Im(My + N, m) = n$, e quindi

$$n\varphi(M) = \mathrm{Li}\,(p_{M,n})\ . \tag{3}$$

Ricordando poi che dall' essere $n = \mathrm{Li}(p_n)$ segue $p_n = \mathrm{P}_r(n)$ assintoticamente sino agl' infiniti dell'ordine di $\frac{n}{(\log n)^r}$, si avrà subito dalla (3):

$$p_{M,n} = \mathrm{P}_r(n\varphi(M)) \tag{4}$$

assintoticamente sino agl' infiniti dell'ordine $\frac{n\varphi(M)}{[\log n\varphi(M)]^r}$. In altri termini: *$p_{M,n}$ è assintotico a $p_{n\varphi(M)}$.*

Se si vuole conoscere l' espressione assintotica di $p_{M,n}$ sino agl' infiniti dell' ordine $\frac{n}{(\log n)^r}$, bisognerà sviluppare il secondo membro di (4) secondo le potenze di $\frac{1}{\log n}$. Per esempio, se si suppone $r = 2$, da

$$\frac{\mathrm{P}_2(n\varphi(M))}{n\varphi(M)} = \log n\varphi(M) + \log\log n\varphi(M) - 1$$
$$+ \frac{\log\log n\varphi(M) - 2}{\log n\varphi(M)} - \frac{[\log\log n\varphi(M)]^2 - 6\log\log n\varphi(M) + 11}{2[\log n\varphi(M)]^2},$$

sviluppando i logaritmi, nel secondo membro, e tralasciando i termini che sono infiniti d' ordine inferiore ad $\frac{n}{(\log n)^2}$, si avrà la seguente espressione di $p_{M,n}$ sino agl' infiniti dell'ordine $\frac{n}{(\log n)^2}$:

$$\frac{p_{M,n}}{n\varphi(M)} = \log n + \log\log n + \log\varphi(M) - 1 + \frac{\log\log n - 2 + \log\varphi(M)}{\log n} \tag{5}$$
$$- \frac{(\log\log n)^2 - [6 - 2\log\varphi(M)]\log\log n + 11 - 6\log\varphi(M) + [\log\varphi(M)]^2}{2(\log n)^2}.$$

Qui è anche bene notare, per quel che segue, che da questa si trae

$$\log p_{M,n} = \log n + \log\log n + \log\varphi(M) + \frac{\log\log n - 1 + \log\varphi(M)}{\log n} \tag{6}$$
$$- \frac{(\log\log n)^2 - [4 - 2\log\varphi(M)]\log\log n + 5 - 4\log\varphi(M) + [\log\varphi(M)]^2}{2(\log n)^2}.$$

15. Quest'esempio basta a mostrare che lo sviluppo assintotico di $p_{M,n}$ ha la stessa forma dello sviluppo di p_n; e che la funzione $\varphi(M)$ ha l'uf-

ficio di alterare i coefficienti della funzione $P_r(n)$. Noi ci occuperemo qui della costruzione di questi nuovi coefficienti.

Ciò si fa senza pena, osservando che il teorema fondamentale del n.° 4 si può ripetere, senza alcuna sostanziale modificazione, per la funzione che esprime $p_{M,n}$ sino agl'infiniti dell'ordine $\frac{n}{(\log n)^r}$. Un ragionamento invero del tutto analogo a quello del n.° 4, ci permette di concludere che, se $P_r(M, n)$ è questa tal funzione, sino agl'infiniti dell'ordine $\frac{1}{(\log n)^r}$, ha luogo l'eguàglianza assintotica

$$\log p_{M,n} = \frac{1}{\varphi(M)} \frac{dP_r(M, n)}{dn}. \tag{7}$$

Basta questa osservazione per concludere che i coefficienti di $P_r(M, n)$ soddisfano alle stesse relazioni che i coefficienti di $P_r(n)$. Se dunque poniamo

$$\frac{p_{M,n}}{n\varphi(M)} = \log n + F + \sum_{i=1}^{r} (-1)^{i-1} \frac{F_i(\log\log n)}{i!(\log n)^i} \tag{8}$$

essendo [vedi formola (5)]

$$F = \log\log n + \log\varphi(M) - 1 = \log\log n + \alpha$$

e

$$F_i = \sum_{h=0}^{i} (-1)^h \alpha_{i,h} (\log\log n)^{i-h} \qquad (i \geq 1)$$

e poi

$$\log p_{M,n} = \log n + G + \sum_{i=1}^{r} (-1)^{i-1} \frac{G_i(\log\log n)}{i!(\log n)^i}$$

ove è [*cfr.* formola (6)]

$$G = \log\log n + \log\varphi(M) \quad , \quad G_i = \sum_{h=0}^{i} (-1)^h \beta_{i,h} (\log\log n)^{i-h} ,$$

le F_i e le G_i soddisferanno alle stesse relazioni che le f_i e g_i [n.° 7, formole (5), (6)], e perciò si avrà

$$F'_i = i(i-1)F_{i-1} - iF'_{i-1} \qquad (i > 1) \tag{10}$$

$$G'_i = i(i-1)G_{i-1} - iG'_{i-1} \qquad (i > 1) \tag{11}$$

e quindi i coefficienti $\alpha_{i,h}$, $\beta_{i,h}$ sono legati dalle stesse relazioni che i coefficienti $a_{i,h}$, $b_{i,h}$ [n.° 8, formole (12), (13)]:

$$\alpha_{i,h} = \frac{i(i-1)}{i-h} \alpha_{i-1,h} + i\alpha_{i-1,h-1} \tag{12}$$

$$\beta_{i,h} = \frac{i(i-1)}{i-h} \beta_{i-h,h} + i\beta_{i-1,h-1} \tag{13}$$

$$(i > 1 \ , \ i \neq h) .$$

Per $i=1$ si sono ottenuti [v. formole (5), (6)]

$$\alpha_{1,0}=1 \quad , \quad \alpha_{1,1}=2-\log\varphi(M)$$
$$\beta_{1,0}=1 \quad , \quad \beta_{1,1}=1-\log\varphi(M) \ .$$

Per $h=0$, le (12) e (13) ci dànno

$$\alpha_{i,0}=(i-1)\alpha_{i-1,0} \quad , \quad \beta_{i,0}=(i-1)\beta_{i-1,0} \ ,$$

donde segue

$$\alpha_{i,0}=\beta_{i,0}=(i-1)! \tag{14}$$

Per $h=1$ si ottiene:

$$\alpha_{i,1}=i\alpha_{i-1,1}+(i-2)!\,i \quad , \quad \beta_{i,1}=i\beta_{i-1,1}+(i-2)!\,i$$

donde facilmente

$$\begin{aligned} \alpha_{i,1}&=a_{i,1}-i!\log\varphi(M) \\ \beta_{i,1}&=b_{i,1}-i!\log\varphi(M) \ . \end{aligned} \tag{15}$$

Riguardo ai coefficienti $\alpha_{i,i}, \beta_{i,i}$ dovremo osservare che essi, in virtù delle formole (6) e (7) del n.° 8, si potranno ottenere con le relazioni

$$\alpha_i=\beta_i+\alpha_{i,i-1}$$

$$\beta_i=(i-1)\beta_{i-1}\alpha+i\alpha_{i-1}+\sum_{h=1}^{i-2}\frac{(i-1)!}{(i-1-h)!\,h!}\alpha_{i-1-h}\,h\beta_h$$

avendo per semplicità adoperato un solo indice in luogo di due eguali.

Se in quest'ultima si pone

$$\alpha_i=(-1)^i\alpha'_i \quad , \quad \beta_i=(-1)^i\beta'_i \tag{16}$$

si otterrà facilmente

$$i\frac{\alpha'_{i-1}}{(i-1)!}=\frac{\alpha'_{i-2}\beta'_1}{(i-2)!}+\frac{\alpha'_{i-3}\beta'_2}{(i-3)!\,1!}+\cdots+\frac{\alpha'_1\beta'_{i-2}}{1!(i-3)!}-\frac{\alpha\beta'_{i-1}}{(i-2)!}+\frac{\beta'_i}{(i-1)!}$$

la quale, confrontata con la (2) del n.° 7, ci dice che β'_i e α'_i sono legati dalla stessa relazione che i polinomî g_i e f_i, e che quindi per essi hanno luogo le stesse relazioni ricorrenti che per i polinomî g_i e f_i.

Siccome poi si ha [v. formole (5), (6)]

$$\alpha_1=\log\varphi(M)-2=f_1[\log\varphi(M)] \ , \ \alpha_2=[\log\varphi(M)]^2-6\log\varphi(M)+11=f_2[\log\varphi(M)] \ ,\ldots$$
$$\beta_1=\log\varphi(M)-1=g_1[\log\varphi(M)] \ , \ \beta_2=[\log\varphi(M)]^2-4\log\varphi(M)+5=g_2[\log\varphi(M)] \ ,\ldots$$

possiamo concludere che i termini α'_i, β'_i sono nient'altro che i valori che

rispettivamente assumono i polinomî f_i e g_i quando in essi si pone $\log\varphi(M)$ in luogo di $\log\log n$.

Si ha dunque, per le (16):

$$(17) \qquad \alpha_{i,i} = (-1)^i f_i[\log\varphi(M)] \quad , \quad \beta_{i,i} = (-1)^i g_i[\log\varphi(M)] \; .$$

Ora dalla (12) segue che, se $\alpha_{i-1,h}$ è un polinomio di grado h in $\log\varphi(M)$, anche $\alpha_{i,h}$ è un polinomio di grado h in $\log\varphi(M)$; ma per la (17) $\alpha_{h,h}$ è un polinomio di grado h in $\log\varphi(M)$, dunque $\alpha_{h+1,h}, \alpha_{h+2,h}, \ldots, \alpha_{i,h}$ sono tutti polinomî di grado h in $\log\varphi(M)$. Lo stesso dicasi per $\beta_{i,h}$.

Potremo dunque porre

$$\alpha_{i,h} = a_{i,h}^{(0)} - a_{i,h}^{(1)}\log\varphi(M) + a_{i,h}^{(2)}[\log\varphi(M)]^2 - \cdots + (-1)^h a_{i,h}^{(h)}[\log\varphi(M)]^h$$

$$b_{i,h} = b_{i,h}^{(0)} - b_{i,h}^{(1)}\log\varphi(M) + b_{i,h}^{(2)}[\log\varphi(M)]^2 - \cdots + (-1)^h b_{i,h}^{(h)}[\log\varphi(M)]^h \; .$$

È facile osservare che

$$a_{i,h}^{(0)} = a_{i,h} \quad , \quad b_{i,h}^{(0)} = b_{i,h}$$

perchè, per $M=1$, $\log\varphi(M)=0$, e gli sviluppi devono allora rispettivamente coincidere con quelli di p_n e di $\log p_n$.

Poi facendo uso delle relazioni (12), (13), è facile ottenere

$$(17) \qquad a_{i,h}^{(s)} = \frac{i(i-1)}{i-h}\, a_{i-1,h}^{(s)} + i a_{i-1,h-1}^{(s)} \qquad (i>1) \quad (i \neq h)$$

$$(18) \qquad b_{i,h}^{(s)} = \frac{i(i-1)}{i-h}\, b_{i-1,h}^{(s)} + i b_{i-1,h-1}^{(s)} \qquad (i>1) \quad (i \neq h) \; .$$

16. Dalle formole (17), (18) si ottengono alcune relazioni notevoli tra i diversi coefficienti $a_{i,h}^{(s)}, b_{i,h}^{(s)}$. Poichè evidentemente, per $h<s$, è $a_{i,h}^{(s)}=0$, dalla (17) si ha

$$a_{i,h}^{(h)} = \frac{i(i-1)}{i-h}\, a_{i-1,h}^{(h)} \, ,$$

donde, mutando successivamente i in $i-1, i-2, \ldots, h+1$, moltiplicando, e riflettendo che

$$a_{h,h}^{(h)} = a_{h,0} = (h-1)!$$

si ottiene

$$(19) \qquad a_{i,h}^{(h)} = \binom{i}{h}(i-1)! = \binom{i}{h} a_{i,0} \; .$$

Ne segue subito

$$a_{i,h}^{(h)} = a_{i,i-h}^{(i-h)}\ .$$

Per $s = h - 1$ facilmente si ottiene

$$(19)^{bis} \qquad a_{i,h}^{(h-1)} = \binom{i-1}{h-1} a_{i,1}\ .$$

Ora dimostriamo che più generalmente si ha

$$(20) \qquad a_{r,k}^{(s)} = \binom{r-k+s}{s} a_{r,k-s}\ .$$

Questa formola è vera per $k = s$, $k = s + 1$, in virtù della (19) e $(19)^{bis}$, ammettiamo quindi che sia vera per tutti i coefficienti $a_{r,k}^{(s)}$, che precedono $a_{i,h}^{(s)}$, e dimostriamo che è vera anche per $a_{i,h}^{(s)}$.

Per le ipotesi fatte

$$a_{i-1,h}^{(s)} = \binom{i-1-h+s}{s} a_{i-1,h-s} = \frac{i-h}{i-h+s}\binom{i-h+s}{s} a_{i-1,h-s}\ ,$$

$$a_{i-1,h-1}^{(s)} = \binom{i-h+s}{s} a_{i-1,h-1-s}\ ,$$

e sostituendo in (17) si ha

$$a_{i,h}^{(s)} = \binom{i-h+s}{s}\left(\frac{i(i-1)}{i-h+s} a_{i-1,h-s} + i a_{i-1,h-1-s}\right) = \binom{i-h+s}{s} a_{i,h-s}\ .$$

In modo analogo

$$(21) \qquad b_{i,h}^{(s)} = \binom{i-h+s}{s} b_{i,h-s}\ .$$

Facendo uso di questa proprietà, noi dimostreremo che allo sviluppo assintotico di $p_{M,n}$ sino agl'infiniti dell'ordine $\frac{n}{(\log n)^r}$ si può dare una forma notevole. Poniamo per maggior semplicità

$$\log\log n = x \quad , \quad \log\varphi(M) = \mu\ ,$$

avremo

$$F_i(x) = \sum_{h=0}^{i} (-1)^h \left(a_{i,h}^{(0)} - a_{i,h}^{(1)}\mu + a_{i,h}^{(2)}\mu^2 - \dots + (-1)^h a_{i,h}^{(h)}\mu^h\right) x^{i-h}$$

$$= \sum_{s=0}^{i} \left(a_{i,s}^{(s)} x^{i-s} - a_{i,s+1}^{(s)} x^{i-s-1} + a_{i,s+2}^{(s)} x^{i-s-2} - \dots + (-1)^{i-s} a_{i,i}^{(s)}\right)\mu^s\ .$$

Ma per la formola (20) si ha

$$a_{i,s}^{(s)}x^{i-s}-a_{i,s-1}^{(s)}x^{i-s-1}+\cdots+(-1)^{i-s}a_{i,i}^{(s)}=\frac{1}{s!}f_i^{(s)}(x)$$

e perciò

$$F_i(x)=f_i(x)+\frac{\mu}{1!}f_i'(x)+\frac{\mu^2}{2!}f_i''(x)+\cdots+\frac{\mu^i}{i!}f_i^{(i)}(x)=f_i(x+\mu)$$

ossia

$$F_i(\log\log n)=f_i[\log\log n+\log\varphi(M)]=f_i(\log\log n^{\varphi(M)})\ . \tag{22}$$

Dunque:

Lo sviluppo assintotico di $p_{M,n}$ *sino agl' infiniti dell'ordine* $\frac{n}{(\log n)^r}$ *si ottiene dallo sviluppo assintotico di* p_n *sino agli infiniti del detto ordine, cambiandovi* $\log\log n$ *in* $\log\log n^{\varphi(M)}$.

È chiaro poi che si ha

$$(-1)^h\alpha_{i,h}=\frac{1}{(i-h)!}f_i^{(i-h)}(\log\varphi(M))\ .$$

Così resta completata la ricerca di determinare lo sviluppo di $p_{M,n}$ sino agl' infiniti dell'ordine $\frac{n}{(\log n)^r}$. Per $r=2$ abbiamo:

$$\frac{p_{M,n}}{n\varphi(M)}=\log n+\log\log^{\varphi(M)}-1$$

$$+\frac{\log\log n^{\varphi(M)}-2}{\log n}-\frac{[\log\log n^{\varphi(M)}]^2-6\log\log n^{\varphi(M)}+11}{2(\log n)^2}\ .$$

Tutto ciò può evidentemente ripetersi per lo sviluppo assintotico di $\log p_{M,n}$, e perciò abbiamo

$$G_i(\log\log n)=g_i(\log\log n^{\varphi(M)}) \tag{23}$$

$$(-1)^h\beta_{i,h}=\frac{1}{(i-h)!}g_i^{(i-h)}(\log\varphi(M)\ .$$

17. Chiuderemo questa parte con alcune relazioni fra i numeri primi di due progressioni aritmetiche.

Poichè

$$\frac{p_{M,n}}{n\varphi(M)}=\log n+\log\log n-1+\log\varphi(M)+\varepsilon_n \qquad (\lim_{n=\infty}\varepsilon_n=0)$$

e

$$\frac{p_{M',n}}{n\varphi(M')}=\log n+\log\log n-1+\log\varphi(M')+\varepsilon'_n \qquad (\lim_{n=\infty}\varepsilon'_n=0)$$

sottraendo membro a membro, e passando al limite per $n=\infty$:

$$\lim_{n=\infty}\left(\frac{p_{M,n}}{n\varphi(M)}-\frac{p_{M',n}}{n\varphi(M')}\right)=\log\frac{\varphi(M)}{\varphi(M')} . \tag{24}$$

Se $\varphi(M)>\varphi(M')$, è $\log\frac{\varphi(M)}{\varphi(M')}>0$, e però da un certo valore di n in poi

$$\frac{p_{M,n}}{p_{M',n}}>\frac{\varphi(M)}{\varphi(M')} . \tag{25}$$

In particolare per $M'=1$, poichè, per $M>2$, $\varphi(M)$ è sempre superiore all'unità e perciò $\log\varphi(M)>0$, da un certo valore di n in poi si avrà

$$p_{M,n}>\varphi(M)p_n \ldots \tag{26}$$

Per esempio, da un certo valore di n in poi, l'n^{imo} numero primo della forma $4y+1$ (ovvero $4y+3$) sarà maggiore del doppio dell'n^{imo} numero primo della serie naturale:

$$p_{4,n}>2p_n . \tag{27}$$

Se $\varphi(M)=\varphi(M')$, per il che non occorre che sia $M=M'$, si ha dalla (24)

$$\lim_{n=\infty}\frac{p_{M,n}-p_{M',n}}{n}=0 . \tag{28}$$

Dalla (24) si deduce anche

$$\lim_{n=\infty}\frac{p_{M,n}}{p_{M',n}}=\frac{\varphi(M)}{\varphi(M')} , \tag{29}$$

e in particolare, per $M'=1$, si ottiene l'eguaglianza

$$\lim_{n=\infty}\frac{p_{M,n}}{p_n}=\varphi(M) , \tag{30}$$

mediante la quale, se M' è primo con M, facendo uso della proprietà

$$\varphi(MM')=\varphi(M)\varphi(M') ,$$

è facile dimostrare che si ha

$$\lim_{n=\infty}\frac{p_{M,n}\,p_{M',n}}{p_n\,p_{MM',n}}=1 . \tag{31}$$

§ 2. La differenza $p_{M,n+1}-p_{M,n}$.

18. Anche qui, ammessa la possibilità di esprimere assintoticamente la differenza $p_{M,n+1}-p_{M,n}$ con una funzione algebrica di n, $\log n$, $\log\log n$,

è facile dimostrare che la detta differenza è esprimibile con lo stesso sviluppo di $\varphi(M)\log p_{M,n}$. Richiamando dunque l'osservazione fatta in fine al n.° 16, abbiamo, sino ai termini dell'ordine $\frac{1}{(\log n)^2}$:

$$\frac{p_{M,n+1}-p_{M,n}}{\varphi(M)}=\log n+\log\log n^{\varphi(M)}$$

$$+\frac{\log\log n^{\varphi(M)}-1}{\log n}-\frac{(\log\log n^{\varphi(M)})^2-4\log\log n^{\varphi(M)}+5}{2(\log n)^2}.$$

Ancora, con un ragionamento analogo a quello tenuto al n.° 12, si dimostra l'eguaglianza assintotica

$$\frac{p_{M,n+1}-p_{M,n}}{p_{M,n}}=\frac{1}{\varphi(M)}\frac{d^2P_r(M:n)}{dn^2}$$

essendo la derivata seconda arrestata ai termini dell'ordine $\frac{1}{n(\log n)^{r+1}}$.

Si ottiene quindi con facile calcolo

$$\frac{p_{M,n+1}-p_{M,n}}{p_{M,n}}=\frac{1}{n}+\frac{1}{n\log n} \tag{2}$$

$$-\frac{\log\log n^{\varphi(M)}-2}{n(\log n)^2}+\frac{(\log\log n^{\varphi(M)})^2-5\log\log n^{\varphi(M)}+7}{n(\log n)^3}$$

assintoticamente, sino agl' infinitesimi dell'ordine $\frac{1}{n(\log n)^3}$ inclusivamente.

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Giugno 1902

Latitudine . . 40° 52′ N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich.
Altitudine . . 149ᵐ sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 +				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle nubi			Vento Direzione			Vento Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
	9ʰ	15ʰ	21ʰ	Medio diurno	9ʰ	15ʰ	21ʰ	Min.	Mass.	Medio diurno	9ʰ	15ʰ	21ʰ	Medio diurno	9ʰ	15ʰ	21ʰ	Medio diurno	9ʰ	15ʰ	21ʰ	9ʰ	15ʰ	21ʰ	9ʰ	15ʰ	21ʰ		
1	48.3	47.6	48.0	47.97	24.8	28.7	23.2	20.2	29.7	24.47	11.0	6.8	8.0	8.60	48	24	38	36.7	0	0	0	N	SW	S	1	0	0	—	5.0
2	48.5	48.3	48.6	48.47	24.9	27.4	22.2	20.2	28.1	23.93	13.2	7.8	9.4	10.13	57	29	45	44.7	0	0	0	NE	SW	W	1	0	0	—	5.9
3	48.3	48.3	49.1	48.57	24.9	24.3	20.1	19.6	27.2	22.95	13.1	12.3	13.8	13.07	56	54	79	63.0	1	8	0	NW	W	SE	0	0	0	—	5.0
4	49.9	50.0	50.9	50.27	24.7	23.5	17.7	17.7	24.5	21.15	13.2	14.1	13.1	13.47	57	65	87	69.7	0	0	0	SE	SW	W	0	2	0	—	3.0
5	50.6	49.3	49.6	49.83	20.8	23.5	18.7	17.1	24.0	20.15	13.6	13.6	12.8	13.33	75	63	80	72.7	2	0	0	SW	W	W	1	1	0	—	2.4
6	47.8	45.9	45.8	46.50	20.7	23.3	18.3	17.3	23.3	19.90	13.2	12.1	13.2	11.83	73	57	84	71.3	6	0	2	SSW	WSW	W	0	4	0	—	1.5
7	45.1	44.4	45.0	44.83	20.0	22.6	18.1	17.2	23.2	19.77	13.5	12.1	12.5	12.70	74	60	81	71.7	4	3	0	SW	WSW	W	0	14	0	—	2.3
8	43.9	43.9	44.4	44.07	20.2	22.8	18.7	16.5	23.0	19.60	10.5	11.5	12.9	11.63	59	55	81	65.0	1	2	7	SW	SSW	SW	7	2	1	—	2.2
9	44.1	44.1	43.7	43.97	20.5	23.2	19.8	17.3	23.5	20.23	13.8	12.8	12.3	12.97	77	61	71	69.7	9	0	0	SSE	SW	NW	5	4	6	—	4.9
10	46.1	45.0	45.7	45.60	17.5	20.3	19.3	17.2	23.0	19.25	13.4	14.1	13.2	13.57	90	80	79	83.0	10	10	6	SSE	WSW	NW	12	10	0	4.5	2.8
11	44.1	42.1	43.5	43.33	21.2	24.7	19.4	17.0	26.0	20.90	13.1	13.3	10.9	12.43	70	58	64	64.0	8	0	6	NNE	WNW	W	2	13	26	0.2	2.0
12	46.5	48.0	49.8	48.10	18.2	19.9	16.9	15.3	20.2	17.65	10.6	10.7	10.8	10.70	68	62	76	68.7	3	5	2	WSW	SW	SW	20	19	1	2.0	3.8
13	49.5	49.0	48.4	48.97	19.8	21.6	16.5	14.9	21.8	18.25	11.7	10.4	10.9	11.00	68	55	78	67.0	7	0	0	SW	ESE	SW	2	2	0	—	2.9
14	46.8	46.4	47.2	46.80	19.5	20.1	15.6	15.0	21.0	17.92	11.8	9.3	9.3	10.13	70	53	70	64.3	4	0	3	SW	WSW	SW	4	23	2	—	3.0
15	47.6	47.5	47.4	47.50	19.1	18.5	15.3	14.0	19.9	17.03	9.2	9.4	9.9	9.50	50	60	77	64.3	4	7	0	SW	SW	SW	1	5	4	—	3.0
16	47.3	47.1	47.9	47.43	19.3	21.0	16.3	14.5	21.3	17.85	9.4	11.2	11.1	10.57	56	61	80	65.7	5	2	3	SW	SW	WSW	4	5	10	—	2.8
17	46.8	46.6	46.5	46.63	17.5	19.5	15.9	15.0	19.8	17.05	9.4	9.0	9.4	9.27	63	53	70	62.0	9	4	4	W	WSW	SW	2	11	10	—	3.0
18	46.2	47.0	47.2	46.80	17.2	19.1	15.0	11.7	19.5	15.85	8.2	9.1	9.9	9.07	56	55	78	63.0	5	2	1	SW	WSW	SW	0	14	0	2.3	3.1
19	47.1	47.6	48.9	47.87	18.6	21.3	16.2	13.3	21.4	17.40	10.9	10.2	10.5	10.53	69	54	76	66.3	6	0	0	S	SW	SW	0	8	1	—	3.0
20	49.2	48.4	46.0	47.87	19.0	18.9	19.3	15.0	21.7	18.75	10.8	11.3	8.3	10.13	66	70	50	62.0	5	10	10	SE	SW	E	0	5	4	—	2.3
21	46.8	48.0	49.3	48.03	18.9	21.2	17.4	16.1	21.4	18.45	12.9	10.9	12.0	11.93	80	59	81	73.3	6	0	2	W	WSW	S	9	25	0	—	2.7
22	50.5	50.8	51.6	50.97	20.3	24.0	19.5	15.0	24.1	19.73	12.9	12.2	12.1	12.40	73	55	72	66.7	0	0	3	S	SW	NW	0	14	0	—	2.3
23	53.1	52.2	52.1	52.47	23.0	25.2	19.5	17.8	25.7	21.50	10.6	11.6	11.3	11.17	51	49	67	55.7	0	2	1	E	SW	W	0	11	0	—	3.2
24	50.7	49.3	49.1	49.70	22.0	24.2	16.9	16.4	24.3	19.90	14.3	15.7	11.5	13.83	73	70	81	74.7	3	4	0	S	E	NE	0	1	0	—	3.6
25	47.1	46.9	47.6	47.20	21.6	21.8	19.9	16.0	25.3	20.70	12.4	11.2	10.7	11.43	65	58	62	61.7	9	8	10	SE	NE	NE	0	8	3	—	2.3
26	48.9	49.2	50.3	49.47	21.9	25.8	19.5	16.6	25.8	20.95	11.0	11.4	10.4	10.93	56	46	61	54.3	9	0	4	NE	S	NE	1	1	1	—	3.8
27	52.3	52.1	52.9	52.43	22.2	27.0	20.3	17.4	27.0	21.73	11.9	13.1	12.7	12.57	60	49	72	60.3	1	1	0	NE	SW	N	0	0	1	—	4.0
28	53.7	53.3	53.7	53.57	22.2	26.7	20.8	17.7	26.8	21.87	10.0	11.1	9.2	10.40	55	43	50	49.3	8	2	0	NE	NE	NE	1	0	1	—	6.7
29	53.7	52.9	52.5	53.03	23.8	27.4	21.5	18.9	27.9	23.03	10.1	10.7	10.2	10.33	46	39	54	46.3	0	0	0	NE	SW	NW	0	7	0	—	5.2
30	52.4	51.4	51.5	51.77	25.4	27.5	21.4	19.7	28.4	23.72	11.3	14.0	15.2	13.50	47	52	80	59.7	0	0	0	NE	SW	N	0	3	0	—	9.7
Medi mens	48.44	48.09	48.47	48.33	21.01	23.17	18.64	16.59	23.99	20.06	11.73	11.43	11.25	11.47	63.8	55.0	70.9	63.2	4.2	2.3	2.1							somma 8.0	somma 107.4

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Luglio 1902

Latitudine. . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich
Altitudine. . 149m sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 +				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle nubi			Vento Direzione			Vento Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Min.	Mass.	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	9h	15h	21h	9h	15h	21h		
1	50.8	50.0	49.5	50.10	25.1	27.7	23.6	18.7	27.8	23.80	12.8	16.0	**6.5**	11.77	55	58	**30**	47.7	0	3	0	E	SW	N	0	1	1	—	4.8
2	48.7	49.1	48.4	48.73	25.2	20.0	22.4	19.5	28.0	23.77	12.7	10.5	12.8	12.00	54	42	64	53.3	0	8	10	NNE	SW	NW	0	7	2	—	1.9
3	48.4	48.6	51.2	49.40	24.4	20.7	21.3	19.3	26.8	22.95	16.4	15.0	9.3	13.87	72	61	50	61.0	4	0	0	SW	SW	E	1	1	1	—	4.0
4	53.4	52.8	53.4	53.20	23.1	26.9	20.9	**17.8**	27.8	22.40	9.2	8.8	12.7	10.23	44	34	69	49.0	0	0	0	E	NE	W	0	1	3	—	5.3
5	**53.5**	51.8	52.2	52.50	24.8	25.4	21.8	19.2	28.7	23.63	11.7	14.6	15.3	13.87	50	51	79	60.0	0	0	0	NE	W	W	0	1	0	—	5.8
6	51.1	50.8	51.4	51.10	23.7	27.5	22.2	19.0	27.7	23.15	16.8	13.1	10.6	13.50	78	48	53	59.7	0	0	0	S	NE	W	0	2	0	—	3.2
7	52.4	52.7	52.1	52.50	25.2	29.0	22.0	19.7	29.5	24.10	16.3	17.0	16.4	16.57	69	57	83	69.7	0	0	0	E	SW	E	0	2	0	—	3.3
8	52.2	51.1	50.8	51.37	24.8	27.9	22.3	20.0	28.7	23.95	16.7	13.6	14.0	14.77	72	49	70	63.7	0	5	0	SE	SW	SW	0	5	0	—	2.5
9	49.3	47.9	48.3	48.50	25.7	29.5	22.8	20.7	30.2	24.85	16.5	16.0	17.9	16.80	67	52	88	69.0	0	0	0	NE	SW	NE	0	2	0	—	3.4
10	47.5	46.7	46.1	46.77	20.6	28.2	23.1	21.3	28.4	24.85	18.7	18.2	18.6	18.50	72	65	89	75.3	0	0	0	SE	SW	SW	0	1	1	—	3.0
11	44.5	**44.2**	43.8	44.17	24.7	27.5	23.4	21.9	27.5	24.37	17.8	20.2	17.0	18.33	77	74	80	77.0	9	2	0	SW	WNW	SW	1	3	2	—	3.0
12	46.4	47.2	49.5	47.70	25.9	29.0	22.7	20.7	29.1	24.60	13.9	10.4	6.6	10.30	57	35	33	41.7	0	0	0	NE	ENE	ENE	0	2	3	—	3.7
13	52.3	52.1	52.6	52.33	23.7	28.0	22.7	19.4	28.2	23.50	9.3	8.9	9.3	9.17	42	32	45	39.7	0	0	0	NE	ENE	NW	5	2	3	—	9.2
14	52.3	51.2	51.8	51.77	25.3	30.7	22.8	19.6	30.8	24.62	9.7	11.2	12.1	11.00	40	34	59	44.3	0	0	0	NE	SE	W	0	1	0	—	7.9
15	50.7	49.8	49.6	50.03	26.8	29.4	23.0	21.1	29.7	25.30	11.2	15.5	15.7	14.13	43	51	73	55.7	0	0	0	SE	SW	W	0	2	0	—	5.3
16	48.6	48.6	48.1	48.43	25.7	28.5	22.4	20.2	28.5	24.20	16.0	18.1	16.6	16.90	66	63	83	70.7	0	0	0	W	SW	SW	0	1	0	—	3.4
17	47.8	47.9	48.5	48.07	24.9	26.7	23.0	20.2	27.1	23.80	13.9	19.9	18.5	17.43	60	77	89	75.3	8	4	2	S	SW	SW	0	3	7	—	2.6
18	49.1	49.1	49.6	49.37	24.7	26.4	22.0	21.2	26.5	23.60	16.2	18.2	15.3	16.57	70	72	78	73.3	3	5	0	SW	SW	W	1	2	0	—	2.5
19	48.6	48.0	47.4	48.00	24.4	27.3	22.4	20.4	27.9	23.78	15.9	15.1	16.8	15.93	70	56	83	69.7	0	0	0	SW	SW	W	0	3	0	—	4.0
20	45.1	45.0	44.9	45.00	25.1	26.9	23.0	20.4	27.3	24.10	16.0	15.6	18.3	16.63	68	60	85	71.0	0	0	0	E	WSW	S	0	7	0	—	1.1
21	46.1	47.4	47.7	47.17	25.9	27.9	23.4	22.0	28.4	24.92	16.9	13.4	14.1	14.80	68	48	66	60.7	0	0	0	SW	SW	S	1	4	0	—	2.9
22	49.3	49.6	50.3	49.73	26.2	26.0	21.3	21.1	27.4	24.00	18.9	19.0	13.5	17.13	75	76	72	74.3	3	9	0	SE	SW	W	1	3	0	—	3.3
23	50.9	50.8	50.7	50.80	23.8	26.3	20.1	19.7	26.5	22.53	15.6	14.9	14.2	14.90	72	59	82	71.0	0	0	0	SE	WNW	W	0	2	0	—	2.7
24	50.1	49.2	48.4	49.23	24.1	28.0	23.4	18.7	28.9	23.77	14.7	15.6	8.0	12.77	66	56	37	53.0	0	1	0	NE	SW	NW	1	3	0	—	3.2
25	46.7	47.0	48.0	47.23	26.6	29.4	23.8	20.8	29.8	25.25	11.2	14.6	11.8	12.53	44	48	54	48.7	1	0	0	NE	W	W	0	5	0	—	4.6
26	50.2	49.9	50.9	50.33	27.7	30.5	24.3	22.6	31.1	26.42	13.2	13.5	14.9	13.87	47	42	66	51.7	0	0	0	E	SW	W	0	4	0	—	5.4
27	51.8	51.4	51.2	51.47	27.3	30.4	23.9	23.0	31.0	26.30	16.6	15.9	17.1	16.53	62	50	78	63.3	0	0	0	NE	SW	N	0	2	0	—	5.1
28	50.9	50.5	49.4	50.27	26.9	29.4	24.6	22.2	30.3	26.00	15.6	17.9	**21.0**	18.17	60	59	**92**	70.3	0	0	6	S	SW	SW	0	2	0	—	3.7
29	49.8	49.5	50.9	50.07	27.2	30.3	21.3	22.3	**31.3**	26.28	17.9	18.3	11.0	15.73	66	57	49	57.3	0	4	0	SE	SSE	SE	0	0	4	—	3.3
30	52.1	51.6	52.3	52.00	26.1	29.2	23.7	21.3	29.9	25.25	12.3	14.9	14.1	13.77	49	50	65	54.7	0	0	0	E	SW	W	0	5	0	—	5.8
31	53.3	52.8	52.9	53.00	26.0	28.5	22.4	21.4	30.0	24.95	14.7	15.3	14.1	14.70	59	53	70	60.7	0	0	0	E	SW	W	0	5	0	—	4.8
Medi mens	49.82	49.49	49.75	49.69	25.41	28.20	22.78	20.50	28.73	24.35	14.69	15.16	14.00	14.62	61.1	53.8	68.2	61.1	0.9	1.3	0.6							somma 0.0	somma 137.7

CATALOGO

DELLE PUBBLICAZIONI PERVENUTE ALL'ACCADEMIA

dall'11 Maggio al 12 Luglio 1902

PUBBLICAZIONI ITALIANE

Acireale — *Reale Accademia di scienze, lettere ed arti degli Zelanti* — Rendiconti, vol. X (1898-1900) — 1902.

Catania — *Società degli spettroscopisti italiani* — Memorie, vol. XXXI, disp 4-5 — 1902.

Accademia Gioenia di scienze naturali—Bollettino, Aprile, fasc. LXXIII—1902.

Firenze — *R. Istituto di studii superiori pratici e di perfezionamento* — Pubblicazioni: Descrizione geologica dei dintorni di Tarcento in Friuli (Olinto Marinelli) — 1902.

Rivista scientifico-industriale — Anno XXXIV, n. 7-8, 10 — 1902.

Biblioteca nazionale centrale — Bollettino delle pubblicazioni italiane, n. 17-18 — Indice alfabetico delle opere, C, D, E — 1902.

Genova — *Società ligustica di scienze naturali e geografiche* — Atti, vol. XIII n. 1 — 1902.

Livorno — *Periodico di matematica per l'insegnamento secondario* — Anno XVII, fasc. VI; Supplemento, anno V, fasc. VII-VIII — 1902.

Milano — *R. Istituto lombardo di scienze e lettere* — Rendiconti, Serie II, vol. XXXV, fasc. IX-XIII; Memorie, vol. XIX, fasc. 6-7 — 1902.

Società italiana di scienze naturali e del Museo civico — Atti, vol. XLI, fasc. I — 1902.

Modena — *Le stazioni sperimentali agrarie italiane* — Vol. XXXV, fasc. II-III — 1902.

Napoli — *Biblioteca Nazionale* — Bollettino dei nuovi acquisti, II — 1902.

Annali di nevrologia — Anno XX, fasc. II — 1902.

Atti del primo congresso italiano per l'educazione fisica (1900)—Napoli, 1902.

Palermo — *Reale Accademia di scienze, lettere e belle arti* — Vol. VI — 1902.

Pavia — *Rivista di fisica, matematica e scienze naturali* — Anno 3, n. 29 e 30 — 1902.

Pisa—*Società toscana di scienze naturali*—Processi verbali, vol. XIII, adunanze del 26 Gennaio e 23 Marzo 1902.

Inaugurazione del monumento al prof. G. Meneghini — Relazione del segretario del Comitato — 1902.

Portici — *R. Scuola superiore di agricoltura* — Bollettino, n. 4, ser. II — 1902.

Roma — *R. Accademia dei Lincei* — Rendiconti, vol. XI, fasc. 8-11 — 1902.

Giornale medico del r. Esercito — Anno L, n. 4-6 — 1902.

R. Comitato geologico d'Italia — Bollettino, vol. XXXII, n. 4 — 1901.

L'Elettricista — Anno XI, n. 6-7 — 1902.

Rivista di Artiglieria e Genio — Annata XIX, vol. I, Gennaio-Marzo 1902; vol. II, Aprile-Maggio 1902.

Salerno — *Il Picentino* — Anno XLIV, fasc. 3-4 — 1902.

Torino — *R. Accademia delle scienze* — Atti, vol. 37, disp. 6-10 — 1902.

Venezia — *Reale Istituto veneto di scienze, lettere ed arti* — Atti, tomo LXI, disp. 6 — 1902.

PUBBLICAZIONI STRANIERE

Amsterdam — *Société mathématique* — Revue semestrielle des publications mathématiques, tome X, I partie — 1902.

Eclipse Committee of the Royal Academy — Total eclipse of the Sun, May 18, 1891; Preliminary report of the Dutch expedition to Karang Sago (Sumatra) for the observation of the total solar eclipse of May 1901.

Baltimore — *Johns Hopkins university circulars* — Vol. XXI, n. 158—1902.

Barcelona — *R. Academia de ciencias y artes* — Memorias, vol. IV, n. 16-19—1902.

Berlin — *K. preuss. meteorolog. Institut* — Regenkarte der Provinz Sachsen und der Thüringischen Staaten, 1902; Veröffenthlichungen, 1897, Heft III — 1902.

K. preussisch. Akademie der Wissenschaften — Abhandlungen — 1901; Sitzungsberichte, I-XXII — 1902.

Naturw. Verein des Regierungsb. Frankfurt a. d. O. - Helios, Band 19 — 1902.

Bern — *Naturforschend. Gesellschaft* — Mitteilungen, n. 1500-1518 — 1902.

Bonn — *Naturhistorisch. Verein* — Verhandlungen, Jahrg. 58, Hälfte 1-2 — 1902.

Niederrheinisch. Gesellschaft — Sitzungsberichte, 1901, Hälfte 1-2—1902.

Boston Mass — *American Academy of arts and sciences* — Proceedings, vol. XXXVII, n. 6-14 — 1901.

Society of natural history — Proceedings, vol. 29, n. 15-18; vol. 30, n. 1 e 2 — 1902; Occasional Papers, VI — 1901.

Bruxelles — *Société belge de géologie, de paléontologie et d'hydrologie* — Bulletin, tome XV, fasc. VI (1901); tome XVI, fasc. I — 1902.

Société entomologique de Belgique — Annales, tome XLV — 1901.

Budapest — *K. ungar. geologisch. Anstalt* — Mitteilungen, XIII Band, 5 Heft—1902.

K. ungar. geologisch. Gesellschaft — Földtani Közlöny, XXXII Kötet, 1-4 Füzet — 1902.

Bukarest — *Meteorologisch. Institut* — Analele, tom. XV — 1899; Buletinul Lunar, an. IX-X — 1901-1902; Lui Stefan C. Hepites, Manif. ecc.—1901.

Buenos Ayres — *Bulletin mensuel de statistique municipale* — Année XVI, n. 3 — 1902.

Charlottenburg — *Physikalisch-Technisch. Reichsanstalt*—Die Thätigkeit im Jahre 1901 — 1901.

Colorado — *The University of Colorado Studies* — Vol. I, n. 1 — 1902.

Columbus — *Ohio State University* — University Bulletins, series 6, n. 1, part. I-II — 1901.

Cracovie — *Académie des sciences* — Bulletin international, n. 4-5; Polskie ec. Wydanie Drugie — 1902.

Göttingen — *K. Gesellschaft der Wissenschaften* — Nachrichten, Math.-phys. Klasse, Heft 2-3 — 1902.

Granville — *The Journal of comparative neurology* — Vol. XII, n. 2 — 1902.

Heidelberg — *Naturhistorisch-medizinisch. Verein* — Verhandlungen, Band VII, Heft I — 1902.

Kasan — *Société physico-mathématique* — Bulletin, 2ª serie, tome X, n. 2-4 — 1900-1901.

Kharkow — *Société mathématique* — Communications, 2me série, tome VII, n. 2-5 — 1902.

Kiew — *Universitetskia Isvestia* (Notizie universitarie)—Vol. XLI, n. 2—1902.

Kobenhavn — *Nyt Tidsskrift for Matematik* — B, 13 Aarg., n. 2; A. 13 Aarg, n. 3-4 — 1902.

Lawrence — *University of Kansas* — Bulletin, vol. II, n. 7 — 1901.

Leipzig — *K. sächsisch. Gesellschaft der Wissenschaften* — Berichte über die Verhandlungen der math.-phys. Cl., Band 53, VII; Band 54, I-II; Abhandlungen, Band XXVII, n. IV-VI — 1902.

London—*Royal Society* — Proceedings, vol. LXX, n. 459-461; Reports to the Evolution Committee, I — 1902; Catalogue of scientific Papers (1800 a 1883). Supplementary volume (1800-1883), vol. XII — 1902.

Royal astronomical Society — Monthly notices, vol. LXII, n. 6 7 — 1902.

Nature — Vol. 66, n. 1697-1705 — 1902.

Linnean Society—Journal, Botany, vol. XXXV, n. 244; Zoology, v. XXVIII, n. 184 — 1902.

Mineralogical Society—The mineralogical magazine and journal, vol. XIII, n. 60 — 1902.

Mexico — *Direction general de Estadistica de la Republica Mexicana* — Censo y division territorial del Estado de Mexico verificados en 1900-1901; Annuario estadistico de la República mexicana (1900) — 1901.

Observatorio meteorologico central — Informe que el Director Ing. M. E. Pastrana rinde al Secr. de Fom. durante el eclipse total de Sol de 28 de Marzo de 1900. Testo-Atlas — 1901.

Minneapolis, Minn. — *Geological and Natural History Survey of Minnesota* — Minnesota Botanical Studies, II series, part. VI — 1898-1902.

Montevideo — *Sociedad meteorológica Uruguaya*—Servicio pluviométrico, año VIII, n. 1-4; El clima del Uruguay — 1902.

Montpellier — *Académie des sciences et lettres* — Mémoires, 2ª série, tome III, n. 1 — 1901.

Moscou — *Société i. des naturalistes* — Bulletin, année 1900, n. 4; année 1901, n. 1-2.

München — *K. b. Akademie der Wissenschaften* — Sitzungsberichte der math.-phys. Classe, Heft 1 — 1902.

New York — *American Mathematical Society* — Transactions, vol. I, II, III, n. 1-2; Bulletin, 2 series, vol. I-VII, VIII, n. 1-8 — 1895-1902.

Odessa — *Club alpin de Crimée* — Bulletin, n. 4-5 — 1902.

Ottawa — *Geological Survey of Canada* — Contributions to Canadian Palaeontology, vol. II, part. II, n. 710; vol. IV, part. II, n. 712; Catalogue of the marine invertebrata of Eastern Canada, n. 722 — 1900-1901.

Paris — *Académie des sciences* — Comptes rendus hebdomadaires des séances, tome CXXXIV, n. 18-25 — 1902. — Tables des Comptes rendus, sec. sem. 1901, tom. CXXXIII.

Societé d' encouragement pour l' industrie nationale— Bulletin, tome 102, n. 4-6; Compte rendu, n. 8-10 — 1902.

Bibliothèque de l'École des hautes études — Bulletin des sciences mathématiques, II série, tome XXV (Tables des matières); tom. XXVI, Mars et Avril 1902.

Société zoologique — Bulletin, tome XXVII, n. 3 — 1902.

Museum d'histoire naturelle — Bulletin, année 1901, n. 4-6 — 1901.

Société d'anthropologie — Bulletins et Mémoires, V série, tome II, fasc. 3 à 6; La Société d'anthrop. en 1901, par M. Chervin — 1902.

Bureau des longitudes — Connaissance des temps etc. pour l' an 1904 — 1901.

Archives de neurologie — Vol. XIII, n. 77-79 — 1902.

Journal de l'anatomie et de la physiologie normales et pathologiques de l' homme et des animaux — Année XXXVIII, n. 3 — 1902.

École normale supérieure — Annales scientifiques, 3 série, tome XIX, n. 3, 4 — 1902.

Philadelphia — *American philosophical Society* — Proceedings, vol. XL, n. 167 — 1991.

Prag — *K. k. Sternwarte* — Magnetische und meteorologische Beobachtungen im Jahre 1901.

Rennes — *Société scientifique et médicale de l'Ouest* — Bulletin, tome X, n. 3-4 — 1901.

Rovereto — *I. R. Accademia di scienze, lettere ed arti degli Agiati*—Atti, serie III, vol. VIII, fasc. I — 1902.

St. Pétersbourg — *Horae Societatis entomologicae rossicae* — T. XXXIII, n. 3-4; t. XXXV, n. 1-2 — 1901.

Comité géologique — Mémoires, vol. XVIII, n. 1-2; Bulletin, tom. XIX, n. 7-10; tom. XX, n. 1-6 — 1901; Bibliothèque géologique de la Russie (1897) — 1901.

Earthquake Investigation Committee in Foreign Languages — Publications, n. 8-9 — 1902.

Strassburg i. E. — *Kaiser Wilhelms-Universität*—Inaugural-Dissertationen zur Erlangung der Doctorwürde:

1. Altmeyer Augustinus, *Ueber Tetraeder mit Höhenschmittpunkt bei einer Fläche zweiter Ordnung* — 1901.
2. Archibald Raymond Clare, *The Cardioide and some of its related curves* — 1901.
3. Breslauer Adolf, *Beiträge zur Kenntnis der Phenylaticonsäure* — 1900.

4. Courvoisier Leopold, *Untersuchungen über die absolute Polhöhe von Strassburg i. E.* — 1901.
5. Fitting Hans, *Bau und Entwickelungsgeschichte der Makrosporen von Isoëtes und Selaginella* — 1900.
6. Funck Rudolf, *Die Konfiguration* (15_6, 20_3), *ihre analytische Darstellung und ihre Beziehungen zu gewissen algebraischen Flächen* — 1901.
7. Gottsche Oscar, *Ueber die Einwirkung von Phtalsäureanhydrid auf tricarballylsaures Natrium* — 1900.
8. Hadorff Karl, *Ueber die Einwirkung von Salzsäure auf Phenylisocrotonsäure* — 1901.
9. Huntington Edward V., *Ueber die Grund-Operationen an absoluten und complexen Grössen in geometrischer Behandlung* — 1901.
10. Liebheim E., *Beiträge zur Kenntnis des lothringischen Kohlengebirges (mit Atlas)* — 1900.
11. Meyer Paul, *Ueber die 7-Teilung der Lemniscate* — 1900.
12. Schüttenhelm Alfred, *Ueber eine besondère Art Cremonascher Transformationen* — 1901.
13. Simon Johann, *Ueber die Oxydation der Hexyl-Itaconsäure und -Aticonsäure mit Kaliumpermanganat* — 1900.
14. Weil Ludwig, *Beiträge zur Kenntniss der Saponinsubstanzen und ihre Verbreitung* — 1901.
15. Wilhelm Joseph, *Die Kegelschnitte mit einem gemeinschaftlichen Brennpunkt in ihrem Zusammenhang mit den Kreisen der Ebene* — 1901.

Tokio — *K. Japanisch. Universität* — Mittheilungen aus der medicinisch Facultät, Band V, n. II — 1901.

Toronto — *University of Toronto studies* — Physiological series, n. 3 — 1901.

Toulouse — *Faculté des sciences de l'Université* — Annales, II série, tome III, fasc. 3-4 — 1901.

Upsal — *Observatoire météorologique de l'Université* — Bulletin mensuel, vol. XXXIII — 1901-1902.

R. Societas scientiarum — Nova acta, ser. III, vol. XX, fasc. I — 1901.

Washington — *National Academy of sciences* — Memoirs, vol. VIII — 1898.

Smithsonian Institution — Smithsonian miscellaneous collections, vol. XLIII — 1901.

United States geological Survey — Twenty-first annual Report, part. II, III, IV — 1900-1901.

Wien — *K. k. geologisch. Reichsanstalt* — Jahrbuch, Jahrg. 1902, Band LII, Heft. 2; Abhandlungen, Band XIX, Heft I (1902); Verhandlungen, 1902, n. 5-6.

Zagreb — *Societas historico-naturalis croatica* — God. XIII, Br. 1-6 — 1901.

OPERE PRIVATE

Amodeo F., *Rappresentazione stereoscopica delle figure dello spazio nel piano* — Città di Castello, 1900.

Le riforme universitarie di Carlo III e Ferdinando IV Borbone — Napoli, 1902.

Amodeo F., *Elementi di geometria proiettiva* — Napoli, 1902.

Coup d'oeil sur les courbes algébriques au point de vue de la gonalité — Paris, 1900.

Berthelot, *Cinquantenaire scientifique (1851-1901)* — Paris, 1902.

Biffi Serafino, *Opere complete*, Vol. 1-5 — Milano, 1902.

Brownlie Alexander, *The tides in the midst of the pacific ocean* — 1902.

Celoria G., *Studii e ricerche specialmente italiane sulle variazioni delle latitudini terrestri* — Milano, 1901.

Del Lupo Michele, *I manufatti litici di Patagonia* — Torino, 1898.

Contributo agli studii di antropologia dell'America — Torino, 1899.

Gaudry Albert, *Jubilé* — Paris, 1902.

Givogre G. B., *In memoria del generale medico Francesco Cortese* — Roma, 1902.

Russo Achille, *Studii su gli echinodermi* — Catania, 1902.

Tommasina Th., *Sur l'induction radiante et sur l'existence, de rayons qui subissent la réflexion dans le rayonnement émis par un mélange de chlorures de radium et de barium* — Genève, 1902.

Sur l'absorption de la radioactivité par les liquides — Paris, 1902.

Villari Emilio, *Sul riscaldamento polare prodotto dalle scintille elettriche e sulla resistenza che esse incontrano nell'idrogeno* — Bologna, 1902.

Fascicolo 8° a 11° ANNO XLI. Agosto a Novembre 1902.

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

—

Processo verbale dell'adunanza del dì 12 Luglio 1902.
Presiede il presidente **F. Delpino.**

Sono presenti i socii ordinarii Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci e Villari.

Il segretario legge il verbale della passata adunanza, che è approvato, e presenta i libri giunti in cambio e in dono, segnalando fra questi ultimi i seguenti: *Sul riscaldamento polare prodotto dalle scintille elettriche e sulla resistenza che esse incontrano nell'idrogeno*, del socio Villari; *Studi sugli Echinodermi*, del prof. Achille Russo; *Inaugurazione del monumento al prof. G. Meneghini nel camposanto urbano di Pisa* — Relazione del segretario del Comitato prof. M. Canavari; *In memoria del gen. medico prof. Francesco Cortese*, del magg. gen. med. dott. G. B. Givogre.

Il socio Cesàro, anche a nome dei colleghi Fergola e Torelli, legge il rapporto sulla Nota del dott. Michele Cipolla, presentata nell'adunanza del 5 corrente, proponendone l'inserzione nel Rendiconto. L'Accademia approva all' unanimità.

Processo verbale dell'adunanza del dì 1° Novembre 1902.
Presiede il presidente **F. Delpino.**

Intervengono i socii ordinarii Albini, Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Oglialoro, Paladino, Villari e il corrispondente Scacchi.

Il segretario legge il verbale dell'ultima adunanza, che viene approvato, e presenta i libri giunti in cambio e in dono, segnalando fra que-

sti ultimi il tomo II delle *Opere matematiche di* Francesco Brioschi e le pubblicazioni del s. c. De Lorenzo, del dottor Carlo Riva e della dott. Rina Monti (con osservazioni inedite del prof. Albini).

Il presidente offre in omaggio, oltre una sua Nota, il *Bullettino dell'Orto botanico di Napoli* (tomo I, fasc. 3°) e alcuni lavori compiuti nello stesso Orto dai signori Ettore Mattei, Giovanni Rippa e Giacomo Cecconi e ne parla.

Il segretario comunica la morte del s. c. Alfonso Cossa, avvenuta il 23 Ottobre a Torino, i telegrammi inviati alla Presidenza di quella reale Accademia delle scienze e al socio Enrico d'Ovidio e la lettera di questo, che rappresentò l'Accademia di Napoli ai funerali del compianto collega.

Il socio Oglialoro rivolge una parola di vivo rimpianto alla memoria dell'illustre defunto, che commemorerà in altra adunanza.

Lo stesso segretario partecipa in seguito il decesso del prof. Roberto Rubenson, già direttore dell'Istituto centrale meteorologico di Svezia, morto il 14 Ottobre a Stocolma.

Legge quindi i ringraziamenti dell'Ateneo di Brescia, riconoscente per la parte presa alla solenne commemorazione centenaria della sua fondazione.

Processo verbale dell'adunanza del dì 8 Novembre 1902.
Presiede il presidente **F. Delpino.**

Intervengono i socii ordinarii Albini, Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Oglialoro, Paladino, Pinto e Villari.

Letto il verbale dell'ultima adunanza, che viene approvato, il segretario presenta i libri giunti in dono e in cambio e comunica le condoglianze dal socio straniero Gaudry per la morte del compianto collega Cossa.

Si accetta il cambio del *Rendiconto* con le pubblicazioni della Lloyd Library di Cincinnati Ohio (U. S. A.), del Museum of Natural History di Springfield (Massachusetts). dell'Observatorio Belloch di Llinás (Barcelona) e dell'Oberhessische Gesellschaft für Natur- und Heilkunde di Giessen.

Il s. o. del Pezzo, che ha rappresentato l'Accademia alle feste centenarie celebrate in Settembre dall'Università di Christiania in onore del matematico Abel ed ha offerto a quell'Ateneo l'indirizzo dell'Accademia stessa, riferisce intorno a dette feste, le quali riuscirono sommamente efficaci, e alle grandi accoglienze fatte a tutti gli scienziati stranieri intervenuti.

Il presidente, interpretando i sentimenti dei colleghi, ringrazia vivamente il socio del Pezzo per la rappresentanza e per la relazione.

Il s. o. Paladino comunica, per l'inserzione nel *Rendiconto*, una sua Nota intitolata: *Per la genesi degli spazii intervillosi e del loro primo contenuto nella donna.*

Il s. o. Oglialoro presenta i sette lavori seguenti, eseguiti nel laboratorio di Chimica generale da lui diretto:

Dott. Pasca Alberto, *Su l'acido ortocresolfurfuracrilico.*

» Kernot Giuseppe, *Su gli acidi nitrocresolglicolici ed alcuni derivati.*

» Longobardi Michele, *Su l'acido ortocresolcinnamenilacrilico.*

» Girasoli Domenico, *Anidride, ossime ed alcuni eteri fenici dell'acido paranitrocinnamico.*

» Idem, *Su l'acido timolfurfuracrilico e sul suo stereoisomero.*

» Prota Giurleo Silvestro, *Anidride ed eteri fenici dell'acido fenilacetico.*

» Pilo Antonio, *Su di alcune anidridi ed alcuni eteri fenici.*

» Di Gaetano Mariano, *Anidridi ed eteri fenici degli acidi paracresolglicolico e paracresolcinnamico.*

Il presidente incarica lo stesso socio Oglialoro e i colleghi Piutti e Scacchi di esaminarli e di riferirne.

Il presidente legge, per il Rendiconto, una sua Nota *sul genere* Donzellia *Tenore*.

Si procede alla nomina del vice-presidente per il 1903, da scegliere nella Sezione delle Scienze fisiche. Su dodici votanti, il socio Paladino ottiene nove voti e il socio Villari tre. Risulta eletto il socio Paladino.

Sul genere *Donzellia* Ten.; *Nota del socio ordinario* **Federico Delpino.**

(Adunanza del dì 8 Novembre 1902)

Il chiaro mio antecessore Michele Tenore sopra nna pianta coltivata nel R. Orto botanico di Napoli, venuta a fiorire e a fruttificare, ritenendola una specie nuova e non ancora descritta, fondava il genere *Donzellia*, da collocarsi o nelle terebintacee o nelle ramnacee. E poichè tale pianta è armata da acute spine, la denominava *Donzellia spinosa.*

Il primo cenno fitografico ch'egli ne diede si legge a pag. 11 dell'*Index seminum in horto botanico Neapolitano a. 1839 collectorum, auctore M. Tenore. Neapoli, die 25 Novembris 1839.*

Un anno dopo lo stesso autore estendeva un'ampia memoria in proposito che venne pubblicata nella parte fisica del tomo XXII delle *Memorie dell'Accademia delle scienze in Modena*, detta dei quaranta (Modena, 1840), intitolata: *Sopra due nuovi generi di piante Syncarpia e Donzellia.*

Da questa pubblicazione qui riporto ciò che concerne il nuovo genere *Donzellia*.

« Partita da Buenos Ayres nel giugno 1832 sul cadere dello stesso anno giungeva a Napoli una ricca collezione di semi, che il celebre Bonpland inviava al nostro R. Orto botanico ». (Pag. 8).

« Dall'aspetto della intera pianta e dalla sua qualità spinosa, nonchè dal fogliame lucido e permanente, quest'americano cespuglio ben si oppalesava per una ramnacea o per una terebintacea, il quale giudizio confermato ne viene dallo studio delle parti del fiore e del frutto ». (Pag. 9).

« Dalla indicazione trasmessami dal Sig. Bonpland raccogliamo doversi la *Donzellia* ritenere nativa di Buenos Ayres, niente altro avendone aggiunto il lodato viaggiatore ».

« Fra i benemeriti cultori della botanica la storia patria vanta un Tommaso Donzelli, di cui abbiamo un'applaudita opera farmaceutica. Fu un medico assai distinto e specialmente dedito alla storia delle piante ». (p. 10).

Conseguentemente il Tenore a lui dedicava il nuovo genere *Donzellia.*

A p. 11 poi soggiunge la descrizione fitografica della *Donzellia spinosa.* « Polygama, Flos hermaphroditus terminalis, exiguus. Calyx inferus ex squamis sex semiorbicularibus; stamina 5 vel, 6; pistillum unicum; stigma glanduloso-carnosum, sexlobatum, lobis bifidis. Pomum globosum depressum, stigmatibus coronatum, sexloculare. loculis di-trispermis; semina rugosa, nuculanacea. In flore foemineo omnia ut in hermaphrodito demtis staminibus. Classis *polygamia*, ordo *androgyna.* Inter Terebinthaceas et Rhamneas ambigit ».

« Donzellia spinosa. Arbuscula in olla culta (a. 1833 ad 1840), sexpedalis ».

Tale il testo. L'autore vi aggiunge una tavola dimostrativa, ove in *a* è figurato un ramo vegetativo, in *b* un fiore ermafrodito ingrandito, in *c* un fiore femmineo pure ingrandito, in *d* un ramo con due frutti terminali, d'un vivo color atropurpureo; frutti che per forma e per dimensioni (ma non per il colore) sono assai simili agli azaroli.

La sezione del frutto mostra da sei a sette loculamenti annidiati in una polpa edule. Ciascun loculamento contiene due semi; per cui il frutto si chiarisce per una bacca polisperma.

Quale è stato il seguito di questa proposta del Tenore? Endlicher (*Genera plantarum* secundum ordines naturales disposita) non ha rifiutata l'accettazione di questo genere. ma non sapendo a qnale famiglia assegnarlo, lo inscrive fra i generi *incertae sedis* sotto il N. 6847, pag. 1328.

Bentham e Hooker (*Genera plantarum* ecc.) mettono in dubbio la esistenza di questo genere, senza per altro indicare i motivi della dubitazione.

I più recenti fitografi, ad esempio Baillon (*Histoire des Plantes* ecc.); ed Engler e Prantl (*Natürliche Familien* ecc.) non ne fanno menzione.

G. A. Pasquale, nel suo accurato *Catalogo delle piante del R. Orto botanico in Napoli*, stampato nel 1867, cita la *Donzellia spinosa* fra le piante coltivate nel tepidario, e, nella nota N.° 10, ne dà l'esatta descrizione che segue: Fructus pomum globosum, magnitudinis fructus azaroli, stigmate stellato coronatum, atropurpureum, sexcoccum, coccis longitudinaliter bilocularibus, loculis osseis indehiscentibus, semen lentiforme ex angulo interno loculi pendens, testa membranacea, caruncula umbilicali exigua aucta, instructum. Hoc genus, quamprimum nobis revidendum, ob stigmata stellata, loculorum fructus, seminis atque embryonis positionem et structuram, ad Euphorbiaceas secundum nostram sententiam pertinet; secus ac genera fructu drupaeformi, loculis dispermis, inter *Emblicam* Gaertn. et *Ciccam* L. ponendum.

Questo è quanto venne sin qui pubblicato sulla *Donzellia spinosa*, e naturalmente si resta in grave incertezza per ciò che riguarda la retta posizione di questa specie nel metodo naturale. Appartiene alle terebintacee, o alle ramnacee, o alle euforbiacee? È par legittimo anche il dubbio che per avventura non appartenga a nessuna di dette tre famiglie.

Nella state di quest'anno 1902 ebbi per caso una completa soluzione di queste dubbiezze.

Fra le piante di più recente introduzione nell'Orto botanico partenopeo, ve ne sono alcune graziosamente donate dal valente orticoltore Sig. Sprenger. Fra esse notai coltivato in vaso un basso frutice col nome di *Flacourtia cataphracta* Roxb. Osservandolo, a primo aspetto si scorgeva un'estrema rassomiglianza coll'esemplare di *Donzellia spinosa* coltivato da molti anni nell'orto botanico ed esistente anche oggidì.

Le due piante coincidevano in quasi tutti i caratteri; nell'abito generale, nella fogliazione, nella spinescenza, nelle innovazioni ossia punte dei rami. Disgraziatamente nè l'uno nè l'altro esemplare era in fiore od in frutto per decidere con sicurezza se effettivamente appartenevano alla famiglia delle flacurziacee, anzi allo stesso genere tipico *Flacourtia*. Per altro potei già presupporre e congetturare che realmente così fosse; perchè la loro spinescenza portava i caratteri morfologici proprii delle spine di *Aberia* e di altre flacurziacee.

Propostami la risoluzione decisiva di tal congettura, ricercai la citata memoria pubblicata dal Tenore sulla *Donzellia spinosa*. Considerai sopra tutto i caratteri del pistillo e del frutto; stigma sexlobatum, lobis bifidis; pomum globosum depressum, stigmatibus coronatum, sexloculare, loculis di-trispermis, semina rugoso-nuculanacea. Facilmente notai come tutti questi caratteri convenivano perfettamente col genere *Flacourtia*. La tavola annessa confermava pienamente questo giudizio; e la figura del frutto accusava immediatamente una flacurzia.

Determinato il genere restava a determinare la specie, e per venire a più sicuri risultati, consultai le opere fitografiche che erano a mia disposizione.

Il fondatore del genere *Flacourtia* è Carlo Ludovico L'Heritier, nella sua splendida opera — Stirpes novae aut minus cognitae ecc. — pubblicata nell'anno 1784. Esso ha fondato questo genere, sopra una specie fruticosa, indigena del Madagascar, e coltivata assai estesamente nell'India, per i suoi frutti commestibili che somigliano alquanto le nostre prune; specie da lui denominata *Flacourtia Ramontchi*.

Basta una semplice occhiata alle tavole XXX e XXXI di quest'opera per convincerci che la *Donzellia spinosa* non è altro che la *Flacourtia Ramontchi*.

Il testo viene a confermare tale identità (l. c., p. 59). « Frutex spinosus sesquiorgyalis. Turiones inermes, mox spinosi, vix pubescentes, purpurascentes. Racemuli foeminei terminales. Stamina. Filamenta numerosissima 50-100 [1]).

(L. c., p. 60) « Stylos et stigmata in horto ultra septem nondum vidi sed Poivreus novem dicit. Bacca globosa carnosa, stylis et stigmatibus notata, multilocularis, atropurpurea, 8 lineas lata. Semina duo in singulis loculamentis, unum alteri verticaliter impositum. Insulares baccas edunt. Ab Europaeis pruna vocantur. In Madagascaria et insulis mascarenis »,

Ma se la Donzellia altro non è che la *Flacourtia Ramontchi*, in che modo i suoi semi poterono essere spediti al Tenore dal territorio della Plata? Questo caso non manca di essere strano; giacchè tutte le specie del genere *Flacourtia* sono gerontogeiche; anzi la culla del genere si troverebbe nelle Indie Orientali, Giuseppe Dalton Hooker nella sua classica — *Flora of british India*, vol. I, p, 192-193 — ne descrive molte specie. E segnala come più o meno estesamente coltivate nei paesi caldi, per i loro frutti commestibili, oltre la *Fl. Ramontchi* L'Herit, anche la *Fl. cataphracta* Roxb, la *Fl. inermis* Roxb. La *Fl. Ramontchi*, in ragione appunto della estesa sua coltura, avrebbe sviluppato non meno di cinque varietà. Non è inverisimile adunque che tale specie sia stata introdotta nel territorio plateuse per essere ivi coltivata; e che perciò da tal luogo possano esserne stati spediti dei semi al Tenore.

Le flacurziacee degli erbarii di Tenore e di Gussone sono troppo scarsamente rappresentate per poter chiarire l'argomento colla ispezione di esemplari secchi; ma testè potei consultare le flacurziacee del ricco erbario fiorentino o webbiano, graziosamente comunicatemi dal Prof. Baccarini.

---

[1]) Questo carattere è l'unico che discorda fortemente col testo del Tenore il quale accenna a 5 o 6 stami per fiore. Ma probabilmente esso aveva sotto gli occhi invece di un fiore maschile, un fiore ermafrodito, e allora si capirebbe una diminuzione nel numero degli stami, talvolta anche fortissima.

Molti in esso erbario sono gli esemplari raccolti sotto il nome di *Fl. Ramontchi*; e ho constatato che realmente la *Donzellia spinosa* appartiene a questa specie di *Flacourtia.*

Quanto all'altra pianta, donata recentemente all'Orto Botanico dal Sig. Sprenger sotto il nome di *Flacourtia cataphracta* Roxb, nessuno degli esemplari webbiani di qu sta specie corrisponde appieno con essa· Per contro vi corrisponde meravigliosamente un esemplare raccolto da G. Linden nel 1838 verso le vicinanze di Vera Cruz nel Messico. Ma siccome questo genere non è indigeno dell'America, convien dire che anche qui si tratta di pianta coltivata. Tutto ciò mi fa pensare che la *Flacourtia* donata dallo Sprenger sia riducibile anch'essa alla *Fl. Ramontchi*, per altro come una varietà sufficientemente distinta da foglie più rustiche, più fortemente serrate, e con nervatura alquanto diversa, più sagliente.

PER LA GENESI DEGLI SPAZII INTERVILLOSI E DEL LORO PRIMO CONTENUTO NELLA DONNA; *Ulteriori studii del socio ordinario* **G. Paladino.**

(Adunanza del dì 8 Novembre 1902)

Nuove mie osservazioni sull'argomento della genesi del lavorio placentare nella donna e recenti pubblicazioni in proposito di ricercatori stranieri quali Marchand [1]), Bonnet [2]), Strahl [3]) ecc. mi porgono l'occasione di ritornare su alcune delle questioni già da me trattate, e d'insistere su quelle parti di esse che mi sono parse sempre di capitale importanza per l'inizio del processo placentare, e su cui o si sorvola o pure diviene più stridente il disaccordo degli osservatori.

Non vi è bisogno di spendere molte parole per rilevare l'importanza di simili argomenti. Riguardano i primordii od i rapporti primitivi tra l'embrione e l'utero e quindi i fenomeni della sorgente nutritiva dello stesso e l'iniziarsi e lo svolgersi del processo placentare.

Ad intendere bene l'argomento in esame bisogna dapprima stabilire la struttura dei villi e del corion, nonchè il loro modo di attacco e quindi l'impianto dell'embrione sulla mucosa uterina.

A tal'uopo è indispensabile un materiale appropriato e l'impiego di opportuni procedimenti d'indagini. Una delle cause di sì stridenti dispa-

[1]) Marchand F., *Einige Beobachtungen in jungen menschlichen Eiern*. Verhandlungen der Anatom. Gesellschaft in Halle 1902, herausg. von K. Bardeleben.

[2]) Bonnet und Kolster. *Bemerkungen über die vergleichende Histologie der Placenta und die Embryotrophe der Saugethiere*, ibid., p. 25.

[3]) Strahl H., *Zur Kenntnis des Placentarsyncitiums.* Anat. Anzeiger, Vol. XXI, 1902.

rità di opinioni in simili argomenti è rappresentato dal che non tutti hanno potuto studiare materiale in condizioni opportune. Tutto quello che forniscono gli aborti nel principio della gravidanza non può in massima far prendere la retta via in simile genere di studii. Bene in cambio risponde quel materiale costituito da uteri gravidi estirpati per tumori od altro, o raccolti da sezioni di donne in principio di gravidanza morte in seguito a lesioni violente o per avvelenamento. Solo in tal guisa si possono avere pezzi di studio, nei quali l'embrione e l'utero sono tagliati insieme, e quindi analogamente a quelle condizioni favorevoli che sono tanto facili ad ottenersi negli animali, dai quali si può estirpare l' utero gravido in tutti i periodi di gravidanza ed a norma delle esigenze delle indagini.

Ad un simile materiale appartiene il pezzo da me illustrato colla memoria pubblicata nel Rendiconto della nostra Accademia e dal titolo: — *Per la struttura dei villi del corion umano nei primordii dello sviluppo e dei loro primi rapporti colla mucosa uterina* [1]), e che va messo in serie con quelli illustrati da Peters, da Leopold, da von Spee ecc. Si trattava di un utero estirpato per mioma della parete posteriore, e che si trovò gravido intorno la quarta settimana concordando i risultati dell'esame dell'uovo e le notizie sull'ultimo accoppiamento.

Il pezzo fu bene indurito colle rinnovate soluzioni di formalina al 5 per cento, e poscia colorito o col miscuglio da me proposto di scarlatto Biebrich e di una delle soluzioni di ematossilina, o pure col mucincarminio di P. Mayer, o colla soluzione triacida di Ehrlich.

Il miscuglio di scarlatto e di ematossilina risulta da un terzo della soluzione di scarlatto dall'uno al due per cento e di due terzi di una delle ordinarie soluzioni di ematossilina o pure dell'emallume Mayer.

L'azione del miscuglio di scarlatto e di ematossilina raggiunge l'optimum tra una a tre ore, e poscia i pezzi sono messi nella soluzione d'allume al 2 °/₀ e quindi sono immersi nei bagni successivi di alcool a diverso grado sino a quello anidro. Questa colorazione mista ha il vantaggio di colorare i nuclei in bleu, il protoplasma degli elementi in rosso, ad eccezione di quello delle emasie o degli eritrociti che restano colorati in un bel rosso rameico. Questo fatto di metacromasia dello scarlatto è molto caratteristico e costante, e serve a far scovrire dovunque si trova anche uno dei corpuscoli rossi. Il rosso rameico è caratteristico del protoplasma emoglobinico, e poichè è assolutamente costante io non adopero più per simile scopo l'eosina. La colorazione mista dello scarlatto e dell'ematossilina o si ottiene adoperando contemporaneamente l'uno e l'altra nel modo già detto, o pure successivamente cioè prima lo scarlatto e poscia l'ematossi-

[1]) Rend. dell'Accademia delle Scienze fisiche di Napoli. Vol. IV, fasc. di agosto 1898, pag. 373 e seg.

lina. Questa seconda maniera di colorare è preferibile quando sopratutto si pratica l'intinzione sui tagli.

Con un tale materiale è stato possibile contribuire efficacemente alla conoscenza del problema cotanto disputato del processo gravidico.

I.

Ed in prima della *distribuzione* e *struttura dei villi*. Non è esatto continuare a dire che i villi coriali non si sviluppino su tutto il corion. In cambio il corion umano già al 13° e 14° giorno è fornito di villi più o meno ramificati per tutta la sua superficie, senonchè come si va innanzi se ne accentùa sempre più l'ineguale sviluppo, e quindi mentre quelli in corrispondenza della decidua basalis o serotina divengono più rigogliosi, gli altri si arrestano per atrofizzarsi di poi in parte pel resto del corion. In conseguenza si può sicuramente dire che già tra la 3ª e 4ª settimana è spiccata la differente dimensione tra i villi del *corion frondosum* e quelli del futuro corion *laeve*, od in altri termini non è esatto dire che mancano i villi sulla sommità dell'uovo, nel quale punto il corion sarebbe in immediato contatto colla decidua capsulare o riflessa, dovecchè i villi sono qui soltanto meno sviluppati.

Ogni villo risulta da un asse di tessuto connettivo mucoso in continuazione con quello del corion, e da un rivestimento in massima a due piani, vale a dire il profondo o strato di Langhans ed il superficiale o sinciziale o plasmodiale anche detto.

Il connettivo mucoso dei villi risulta di cellule stellate e fusiformi dirette in varia direzione e da corpuscoli rotondi e più o meno *granulosi* sparpagliati tra quelle, e tutti compresi in mezzo ad una sostanza intercellulare omogenea ed in parte sottilmente fibrillare. Qua e là si devono osservare cellule i *cui poli si risolvono* in sottili fibrille. Dapprima l'asse dei villi è senza vasi, ma di poi questi compariscono e si presentano pieni di sangue con corpuscoli rossi nucleati.

Oltre i vasi non mancano interspazii di varia dimensione, nudi e senza contenuto e quindi da non confondersi con quelli. Pare provvengano dalla rarificazione della sostanza intercellulare in mezzo alle maglie del reticolo fatto dallo incrocio dei prolungamenti cellulari. Lo strato di Langhans è fatto da cellule come cubiche viste di lato, a margini ben distinti ed in massima di un piano solo. In qualche punto però si arriva ad osservare l'accenno di uno strato sottostante, ed in corrispondenza dell'estremo dei villi si svolgono *veri cumoli o colonne cellulari* anche dette, cioè ammassi di cellule poliedriche, voluminose, con un grosso nucleo e provvenienti per moltiplicazione mitotica del detto strato.

Lo strato *sinciziale* poi, detto anche *plasmode ectoplacentare* (Duval), *trofoblasto* (Hubrecht) o *plasmodotrofoblasto* (Hubrecht e Var-

nout), risulta da uno strato di protoplasma granuloso, ricco di nuclei disposti in serie regolare, e con frequenti *gemme protoplasmatiche*, di forma e di sviluppo differente e tutte fornite di molti nuclei. Tali gemme sono anche dette *isole di proliferazione sinciziale* o *Kernmorulae* come ultimamente l'ha voluto chiamare il von Lenhossek.

In questo strato di tratto in tratto vi sono spiccati esempii di formazione a *scopetta*, erroneamente interpretato come orlo vibrabile. Il trovarsi una tale disposizione qua e là spiega come si è potuto sostenere su ciò opposto parere, vale a dire che mentre da alcuni si è ammessa la formazione a scopetta da per tutto sul sincizio, da altri si è addirittura negata!

In breve il rivestimento dei villi coriali regolarmente è fatto di due strati, il profondo o di Langhans ed il superficiale o sinciziale. Tra l'uno e l'altro non vi è strato intermedio come pure inesattamente è stato sostenuto da alcuni, quasi come orlo cuticulare dello strato di Langhans, o come possibile residuo della zona pellucida! Del pari non vi è uno strato limitante sul connettivo, quasi una membrana basale, descritto da Marchand ultimamente nella comunicazione già detta e fatta in seno alla Società anatomica in Halle. Nei preparati di villi coriali è facile vedere distaccato lo strato di Langhans dallo stroma del villo, ma in nessuna guisa si può concludere per la presenza alla superficie dello stroma di una membrana limitante. Adunque il rivestimento tanto dei villi quanto dei tratti intermedii corrispondenti al corion è costituito di due strati. Non è da omettere di notare che in qualche tratto limitatissimo gli elementi dello strato profondo si appiattiscono molto sì da fare apparire lo strato sinciziale quasi immediatamente adagiato sul corion e sui villi. Però con forti ingrandimenti si ha la pruova della presenza dello strato profondo, e perciò non si può neppure essere di accordo con quelli che ammettono il rivestimento dei villi quale uno strato semplice, e soltanto qua e là con zone di strato profondo.

Non è esatto dire che soltanto nello strato di Langhans vi siano segni di moltiplicazione. In cambio tanto nello stesso quanto nel superficiale vi è vivace moltiplicazione, però con differenza di modi. Secondo io prima raffigurai nel mio lavoro indietro citato lungo lo strato profondo o di Langhans si rinvengono stadii differenti di mitosi, quali lo spirema lo spezzettamento dello stesso, il monastro. Nelle cosidette colonne cellulari od in quei cumoli di grosse cellule che si trovano sull'estremo dei villi si hanno spesso ad osservare tre a quattro cellule poco distanti tra loro e presentanti o lo spirema, o i cromosomi che risultano dallo spezzettamento di questo ed in via di aggregarsi a monastro.

Nello strato sinciziale per contrario è spiccato il movimento di gemmazione, e contemporaneamente è vivace la proliferazione dei nuclei mercè amitosi. Nelle gemme più o meno grosse e di varie forme si accumulano i nuclei da superare i venti, i trenta e molto di più.

Questa differenza di moltiplicazione dei due strati è stata confermata dal von Lenkossek come si rileva dal Resoconto dell'ultima riunione della Società anatomica tenuta in Halle [1]).

Sulla derivazione ora degli elementi delle colonne cellulari, cioè di quei cumoli cellulari che sormontano gli estremi liberi delle villosità (cellule con nucleo vescicolare e con nucleolo) non vi può essere dubbio che provvengano dalla moltiplicazione degli elementi dello strato di Langhans. Appoggiano una tale derivazione la costituzione degli elementi ed il modo di moltiplicazione di questo nonchè la loro topografia. Per le dette ragioni sembra abbastanza azzardata l'opinione divisa ultimamente dal Marchand secondo la quale gli elementi delle cosidette colonne cellulari provverrebbero dal dividersi in cellule dello strato sinciziale.

La derivazione poi di questo è sempre una questione aperta. Non si è peranco definito se sia di origine fetale o pure di provvenienza materna, e quindi si è sempre incerti se farlo derivare dallo strato ectodermico coriale o di Langhans come opina il Kollmann od in cambio dagli elementi della decidua, o dal midollo delle ossa (von Spee) o pure dalle ovaje e propriamente dalle cellule della corona radiata o strato interno del disco ooforo o cumulo proligero.

Aspettando nuove indagini che permetteranno risolvere l'intricata questione mi sia consentito intanto di ricordare qui che circa quattro anni sono allorquando io mi occupai dell'argomento l'opinione che più aveva seguito era la provvenienza del sincizio dall'epitelio uterino, e tra i sostenitori di un tal modo di vedere vi era pure il Marchand insieme al suo allievo Merttens. Io intanto mi opposi decisamente ad una tale provvenienza, poggiandomi su quanto avevo descritto nella decidua umana, e per cui la mucosa uterina in quel lavorio preparatorio per la formazione della placenta si denuda dell'epitelio, che cade ecc. Ed oggi veggo molto assottigliata la schiera dei sostenitori di tale nozione, non escluso lo stesso Marchand, che ha abbandonato un simile modo di vedere.

II.

A bene intendere il *modo d'impianto dell'uovo sulla mucosa uterina e sviluppo della decidua capsularis* fa d'uopo premettere la conoscenza sulla formazione deciduale della donna. Io sin dal 1889, contro la dottrina allora dominante sulla decidua in generale sostenni che la decidua non ha *struttura uniforme*, e con maggiore determinatezza più tardi in una *Nota sulla decidua della donna* scrissi: « La decidua dei roditori a « foglietti invertiti (cavia ecc.) e quella dei carnivori, quali la gatta, la « cagna, ecc. rappresentano due tipi onninamente differenti. La decidua

[1]) L. c., pag. 183.

« della donna si allontana in misura differente dall'uno e dall'altro, però
« vi è bisogno della conoscenza preliminare di entrambi perchè essa sia
« convenientemente interpretrata. La lunga serie di vecchi e nuovi errori
« divulgati in ordine alla decidua della donna è per una certa parte spie-
« gata dal non avere gli autori nozioni dirette su questi tipi così opposti
« di decidua » [1]).

S'intende facilmente perchè io ho sempre dato molta importanza allo studio preliminare della decidua nell'esame dello sviluppo della placenta. La parte che spetta all'utero in simile lavorìo non s'inizia direttamente dall'ordinaria mucosa, ma invece questa soffre notevoli cangiamenti preparatorii, che nè si svolgono istantaneamente e nè sono di poca importanza per la vita dell'embrione come si dirà più sotto.

Secondo me la decidua nella donna non è fatta a spese del lavorio epiteliale, e quindi tanto dell'epitelio di rivestimento quanto di quello delle glandole che s'ingrandirebbero e tumeferebbero la mucosa secondo ammettono alcuni quali Leopold ed altri.

Pe contrario le mie osservazioni hanno assodato che la mucosa uterina trasformandosi in decidua soffre i seguenti cangiamenti: 1) turgore in tutta la sua spessezza per iperemia e conseguentemente per afflusso più considerevole di sangue; 2) caduta dell'epitelio superficiale o di rivestimento della mucosa e di quello dello sbocco del primo tratto dei tubi ghiandolari; 3) dilatazione irregolare delle glandole con disgregazione e distaccamento dell'epitelio nonchè degenerazione degli elementi di questo in sferule jaline, in granuli ecc.; 4) cospicuo accumulo di cellule linfoidi nello stroma della mucosa, le quali crescono sempre più in numero, ed una parte ancora in dimensione, trasformandosi in *cellule deciduali*, cioè a dire in cellule poliedriche, stellate, fusiformi, tutte con un nucleo rigoglioso e con protoplasma abbondante, ed in comunicazione con i loro prolungamenti; 5) cellule gigantesche sparse ed a differente grado di sviluppo, cioè a dire cellule con forte potere di colorazione e con molti nuclei, i quali aumentano in numero, mentre il protoplasma cresce, di sorta che vi sono cellule irregolari tra 120 a 200 μ ed anche più con parecchie diecine di nuclei; 6) cellule linfoidi come tali, disseminate dapertutto, ma accumulate in grande proporzione su certi punti della decidua capsulare anche detta riflessa, o pure lungo le propaggini che la decidua basalis e capsularis manda verso il corion.

Dette cellule linfoidi in gran numero hanno nucleo polimorfo ma i linfociti abbondano, e tra questi non mancano alcuni normoblasti o globuli rossi nucleati, situati sia nella spessezza della decidua sia nella superficie di questa che è rivolta verso il corion e qua e là in continuazione col contenuto intervilloso.

---

[1]) Atti dell'XI Congresso medico internazionale di Roma. Vol. II, p. 64, 1894.

Da ciò che precede risulta chiaramente che alla formazione della decidua nella donna non pigliano parte attiva le glandole, perchè queste si dilatano, si deformano, perdono il loro epitelio, si annullano insomma come organi secernenti.

Comparata alla caduca della cavia, del ***mus decum.*** ed a quella dei carnivori e di altri animali, la decidua della donna differisce da tutte in *diversa misura*. Si distingue da quella della cavia, colla quale del resto ha molta rassomiglianza, perciò che dove nella donna le glandole subiscono i cangiamenti anzidetti, nella cavia, nel mus ecc. le glandole si atrofizzano e spariscono completamente nelle porzioni ove si sviluppa la caduca. Inoltre dove i detti cangiamenti sono generali per la mucosa uterina della donna, invece nella cavia, nel mus ecc. si avverano solo a tratti ed in corrispondenza dei rosarii uterini dove si svolgerà la placenta ecc.

Or ad intendere il modo d'impianto dell'uovo sull'utero bisogna tener presenti i detti cangiamenti. Altrimenti si continua a ripetere l'errore di quelli che parlano dell'attacco dell'uovo alla mucosa nella sua costituzione ordinaria.

Per il punto d'impianto dell'uovo e per lo sviluppo in conseguenza della capsularis o riflessa, **Marchand** crede di appoggiare il modo già ammesso da von Spee per la cavia, e ripetuto da **Peters** per la donna. E difatti egli dice che l'uovo umano non si attacca alla superficie della mucosa uterina per quivi incapsularsi, ma similmente a quanto avviene nella cavia secondo von **Spee** dopo la distruzione dell'epitelio si addentra nel tessuto della mucosa, ivi nasce la cavità circondata dalla membrana capsularis, e l'uovo si ricopre non per sopraelevazione di margine libero, ma invece per assottigliamento della mucosa chiusasi sull'uovo dopo la sua penetrazione. Il punto della capsula corrispondente alla cosidetta cicatrice consisterebbe secondo lo stesso in una massa coagulata.

Intanto questo modo d'impianto dell'uovo ammesso con tanta sicurezza dal **Marchand** non è interamente seguito per quanto riguarda l'uovo umano neppure dal von **Spee**. E difatti nella discussione tenutasi in seno alla Società anatomica ad Halle a proposito della comunicazione fatta da **Marchand** il von **Spee** riferisce: la lamina della decidua riflessa corrispondente alla parte sporgente della stessa manca in alcuni rari casi, cosicchè l'uovo non è compreso in una capsula chiusa, ma sporge con una metà libero nella cavità uterina. Il von **Spee** si limita a constatare il fatto, ma interpetrandolo per quello che deve valere si può concludere che per lo stesso von **Spee** l'impianto dell'uovo nella donna va altrimenti inteso di quanto egli stesso ha descritto nella cavia.

Invero per me lo spazio limitato della caduca capsularis e della caduca basalis, od in altri termini la camera incubatrice chiusa dall'una e dall'altra è parte della cavità uterina circondata dalla decidua o dalla

mucosa trasformata in decidua [1]). L'immagine di Leopold secondo la quale l'uovo resta attaccato alla mucosa come pietra incastrata su un anello ricorda quello che von Spee ammette in rari casi, ma, che effettivamente corrisponde allo stadio d' incompleto sviluppo della capsularis, alloraquando questa non ha abbracciato ancora tutto l'uovo.

L'uovo adunque si ferma su un punto della decidua, cioè della mucosa denudata di epitelio e con tutti gli altri cangiamenti di sopra descritti, la quale poscia sollevandosi a cresta circolarmente intorno lo stesso lo abbraccia dapprima e poi lo incapsula sino a chiuderlo. Un appoggio di quanto precede è dato dalla struttura della capsularis che è fondamentalmente quella della decidua, colla sola differenza che come si va verso la cupola o la parte sporgente così si rarificano sempre più i residui glandolari sino a sparire del tutto, e gli elementi deciduali sono piccoli intramezzati qua e là da cumuli di linfociti. Nel punto d'incontro della cresta deciduale circolare od in quella specie di ombelico deciduale accuratamente esaminato non si trova quindi che la stessa struttura del rimanente della cosidetta cupola della capsularis, almeno a sviluppo completo della stessa. Coloro che ammettono coagulo sanguigno in questo punto o hanno esaminato materiale abortivo o tutt' al più una capsularis non completa.

Il modo di sorgere della capsularis quale sollevamento a cresta della decidua è appoggiato dai dati di struttura della capsularis, come si può rilevare dallo esame di tagli o di sezioni nel senso longitudinale della capsularis o della riflessa. In essa si devono vedere i residui delle glandole o queste in via di sformarsi, o pure dilatate e denudate di epitelio, delle quali alcune hanno lo sbocco verso la cavità interna della capsularis, ed altre sboccano alla superficie della stessa e quindi verso la cavità uterina.

Secondo le mie osservazioni questo processo d' impianto dell'uovo sulla mucosa trasformata in decidua nella donna è complicato dall'esuberanza e dall'estensione per tutta la mucosa uterina del processo deciduale. Se ciò non manca d'importanza per intendere la topografia dell' impianto in rapporto alla superficie della cavità uterina, è d' altra parte indispensabile per spiegare la presenza di un setto che, nel caso da me illustrato col lavoro precedentemente citato, correva dal fondo della cavità uterina ove era attaccato fino verso il canale cervicale ove si arrestava libero.

La struttura di detto setto è quella stessa della massa deciduale, e quindi risulta: *a)* da cellule riccamente protoplasmatiche di varia forma (fusoide, triangolare, poleidriche, irregolari ecc.), *b)* da cellule linfoidi sparse dapertutto o pure accumulate in certi punti, e *c)* da residui di glandole

---

[1]) Riscontri il mio lavoro: *Sulla genesi degli spazii intervillosi della placenta umana e del loro primo contenuto.* Rendiconto della R. Accademia delle Scienze di Napoli, 1899, ed Archives italiennes de Biologie, tom. 32°, Turin, 1899

dilatate, deformate con epitelio caduto od interamente distrutto, e qua e là con sangue in più o meno grande quantità.

Le due superficie di questo tramezzo sono nude, e l'una delle due a preferenza fornita di frange, che si debbono considerare quali residui non ancora distrutti dal processo di demolizione che invade tutta la formazione deciduale non impiegata alla costituzione delle caduche ordinarie. Su larga scala lungo il setto si trovano tutti gl'indizii di una larga istolisi, cioè di una plasmolisi e di una cariolisi tanto dell'elemento deciduale quanto dell'elemento epiteliale glandolare.

In conclusione il setto o tramezzo anzidetto è una parte dell'abbondante formazione deciduale, e la sua proporzione dev'essere in rapporto al grado di disgregazione o distruzione avvenuta e forse altresì al grado esuberante della formazione deciduale.

III.

Della maggiore importanza è ora la genesi degli spazii intervillosi e del loro primo contenuto.

Le osservazioni degli embrioni in sito, le sezioni in toto dell'utero e dell'uovo dove è possibile e di cui fui tra i primi a mettere in evidenza il valore [1]), hanno diroccato tutto quell'edifizio fantastico per tanto tempo tradizionatosi sui rapporti dell'uovo coll'utero, e per la cui conoscenza si metteva a base l'*approfondarsi* dei villi del corion nella mucosa uterina all'esempio di una radice qualunque in un terreno. Del pari fantastico se non proprio frutto di erronee interpetrazioni è il modo di vedere che tuttavia alcuni ripetono ritenendo gli spazii intervillosi per capillari materni dilatati il cui endotelio finirebbe per distruggersi, e molto più fantastico è quanto avvanzano altri coll'ammettere che i villi del corion non nascono come propaggini del corion, sì bene mercè i raggi di connessione che si distenderebbero nelle lacune prodottesi nello strato ectodermico ispessito rivestente l'uovo. Tali lacune a svolgimento rapidissimo finirebbero per rappresentare gli spazii intervillosi, nei quali entrerebbe molto per tempo il sangue materno!

Tutt'altrimenti però va la cosa a norma dell'esame di appropriato materiale come si è detto indietro. Sul principio negli spazii intervillosi non vi è sangue sgorgato dei vasi materni e non vi è da meravigliarsene, non ostante che la decidua ne abbia i vasi pieni, inquantochè la comunicazione tra i vasi materni e gli spazii intervillosi secondo le mie osservazioni non è peranco avvenuta verso il termine del primo mese di gra-

---

[1]) Riscontri: *Sulla più intima conoscenza del primo sviluppo di alcuni mammiferi*, con tav. — Bullettino del Congresso generale dell'Associazione medica italiana. Modena 1882, ed Archives italiannes de Biologie. Turin 1883.

vidanza. Ciò come rilevai in seno alla *Società italiana di Ostetricia e Ginecologia* [1]) è della massima importanza per la fisiopatologia dell'aborto, dappoichè se fosse altrimenti, se cioè la comunicazione dei vasi materni cogli spazii intervillosi avvenisse *precocemente*, se quindi in questi sin dal bel principio potesse arrivare sangue sgorgato dai vasi materni, allora il processo di attacco dei villi del corion alla decidua sarebbe impedito ed ostacolato in conseguenza lo svolgersi di qualunque processo gravidico. In appoggio di simile considerazione viene l'osservazione di aborti nelle prime settimane e nei quali si constata la presenza di sangue materno tra i villi del corion; anzi stando ai miei studii in proposito devo aggiungere che conservo preparati eseguiti su un aborto intorno i 13 giorni, preparati nei quali si trovano blocchi di sangue materno tra i villi e quel che è più un coagulo molto cospicuo di sangue materno perfino sotto il corion.

Casi simili di sangue trovato tra i villi sono stati malamente da alcuni ritenuti come prova della presenza tra i villi di sangue sgorgato dai vasi materni sin dai primi giorni, mentre un tale avvenimento dev'essere soltanto ritenuto come ostacolante il corso ordinario del processo gravidico e quindi come causa di aborto.

Non si può seguire il Marchand, che lo ritiene quale prodotto della proliferazione dello strato ectodermico.

Il primo contenuto degli spazii intervillosi è ben altro ed ecco come io l'ho descritto rilevandone l'alto valore funzionale.

« Il primo contenuto degli spazii intervillosi è una sorta di *emolinfa* « *sui generis* prodotta dalla formazione deciduale allo scopo di fornire il « primo nutrimento all'embrione, e nella quale si raccolgono elementi di- « versi, consistenti in elementi linfoidi della decidua e nei prodotti della « cospicua istolisi che invade una parte dei componenti di questa, nonchè « dell'epitelio delle glandole sformate ed in via di distruzione ».

« Un tal contenuto presenta in mezzo ad una massa granulosa e qua « e là come reticolata presenta dei linfociti, dei leucociti mononucleari e « polinucleari in abbondanza, alcune cellule con granulazioni acidofile. Vi si « trovano ancora qua e là alcuni normoblasti, ed oltre a ciò elementi epi- « teliali glandolari a differente stadio di disgregazione, e gallozzole jaline « di differente dimensione.

« Indipendentemente da tutto ciò si trovano cellule gigantesche plu- « rinucleari che in parte sono genuine, cioè a dire quelle che provven- « gano dalla caduca e che sono situate sul limite interno della formazione « deciduale, ricordando le cellule di Rauber della formazione deciduale « della cavia, del mus ecc. ed in parte non sono che delle sezioni in vario « senso delle isole di proliferazione o dei bottoni o gemme dello strato

[1]) Vedi: Atti del Congresso ginecologico ecc. tenutosi a Napoli nel 1900, vol. VII.

« sinciziale delle villosità coriali, dovute quindi al fatto della sezione del-
« l'uovo e dell'utero in toto e del corso irregolare dei villi coriali. In mezzo
« a tali sezioni plurinucleari si vedono ancora altre sezioni di dette gem-
« me ma senza nuclei, e sono da ritenersi quali tagli caduti sul protopla-
« sma delle gemme fuori il campo dei nuclei. Del pari queste sezioni sono
« di differente dimensione e di diversa figura, ma prevalentemente rotonde,
« e più o meno cariche di finissime granulazioni poco colorate dall'auran-
« zia e dall'eosina ».

RAPPORTO *sulla Nota del dottor* S. Prota Giurleo.

(Adunanza del dì 15 Novembre 1902)

L'A. si occupa della preparazione dell'anidride e di varii eteri fenolici dell'acido fenilacetico, preparandoli con il metodo recentemente consigliato dalla dott. Bakunin. Delle nuove sostanze sono descritte le principali proprietà.

La vostra commissione vi propone la pubblicazione della Nota nel Rendiconto.

A. PIUTTI
E. SCACCHI
A. OGLIALORO, *relatore.*

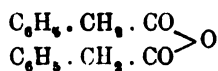
ANIDRIDE ED ETERI FENOLICI DELL'ACIDO FENILACETICO; *Nota del dottor* **Silvestro Prota Giurleo.**

(Adunanza del dì 8 Novembre 1902)

Applicando il processo suggerito dalla Dott. M. Bakunin per la preparazione degli eteri fenici e delle anidridi, mediante l'impiego dell'anidride fosforica (Rend. Acc. Sc. fis. e mat. Napoli 1901) ho voluto studiare, a maggiore conferma del medesimo, i prodotti, che si hanno con l'acido fenilacetico ed i diversi fenoli, nonchè la preparazione della sua anidride, quantunque questa fosse già conosciuta, come sarà detto in seguito.

Come si sa, l'acido fenilacetico fu ottenuto dal Cannizzaro nel 1885, per saponificazione del cianuro di benzile. Ne ho preparato una certa quantità, seguendo le indicazioni del Mann (Berich. XIV, 1645) e dopo averlo opportunamente purificato, ne ho studiato i prodotti seguenti.

Anidride

$$\begin{matrix} C_6H_5 . CH_2 . CO \\ C_6H_5 . CH_2 . CO \end{matrix} > O$$

Questa fu già preparata da Anschütz per azione del cloruro di fenacetile sul fenilacetato d'Ag in soluzione eterea (vedi Berich. XX, 1391).

L'anidride, così ottenuta, si deponeva dalla soluzione eterea in prismi, che fondevano a 72°.5.

Essa si forma pure applicando il procedimento sopra indicato, operando nel modo seguente:

Si sciolse l'acido nella C_6H_6 a caldo, a bagno di sabbia, e quando il liquido fu perfettamente limpido si andò aggiungendo man mano, continuamente agitando, dell' P_2O_5, che dapprima si colorò leggermente in roseo, sinchè, aumentando d' intensità, assunse un color rosso bruno, mentre il liquido, incoloro dapprima, si colorava in un bel giallo chiaro. Si decantò il liquido, che fu distillato a bagno maria, ed al residuo si aggiunse dell'acqua distillata, alcalinizzando il tutto, con una soluzione tepida, al 20 % di Na_2CO_3, agitando il liquido. Il residuo, liquido in principio, agitato ripetutamente, non tarda ad assumere forma solida, in piccoli globetti. Si filtrò il tutto, raccogliendo l'anidride su filtro, asciugando fra carta, e seccando nell'essiccatore. Quando fu ben secca la si purificò facendola cristallizzare dall'alcool, nel quale si scioglie bene, e dal quale si deposita in piccoli aghetti, d'un leggero color gialletto, fusibili a 73°.

L'anidride, così ottenuta, è solubile in etere, toluene, alcool, benzina, e cloroformio. Analizzata, ha dato i seguenti risultati:

Sostanza impiegata gr. 0.341; CO_2 trovata gr. 0.947; H_2O trovata gr. 0.175, d'onde si ha:

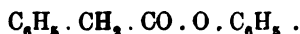
	C = 75.71 %	ed	H = 5.69 %
invece di	C = 75.59	ed	H = 5.51

come richiede la teoria per $C_{16}H_{14}O_3$.

ETERI CON FENOLI MONOVALENTI

Si è proceduto, per la loro preparazione, sciogliendo in C_6H_6 o $CH.Cl_3$ quando il rendimento, che si avea da questo era maggiore di quello che si avea dalla soluzione benzenica, quantità equimolecolari di acido e di fenolo. Si è aggiunta, con le regole cennate nella preparazione dell' anidride, dell' P_2O_5: finita la reazione il liquido fu decantato, distillato a bagnomaria, ed il residuo purificato per trattamento con soluzione di Na_2CO_3 e successiva cristallizzazione da solventi opportuni.

Etere fenico

$C_6H_5 . CH_2 . CO . O . C_6H_5$.

Soluzione benzenica. La massa fosforica assume un color rosso bruno, ed il liquido è gialletto. Raffreddato il residuo sotto un getto d'H_2O, non solidifica. Alcalinizzato con la soluzione di Na_2CO_3, e lasciato riposare per alcuni giorni, non si è nemmeno solidificato, bensì si è solidificato in una massa bianca, per aggiunta di pezzi di neve. Cristallizzato

dall'alcool si depone in begli aghetti bianchi, splendenti, con leggero odore di fenolo, fondenti a 39°, solubili bene in alcool, e benissimo in etere, cloroformio, benzina e toluene.

Analizzato ha dato i seguenti risultati:

Sostanza impiegata gr. 0.277: CO_2 trovata gr. 0.804, H_2O gr. 0.145, d'onde si ha:

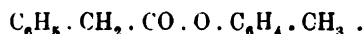
$$C = 79.13\ \% \quad \text{ed} \quad H = 5.77\ \%$$

invece di

$$C = 79.24 \quad \text{ed} \quad H = 5.66$$

come richiede la teoria per $C_{14}H_{12}O_2$.

Eteri cresolici o. m. p.

$$C_6H_5 . CH_2 . CO . O . C_6H_4 . CH_3 .$$

Orto. Soluzione benzenica. La massa fosforica ha un color rosso bruno, il liquido giallo intenso. Anche per questo etere il residuo è solidificato dietro aggiunta di alcuni pezzettini di neve. Dall'alcool cristallizza in aghetti leggermente gialli, che fondono a 45° e sono solubili in alcool, etere, cloroformio, benzina e toluene.

Analizzato ha dato i seguenti risultati:

Sostanza impiegata gr. 0.327; CO_2 trovata gr. 0.954, H_2O gr. 0.189: d'onde si ha:

$$C = 79.51\ \% \quad \text{ed} \quad H = 6.42\ \%$$

invece di

$$C = 79.61 \quad \text{ed} \quad H = 6.19$$

richiesto per $C_{15}H_{14}O_2$.

Meta. Soluzione cloroformica. La massa fosforica ha un color rosso carne molto accentuato, il liquido è incoloro. Il residuo, raffreddato sotto l'H_2O, solidifica. Dall'alcool si depone in scagliette bianche, fondenti a 62°, solubilissimi in benzina, e solubili bene in alcool, etere, cloroformio, e toluene.

La combustione ha dato i seguenti risultati:

Sostanza impiegata gr. 0.414: CO_2 trovata gr. 1.207, H_2O gr. 0.245, d'onde si ha:

$$C = 79.47\ \% \quad \text{ed} \quad H = 6.52\ \%$$

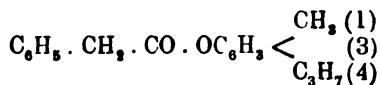
Para. Soluzione benzenica. La massa fosforica ha un color rosso bruno, il liquido giallo. Il residuo raffreddato sotto l'acqua non solidifica, bensì solidifica dopo riposo di 24 ore. Per cristallizzazione si depone dall'alcool in piccoli cristallini bianchi, fondenti a 79°, solubili benissimo in alcool, benzina, etere, cloroformio e toluene.

Analizzato ha dato i seguenti risultati:

Sostanza impiegata gr. 0.297: CO_2 trovata gr. 0.865, H_2O gr. 0.172, d'onde si ha:

$$C = 79.43\ \% \quad \text{ed} \quad H = 6.43\ \%$$

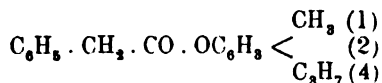
Etere timolico

$$C_6H_5 . CH_2 . CO . OC_6H_3 < \begin{matrix} CH_3 \,(1) \\ (3) \\ C_3H_7 \,(4) \end{matrix}$$

Soluzione benzenica. Il liquido ha un color gialletto, la massa fosforica rosso carne. Si è proceduto come pei precedenti, ma il residuo non è solidificato.

Soluzione cloroformica. Il liquido si colora in gialletto, la massa fosforica in roseo. Seguendo il consueto processo il residuo non s'è solidificato, nè s' è solidificato pel trattamento in soluzione toluenica.

Supponendo che la temperatura troppo elevata ne ostacolasse la formazione, ho aggiunto P_2O_5 a freddo, ripetendo i tre saggi suddetti, sempre, però, con esito negativo: nè il residuo s' è solidificato per aggiunta di pezzettini di neve e riposo di varii giorni. Ho cercato d'ottenere l'etere timolico solidificato, estraendo i residui con etere, evaporando quest'ultimo, e conservando nell' essicatore, ma l' esito è stato negativo.

Etere carvacrolico

$$C_6H_5 . CH_2 . CO . OC_6H_3 < \begin{matrix} CH_3 \,(1) \\ (2) \\ C_3H_7 \,(4) \end{matrix}$$

Soluzione benzenica. Il liquido assume un color gialletto, e la massa fosforica rosso bruno. Il residuo, raffreddato con acqua, solidifica, e cristallizza dall'alcool in aghetti bianchi, che fondono a 80°, solubili in alcool, etere, cloroformio, benzina e toluene.

La combustione dà i seguenti risultati:

Sostanza impiegata gr. 0.276: CO_2 trovata gr. 0.817, H_2O gr. 0.191, d'onde si ha:

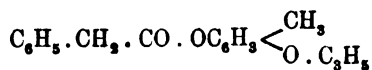
$$C = 80.72\ \% \qquad \text{ed} \qquad H = 7.68\ \%$$

invece di

$$C = 80.72 \qquad \text{ed} \qquad H = 7.46$$

come si richiede per $C_{14}H_{17}O_2$.

Etere eugenolico

$$C_6H_5 . CH_2 . CO . OC_6H_3 < \begin{matrix} CH_3 \\ O . C_3H_5 \end{matrix}$$

Soluzione benzenica. Il liquido assume un color giallo rossastro, e la massa un color rosso carminio. Il residuo, raffreddato, solidifica, e cristallizza dall'alcool in iscaglie bianco-rosee, che fondono a 74° e si sciolgono bene in alcool, etere, cloroformio, benzina e toluene.

La combustione dà i seguenti risultati:

Sostanza impiegata gr. 0.335: CO_2 trovata gr. 0.938, H_2O gr. 0.206, d'onde si ha:

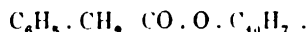
$$C = 76.35\ \%\quad \text{ed}\quad H = 6.80\ \%$$

invece di

$$C = 76.59\quad \text{ed}\quad H = 6.74$$

come si richiede per $C_{12}H_{15}O_3$.

Eteri naftolici α, β.

$$C_6H_5 . CH_2\ CO . O . C_{10}H_7 .$$

α. Soluzione cloroformica. Il liquido assume un color rossastro, mentre la massa fosforica si colora in un bel giallo arancio. Il residuo, raffreddato con acqua, si è solidificato, e cristallizzato dall'alcool, si è deposto in cristalli bianchi, leggermente tendenti al roseo, fondenti a 95° e solubili in alcool, etere, cloroformio, benzina e toluene.

La combustione ha dato i seguenti risultati:

Sostanza impiegata gr. 0.262: CO_2 trovata gr. 0.790, H_2O gr. 0.132, d'onde si ha:

$$C = 82.21\ \%\quad \text{ed}\quad H = 5.57\ \%$$

invece di

$$C = 82.44\quad \text{ed}\quad H = 5.34$$

come si richiede per $C_{18}H_{14}O_2$.

β. Soluzione benzenica. Il liquido assume un deciso color gialletto, e la massa fosforica rosso bruno. Il residuo, raffreddato con acqua, solidifica in una massa giallo cedrina, che si depone dall'alcool, lentamente, in piccoli mammelloni giallicci, che fondono ad 87° e sono molto meno dell' α solubili in etere, mentre sono solubilissimi in alcool, cloroformio, benzina e toluene.

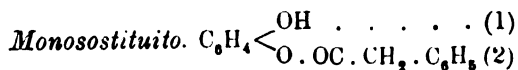
La combustione ha dato i seguenti risultati:

Sostanza impiegata gr. 0.286: CO_2 trovata gr. 0.864, H_2O gr. 0 140, d'onde si ha:

$$C = 82.37\ \%\quad \text{ed}\quad H = 5.45\ \%\ .$$

ETERI CON FENOLI BIVALENTI

Eteri pirocatechinici

Monosostituito. $C_6H_4 \begin{matrix} \nearrow OH \ldots\ldots (1) \\ \searrow O . OC . CH_2 . C_6H_5\ (2) \end{matrix}$

Soluzione cloroformica: il liquido si colora in gialletto, e la massa in rosso bruno. Il residuo, raffreddato, non solidifica; bensì solidifica dopo riposo di 24 ore, e si depone dall'alcool in aghetti bianchi, leggermente rosei, fondenti ad 81°, e solubili in alcool, etere, cloroformio, benzina e toluene.

La combustione dà i seguenti risultati

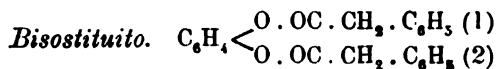
Sostanza impiegata gr. 0.325: CO_2 trovata gr. 0.937, H_2O gr. 0.158, d'onde si ha:

$$C = 78.61\ \% \quad \text{ed} \quad H = 5.38\ \%$$

invece di

$$C = 78.70 \quad \text{ed} \quad H = 5.26$$

come si richiede per $C_{14}H_{12}O_2$.

Bisostituito. $C_6H_4 < {O . OC . CH_2 . C_6H_5\ (1) \atop O . OC . CH_2 . C_6H_5\ (2)}$

Soluzione cloroformica. Il liquido s'è colorato leggermente in gialletto, e la massa in rosso scuro. Il residuo, raffreddato, si è solidificato, e dall'alcool s'è deposto in scagliette bianche, fondenti a 71° solubili in etere, alcool, benzina, cloroformio e toluene.

La combustione ha dato i seguenti risultati:

Sostanza impiegata gr. 0.237: CO_2 trovata gr. 0.661, H_2O gr. 0.115, d'onde si ha

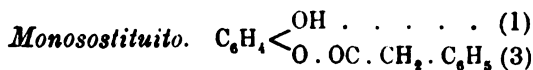
$$C = 76.03\ \% \quad \text{ed} \quad H = 5.31\ \%$$

invece di

$$C = 76.30 \quad \text{ed} \quad H = 5.20$$

come si richiede per $C_{22}H_{18}O_4$.

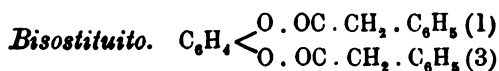
Eteri resorcinici

Monosostituito. $C_6H_4 < {OH\ .\ .\ .\ .\ .\ (1) \atop O . OC . CH_2 . C_6H_5\ (3)}$

Soluzione cloroformica. Il liquido è rimasto limpido, e la massa fosforica ha assunto un color rosso bruno. Il residuo, raffreddato, si è solidificato e, per cristallizzazione dall'alcool, ha lasciato deporre scaglie d'un gialletto chiaro, fondenti a 65°, solubili in alcool, etere, cloroformio, benzina e toluene.

Analizzato si ha:

Sostanza impiegata gr. 0.246: CO_2 gr. 0.708, H_2O gr. 0.123, d'onde si ha:

$$C = 78.45\ \% \quad \text{ed} \quad H = 5.52\ \% .$$

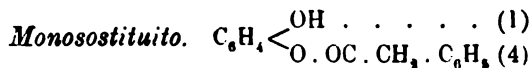
Bisostituito. $C_6H_4 < {O . OC . CH_2 . C_6H_5\ (1) \atop O . OC . CH_2 . C_6H_5\ (3)}$

Soluzione cloroformica. Il liquido s'è colorato in giallo, e la massa fosforica in rosso fragola. Il residuo, raffreddato, si è solidificato, e dall'alcool s'è deposto in aghi giallo solfo, fondenti a 69° e solubilissimi in etere, alcool, cloroformio, benzina e toluene.

La combustione dà i seguenti risultati:

Sostanza impiegata gr. 0.284: CO_2 trovata gr. 0.795, H_2O gr. 0.142. d'onde si ha:

$$C = 76.33\ \%\qquad ed \qquad H = 5.52\ \%.$$

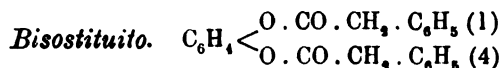
Eteri idrochinonici

Monosostituito. $C_6H_4<\begin{matrix} OH \ldots\ldots (1) \\ O.OC.CH_2.C_6H_5\ (4)\end{matrix}$

Soluzione benzenica. Il liquido si è colorato in gialletto, e la massa fosforica in rosso bruno: il residuo, raffreddato, s'è solidificato, e s'è deposto dall'alcool in cristallini aghiformi, di color gialletto, fondenti a 114°, pochissimo solubili in étere, anche a caldo; solubili in alcool, solubilissimi in cloroformio, benzina e toluene.

La combustione dà i seguenti risultati:

Sostanza impiegata gr. 0.197: CO_2 trovata gr. 0.570, H_2O gr. 0.099, d'onde si ha

$$C = 78.88\ \%\qquad ed \qquad H = 5.58\ \%.$$

Bisostituito. $C_6H_4<\begin{matrix} O.CO.CH_2.C_6H_5\ (1) \\ O.CO.CH_2.C_6H_5\ (4)\end{matrix}$

Soluzione cloroformica. Il liquido si colora leggermente in gialletto, e la massa in giallo arancio oscuro. Il residuo, raffreddato, solidifica, e si depone dall'alcool in aghetti leggermente carnicini, che fondono a 93° e sono anche meno di quelli dell'etere precedente monosostituito solubili in etere, nel quale si sciolgono difficilmente anche a caldo: solubili in alcool, cloroformio, benzina e toluene.

La combustione dà i seguenti risultati:

Sostanza impiegata gr. 0.312: CO_2 trovata gr. 0.871, H_2O gr. 0.150, d'onde si ha

$$C = 76.12\ \%\qquad ed \qquad H = 5.32\ \%.$$

Bisogna rilevare che, come ha notato la Dott. Bakunin, quando si prepara l'etere monosostituito dell'acido coi fenoli bivalenti; quando, cioè, si mettono in soluzione neutra, a reagire con l'P_2O_5 quantità equimolecolari d'acido e di fenolo, si formano, contemporaneamente, i due eteri mono e bisostituito: il secondo, però, in quantità molto minore del primo. Ma quando si procede alla cristallizzazione, in un primo periodo si depositano quelli dell'etere bisostituito, mentre in un secondo periodo, più lentamente, si depositano quelli dell'etere monosostituito.

Gli eteri monosostituiti, sui quali si sono fatti tutti i saggi, sono stati raccolti dalla cristallizzazione dall'alcool nel secondo periodo del deposito dei cristallini.

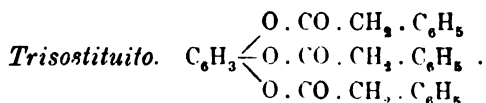
Eteri pirogallolici

Per quanto abbia cercato di ottenere gli eteri mono e bisostituiti, non ho potuto ottenere che il trisostituito. Infatti dalle soluzioni di 1 molecole d'acido e 1 di pirogallolo; di 2 di acido e 1 di pirogallolo, pur essendosi solidificato il residuo, questo poi, trattato con una soluzione di Na_2CO_3, si è disciolto quasi tutto, lasciando un piccolo residuo, nel secondo caso poco maggiore che nel primo, ma mai in quantità tale da poterne fare l'analisi. Determinato il punto di fusione di ciascuno di essi, sono fusi l'uno a 67.5 e l'altro a 68°, cioè quasi lo stesso punto di fusione dell'etere trisostituito, di cui, del resto, tali prodotti presentavano anche l'aspetto.

Ho arguito, perciò, che le porzioni ottenute nel 1° e 2° caso fossero di etere trisostituito: mentre quelli, rispettivamente mono e bisostituito, restando probabilmente disciolti nella soluzione di Na_2CO_3 anche diluitissima, non si possono facilmente isolare, poichè, riprecipitandoli dalla soluzione alcalina essi sono accompagnati da notevoli quantità di pirogallolo e di acido fenilacetico inalterati, da cui non sono riuscito, per ora, a separarli.

Per il mono ed il bisostituito si richiede, rispettivamente:

monos.	$C_{14}H_{12}O_4$	$C = 68.85\ \%$	ed	$H = 4.92\ \%$
bisos.	$C_{22}H_{18}O_5$	$C = 72.92\ \%$	ed	$H = 4.97\ \%$

$$\textit{Trisostituito.}\quad C_6H_3\begin{cases} O.CO.CH_2.C_6H_5 \\ O.CO.CH_2.C_6H_5 \\ O.CO.CH_2.C_6H_5 \end{cases}.$$

Soluzione benzenica. Il liquido si colora in giallo olio, la massa fosforica in rosso bruno. Il residuo, raffreddato, solidifica, e si deposita dall'alcool in cristalli giallo-scuro-rossastri, che fondono a 67° e sono solubili in alcool, etere, cloroformio, benzina e toluene.

Analizzato ha dato i seguenti risultati:

Sostanza impiegata gr. 0.304; CO_2 trovata gr. 0.835, H_2O gr. 0.144, d'onde si ha

$$C = 74.90\ \% \quad \text{ed} \quad H = 5.26\ \%$$

invece di

$$C = 75.00 \quad \text{ed} \quad H = 5.00$$

come richiede la teoria per l'etere trisostituito $C_{30}H_{24}O_6$.

RIEPILOGO

Anidride ed eteri fenolici dell'Acido Fenilacetico:

			Punto di fusione
Anidride		$\begin{matrix} C_6H_5.CH_2.CO \\ C_6H_5.CH_2.CO \end{matrix} > O$	73°
Etere fenico		$C_6H_5.CH_2.CO.O.C_6H_5$	39°
Eteri cresolici	orto	$C_6H_5.CH_2.CO.O.C_6H_4.CH_3$	45°
	meta		62°
	para		79°
Etere timolico		$C_6H_5.CH_2.CO.OC_6H_3 < \begin{matrix} CH_3 \ (1) \\ (3) \\ C_3H_7 \ (4) \end{matrix}$	?
Etere carvacrolico		$C_6H_5.CH_2.CO.OC_6H_3 < \begin{matrix} CH_3 \ (1) \\ (2) \\ C_3H_7 \ (4) \end{matrix}$	80°
Etere eugenolico		$C_6H_5.CH_2.CO.OC_6H_3 < \begin{matrix} CH_3 \\ O.C_3H_5 \end{matrix}$	74°
Eteri naftolici	α	$C_6H_5.CH_2.CO.O.C_{10}H_7$	95°
	β		87°
Eteri pirocatechinici	monosostituito	$C_6H_4 < \begin{matrix} OH \ldots\ldots (1) \\ O.CO.CH_2.C_6H_5 \ (2) \end{matrix}$	81°
	bisostituito	$C_6H_4 < \begin{matrix} O.CO.CH_2.C_6H_5 \ (1) \\ O.CO.CH_2.C_6H_5 \ (2) \end{matrix}$	71°
Eteri resorcinici	monos.		65°
	bisos.		69°
Eteri idrochinonici	monos.		114°
	bisos.		93°
Eteri pirogallolici	monos.	$C_6H_3 \leftarrow \begin{matrix} OH \\ OH \\ O.CO.CH_2.C_6H_5 \end{matrix}$	?
	bisos.	$C_6H_3 \leftarrow \begin{matrix} OH \\ O.CO.CH_2.C_6H_5 \\ O.CO.CH_2.C_6H_5 \end{matrix}$	?
	trisos.	$C_6H_3 \leftarrow \begin{matrix} O.CO.CH_2.C_6H_5 \\ O.CO.CH_2.C_6H_5 \\ O.CO.CH_2.C_6H_5 \end{matrix}$	67°

Istituto chimico della R. Università di Napoli.

RAPPORTO *sulle Note del dottor* D Girasoli.

(Adunanza del dì 15 Novembre '902)

In una delle due Note il dott. Girasoli descrive la preparazione dell'anidride, di ossime e di parecchi eteri fenici dell'acido paranitocinnamico; nell' altra tratta della preparazione dell' acido timolfurfuracrilico e di un suo probabile stereoisomero. Delle nuove sostanze sono date le principali proprietà.

La vostra commissione vi propone l' inserzione delle due Note nel Rendiconto.

A. PIUTTI
E. SCACCHI
A. OGLIALORO, *relatore.*

ANIDRIDE, OSSIME ED ALCUNI ETERI FENICI DELL' ACIDO PARANITROCINNAMICO; *Nota del dottor* Domenico Girasoli.

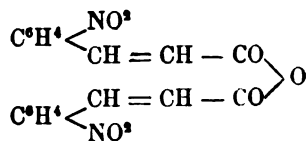
(Adunanza del dì 8 Novembre 1902)

La Dott. Bakunin nelle sue ultime note [1]) ha dimostrato che, facendo agire l'anidride fosforica sugli acidi sciolti in solventi opportuni, si hanno le anidridi, e, che, se con gli acidi si trovano sciolti i fenoli, si ottengono gli eteri fenici.

Prendendo per base tale reazione, mi proposi di preparare l'anidride ed alcuni eteri fenici dell'acido paranitrocinnamico.

L'acido, ottenuto per azione dell'aldeide paranitrobenzoica sull'acetato sodico in presenza di anidride acetica, fu purificato più volte, cristallizzandolo dall'alcool, dal quale si ebbe in prismi bianco-gialletti, fondenti a 285°-286°.

Anidride

$$\begin{matrix} C^6H^4 < \begin{matrix} NO^2 \\ CH = CH - CO \end{matrix} \\ C^6H^4 < \begin{matrix} CH = CH - CO \\ NO^2 \end{matrix} \end{matrix} \Big> O$$

L'anidride dell'acido paranitrocinnamico pare sia stata preparata nel 1853 da Chiozza, che in una memoria « *Sulle anidridi degli acidi organici* », pubblicata nei « *Liebig's Annalen* (86), 261 », dice d'averla otte-

---

[1]) Atti R. Acc. Sc. fis. e mat., vol. X, ser. 2ª, n. 11; vol. XI, ser. 2ª, n. 4; vol. XI, ser. 2ª, n. 2.—Gazz. Ch. It., tomo XXX, part. 2ª, pag. 340; tomo XXXII, part. 1ª, pag. 178.

nuta per azione dell'ossicloruro di fosforo sul paranitrocinnamato potassico; però stante la poca solubilità nell'etere, non potette separarla completamente dall' acido inalterato; nè alcun' altra notizia aggiunge su di essa. Io ho cercato di ottenerla mediante l' impiego dell'anidride fosforica.

Prima di procedere alla preparazione dell' anidride, feci delle prove in tubi da saggio, che si prestano molto bene a questa reazione, ed usai come solventi il cloroformio, la benzina e il toluene; adoperando la stessa quantità di acido, notai che il massimo rendimento si ha con la soluzione benzinica, perciò la preferii nelle mie preparazioni.

Fu sciolto l'acido in benzina scaldando a bagno di sabbia, indi vi aggiunsi poco a poco anidride fosforica, agitando continuamente, in modo da non fare attaccare la massa fosforica al fondo del bicchiere, in cui operai, sapendo che, senza tale precauzione, si provoca la facile resinificazione. L'anidride fosforica prima si colorò in giallo pallido, indi in giallo citrino e finalmente in giallo arancio. A tale punto decantai il solvente, colorato in gialletto, in una beuta e lo distillai a bagno maria. Ottenni così un residuo gialletto che fu trattato con soluzione diluita e tiepida di carbonato sodico, affinchè fossero asportate le traccie di acido inalterato sotto forma di sale sodico.

La massa fosforica fu scaldata a bagno maria per scacciare completamente la benzina, indi fu trattata con soluzione di carbonato sodico al 20 %, fino a reazione nettamente alcalina, con l' avvertenza di non fare elevar di troppo la temperatura.

Filtrai separatamente i due liquidi alcalini, e i filtrati furono trattati con acido cloridrico per riottenere l'acido libero, che fu impiegato in nuove preparazioni.

Il residuo benzinico, ben secco, fu cristallizzato dall'acetone, dal quale si separò in minuti cristalli bianco-gialletti, splendenti, fondenti a 145°-146°.

Il residuo della massa fosforica, siccome era colorato in giallo scuro, si fece bollire con carbone animale nell'acetone della cristallizzazione precedente; si ottenne così un'altra porzione di sostanza, avente lo stesso aspetto e lo stesso punto di fusione di quella ottenuta dal residuo benzinico.

La sostanza così ottenuta era poco solubile a freddo nella benzina, nell'alcool, nell'acetone e nel toluene, più solubile a caldo negli stessi solventi, che si colorano più o meno intensamente in gialletto.

Fattane una combustione si ebbero da gr. 0.362:

gr. 0.780 di CO^2 e gr. 0.105 di H^2O

trovato	calcolato per $C^{18}H^{12}O^7N^2$
C % = 58.76	58.69
H % = 3.22	3.26

Se l' anidride fosforica si aggiunge mentre la soluzione benzinica è

bollente e la reazione si protrae fino a che la massa fosforica si colora in rosso scuro, allora l'anidride si trova mescolata ad una gran quantità di sostanza rossa caratteristica. Tutto fa credere che con l'anidride si forma in questo caso l' indone.

Tentai la separazione delle due sostanze con la cristallizzazione frazionata, ma non ci riuscii, perchè si deposero contemporaneamente da tutti i solventi adoperati, anche dall'etere in cui l'anidride è poco solubile.

Azione dell' idrossilamina sull' anidride

Il gruppo $\begin{matrix}-CO\\-CO\end{matrix}>O$, che caratterizza le anidridi, è costituito da due gruppi chetonici $=CO$ uniti da un atomo di ossigeno, quindi teoricamente esse si dovrebbero comportare da chetoni, e come questi essere capaci di dare prodotti di condensazione con l' idrossilamina e con la fenilidrazina.

Disponendo di poca anidride, studiai solo l'azione dell'idrossilamina, che, come è noto, dà le ossime.

In apparecchio a ricadere furono messi a scaldare a bagno maria pesi equimolecolari di anidride e cloridrato di idrossilamina con la quantità strettamente necessaria di alcool. Col raffreddamento della soluzione alcoolica si ebbe un deposito di minuti cristalli bianco-gialletti, fondenti a 145°-146°, costituiti da anidride inalterata. L'alcool, con aggiunta d'acqua s' intorbidò intensamente in bianco e ben presto depositò una sostanza fioccosa bianca, che, raccolta su filtro fu lavata più volte con soluzione diluita di carbonato sodico e poi con acqua distillata. Indi fu cristalizzata dall'alcool, dal quale si depose in aghetti bianchi, splendenti che fusero a 154°-155° con accenno a decomposizione.

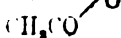
Da gr. 0.203 di sostanza si ebbero:

gr. 0.420 di CO^2 e gr. 0.063 di H^2O

donde

	trovato	calcolato per $C^{18}H^{12}O^6N^2 . NOH$
C %	= 56.42	56.39
H %	= 3.44	3.39

Questa sostanza dunque corrisponde all'anidrossima dell'acido paranitrocinnamico. Resta a determinare la posizione del gruppo ossimico, ciò che mi riserbo di fare sperimentalmente al più presto; poichè, sebbene nella maggior parte dei casi analoghi al presente, l' idrossilamina reagisce coll'ossigeno chetonico (acido benzidrossamico $C^6H^5-C\begin{matrix}\diagup NOH\\ \diagdown OH\end{matrix}$, e suoi eteri metilico ed etilico, v. Beilstein 2° v. 1896, pag. 1195, 1196, 1197; benzoetilacetilidrossilamina $C_6H_5-C\begin{matrix}\diagup NOC_2H_5\\ \diagdown O\\ \diagup\\ CH_3CO\end{matrix}$, e benzoetilcarboetossilidrossi-

lamina $C_6H_5-C\begin{smallmatrix}\nearrow NOC_2H_5 \\ \searrow O\end{smallmatrix}$, ibidem, pag. 1198 1199) pure non manca nella
$C_2H_5O.CO$
letteratura qualche esempio, come la ftalilidrossilamina (ibidem, pag. 1815), in cui, per azione diretta dell'anidride ftalica con l'idrossilamina, reagisce l'ossigeno anidridico.

Ripetendo le stesse operazioni su una soluzione alcoolica di tre molecole di idrossilamina e di una molecola di anidride, dapprima si depose l'anidride inalterata, indi, per aggiunta di acqua, l'alcool, s' intorbidò intensamente in giallo canario e dopo poco depositò una sostanza fioccosa gialla, che, dopo lavaggio con soluzione diluitissima di carbonato sodico, cristallizzò dall'alcool in aghi sericei giallo paglini, che fusero a 212° 213°, anch'essi con accenno a decomposizione.

Da gr. 0.234 di sostanza si ebbero:

gr. 0 449 di CO^2 e gr. 0.078 di H^2O ;

donde calcolando in $^0/_0$ si ha:

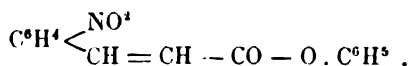
$$C = 52.33$$
$$H = 3.70 .$$

Questi risultati concordano con una formola $C^{18}H^{12}O^4N^3.(NOH)^3$, che richiede infatti

$$C\ ^0/_0 = 52.30$$
$$H\ ^0/_0 = 3.63 ,$$

e per la quale dovrebbe ammettersi che tre atomi di ossigeno dell' anidride avessero reagito con altrettante molecole di idrossilamina. Ma, non avendo potuto per momentanea mancanza di materiale praticare alcuna ricerca o determinazione, per confermare o scartare tale ipotesi, bisogna accordare alla medesima un valore molto limitato, tanto più che anche da un'accurata ricerca nella letteratura, non mi è riuscito di rintracciare altri fatti analoghi che potessero valere ad appoggiarla. Per tali ragioni, limitandomi per ora solo a riferire i dati sopra detti, senza trarre dagli stessi alcuna conclusione, mi riserbo di far ciò quando avrò accumulate altre ricerche sullo stesso argomento, estendendole anche ad altre anidridi già note, per qualcuna delle quali ho già fin da ora iniziato delle esperienze.

Etere fenolico

$$C^6H^4 \begin{matrix} \diagup NO^2 \\ \diagdown CH = CH - CO - O \,.\, C^6H^5 \end{matrix} \,.$$

In benzina si sciolsero pesi equimolecolari di acido e fenolo e s'operò come nel caso dell'anidride.

La soluzione benzinica di color gialletto, separata dalla massa fosforica di color rosso arancio, dettè per distillazione un residuo liquido giallo-olio, molto denso, che, lasciato a sè stesso, o meglio, raffreddato per mezzo di una corrente di acqua, si rapprese in massa gialletta, che subì con la massa fosforica gli stessi trattamenti dell'anidride.

La parte insolubile in carbonato sodico cristallizzò dall'alcool in pagliettine bianche splendenti, fondenti a 140°-141° con odore di fenolo.

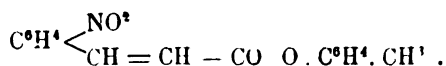
Poco solubile a freddo più a caldo in alcool, cloroformio, etere e benzina.

Da gr. 0.253 di sostanza si ebbero:

gr. 0.619 di CO^2 e gr. 0.099 di H^2O

trovato	calcolato per $C\,^{5}H^{11}O^{4}N$
C °/₀ = 66.72	66.91
H °/₀ = 4.34	4.08

Eteri cresolici

$$C^6H^4 \begin{matrix} \diagup NO^2 \\ \diagdown CH = CH - CO \quad O \,.\, C^6H^4 \,.\, CH^3 \end{matrix} \,.$$

I residui benzinici, ottenuti coi cresoli, si presentarono a caldo, come quello dell'etere fenolico, liquidi oleosi, gialletti, che si solidificarono col riposo in masse giallette. Cristallizzarono dall' alcool in pagliettine giallette, fondenti rispettivamente:

orto a 130°-131°,
meta a 148°-149°,
e para a 134°-135°.

Si sciolsero bene in alcool, cloroformio, etere e benzina.

I. Per l'orto da gr. 0.275 si ebbero:

gr. 0.682 di CO^2 e gr. 0.120 di H^2O;

II. Per il meta da gr. 0.313 si ebbero:

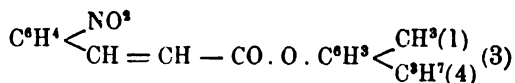
gr. 0.777 di CO^2 e gr. 0.130 di H^2O ;

III. Per il para da gr. 0.221 si ebbero:

gr. 0.550 di CO^2 e gr. 0.090 di H^2O

trovato	orto	meta	para	calcolato per $C^{16}H^{12}O^4N$
C %=	67 63	67.70	67.87	67.84
H %=	4 84	4 61	4.52	4.59 .

Etere timolico

$$C^6H^4<^{NO^2}_{CH = CH - CO . O . C^6H^3<^{CH^3(1)}_{C^3H^7(4)}(3)}$$

La reazione si manifestò più viva che nei precedenti casi, perchè appena l' anidride fosforica venne a contatto della soluzione benzinica si colorò intensamente in giallo, indi in giallo arancio con viva ebollizione. Il residuo benzinico e quello della massa fosforica, dopo trattamento con soluzione di carbonato sodico, furono lavati più volte con acqua bollente per asportare il timolo inalterato.

Cristallizzò dall'alcool in minutissimi cristalli di color giallo-paglino, fondenti a 108°-109°.

Si sciolse discretamente a caldo in benzina, toluene, alcool e cloroformio.

Da gr. 0.235 di sostanza si ebbero:

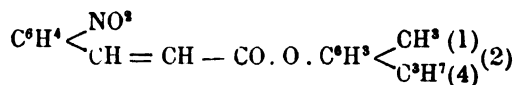
gr. 0.604 di CO^2

gr. 0.125 di H^2O

donde

	trovato	calcolato per $C^{19}H^{19}O^4N$
C %=	70.09	70.15
H %=	5.90	5.84

Etere carvacrolico

$$C^6H^4<^{NO^2}_{CH = CH - CO . O . C^6H^3<^{CH^3(1)}_{C^3H^7(4)}(2)}$$

Il residuo benzinico si presentò liquido gialletto, che ben presto si solidificò per aggiunta di poco alcool in massa gialletta tendente al rossastro.

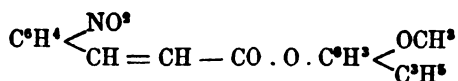
Si depositarono dall'alcool dei piccoli cristalli giallo-rossastri, fondenti a 125°-126°.

Si sciolse in benzina, toluene e alcool, colorandoli in giallo rossastro. Da gr. 0.271 di sostanza si ebbero:

gr. 0.699 di CO^2 e gr. 0.145 di H^2O

trovato	calcolato per $C^{19}H^{19}O^4N$
C °/₀ = 70.34	70.15
H °/₀ = 5.95	5.84

Etere eugenolico

$$C^6H^4 \begin{matrix} \diagup NO^2 \\ \diagdown CH = CH - CO \,.\, O \,.\, C^6H^3 \begin{matrix} \diagup OCH^3 \\ \diagdown C^3H^5 \end{matrix} \end{matrix}$$

La soluzione benzinica gialletta, sottoposta a distillazione si colorò in rosso carminio e dette residuo rosso violaceo, che, trattato con soluzione di carbonato sodico, lasciò una parte insolubile giallo-rossastra che cristallizzò dall'alcool in prismi monoclini di color giallo-rossastro, fondenti a 132°-133°.

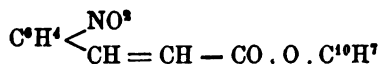
Discretamente solubile in benzina, cloroformio, etere, che si colorarono in giallastro.

Da gr. 0.234 di sostanza si ebbero:

gr 0.576 di CO^2 e gr. 0.108 di H^2O

trovato	calcolato per $C^{19}H^{17}O^5N$
C °/₀ = 67.13	67.25
H °/₀ = 5.12	5.01

Eteri naftolici

$$C^6H^4 \begin{matrix} \diagup NO^2 \\ \diagdown CH = CH - CO \,.\, O \,.\, C^{10}H^7 \end{matrix}$$

L'anidride fosforica si colorò con ambo i naftoli in rosso sbiadito, indi in rosso carminio. Le soluzioni benziniche giallette tendenti al verdastro, dettero residui di color giallo citrino.

Il residuo proveniente dall'α cristallizzò dall'alcool più facilmente del β, ambedue in minutissimi cristalli giallo-cedrini, fondenti rispettivamente a 180°-181° ed a 184°-185°.

Si sciolsero bene nei comuni solventi più a caldo che a freddo.

I. Per l'etere α da gr. 0.249 si ebbero:

gr. 0.653 di CO^2 e gr. 0.091 di H^2O

II. Per il β da gr. 0.252 si ebbero:

gr. 0.660 di CO^2 e gr. 0.099 di H^2O

trovato	α	β	calcolato per $C^{19}H^{13}O^4N$
C % =	71.52	71.42	71.47
H % =	4.06	4 36	4.07

Eteri pirocatechinici

L' anidride fosforica, appena venuta in contatto della soluzione benzinica di una molecola di acido e una molecola di pirocatechina, si colorò dapprima in giallo pallido, indi in giallo arancio. Il residuo benzinico si presentò a caldo come un liquido denso di color rosso bruno, che col raffreddamento si solidificò in massa dello stesso colore. Con soluzione diluitissima di carbonato sodico si ebbe un residuo giallo rossastro, che da soluzione concentrata e calda di alcool si depositò in un primo tempo in cristallini giallo-paglini, fondenti a 199°-200°, in un secondo tempo in prismetti bianco-gialletti, fondenti a 190°-191° in quantità maggiore dei primi.

Da gr. 0.205 del secondo deposito, opportunamente ricristallizzato, si ebbero:

gr. 0.474 di CO^2 e gr. 0.073 di H^2O

trovato		calcolato per $C^6H^4<{OH \atop O.CO.CH=CH-C^6H^4-NO^2}$
C %	63.05	63.15
H %	3.95	3.85

Dunque le seconde porzioni sono costituite essenzialmente da etere monosostituito.

Da gr. 0.225 delle prime porzioni, anch' esse cristallizzate da alcool, si ebbero:

gr. 0.515 di CO^2 e gr. 0.071 di H^2O

trovato	calcolato per $C^6H^4O^2.(CO.C^2H^2.C^6H^4.NO^2)^2$
C % = 62.42	62.60
H % = 3.50	3.47

quindi i primi depositi sono costituiti essenzialmente da etere bisostituito.

In questa preparazione adoperai soluzione diluitissima di carbonato sodico, perchè il residuo benzinico si sciolse quasi completamente in soluzione al 20 % di carbonato sodico; forse perchè l' etere monosotituito disponendo ancora di un ossidrile fenico, si saponifica facilmente, tanto

che dal filtrato alcalino con acido cloridrico si ottiene una sostanza, che, dall' aspetto e dal punto di fusione sembra essere acido paranitrocinnamico.

L'etere bisostituito si forma in gran quantità se si opera su una soluzione di due molecole di acido e una molecola di fenolo.

Il residuo benzinico, liquido rosso bruno, si rapprese per raffreddamento in massa dello stesso colore, che, dopo trattamento con soluzione concentrata e tiepida di carbonato sodico, fu cristallizzato dall'alcool dal quale si depose in cristalli giallo paglini, fondenti a 199°-200°.

Da gr. 0.226 di sostanza si ebbero:

gr. 0.520 di CO^2 e gr. 0.072 di H^2O

donde calcolando in °/₀ si ha

$$C\ \%=62.74$$
$$H\ \%=\ 3.53\ ,$$

risultati, che corrispondono a quelli dell' etere bisostituito. L' etere bisostituito è meno solubile a freddo in alcool e benzina dell'etere monosostituito.

Eteri resorcinici

L'anidride fosforica si colorò in giallo intenso, producendo viva ebollizione.

La soluzione benzinica di color gialletto dette residuo bianco gialletto, di consistenza oleosa, che dopo poco si rapprese in placche giallette, pochissimo attaccate da soluzione diluitissima di carbonato sodico. Questo residuo cristallizzò anch' esso in due porzioni diverse dall' alcool. La prima porzione, sotto forma di aghetti bianchi, riuniti a ciuffetti, fuse a 172°-173°.

La seconda sotto forma di aghetti setosi, bianco-gialletti, fuse a 151°-152°.

Da gr. 0.273 del secondo deposito purificato per ricristallizzazione dall'alcool si ebbero:

gr. 0.630 di CO^2 e gr. 0.096 di H^2O

donde

$$C\ \%=62.93$$
$$H\ \%=\ 3.90\ ,$$

risultati che corrispondono all'etere monosostituito.

Da gr. 0.225 dei primi depositi, purificati come sopra si ebbero:

gr. 0.516 di CO^2 e gr. 0.071 di H^2O

donde

$$C\ \%=62.54$$
$$H\ \%=\ 3.50\ .$$

Quest'etere bisostituito si ottiene in discreta quantità adoperando due molecole di acido e una molecola di fenolo ed usando il trattamento con soluzione concentrata di carbonato sodico.

L'etere bisostituito è meno solubile a freddo nei comuni solventi dell'etere monosostituito.

Etere idrochinonico bisostituito

Conducendo l'operazione in modo del tutto analogo a quella precedenti, riuscii solo ad ottenere l'etere bisostituito, forse perchè l'idrochinone, essendo poco solubile in benzina e perciò trovandosi in presenza di eccesso di acido, reagisce con questo nelle proporzioni volute per l'etere bisostituito.

Quest'etere cristallizzò dall'alcool in aghetti splendenti bianco-gialletti, fondenti a 183°-184°. Poco solubile a freddo nell'alcool, etere, benzina, solubilissimo a caldo negli stessi solventi.

Da gr. 0.285 di sostanza si ebbero:

gr. 0.652 di CO^2 e gr. 0.094 di H^2O

donde

$$C\ \%=62.39$$
$$H\ \%=\ 3.66\ ,$$

risultati che corrispondono all'etere bisostituito.

Eteri pirogallolici

Disponendo del pirogallolo solamente per i fenoli trivalenti, tentai la preparazione deg i eteri di questo fenolo; però, adoperando soluzioni benziniche di una molecola di fenolo e rispettivamente di una, due, tre molecole di acido, ebbi residui benzinici molto solubili anche in soluzione diluitissima di carbonato sodico; si ottennero solo poche quantità di sostanze insolubili, che, cristallizzate dall'alcool, si deposero sotto forma di aghetti sericei, aventi in ogni caso lo stesso aspetto e lo stesso punto di fusione che variò dai 237° ai 240°.

Ciò mi fece supporre, che gli eteri, originatisi dalle diverse prepa-

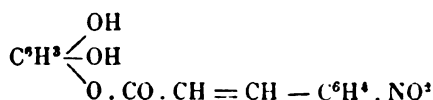
razioni, fossero gli stessi ed infatti, analizzate le tre porzioni ottenute dai differenti saggi si ebbero:

I. da gr. 0.193: gr. 0.432 di CO^2 e gr. 0.057 di H^2O;
II. da gr. 0.223: gr. 0.499 di CO^2 e gr. 0.065 di H^2O;
III. da gr. 0.212: gr. 0.475 di CO^2 e gr. 0.062 di H^2O

donde, calcolando in $^0/_0$, si ha

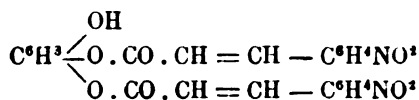
	I	II	III
C $^0/_0$ =	61.04	61.02	61.10
H $^0/_0$ =	3.28	3.23	3.24 .

Questi risultati, sebbene con approssimazione, corrispondono a quelli voluti dalla teoria per l'etere trisostituito. Ed infatti per l'etere monosostituito

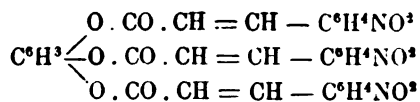
$$C^6H^3\begin{cases}OH\\OH\\O.CO.CH=CH-C^6H^4.NO^2\end{cases}$$

la teoria vuole

$$C\ ^0/_0 = 59.80$$
$$H\ ^0/_0 = 3.65\ ;$$

per il bisostituito

$$C^6H^3\begin{cases}OH\\O.CO.CH=CH-C^6H^4NO^2\\O.CO.CH=CH-C^6H^4NO^2\end{cases}$$

$$C\ ^0/_0 = 60.50$$
$$H\ ^0/_0 = 3.36\ ,$$

e finalmente per il trisostituito

$$C^6H^3\begin{cases}O.CO.CH=CH-C^6H^4NO^2\\O.CO.CH=CH-C^6H^4NO^2\\O.CO.CH=CH-C^6H^4NO^2\end{cases}$$

$$C\ ^0/_0 = 60.82$$
$$H\ ^0/_0 = 3.22\ .$$

Dunque è da supporre, come del resto si rileva da altri lavori consimili fatti in questo istituto, che l'etere trisostituito è più stabile rispetto al carbonato sodico degli eteri mono- e bisostituiti, che avendo ossidrili fenici, si saponificano facilmente. Continuerò queste ricerche per completarle, specialmente nella parte che si riferisce al peso molecolare di alcune delle sostanze ottenute.

QUADRO RIASSUNTIVO

Anidride	$\left(C^6H^4<\substack{NO^2\\CH=CH.CO}\right)^2 O$	145°-146°
Anidrossima	$C^{18}H^{12}O^6N^2.NOH$	154°-155°
Anidrotriossima	$\left(C^6H^4<\substack{NO^2\\CH=CH-C}\right)^2 (NOH)^3$?	212°-213°
Etere fenolico	$C^6H^4<\substack{NO^2\\CH=CH-CO.O.C^6H^5}$	140°-141°
» orto cresolico	$C^6H^4<\substack{NO^2\\CH=CH=CO.O(1)C^6H^4-CH^3(2)}$	130°-131°
» metacresolico	$C^6H^4<\substack{NO^2\\CH=CH-CO.O(1)C^6H^4-CH^3(3)}$	148°-149°
» paracresolico	$C^6H^4<\substack{NO^2\\CH=CH-CO.O(1)C^6H^4-CH^3(4)}$	134°-135°
» timolico	$C^6H^4<\substack{NO^2\\CH=CH-CO.O(3)C^6H^3<\substack{CH^3(1)\\C^3H^7(4)}}$	108°-109°
» carvacrolico	$C^6H^4<\substack{NO^2\\CH=CH-CO.O(2)C^6H^3<\substack{CH^3(1)\\C^3H^7(4)}}$	125°-126°
» eugenolico	$C^6H^4<\substack{NO^2\\CH=CH-CO.O\,C^6H^4<\substack{OCH^3\\C^3H^5}}$	132°-133°
» α-naftolico	$C^6H^4<\substack{NO^2\\CH=CH-CO.O(\alpha)C^{10}H^7}$	180°-181°
» β-naftolico	$C^6H^4<\substack{NO^2\\CH=CH-CO.O(\beta)C^{10}H^7}$	184°-185°
» pirocatechinico mon.	$C^6H^4<\substack{NO^2\\CH=CH-CO\ O(1)C^6H^4-OH(2)}$	190°-191°
» » bis.	$\left(C^6H^4<\substack{NO^2\\CH=CH-CO}\right)^2 O^2(1,2)C^6H^4$	199°-200°
» resorcinico mon.	$C^6H^4<\substack{NO^2\\CH=CH-CO.O(1)C^6H^4-OH(3)}$	151°-152°
» » bis.	$\left(C^6H^4<\substack{NO^2\\CH=CH-CO}\right)^2 O^2(1,3)C^6H^4$	172°-173°
» idrochinonico bis.	$\left(C^6H^4<\substack{NO^2\\CH=CH-CO}\right)^2 O(1,4)C^6H^4$	183°-184°
» pirogallolico tris.	$\left(C^6H^4<\substack{NO^2\\CH=CH-CO}\right)^3 O^3(1,2,3)C^6H^3$	237°-240°

Istituto chimico della R. Università di Napoli.

Sull'acido timolfurfuracrilico e sul suo stereoisomero; *Nota del dottor* **Domenico Girasoli.**

(Adunanza del dì 8 Novembre 1902)

Avendo la Dott. Bakunin dimostrato la formazione di alloisomeri in vari casi di sintesi con la reazione di Perkin ed avendo da pochi anni il Rohmer pubblicato un lavoro sulla sintesi del furolo con l'α-toluato sodico in presenza di anidride acetica, dalla quale risulta la formazione dell'acido fenilfurfuracrilico (B. XXVII, 283, 28, 129, 1443) senza alcuno accenno ad eventuale formazione di stereoisomeri, si sono in questo stesso laboratorio iniziate delle ricerche col furolo medesimo ed altri acidi, allo scopo di estendere anche a questi casi i risultati ottenuti dalla Bakunin. E, mentre altri in questo istituto si vanno occupando della condensazione del furolo cogli acidi cresolglicolici, io ho cercato di studiare quella con l'acido timolglicolico, dal quale già Nicotera (Gaz. Ch. It. XIX, 1889, pag. 357) avea preparato l' acido timolcinnamico, facendolo reagire con l'aldeide benzoica.

L' acido timolglicolico fu preparato col metodo descritto da Spica (Gaz. Ch. It., X, 1880, pag. 340); indi fu trasformato in sale sodico. che fu disseccato in stufa ad aria a 110°-120°.

Due vie furono seguite per determinare la reazione:

a) scaldamento prolungato a bassa temperatura;

b) scaldamento breve ad alta temperatura.

In due palloni con refrigerante ascendente si misero: gr. 17 di timolglicolato sodico, gr. 7 di furolo e gr. 30 di anidride acetica, cioè pesi equimolecolari di sale sodico e furolo, con un peso di anidride acetica quattro volte maggiore dell'aldeide impiegata.

Un pallone si scaldò a bagno d'olio per sei ore alla temperatura di 160°-180°, l'altro si scaldò a bagno d'acqua salata per otto giorni consecutivi alla temperatura di 110°.

Le masse nere, così ottenute, furono fatte bollire con acqua per trasformare l'anidride inalterata; indi si separarono le acque acetiche un po' calde dalle masse solide brune, rimaste insolubili.

Dopo lungo riposo dalle acque acetiche si deposero piccole quantità di aghetti bianchi, sericei, che, per l'aspetto e per il punto di fusione, si possono considerare costituiti da acido timolglicolico inalterato. Altro acido inalterato si ottenne dal trattamento cloridrico delle acque acetiche stesse.

Le acque cloridriche separate furono estratte più volte con etere, che distillato, dette lievissimi residui liquidi, che, dopo ventiquattro ore sotto l'essiccatore, si solidificarono in masse rosso brune disseminate di punti splendenti.

Dette masse furono fatte bollire nell'acqua in presenza di carbone animale, e col riposo delle soluzioni acquose si depositarono dei cristallini bianchi, splendenti, inodori, fondenti a 112°-113°.

Dal saggio a bassa temperatura si ottennero gr. 0.120 di questa sostanza e da quello ad alta temperatura gr. 0,096.

Dunque il saggio a bassa temperatura dà un rendimento di sostanza fondente a 112°-113° quasi una volta e mezzo di quello ad alta temperatura.

Le masse brune insolubili in acqua furono fatte bollire con soluzione di carbonato sodico al 20 °/₀ e si ottennero delle soluzioni alcaline brunastre e delle masse carbonose insolubili.

La massa insolubile del prodotto della reazione a 160°-180° era abbastanza rilevante, mentre che quella del prodotto della reazione a bassa temperatura era pochissima.

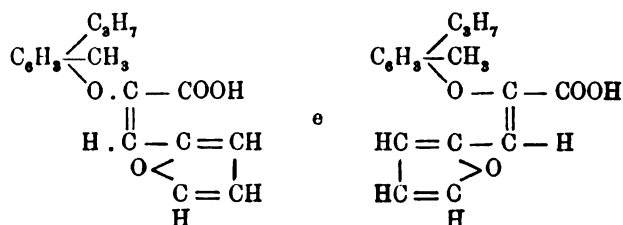
Queste masse carbonose si mostrarono refrettarie ad ogni mezzo di purificazione. Le soluzioni alcaline, brune furono agitate parecchie volte con etere, che, distillato, dette residui liquidi, rosso-bruni, di odore di furolo, e che perciò si possono ritenere costituiti da aldeide inalterata.

Le soluzioni alcaline, liberate dall'etere e acidificate con acido cloridrico, depositarono delle sostanze di color giallo sporco, che, raccolte su filtro e asciugate tra carta, si fecero bollire più volte con acqua.

Da i diversi trattamenti acquosi si ebbero dei depositi di aghetti splendenti, che, per l'aspetto e per il punto di fusione, sembrano essere costituiti da acido timolglicolico inalterato.

Le parti, insolubili in acqua bollente, furono bollite con idrato di bario e le soluzioni baritiche trattate con acido cloridrico dettero precipitati gialletti, che, raccolti su filtro e asciugati tra carta, si fecero bollire in alcool in presenza di carbone animale. Per raffreddamento dalle soluzioni alcooliche si depositarono dei cristallini bianchi, leggermente gialletti, che dopo due cristallizzazioni dall'alcool, fusero bene a 184°-185°. Si ottennero gr. 0.400 dal prodotto della reazione a 160°-180° e gr. 0.652 da quello a più bassa temperatura; quindi anche il rendimento della sostanza fondente a 184°-185° della reazione a bassa temperatura è superiore di quello della reazione ad alta temperatura.

Queste due sostanze sono gli acidi timolfurfuracrilici, ai quali, secondo l'interpretazione della reazione di P e r k i n, spettano le formole,

$$\begin{array}{l} \quad\quad\;\; C_3H_7 \\ C_6H_3\!\!<\!\!CH_3 \\ \quad\quad\;\; O\,.\,C - COOH \\ \quad\quad\quad\;\; \| \\ \quad\quad H\,.\,C - C = CH \\ \quad\quad\quad O\!< \quad\; | \\ \quad\quad\quad\quad\; C = CH \\ \quad\quad\quad\quad\; H \end{array} \quad e \quad \begin{array}{l} \quad\quad\;\; C_3H_7 \\ C_6H_3\!\!<\!\!CH_3 \\ \quad\quad\;\; O - C - COOH \\ \quad\quad\quad\quad\;\; \| \\ HC = C - C - H \\ \;\; | \quad\quad >O \\ HC = C \\ \quad\quad\;\; H \end{array}$$

Ed infatti si ebbero:

I. da gr. 0.206 dell'acido fondente a 112°-113°:

gr. 0.538 di CO_2 e gr. 0 117 di H_2O

e per l'acido fondente a 184°-185°:

II. da gr. 0.273: gr. 0.712 di CO_2 e gr. 0.153 di H_2O.
III. da gr. 0.301: gr. 0.786 di CO_2 e gr. 0.171 di H_2O.
IV. da gr. 0 342: gr. 0 894 di CO_2 e gr. 0.200 di H_2O.

trovato	I.	II.	III.	IV.	calcolato per $C_{17}H_{18}O_4$
C $^0/_0$ =	71.22	71.12	71.21	71.29	71.33
H $^0/_0$ =	6 31	6.30	6.31	6.22	6.29

L'acido fondente a 112°-113° è solubilissimo in acqua, alcool e benzina, specialmente a caldo; quello fondente a 184°-185° è pochissimo solubile in acqua, abbastanza solubile in alcool e benzina.

Non potendo per ora studiare i derivati di questi acidi per mancanza di tempo e di materiale, mi riserbo di farlo in seguito specialmente per determinare la configurazione molecolare delle due sostanze, e per stabilire a quale di esse spetta la formola piano simmetrica, e a quale l'assiale simmetrica.

Il rendimento maggiore dei due acidi isomeri è dato dalla reazione a bassa temperatura; però tale rendimento è piccolissimo rispetto a quello teorico per la formazione delle materie resinose, e anche perchè una buona parte dell'acido timolglicolico resta inalterato.

In seguito studierò anche le condizioni più opportune per ottenere un rendimento maggiore.

Istituto chimico della R. Università di Napoli.

VARIAZIONI DELLA DECLINAZIONE MAGNETICA OSSERVATE NELLA R. SPECOLA DI CAPODIMONTE NELL'ANNO 1901; *Nota del 2° Astronomo aggiunto* **V. Tedeschi.**

(Adunanza del dì 15 Novembre 1902)

Le osservazioni della declinazione magnetica per l'anno 1901, furono, come sempre, fatte nella 1ª Stazione Magnetica col magnetometro differenziale di Heurtaux [1]).

Le letture della scala del magnetometro sono state tradotte in numeri rappresentanti i valori assoluti della declinazione magnetica mediante la formola:

$$D = k + 0',3289(550 - n);$$

nella quale D rappresenta la declinazione magnetica corrispondente ad una lettura n della scala, e k rappresenta il valore della declinazione assoluta corrispondente alla divisione 550 della stessa scala.

La costante k è stata determinata più volte, a diversi intervalli, mediante osservazioni contemporanee fatte nella 1ª Stazione Magnetica da me e nel Padiglione Magnetico dal 1° Astronomo aggiunto, prof. Alberti; e si è, poi, dato ad essa il valore 9°26',29 medio delle determinazioni fatte nell'anno.

Per il calcolo dei medii relativi all'anno tutti i medii mensuali sono stati ritenuti dello stesso peso.

I risultati delle osservazioni sono stati esposti in quattro tavole: la prima contiene la determinazione della costante k; la seconda i valori della declinazione magnetica; la terza le escursioni diurne; e la quarta contiene i medii mensuali ed il medio annuo della declinaziona magnetica.

---

[1]) Le osservazioni del mattino sono state fatte dal Dott. E. Guerrieri, quelle della sera dal Dott. V. Nobile e quelle delle 15ʰ sono state fatte da me.

Determinazioni della declinazone magnetica, corrispondente alla lettura di 550.^{p}0 del Magnetometro differenziale di Heurtaux.

Data 1901		T. M. di Napoli (Ora del princip. e della fine)	N.° dei confronti	Declinaz. data dal Magnetom. assoluto	Lettura della scala al Magnet. differenziale	Declinaz. magnetica per 550.^{p}0
Febbraio	1	$16^h 55^m$ — $17^h 12^m$	5	$9° 6'.98$	$605^p.10$	$9° 25'.10$
»	28	13 40 — 14 10	7	7.85	601.40	24.76
Marzo	30	13 50 — 14 20	7	10.73	597.71	26.42
Aprile	30	15 15 — 15 45	7	7.83	604.76	25.84
Giugno	1	16 50 — 17 20	7	6.28	611 40	26.47
Luglio	3	17 30 — 18 0	7	7.98	609.81	27.65
»	30	18 10 — 18 40	7	5.95	611.56	26.20
Agosto	30	17 50 — 18 20	7	5.43	612.07	25.84
Nov.	19	15 55 — 16 25	7	5.45	615.64	27 04
Dic.	31	14 45 — 15 15	7	4.92	618.97	27.60
Medio						9 26.29

Declinazione magnetica occidentale in valore assoluto.

9°+

1901	Gennaio				Febbraio				Marzo			
	8h	15h	21h	Medio	8h	15h	21h	Medio	8h	15h	21h	Medio
1	8.8′	10.1′	8.3′	9.1′	9.7′	8.8′	—′	—′	5.1′	8.3′	6.8′	6.7′
2	8.3	9.5	8.6	8.8	7.2	11.0	6.9	8.4	5.0	8.5	6.5	6.7
3	7.6	10.0	7.8	8.5	7.3	8.5	7.1	7.6	4.0	7.4	6.0	5.8
4	9.1	9.6	8.5	9.1	7.5	8.1	7.4	7.7	6.5	6.5	5.8	6.3
5	9.7	10.1	7.9	9.2	7.4	7.7	7.1	7.4	4.5	8.0	6.5	6.3
6	9.0	9.6	8.2	8.9	6.8	9.0	7.3	7.7	4.5	8.3	6.4	6.4
7	8.6	9.7	8.6	9.0	6.6	8.0	6.8	7.1	5.0	8.4	9.0	7.5
8	9.0	9.3	8.8	9.0	7.7	7.9	7.8	7.8	5.2	9.2	6.4	6.9
9	9.0	10.3	8.5	9.3	8.1	8.7	7.2	8.0	5.4	10.3	6.4	7.4
10	9.3	9.5	8.3	9.0	6.6	8.8	7.5	7.6	5.9	9.6	6.6	7.4
11	9.3	10.1	8.3	9.2	6.6	10.0	8.2	8.3	5.0	8.0	6.3	6.4
12	8.0	10.1	8.2	8.8	7.3	9.1	7.3	7.9	5.0	8.5	6.1	6.5
13	8.2	9.6	8.1	8.6	6.9	9.1	7.0	7.7	6.7	9.8	6.3	7.6
14	9.3	10.6	8.6	9.5	6.4	10.1	7.4	8.0	4.8	7.7	6.8	6.4
15	8.2	10.5	8.2	9.0	6.8	10.0	7.7	8.2	5.9	9.1	7.0	7.3
16	8.8	9.1	8.0	8.6	6.7	9.7	8.2	8.2	5.9	9.6	6.6	7.4
17	8.2	9.6	8.5	8.8	7.3	9.8	8.0	8.4	4.7	8.7	7.0	6.8
18	8.3	9.5	8.4	8.7	6.3	10.3	7.8	8.1	3.6	8.1	6.0	5.9
19	9.0	10.8	8.3	9.4	7.5	11.1	7.3	8.6	4.1	8.5	5.9	6.2
20	7.7	10.0	7.7	8.5	7.2	9.5	6.6	7.8	3.1	9.5	6.1	6.2
21	8.3	9.8	7.8	8.6	6.8	9.1	7.3	7.7	5.5	8.3	7.3	7.0
22	8.7	10.1	6.4	8.4	6.7	10.5	8.6	8.6	3.7	9.5	6.8	6.7
23	9.1	9.5	7.3	8.6	6.3	8.8	7.8	7.6	4.4	8.5	5.2	6.0
24	8.2	9.9	7.2	8.4	6.5	10.1	7.8	8.1	4.9	13.0	2.0	6.6
25	8.0	8.6	7.4	8.0	6.1	8.8	7.3	7.4	3.8	9.1	6.5	6.5
26	7.3	8.0	7.5	7.6	7.0	9.1	7.3	7.8	4.4	9.6	6.6	6.9
27	7.7	9.5	7.6	8.3	7.6	8.2	6.3	7.4	4.3	9.8	6.5	6.9
28	7.3	8.3	7.3	7.6	9.3	8.6	7.1	7.3	3.6	9.3	6.7	6.5
29	7.7	8.6	7.3	7.9					4.3	9.8	2.6	5.6
30	7.3	8.7	6.5	7.5					3.6	9.8	6.8	6.7
31	7.8	9.3	10.1	9.1					3.6	10.2	6.7	6.8
Medio	8.4	9.5	8.0	8.7	7.0	9.2	7.4	7.9	4.7	9.0	6.3	6.7

Declinazione magnetica occidentale in valore assoluto.

9° +

1901	Aprile				Maggio				Giugno			
	7ʰ	15ʰ	21ʰ	Medio	7ʰ	15ʰ	21ʰ	Medio	7ʰ	15ʰ	21ʰ	Medio
1	4.2′	10.6′	6.8′	7.2′	2.6′	9.3′	5.6′	5.8′	1.2′	9.1′	5.7′	5.3′
2	6.0	11.4	6.4	7.9	2.9	7.8	6.[illegible]	5.6	−0.2	8.4	5.9	4.7
3	4.2	11.3	6.2	7.2	3.2	9.1	6.0	6.1	1.3	8.2	5.3	4.9
4	6.0	9.5	6.6	7.4	3.9	8.8	6.5	6.4	0.3	8.8	5.3	4.6
5	4.7	9.1	6.2	6.7	4.2	7.8	6.8	6.3	1.6	10.0	5.7	5.8
6	4.1	10.5	6.7	7.1	4.9	8.2	6.4	6.5	1.9	10.0	5.7	5.9
7	4.4	9.9	6.0	6.8	3.7	10.1	6.4	6.7	2.4	11.1	5.3	6.3
8	4.4	10.8	6.4	7.2	4.4	10.0	6.5	7.0	3.4	10.5	5.5	6.5
9	3.9	8.6	6.1	6.2	4.0	9.8	8.9	7.6	2.7	9.9	5.8	6.1
10	4.2	9.9	6.6	6.9	4.2	12.5	−1.8	5.0	2.8	8.5	5.5	5.6
11	4.3	8.8	6.0	6.4	2.9	7.8	5.4	5.4	4.8	8.8	5.6	6.4
12	3.7	9.5	6.5	6.6	3.4	7.5	5.2	5.4	4.0	9.8	5.3	6.4
13	3.7	9.1	6.1	6.3	4.0	8.1	6.2	6.1	2.2	8.6	5.2	5.3
14	5.2	9.5	5.2	6.6	2.7	8.0	6.5	5.7	3.1	9.3	4.8	5.7
15	4.7	10.6	5.5	6.9	2.6	9.4	6.2	6.1	3.9	8.8	4.6	5.8
16	4.2	11.1	5.1	6.8	3.4	9.5	5.6	6.2	2.6	10.5	6.0	6.4
17	3.1	9.1	6.0	6.1	2.0	8.8	6.2	5.7	2.6	10.3	5.7	6.2
18	3.7	9.7	6.3	6.6	2.2	9.3	6.2	5.9	2.2	10.6	5.5	6.1
19	2.6	9.6	6.3	6.2	1.4	7.9	5.8	5.0	3.1	11.1	6.4	6.9
20	3.3	10.2	6.6	6.7	3.8	11.2	5.7	6.9	3.1	11.4	7.9	7.5
21	5.0	11.8	6.5	7.8	3.0	9.4	5.8	6.1	2.7	13.1	6.0	7.3
22	5.9	12.9	6.8	8.5	3.6	12.3	6.5	7.5	3.1	10.0	6.2	6.4
23	6.5	10.3	5.5	7.4	3.7	13.1	7.5	8.1	2.7	9.3	5.9	6.0
24	6.0	10.3	7.1	7.8	3.7	9.8	7.4	7.0	2.5	9.0	6.2	5.9
25	5.2	8.6	7.1	7.0	2.4	10.5	7.5	6.8	1.1	9.1	5.7	5.3
26	4.2	8.9	7.2	6.8	3.6	11.3	6.7	7.2	1.6	9.1	6.0	5.6
27	4.7	10.7	6.9	7.4	2.9	10.5	5.7	6.4	1.2	9.8	5.8	5.6
28	3.9	6.9	6.6	5.8	1.6	7.3	5.2	4.7	1.6	9.8	6.1	5.8
29	3.9	6.7	6.8	5.8	1.9	10.6	5.6	6.0	1.8	9.1	6.0	5.6
30	4.7	8.3	6.6	6.5	1.9	10.5	5.2	5.9	1.4	9.6	5.2	5.4
31					−0.1	8.8	5.7	4.8				
Medio	4.5	9.8	6.4	6.9	3.1	9.5	5.9	6.2	2.3	9.7	5.7	5.9

Declinazione magnetica occidentale in valore assoluto.

9°+

1901	Luglio				Agosto				Settembre			
	7h	15h	21h	Medio	7h	15h	21h	Medio	7h	15h	21h	Medio
1	3.3	9.4	5.5	6.1	3.2	9.6	5.2	6.0	1.2	7.8	5.3	4.8
2	2.1	9.6	5.4	5.7	1.9	10.1	6.1	6.4	2.1	8.8	5.1	5.3
3	2.4	9.7	5.9	6.0	2.0	11.2	5.6	6.3	0.9	10.0	5.3	5.4
4	1.7	11.1	6.0	6.3	1.6	9.6	6.0	5.7	1.4	8.6	4.9	5.0
5	1.7	10.6	6.3	6.2	3.1	9.0	5.3	5.8	2.1	8.4	5.4	5.3
6	1.8	8.8	6.1	5.6	2.6	10.0	6.0	6.2	1.9	8.4	4.9	5.1
7	3.7	10.5	5.9	6.7	2.6	10.1	6.5	6.4	1.4	7.0	4.9	4.4
8	2.1	9.5	6.2	5.9	—	12.0	6.2	—	2.9	6.2	4.7	4.6
9	4.5	10.4	6.1	7.0	3.2	6.8	6.4	5.5	2.4	6.4	5.1	4.6
10	2.1	10.1	6.3	6.2	2.4	9.1	5.7	5.7	1.9	7.7	4.5	4.7
11	3.0	10.1	6.2	6.4	2.6	8.2	5.4	5.4	1.6	5.9	4.7	4.1
12	3.1	9.6	5.7	6.1	2.9	8.6	5.6	5.7	1.6	6.3	4.9	4.3
13	2.4	9.7	5.9	6.0	1.7	8.9	5.3	5.3	1.1	8.5	4.1	4.6
14	2.3	9.4	5.7	5.8	2.1	11.0	5.5	6.2	1.4	7.4	4.0	4.3
15	2.6	8.5	5.5	5.5	1.1	9.4	4.5	5.0	1.1	4.0	4.2	3.1
16	2.6	9.0	5.6	5.7	2.9	8.1	5.6	5.5	2.7	8.6	4.6	5.3
17	3.4	11.4	4.7	6.5	2.2	8.3	4.7	5.1	1.4	7.0	4.5	4.3
18	2.4	9.8	5.7	6.0	1.9	9.1	5.1	5.4	1.3	6.9	4.9	4.4
19	1.6	10.2	5.9	5.9	2.7	9.3	5.5	5.8	2.1	6.4	4.7	4.4
20	2.7	9.5	5.0	5.7	1.4	9.0	4.6	5.0	3.4	6.3	4.3	4.7
21	1.6	10.8	5.2	5.9	1.6	9.0	5.3	5.3	3.1	7.6	4.9	5.2
22	2.9	10.2	5.3	6.1	2.1	9.0	6.2	5.8	2.4	5.0	4.5	4.0
23	3.7	9.1	5.4	6.1	3.2	9.2	5.2	5.9	1.6	7.0	3.7	4.1
24	2.4	9.4	5.9	5.9	2.4	8.7	5.5	5.5	2.0	6.2	4.2	4.1
25	1.4	10.6	5.5	5.8	1.9	6.5	5.2	4.5	2.1	6.4	4.0	4.2
26	3.5	9.3	5.5	6.1	1.4	8.2	5.3	5.0	1.6	7.5	4.0	4.4
27	2.1	7.7	5.5	5.1	2.2	6.3	5.2	4.6	2.0	5.4	4.7	4.0
28	3.1	9.4	6.1	6.2	2.4	6.8	4.7	4.6	2.1	6.8	3.4	4.1
29	3.4	9.0	5.6	6.0	1.2	5.9	4.3	3.8	3.0	5.7	5.0	4.6
30	2.9	9.8	5.4	6.0	2.2	7.9	5.3	5.1	1.9	6.1	3.9	4.0
31	3.6	8.6	6.1	6.1	1.6	8.7	5.3	5.2				
Medio	2.6	9.7	5.7	6.0	2.2	8.8	5.4	5.5	1.9	7.0	4.6	4.5

Declinazione magnetica occidentale in valore assoluto.

9°+

1901	Ottobre				Novembre				Dicembre			
	8ʰ	15ʰ	21ʰ	Medio	8ʰ	15ʰ	21ʰ	Medio	8ʰ	15ʰ	21ʰ	Medio
1	3.0′	6.7′	3.6′	4.4′	2.2′	5.1′	2.4′	3.2′	4.4′	5.2′	3.3′	4.3′
2	3.1	7.4	3.9	4.8	1.5	5.9	3.5	3.6	3.9	6.1	3.6	4.5
3	3.0	7.7	3.7	4.8	2.4	5.5	3.6	3.8	4.5	4.7	3.9	4.4
4	2.1	6.7	4.3	4.4	5.0	5.5	2.9	4.5	4.0	4.8	3.5	4.1
5	3.1	6.3	3.7	4.4	2.6	5.7	2.7	3.7	4.4	5.1	2.7	4.1
6	2.1	5.5	4.0	3.9	2.7	5.5	4.2	4.1	3.5	4.5	3.1	3.7
7	1.4	6.2	3.2	3.6	2.7	5.7	3.7	4.0	3.1	4.8	3.6	3.8
8	1.6	7.5	3.9	4.3	1.9	5.2	3.3	3.5	3.4	4.9	3.9	4.1
9	3.2	6.7	3.6	4.5	2.3	6.8	2.8	4.0	4.2	5.0	2.8	4.0
10	1.6	6.4	3.6	3.9	1.6	5.0	2.9	3.2	2.6	5.8	3.1	3.8
11	1.3	6.7	4.0	4.0	2.5	6.1	3.1	3.9	3.2	4.4	2.6	3.4
12	2.1	6.2	3.5	3.9	2.7	5.3	2.2	3.4	3.7	4.1	2.5	3.4
13	1.2	7.0	3.6	3.9	2.6	4.5	2.9	3.3	3.2	4.2	2.3	3.2
14	2.2	5.9	3.7	3.9	2.1	5.1	3.0	3.4	2.9	4.4	2.6	3.3
15	1.9	5.7	4.1	3.9	2.2	4.6	2.8	3.2	3.2	4.9	3.4	3.8
16	1.3	5.8	3.2	3.4	3.0	4.9	3.1	3.7	3.9	3.9	2.2	3.3
17	1.0	6.0	3.3	3.4	2.6	5.0	3.3	3.6	2.7	3.6	3.1	3.1
18	0.7	5.2	3.0	3.0	1.8	4.5	2.4	2.9	3.4	3.2	3.0	3.2
19	1.0	5.4	3.4	3.3	2.2	4.4	3.2	3.3	2.6	3.1	2.8	2.8
20	0.8	5.0	2.7	2.8	2.8	4.5	3.2	3.5	2.9	3.2	2.2	2.8
21	1.3	5.7	3.2	3.4	3.1	4.4	3.5	3.7	2.9	3.6	3.0	3.2
22	2.4	5.2	2.7	3.4	3.4	4.7	3.6	3.9	1.9	4.2	2.3	2.8
23	1.7	4.5	3.4	3.2	2.6	4.8	2.7	3.4	2.3	3.7	2.8	2.9
24	0.9	5.7	3.1	3.2	2.7	4.0	3.0	3.2	2.4	4.7	2.2	3.1
25	3.1	6.6	3.1	4.3	3.5	4.3	4.0	3.9	2.2	3.7	3.0	3.0
26	1.6	5.9	1.9	3.1	2.9	4.8	3.6	3.8	1.9	3.5	2.0	2.5
27	1.5	4.0	3.0	2.8	3.9	4.7	3.4	4.0	2.9	3.2	1.9	2.7
28	1.4	4.4	3.0	2.9	3.0	4.8	3.4	3.7	3.5	4.8	1.7	3.3
29	1.6	5.0	3.4	3.3	3.6	3.9	3.1	3.5	3.2	2.9	0.2	2.1
30	2.1	3.8	3.2	3.0	3.8	4.7	2.8	3.8	2.6	2.6	2.1	2.4
31	1.6	4.5	3.7	3.3					2.5	3.6	2.2	2.8
Medio	1.8	5.8	3.4	3.7	2.7	5.0	3.1	3.6	3.2	4.2	2.7	3.4

Escursione diurna della declinazione magnetica.

1901	Genn. 15h–8h	Febb. 15h–8h	Marzo 15h–8h	Aprile 15h–7h	Magg. 15h–7h	Giugno 15h–7h	Luglio 15h–7h	Agosto 15h–7h	Sett. 15h–7h	Ottob. 15h–8h	Nov. 15h–8h	Dic. 15h–8h
1	+1′.3	−0′.9	+3′.2	+6′.4	+6′.7	+7′.9	+6′.1	+6′.4	+6′.6	+3′.7	+2′.9	+0′.8
2	1.2	+3.8	3.5	5.4	4.9	8.6	7.5	7.2	6.7	4.3	4.4	2.2
3	2.4	1.2	3.4	7.1	5.9	6.9	7.3	9.2	9.1	4.7	3.1	0.2
4	0.5	0.6	0.0	3.5	4.9	9.1	9.4	8.0	7.2	4.6	0.5	0.8
5	0.4	0.3	3.5	4.4	3.6	8.4	8.9	5.9	6.3	3.2	3.1	0.7
6	0.6	2.2	3.8	6.4	3.3	8.1	7.0	7.4	6.5	3.4	2.8	1.0
7	1.1	1.4	3.4	5.5	6.4	8.7	6.8	7.5	5.6	4.8	3.0	1.7
8	0.3	0.2	4.0	6.4	3.6	7.1	7.4	—	3.3	5.9	3.3	1.5
9	1.3	0.6	4.9	4.7	5.8	7.2	5.9	3.6	4.0	3.5	4.5	0.8
10	0.2	2.2	3.7	5.7	8.3	5.7	8.0	6.7	5.8	4.8	3.4	3.2
11	0.8	3.4	3.0	4.5	4.9	4.0	7.1	5.6	4.3	5.4	3.6	1.2
12	2.1	1.8	3.5	5.8	4.1	5.8	6.5	5.7	4.7	4.1	2.6	0.4
13	1.4	2.2	3.1	5.4	4.1	6.4	7.3	7.2	7.4	5.8	1.9	1.0
14	0.7	3.7	2.9	4.3	5.3	6.2	7.1	8.9	6.0	3.7	3.0	1.5
15	2.3	3.2	3.2	5.9	6.8	4.9	5.9	8.3	2.9	3.8	2.4	1.7
16	0.3	3.0	3.7	6.9	6.1	7.9	6.4	5.2	5.9	4.5	1.9	0.0
17	1.4	2.5	4.0	6.0	6.8	7.7	8.0	6.1	5.6	5.0	2.4	+0.9
18	1.2	4.0	4.5	6.0	7.1	8.4	7.4	7.2	5.6	4.5	2.7	−0.2
19	1.8	3.6	4.4	7.0	6.5	8.0	8.6	6.6	4.3	4.4	2.2	+0.5
20	2.3	2.3	6.4	6.9	7.4	8.3	6.8	7.6	2.9	4.2	1.7	0.3
21	1.5	2.3	2.8	6.8	6.4	10.4	9.2	7.4	4.5	4.4	1.3	0.7
22	1.4	3.8	5.8	7.0	8.7	6.9	7.3	6.9	2.6	2.8	1.3	2.3
23	0.4	2.5	4.1	3.8	9.4	6.6	5.4	6.0	5.4	2.8	2.2	1.4
24	1.7	3.6	8.1	4.3	6.1	6.5	7.0	6.3	4.2	4.8	1.3	2.3
25	0.7	2.7	5.3	3.4	8.1	8.0	9.2	4.6	4.3	3.5	0.8	1.5
26	0.7	2.1	5.2	4.7	7.7	7.5	5.8	6.8	5.9	4.3	1.9	1.6
27	1.8	0.6	5.5	6.0	7.6	8.6	5.6	4.1	3.4	2.5	0.8	0.3
28	1.0	2.3	5.7	3.0	5.7	8.2	6.3	4.4	4.7	3.0	1.8	1.3
29	0.9		5.5	2.8	8.7	7.3	5.6	4.7	2.7	3.4	0.3	−0.3
30	1.4		6.2	3.6	8.6	8.2	6.9	5.7	0.2	1.7	0.9	0.0
31	1.5		6.6		8.9		5.0	7.1		2.9		+1.1
Medio	1.2	2.2	4.3	5.3	6.4	7.4	7.1	6.5	5.1	4.0	2.3	1.0

Medii mensuali e medio annuo della declinazione magnetica.

West

1901	Genn.	Febb	Marzo	Apr.	Mag.	Giug	Lugl.	Agos.	Sett	Ott.	Nov.	Dic	Anno
	9° +												
7h o 8h	8.4	7.0	4.7	4.5	3.1	2.3	2.6	2.2	1.9	1.8	2.7	3.2	3.7
15h	9.5	9.2	9.0	9.8	9.5	9.7	9.7	8.8	7.0	5.8	5.0	4.2	8.1
9h	8.0	7.4	6.3	6.4	5.9	5.7	5.7	5.4	4.6	3.4	3.1	2.7	5.4
Medio	8.7	7.9	6.7	6.9	6.2	5.9	6.0	5.5	4.5	3.7	3.6	3.4	5.7
Escursione	1.2	2.2	4.3	5.3	6.4	7.4	7.1	6.5	5.1	4.0	2.3	1.0	4.4

Paragonando il valor medio 9°5.'7. ottenuto per l'anno 1901, con quelli ottenuti per gli anni precedenti, a fine di dedurre la variazione annua, si ha:

Anno	Declinaz magnet. (Medio annuo)	Variazione annua
1884	10° 31.'4	
1885	10 26.1	— 5.'3
1886	10 20.9	— 5.2
1887	10 16.0	— 4.9
1888	10 11.7	— 4.3
1889	10 7.0	— 4.7
1890	10 2.3	— 4.7
1891	9 56.4	— 5.9
1892	9 52.1	— 4.3
1893	9 47.0	— 5.1
1894	9 41.7	— 5.3
1895	9 37.0	— 4.7
1896	9 32.1	— 4.9
1897	9 26.3	— 5.8
1898	9 22.6	— 3.7
1899	9 15.8	— 6.8
1900	9 10.2	— 5.6
1091	9 5.7	— 4.5

Napoli, Capodimonte 1902.

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Agosto 1902

Latitudine . . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich.
Altitudine . . 149ᵐ sul mare

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 +				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle nubi			Vento – Direzione			Vento – Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
	9ʰ	15ʰ	21ʰ	Medio diurno	9ʰ	15ʰ	21ʰ	Min.	Mass.	Medio diurno	9ʰ	15ʰ	21ʰ	Medio diurno	9ʰ	15ʰ	21ʰ	Medio diurno	9ʰ	15ʰ	21ʰ	9ʰ	15ʰ	21ʰ	9ʰ	15ʰ	21ʰ		
1	53.4	52.6	52.3	52.77	24.9	28.8	22.8	19.7	29.6	24.25	16.1	17.3	16.5	16.63	69	59	80	69.3	0	0	0	S	SW	N	0	1	0	—	4.5
2	50.8	49.7	49.2	49.90	25.0	31.0	23.1	20.2	31.0	24.99	15.0	15.2	16.9	15.70	62	45	80	62.3	0	0	0	E	S	E	0	1	0	—	2.9
3	47.8	47.2	47.8	47.60	25.9	26.0	22.1	20.7	27.9	24.15	13.9	17.9	12.7	14.83	57	72	64	64.3	0	4	0	W	WSW	SW	1	0	2	—	2.4
4	49.4	49.1	50.2	49.57	24.2	27.2	21.1	20.0	27.3	23.15	15.1	15.2	14.6	14.97	68	57	78	67.7	3	0	0	S	N	W	0	1	0	—	3.5
5	51.1	50.4	50.7	50.73	24.5	27.2	22.4	19.7	27.7	23.58	16.0	15.2	14.9	15.37	70	57	74	67.0	5	0	0	SE	SW	W	0	3	0	—	2.8
6	51.2	50.7	51.0	50.97	25.0	28.7	24.2	20.2	29.2	24.66	16.2	19.5	16.5	17.40	69	66	74	69.7	0	0	0	ESE	WSW	W	0	0	0	—	3.0
7	50.9	49.9	49.9	50.23	26.0	29.5	24.2	21.7	29.8	25.42	18.9	21.0	16.5	18.80	76	68	74	72.7	0	0	0	S	SE	S	0	0	0	—	2.9
8	50.1	49.5	49.4	49.67	26.0	28.0	23.9	22.7	28.9	25.38	18.5	20.5	16.9	18.63	74	72	77	74.3	0	0	0	S	SW	S	0	0	0	—	2.5
9	48.8	48.0	47.6	48.13	26.6	27.7	24.5	21.8	30.2	25.77	16.3	12.0	17.0	15.10	64	43	75	60.7	1	10	3	E	S	WSW	0	2	2	—	2.7
10	47.6	47.1	47.7	47.47	26.5	28.6	21.7	22.3	29.5	25.00	18.0	16.7	16.0	16.90	70	58	83	70.3	1	0	0	SW	SE	W	0	3	0	—	4.1
11	46.7	46.0	46.1	46.27	23.9	26.6	22.5	20.7	27.0	23.53	16.0	16.8	15.0	15.93	73	65	74	70.7	7	4	0	SW	SSW	WSW	0	1	0	—	3.2
12	45.1	44.7	44.2	44.67	22.3	23.0	20.3	19.7	24.4	21.68	12.4	12.8	13.5	12.90	63	61	76	66.6	4	9	6	SW	SW	W	9	14	12	1.9	3.5
13	49.5	47.8	49.1	48.80	21.8	25.3	19.2	18.2	25.0	21.05	11.9	11.0	9.6	10.83	62	47	58	55.7	0	4	0	NW	WNW	NE	0	3	0	—	4.4
14	49.5	49.2	49.3	49.33	22.8	23.6	20.2	16.0	24.4	20.85	11.2	11.6	11.7	11.50	54	54	66	58.0	4	4	0	NE	SW	W	0	4	0	—	4.5
15	50.1	49.7	50.5	50.13	22.6	25.3	20.2	17.8	25.6	21.55	13.7	14.6	14.3	14.20	67	63	82	70.3	3	0	0	W	SW	W	0	2	0	—	3.6
16	51.5	51.1	51.3	51.30	23.1	27.1	21.2	18.2	28.3	22.70	13.3	11.7	14.5	13.17	64	43	78	61.7	0	0	0	N	SW	W	0	1	0	—	2.7
17	52.2	51.8	51.9	51.97	24.2	27.8	21.8	19.3	27.8	23.25	15.3	11.9	15.5	14.23	69	42	80	63.7	0	0	0	S	SW	SW	0	1	0	—	3.3
18	52.6	51.7	51.6	51.97	25.7	27.4	22.5	20.1	28.0	24.08	9.6	18.4	17.9	15.30	40	68	89	65.7	0	0	0	NW	SW	SW	0	0	0	—	2.9
19	50.9	49.7	50.1	50.23	24.5	29.5	23.6	20.6	29.9	24.65	17.2	15.0	17.6	16.60	76	49	81	68.7	0	0	0	S	SW	SE	0	1	0	—	2.3
20	49.7	48.6	48.1	48.80	25.7	29.3	23.5	21.0	30.0	25.05	17.6	14.6	17.8	16.66	72	48	83	67.7	0	0	0	NW	SW	SE	0	1	0	—	2.7
21	47.6	46.9	47.1	47.20	25.0	27.2	23.0	21.3	28.0	24.33	17.8	19.3	18.1	18.40	76	71	88	78.3	2	4	8	SE	SSW	SW	0	5	0	—	2.4
22	47.1	47.0	47.5	47.20	24.8	22.9	21.4	20.0	28.7	23.72	14.8	15.3	11.3	13.80	64	74	60	66.0	3	10	2	N	NW	NE	0	5	2	7.1	1.8
23	47.7	47.0	48.9	47.87	22.4	25.9	20.4	18.4	26.5	21.92	11.6	11.0	8.7	10.43	57	45	49	50.3	0	5	0	NE	E	E	1	1	0	—	4.1
24	48.3	47.6	48.3	48.07	22.1	20.4	20.9	18.4	27.7	22.28	11.6	12.8	13.1	12.50	59	50	72	60.3	0	0	0	E	SW	W	0	5	0	—	5.2
25	48.3	47.2	48.3	47.93	23.1	27.0	21.2	19.4	27.2	22.72	12.6	12.8	11.8	12.40	60	48	64	57.3	0	0	0	N	WSW	W	0	3	0	—	4.0
26	49.2	48.7	49.2	49.03	23.6	27.3	22.3	19.3	29.6	23.70	15.2	13.1	11.3	13.20	70	48	56	58.0	0	0	0	NW	SW	NE	0	2	0	—	3.0
27	50.6	49.7	49.9	50.07	24.7	28.4	23.9	20.1	28.3	24.25	12.2	13.3	11.7	12.40	53	40	54	51.0	0	1	0	NW	S	SW	0	0	0	—	3.4
28	50.2	49.8	49.8	49.93	26.9	30.7	25.2	22.4	31.1	26.40	10.4	11.8	13.5	11.90	40	37	57	44.7	0	0	0	N	WSW	NW	0	0	0	—	4.7
29	49.0	48.2	48.6	48.60	28.2	33.5	26.9	24.0	33.6	28.17	13.0	12.4	10.5	12.17	48	32	40	40.0	0	0	0	NW	S	NW	0	0	3	—	6.2
30	48.8	48.0	49.5	48.80	28.9	32.2	25.5	24.2	33.4	28.00	16.0	13.4	15.6	15.00	55	37	64	52.0	0	2	0	ENE	SW	WNW	0	1	0	—	6.5
31	49.9	49.1	50.1	49.70	27.2	31.9	25.2	20.8	33.0	26.55	15.0	15.0	17.5	15.83	56	43	74	57.7	0	0	0	NE	SW	SW	0	0	0	—	4.8
Medi mens	49.44	48.83	49.20	49.16	24.80	27.78	22.61	20.29	28.66	24.09	14.61	14.81	14.48	14.63	63.1	53.8	71.1	62.7	1.1	1.9	0.6							somma 9.0	somma 110.5

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Settembre 1902

Latitudine . . 40°52'N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich
Altitudine . . 149m sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 +				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle nubi			Vento Direzione			Vento Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle ore in mill.
	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Min.	Mass.	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	9h	15h	21h	9h	15h	21h		
1	50.3	49.2	50.5	50.00	28.4	30.7	24.1	24.7	32.0	27.30	16.6	16.7	17.8	17.03	58	51	80	63.0	0	0	0	N	SE	N	0	0	0	—	4.8
2	50.6	49.7	50.2	50.17	26.8	29.7	24.3	22.3	29.9	25.82	18.7	19.2	13.4	17.10	72	62	60	64.7	0	0	0	N	S	W	0	0	0	—	3.2
3	50.7	50.4	51.3	50.80	25.8	29.5	23.3	21.7	29.5	25.07	17.3	14.1	11.8	14.40	70	46	56	57.3	0	0	0	NE	SW	W	0	1	0	—	3.4
4	51.2	49.8	50.5	50.50	26.2	29.6	24.9	21.1	30.7	25.73	14.3	15.5	13.6	14.47	57	51	58	55.3	0	0	0	W	W	W	0	1	0	—	3.9
5	50.7	49.5	50.2	50.13	27.2	30.2	24.8	24.1	30.7	26.70	13.0	12.8	15.5	13.77	48	40	67	51.7	0	0	0	NW	SW	W	0	1	0	—	4.9
6	50.4	49.4	49.7	49.83	27.1	29.9	23.2	22.9	29.9	25.77	13.5	16.1	18.2	16.60	51	51	87	63.0	0	0	0	W	SW	W	0	0	0	—	5.2
7	50.8	50.2	50.9	50.63	25.0	28.5	22.9	20.7	28.6	24.30	17.6	15.5	14.9	16.00	75	54	72	67.0	3	0	0	N	WSW	W	0	1	0	—	2.9
8	50.9	49.8	49.8	50.17	24.4	28.1	22.0	20.0	28.3	23.67	13.5	12.3	14.8	13.53	60	43	76	59.7	0	0	0	N	WSW	W	0	1	0	—	3.2
9	49.7	48.4	49.3	49.13	25.8	28.6	22.7	21.1	28.8	24.60	11.4	14.3	14.7	13.17	46	50	72	56.0	0	0	0	E	W	W	0	3	0	—	4.3
10	50.0	49.4	50.4	49.93	24.8	28.6	22.9	21.4	28.9	24.50	15.0	16.5	16.8	16.10	64	57	81	67.3	0	0	0	NW	SW	W	0	2	0	—	4.1
11	50.5	50.1	50.2	50.27	25.0	27.4	23.0	21.2	28.3	24.38	16.2	18.5	18.7	17.80	69	68	90	75.7	0	0	0	SW	S	S	0	1	0	—	2.7
12	49.6	48.3	48.1	48.67	24.7	27.5	23.5	20.0	29.1	24.32	11.0	18.5	13.6	15.37	61	68	63	64.0	0	0	0	NW	SSW	SW	0	2	0	—	2.4
13	45.9	44.5	46.4	45.60	24.6	26.4	21.8	22.2	26.8	23.85	19.5	15.7	14.6	16.60	85	62	75	74.0	10	2	10	SW	W	SW	1	5	0	0.7	3.8
14	47.3	47.4	49.0	47.90	23.7	23.7	20.4	19.7	25.1	22.22	15.3	16.5	15.5	15.77	71	76	87	78.0	4	10	10	E	ESE	SW	0	0	11	0.3	2.5
15	43.8	48.0	50.3	47.37	23.1	25.1	20.4	18.4	20.5	22.10	12.8	14.8	13.0	13.87	66	63	73	67.3	6	2	3	NE	SW	W	0	9	0	3.1	2.7
16	52.0	51.6	52.0	51.87	21.4	24.4	20.4	17.8	24.5	21.03	12.0	11.6	13.1	12.23	64	51	74	63.0	0	1	0	W	W	W	0	3	0	—	2.5
17	52.0	50.7	51.2	51.30	21.5	24.3	19.6	18.3	24.3	20.02	13.4	12.0	13.1	12.83	71	53	78	67.3	0	0	0	S	WSW	W	0	3	0	—	2.5
18	51.1	50.0	50.8	50.63	21.9	24.0	19.7	18.0	24.8	21.10	13.9	13.2	14.3	13.80	72	57	84	71.0	0	0	0	NE	WSW	W	0	4	0	—	2.7
19	51.5	50.8	52.4	51.57	20.7	27.0	20.6	17.4	27.0	21.43	12.9	10.8	11.6	11.77	72	41	64	59.0	0	0	0	NE	NNE	E	0	0	0	—	2.1
20	53.6	53.0	53.9	53.50	22.0	25.3	19.0	18.7	25.3	21.25	10.5	10.4	10.4	10.43	54	41	63	53.7	0	0	0	E	NE	E	1	0	0	—	4.0
21	53.1	51.5	51.6	52.07	2 .0	25.0	19.2	16.3	25.0	20.12	8.9	9.2	12.8	10.30	52	39	77	56.0	0	0	0	E	NNW	N	0	0	0	—	4.6
22	51.2	49.9	51.3	50.80	20.6	24.9	19.2	16.7	25.1	20.40	8.9	10.2	8.1	9.07	49	44	49	47.3	0	0	0	N	NE	NE	0	0	0	—	3.5
23	51.5	51.2	52.1	51.60	20.9	22.7	16.8	16.6	23.3	19.40	9.4	9.0	7.7	8.70	51	44	54	49.7	0	0	0	E	E	E	0	2	0	—	5.0
24	52.8	52.1	52.1	52.33	18.1	22.7	18.0	13.6	23.0	18.17	7.9	8.4	8.7	8.33	52	41	57	50.0	0	0	0	E	WSW	E	0	0	0	—	5.2
25	53.1	51.8	52.5	52.47	19.0	23.0	17.0	15.3	23.0	18.58	9.1	9.1	12.8	10.33	56	43	89	62.7	2	10	10	N	E	SE	1	0	0	0.5	4.1
26	51.3	50.3	51.9	51.17	16.4	20.8	17.4	15.1	21.2	17.52	10.9	12.1	12.2	11.73	78	67	83	76.0	8	10	10	NE	E	NW	2	2	4	0.8	3.4
27	50.7	49.1	48.1	49.10	19.8	22.1	19.0	17.0	22.2	19.25	11.2	10.5	9.9	10.53	65	54	64	61.0	10	10	10	NE	E	NE	0	2	2	—	3.3
28	42.4	39.1	39.1	40.20	18.8	20.3	18.2	16.0	22.4	18.85	11.7	14.6	12.2	12.83	72	83	78	77.7	10	10	10	NE	NW	NNW	6	2	3	2.8	3.8
29	35.3	38.7	42.5	38.83	15.3	15.7	17.0	14.4	18.6	16.47	12.0	12.4	13.0	12.47	92	93	87	90.7	10	10	7	NE	W	SW	14	22	9	73.2	1.4
30	40.1	45.7	46.6	46.13	19.6	21.0	18.5	16.6	21.5	19.05	14.2	14.0	13.3	13.83	84	76	84	81.3	5	5	0	E	SSW	SE	0	0	1	1.1	1.0
Medi mens	49.67	48.99	49.85	49.50	22.62	25.58	20.78	18.98	26.14	22.13	13.22	13.48	13.34	13.35	61.6	55.7	72.7	64.3	2.3	2.3	2.3							somma 82.5	somma 102.1

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Ottobre 1902

Latitudine . . 40°52′ N.
Longitudine . 1.1 15 E. da Greenwich.
Altitudine . . 149ᵐ sul mare

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 +				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle nubi			Vento Direzione			Vento Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
	9ʰ	15ʰ	21ʰ	Medio diurno	9ʰ	15ʰ	21ʰ	Min.	Mass.	Medio diurno	9ʰ	15ʰ	21ʰ	Medio diurno	9ʰ	15ʰ	21ʰ	Medio diurno	9ʰ	15ʰ	21ʰ	9ʰ	15ʰ	21ʰ	9ʰ	15ʰ	21ʰ		
1	46.6	46.2	46.9	46.57	19.7	19.2	17.2	16.6	20.7	18.55	13.8	15.4	13.5	14.23	81	93	93	89.0	10	10	10	SW	E	SW	2	9	2	16.1	2.0
2	47.0	44.0	43.8	44.93	17.2	22.3	21.0	16.9	22.4	19.37	13.8	14.0	15.0	14.53	95	70	80	83.7	10	9	10	SE	SW	S	3	4	6	28.2	1.6
3	47.3	48.0	48.2	47.83	20.1	21.7	18.9	18.7	22.1	19.95	14.4	12.9	12.4	13.23	83	67	70	75.3	2	3	7	E	NW	NW	0	1	9	1.9	1.8
4	48.5	46.5	47.4	44.17	19.9	24.5	20.9	16.7	24.7	20.55	13.1	16.2	13.6	14.30	76	91	71	80.3	5	0	0	NNW	NE	NW	5	0	8	—	2.4
5	46.8	46.8	47.8	47.13	20.7	21.7	19.0	19.0	22.5	20.30	14.8	15.7	15.9	15.47	82	81	97	80.7	10	10	8	SE	W	W	2	4	4	8.7	1.9
6	49.0	49.3	50.3	49.53	20.5	21.0	18.1	17.9	21.5	19.50	13.1	13.7	12.5	13.10	73	74	81	76.0	4	4	6	SW	SW	SW	12	10	5	0.3	1.5
7	49.7	48.7	48.1	48.83	20.2	21.4	20.3	18.0	21.5	20.00	13.4	14.2	14.7	14.10	76	75	78	79.7	8	5	10	SW	WSW	SW	21	15	16	1.8	3.0
8	50.1	49.8	50.5	50.13	20.9	21.5	20.3	18.6	22.0	20.60	14.9	16.1	15.7	15.57	81	85	89	85.0	3	7	9	SW	SW	S	3	4	0	—	2.1
9	50.3	49.2	48.7	49.40	20.5	24.6	20.7	18.1	24.6	20.98	14.3	12.9	11.0	12.93	80	56	64	66.7	0	0	0	E	SE	NE	0	0	0	—	1.3
10	47.5	46.5	47.2	47.07	23.0	24.4	21.4	19.2	26.3	22.47	10.5	12.7	10.2	13.13	50	56	86	64.0	0	6	10	N	SW	E	0	3	0	—	3.6
11	47.6	45.1	45.8	46.17	22.1	24.3	22.3	19.3	24.6	22.08	15.9	14.6	17.3	15.93	81	65	87	77.7	6	10	10	S	SW	W	0	0	2	—	2.1
12	47.9	49.3	51.5	49.57	19.7	21.4	18.0	18.3	23.0	19.75	14.3	13.6	13.2	13.70	84	72	86	80.7	10	3	0	SW	WSW	SW	17	12	0	2.0	3.0
13	54.9	54.9	56.3	55.37	20.1	21.7	19.8	17.6	23.0	20.12	12.2	14.0	11.7	12.63	70	73	68	70.3	0	5	10	E	W	W	0	1	0	—	2.3
14	55.2	53.4	51.6	53.40	18.2	20.5	19.6	17.6	21.5	19.23	13.1	13.5	14.9	13.83	84	75	84	82.3	10	9	10	NE	SE	SSE	0	0	3	5.4	2.3
15	52.8	52.6	53.0	52.80	19.7	21.3	17.3	15.9	21.3	18.55	10.0	12.6	12.6	11.73	64	67	86	72.3	0	0	0	W	W	W	0	1	0	9.8	1.2
16	52.5	50.7	49.2	50.80	18.9	20.4	16.9	16.2	20.6	18.15	13.1	13.6	12.0	12.90	81	76	84	80.3	0	3	0	E	SW	W	0	1	0	—	1.5
17	44.3	41.2	40.4	41.97	15.4	17.0	15.2	14.9	19.1	16.40	13.1	12.5	9.8	11.80	95	87	76	86.0	10	10	5	SE	WSW	SW	0	14	18	19.6	1.1
18	44.1	45.5	48.3	45.97	13.8	17.3	13.8	13.4	17.7	14.67	10.7	7.6	6.2	8.17	92	52	53	65.7	1	0	0	SW	WSW	W	0	15	9	1.6	1.9
19	50.3	50.4	50.5	50.40	14.6	14.7	13.3	10.7	16.6	13.80	6.9	11.1	10.1	9.37	55	89	89	77.7	0	10	4	ENE	SW	S	0	1	0	5.1	3.6
20	51.2	51.2	53.2	51.87	14.3	18.1	15.0	12.2	18.5	15.00	10.5	11.2	9.0	10.23	87	73	71	77.0	6	2	0	NW	W	N	4	3	2	2.1	0.9
21	54.6	53.8	53.9	54.10	15.1	18.4	16.3	12.7	18.7	15.70	9.5	10.5	11.6	10.53	74	66	84	74.7	0	0	9	NNE	SW	SW	3	0	1	—	1.9
22	53.1	52.8	51.1	52.33	16.7	18.6	17.3	14.7	18.9	16.90	12.1	12.2	12.9	12.40	85	77	88	83.3	7	10	10	NE	SSW	SW	0	3	1	—	1.1
23	48.9	47.5	47.8	48.07	15.4	13.8	11.0	11.0	17.4	13.70	12.6	10.9	13.4	12.30	97	94	91	94.0	10	10	10	E	NW	NNE	0	4	9	10.3	0.9
24	50.7	51.3	53.4	51.80	11.9	15.0	13.5	10.2	15.2	12.70	9.2	9.6	9.8	9.53	90	75	86	83.7	10	10	10	ENE	NE	NE	8	5	0	0.0	1.5
25	51.8	50.7	50.6	51.03	16.7	16.9	15.7	13.3	17.4	15.77	10.7	11.0	9.8	10.50	75	77	74	75.3	8	9	0	NE	NE	NE	4	9	6	11.2	2.2
26	49.5	48.3	47.0	48.27	15.8	15.2	15.3	14.6	16.9	15.65	10.3	11.2	10.0	10.50	77	87	78	80.7	8	10	9	NE	NE	NW	0	2	5	1.8	3.4
27	43.8	43.2	43.6	43.53	15.6	17.7	14.7	13.2	19.2	15.68	10.5	11.5	11.1	11.03	80	76	89	81.7	10	3	0	NE	NE	SW	5	0	0	2.8	1.9
28	42.4	41.2	42.1	41.90	14.5	18.4	14.8	12.8	18.4	15.12	9.6	10.3	10.1	10.00	79	65	81	75.0	10	8	0	NW	N	N	4	0	3	—	1.2
29	43.7	44.6	47.1	45.13	15.6	15.7	14.0	13.7	18.1	15.35	10.5	12.3	11.2	11.33	80	93	95	89.0	3	9	2	NW	E	NE	5	0	2	14.8	1.7
30	47.9	46.0	45.6	46.50	16.1	19.0	14.5	13.3	19.0	15.73	10.8	10.0	10.1	10.30	79	61	83	74.3	0	0	3	E	NW	N	0	2	4	9.2	0.7
31	43.0	42.4	43.0	42.80	15.2	16.5	13.7	12.3	16.5	14.42	12.7	9.7	8.4	10.27	73	69	72	71.3	1	8	0	NW	E	NE	4	2	3	—	1.9
Medi mens	48.81	48.10	48.51	48.47	17.71	19.19	17.09	15.41	20.34	17.64	12.08	12.49	12.16	12.24	79.3	74.7	82.0	78.7	5.3	5.9	5.2							somma 171.7	somma 59.8

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Novembre 1902

Latitudine . . 40°52'N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich.
Altitudine . . 149" sul mare.

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 +				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle nubi			Vento Direzione			Vento Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle ore in mill.
	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Min.	Mass.	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	9h	15h	21h	9h	15h	21h		
1	45.1	45.4	47.0	45.83	15.6	18.3	13.8	12.7	18.5	15.15	8.5	10.0	8.7	9.07	64	63	74	67.0	0	1	0	NE	ENE	NE	2	3	3	—	2.1
2	48.0	48.0	49.6	48.53	14.3	18.0	13.9	12.2	18.2	14.75	8.7	10.0	8.4	9.03	72	65	71	69.3	0	0	0	N	NW	N	0	1	2	—	2.3
3	51.6	51.7	53.2	52.17	13.9	17.7	13.7	11.8	17.7	14.47	8.1	9.7	8.4	8.83	71	64	72	69.0	0	0	0	N	NE	NE	4	1	4	—	1.8
4	53.6	52.3	52.4	52.77	14.6	18.4	14.9	12.2	18.4	15.03	8.5	10.1	9.1	9.23	69	63	72	68.0	0	0	0	NNE	S	N	2	0	0	—	2.2
5	52.1	50.9	51.2	51.40	13.7	16.4	13.9	11.4	17.0	14.15	9.2	10.4	8.4	9.33	79	75	71	75.0	0	0	0	N	SW	NW	5	0	9	—	1.6
6	51.4	50.4	51.5	51.10	13.5	17.1	14.5	11.5	17.5	14.25	9.4	9.9	8.8	9.37	82	68	72	74.0	0	0	0	NE	SE	N	5	1	0	—	1.7
7	52.3	51.7	52.2	52.07	14.3	17.2	16.3	12.2	18.2	15.25	8.4	11.4	10.1	9.07	70	78	73	73.7	0	3	10	N	SE	SW	4	1	3	—	1.7
8	51.0	50.7	51.1	50.93	15.5	16.4	13.4	13.0	17.5	14.85	12.5	11.1	9.2	10.93	96	80	81	85.7	10	3	2	SE	WSW	W	8	16	9	64.3	1.0
9	51.2	50.0	50.5	50.57	13.0	16.4	12.8	10.8	17.5	13.52	8.7	10.4	8.7	9.27	78	75	80	77.7	0	4	0	N	SE	N	1	1	0	—	1.2
10	49.9	49.5	49.9	49.77	14.0	16.2	12.3	11.8	16.7	13.70	9.4	10.3	10.1	9.93	79	75	96	83.3	3	9	8	NE	S	E	1	1	1	0.7	0.9
11	50.7	49.8	50.8	50.43	12.7	16.3	12.6	10.7	16.3	13.08	8.4	9.3	7.8	8.50	77	67	72	72.0	0	0	0	NW	N	E	5	0	3	1.0	0.9
12	51.5	50.8	51.2	51.17	14.1	16.3	13.2	11.7	16.8	13.95	8.8	10.0	8.5	9.10	74	72	75	73.7	0	0	0	NW	NE	NE	2	4	4	—	1.8
13	51.6	51.1	52.3	51.67	13.2	15.5	11.2	11.1	16.1	12.90	8.7	8.0	6.9	7.87	77	60	69	68.7	0	0	0	N	NNE	NE	5	3	3	—	1.9
14	52.8	51.7	52.7	52.40	11.8	13.9	9.9	9.7	14.3	11.43	6.5	7.0	6.3	6.60	64	59	69	64.0	0	0	0	E	E	NE	11	2	1	—	2.6
15	52.9	51.3	50.9	51.70	11.2	14.0	9.9	8.5	14.4	11.00	6.3	5.7	5.0	5.67	63	48	55	55.3	0	0	0	NNE	NE	NE	2	3	9	—	2.4
16	47.5	45.8	45.6	46.30	10.9	13.2	10.0	7.1	13.9	10.47	5.4	5.9	5.9	5.73	55	52	64	57.0	0	0	0	NE	E	NNE	3	3	3	—	2.6
17	45.6	44.8	45.1	45.17	11.2	12.6	9.9	8.6	13.0	10.43	5.6	6.4	6.6	6.20	60	59	73	64.0	4	9	10	NE	NE	NE	3	1	2	—	2.3
18	44.5	44.9	47.3	45.57	8.3	12.0	9.8	7.1	12.6	9.45	5.8	6.3	6.3	6.13	71	61	63	67.0	7	1	9	NNE	NNE	NE	4	2	4	2.9	1.6
19	48.0	47.8	48.9	48.23	11.0	12.4	10.5	8.8	13.9	11.05	8.1	10.0	7.9	8.67	82	94	84	86.7	3	10	1	E	NW	NW	0	1	8	16.8	1.4
20	48.0	46.2	44.7	46.30	11.0	11.7	10.0	10.0	12.1	10.77	8.8	9.0	7.7	8.50	90	88	84	87.3	8	9	10	N	NE	NE	4	0	1	4.6	0.8
21	44.3	43.9	44.1	44.10	9.1	12.2	7.7	7.7	12.2	9.18	7.1	6.6	6.5	6.73	83	63	83	76.3	10	2	0	NW	WNW	NNE	3	8	2	3.2	0.6
22	46.6	48.1	50.8	48.50	9.0	10.3	7.1	6.9	11.4	8.60	5.1	4.6	4.5	4.73	60	49	59	56.0	0	0	0	NE	NNE	NE	5	6	4	—	1.4
23	52.4	51.2	52.0	51.87	8.0	10.4	6.5	5.9	10.7	7.77	4.5	4.1	4.6	4.40	57	41	61	55.0	0	0	0	NE	E	NE	4	0	2	—	2.4
24	50.9	49.9	50.5	50.43	7.9	10.5	7.6	5.3	10.7	7.85	4.0	4.1	5.7	4.60	51	43	73	55.7	0	0	0	NW	NE	NW	2	1	6	—	1.9
25	49.5	46.3	44.1	46.63	8.7	12.3	11.3	6.5	12.3	9.70	4.1	7.3	8.6	6.67	49	69	87	68.3	9	10	10	NE	N	SW	0	1	2	10.2	2.1
26	36.4	36.7	37.8	36.97	11.2	13.7	11.2	10.4	13.8	11.65	9.0	7.8	9.0	8.60	92	67	92	83.7	10	0	10	SW	WSW	WSW	24	21	11	28.3	0.5
27	39.8	40.1	40.6	40.17	11.4	12.6	11.6	10.0	13.5	11.62	8.9	9.3	8.2	8.80	89	87	80	85.3	0	10	5	S	S	S	0	1	0	13.2	0.7
28	42.5	43.1	45.4	43.67	10.1	13.5	11.2	8.7	13.7	10.93	6.8	7.6	6.5	6.97	74	63	66	67.7	7	0	0	NNE	NE	N	2	0	2	12.6	0.4
29	46.1	45.0	44.3	45.13	10.7	14.1	11.4	9.0	14.7	11.45	7.6	8.4	7.1	7.70	79	70	71	73.3	0	2	7	N	NW	ESE	0	2	5	—	1.1
30	43.5	42.0	41.4	42.30	12.7	14.8	13.4	10.7	15.3	13.02	8.0	7.5	6.9	7.47	74	60	60	64.7	0	10	7	N	N	NE	4	0	3	—	1.1
Medi men.	43.38	47.70	48.31	48.13	11.85	14.48	11.52	9.80	14.98	12.04	7.64	8.27	7.55	7.82	72.7	66.0	73.7	70.8	2.4	2.8	3.0							somma 157.8	somma 47.0

CATALOGO

DELLE PUBBLICAZIONI PERVENUTE ALL'ACCADEMIA

dal 13 Luglio al 15 Novembre 1902

PUBBLICAZIONI ITALIANE

Catania — *Società degli spettroscopisti italiani* — Memorie, vol. XXXI, disp 6-10 — 1902.

Accademia Gioenia di scienze naturali — Bollettino delle sedute, fasc. LXXIV — 1902.

Firenze — *Biblioteca nazionale centrale* — Bollettino delle pubblicazioni italiane, n. 19-22 — Indice alfabetico delle opere, F — 1902.

Rivista scientifico-industriale — Anno XXXIV, n. 11-18 — 1902.

Livorno — *Periodico di matematica per l'insegnamento secondario* — Anno XVIII, fasc. I-II; Supplemento, anno V, fasc. IX — 1902.

Milano — *R. Istituto lombardo di scienze e lettere* — Rendiconti, Serie II, vol. XXXV, fasc. XIV-XVI; Memorie, vol. XIX, fasc. VIII — 1902.

Società italiana di scienze naturali e del Museo civico — Atti, vol. XLI, fasc. II-III — 1902.

Istituto botanico dell'Università di Pavia — Atti, serie 2ª, vol. VII — 1902.

Opere matematiche di Francesco Brioschi, pubblicate per cura del Comitato per le onoranze a F. Brioschi — Tomo 2 — 1902.

Opere matematiche di Eugenio Beltrami, pubblicate per cura della Facoltà di scienze della R. Università di Roma — Tomo I — 1902.

Modena — *R. Accademia di scienze, lettere ed arti* — Memorie, serie III, vol. III (1901); serie II, vol. XII, parte 2ª — 1902.

Le stazioni sperimentali agrarie italiane — Vol. XXXV, fasc. IV-VIII — 1902.

Napoli — *Annali di nevrologia* — Anno XX, fasc. III-IV — 1902.

Collegio degli ingegneri e architetti — Bollettino, organo ufficiale del Consiglio dell'Ordine, anno XX, n. 10-14 — 1902.

Orto botanico della R. Università — Bullettino, tomo I, fasc. 3.

Padova — *R. Accademia di scienze, lettere ed arti* — Elenco delle pubblicazioni periodiche spedite all'Acc. dal 1779 al presente — 1902.

Palermo — *Circolo matematico* — Rendiconti, Tomo XVI, fasc. III-V — 1902.

Pavia — *Rivista di fisica, matematica e scienze naturali* — Anno 3, n. 31 a 34 — 1902.

Pisa — *Società toscana di scienze naturali* — Memorie, vol. XVIII — 1902.

R. Scuola normale superiore — Annali, vol. XV — 1902.

Roma — *R. Accademia dei Lincei* — Rendiconti, vol. XI, fasc. 12 e indice del vol., 1. sem.; vol. XI, fasc. 1-4, 6-8, 2. sem. — 1902.

Giornale medico del r. Esercito — Anno L, n. 7-9 — 1902.

R. Comitato geologico d'Italia — Bollettino, vol. XXXIII, n. 1-2 — 1902.

L'Elettricista — Anno XI, n. 8-10 — 1902.

Rivista di Artiglieria e Genio — Annata XIX, vol. 2, Giugno 1902; vol. III, Luglio, Agosto e Settembre 1902; vol. IV, Ottobre — 1902.

Accademia pontificia dei nuovi Lincei—Atti, anno LV, sessione IV-VII — 1902.

Specola vaticana — Pubblicazioni, vol. VI — 1902.

Ministero delle Finanze Direzione generale delle gabelle — Movimento commerciale del regno d'Italia nell'anno 1901 — 1902.

Torino—*R. Accademia delle scienze*—Atti, vol. 37, disp. 11-15—(1901)—1902.

La rivista tecnica delle scienze, delle arti applicate all'industria e dell'insegnamento industriale — Anno II, fasc. 7-10 — 1902.

Società meteorologica italiana — Bollettino mensuale, serie II, vol. XXII, n. 1-6 — 1902.

Venezia — *Reale Istituto veneto di scienze, lettere ed arti* — Atti, tomo LXI. disp. 7-10 — Concorsi a premio — 1902.

PUBBLICAZIONI STRANIERE

Albany — *University of the State Museum New York* — Annual report, vol. 52, 1-2 (1898) — 1900; vol. 53. 1 — 1899; Memoirs, 3-4, vol. 2 — 1901.

Amsterdam — *Société mathématiques* —Revue semestrielle des publications mathématiques, tome X, II part. — 1902.

K. Natuurkundige Vereeiniging in Nederl.-Indië – Tydschrift, Deel LXI — 1902.

Augsburg — *Naturwissenschaftlich. Verein* — Bericht Fünfunddreissigster — 1902.

Baltimore — *Johns Hopkins university circulars* — Vol. XXI, n. 159 — 1902.

American Journal of mathematics, vol. XXIV, n. 1 — 1902.

American Chemical Journal — Vol. 26, n. 4 6 (1901); vol. 27, n. 1-3 — 1902.

The American Journal of Philology — Vol. XXII, n. 86-87 — 1902.

Peabody Institute, of the City of Baltimore — Annual report, june 1 — 1902.

Barcelona — *R. Academia de ciencias y artes* — Memorias, vol. IV, n. 20-27; Boletin, vol. II, n 4 — 1902.

Basel — *Naturforschenden Gesellschaft in Basel*—Verhandlungen, Band XIII, Heft. 3 (1902); Zur Erinnerung an Tycho Brahe 1546-1601 — 1901.

Batavia — *Royal magnetical and meteorological Observatory* — Observations, vol. XXIII — 1902.

Berkeley — *Library of the University of California* — Bulletins, issued quarterly, new series, vol. II, n. 4; vol. III, n. 1 (1901); The University cronicle an official record, vol. IV, n. 1-6 (1901); Bulletin of the Department of Geology, vol. 2, n. 8-12 (1901-1902); College of Agriculture, Bulletin 132; Nature-Study Bulletins — 1902.

Berlin — *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik* — Band 31, Heft 1-2 — 1902.

K. preussisch. Akademie der Wissenschaften zu Berlin — Sitzungsberichte XXIII-XL — 1902.

K. preussisch. Akademie der Wissenschaften zu Göttingen — Abhandlungen, Neue Folge Band II, n. 3 — 1902.

K. preuss. meteorolog. Institut — Deutsches Meteorologisches Jahrbuch für 1901, Heft II; Bericht über die Thätigkeit im Jahre 1901—1902; Regenkarte der Provinzen Schleswig-Holstein und Hannover — 1902.

Bordeaux — *Société des sciences physiques et naturelles*—Procés-verbaux des séances, année 1900 — 1901; Mémoires, tome I, 6ᵉ série — 1901; Appendice au tome V (5ᵉ série), Observations pluviométriques et thermométriques etc. — 1901.

Boston Mass — *American Academy of arts and sciences* — Proceedings, vol. XXXVII, n. 15-17 — 1902.

Bruxelles — *Académie royale*— Mémoires, tome LIV, fasc. 1-4; Bulletin, 1901; n. 1-5 (1902); Annuaire 1902; Biographie nationale, tome XVI, 2ᵉ fasc.— 1901; Mémoires couronnés et mémoires des savants étrangers, tome LIX, fasc. 1-2 — 1901; Mémoires couronnés et autres mémoires, tome LXI — 1901; tome LVI — 1902.

Société belge de géologie, de paléontologie et d'hydrologie — Bulletin, tome XII, fasc. IV (1898); tome XVI, fasc. II-III — 1902.

Boulder (Colorado) — *University of Colorado* — Investigations of the Department of Psychology and Education — 1902.

Cassel — *Verein für Naturkunde* — Abhandlungen und Bericht XLVII — 1902.

Chicago — *Miscellaneous scientific papers of the Allegheny Observatory*—New series, n. 6-7 — 1902.

Field Columbian Museum — Publications, 60-63 — 1901.

Cracovie — *Académie des sciences* — Bulletin international, n. 6-7 — 1902.

Erlangen — *Physikalisch medicinisch. Societät* — Sitzungsberichte, Heft 33 — 1901.

Genève — *Société de physique et d'histoire naturelle*—Mémoires, vol. 34, fasc. 2 — 1902.

Glasgow — *Royal observatory, Edimburg* — Annals, vol. I — 1902.

The Glasgow University Calendar for the year 1902-3 — 1902.

Göttingen — *K. Gesellschaft der Wissenschaften* — Nachrichten, Math.-phys. Klasse, Heft 4-5; Geschäftliche Mitteilungen, Heft 1 — 1902.

Granville — *The Journal of comparative neurology* — Vol. XII, n. 3 — 1902.

Heidelberg — *Naturhistorisch-medizinisch. Verein* — Verhandlungen, Band VII, Heft 2 — 1902.

Haarlem — *Archives du Musée Teyler* — Sér. II, vol. VIII, prem. part.— 1902.

Jena — *Medizinisch-naturwissenschaftlich. Gesellschaft* — Band XXXVI, Heft III u. IV; Band XXXVII, Heft I — 1902.

Kiew — *Universitetskia Isvestia* (Notizie universitarie) — Vol. XLII, n. 3-7 — 1902.

Kobenhavn — *Académie royale des sciences et des lettres* — Mémoires, t. X, n. 4; t. XI, n. 2 3; t. XII, n. 1; Bulletin, n. 2 3 — 1902.

København — *Nyt Tidsskrift for Matematik*—A. 13 Aarg., n. 5-6; B. 13 Aarg., n. 3 — 1902.

Krakowie — *Akademie Umiejetnosci* — Rozprawy, serya II. t. XVIII-XIX; serya III, t. I, A; t. I, B — 1901; Katalog, tom. II, Rok 1902, zeszyt I — 1902.

La Haye — *Société Hollandaise des sciences á Harlem* — Archives Néerlandaises des sciences exactes et nat., serie II, tome VII, livr. 2-5—1902.

Lancaster — *Miscellaneous scientific papers of the Allegheny observatory* — New series, n. 4-5 — 1902.

Academy of sciences — Annals of the New York, vol. XIV, part II—1902.

American mathematical Society — Transaction, vol. 3, n. 3-4 — 1902.

Lawrence — *University of Kansas* — Bulletin, vol. II, n. 3 — 1902.

Leipzig — *Archiv der Mathematik und Physik* — Band 3, Heft 3-4; Band 4, Heft 1-2 — 1902.

Llinas (Barcelona) — *Observatorio Belloch Hojas meteorológicas* — 1902.

London—*Royal Society* — Proceedings, vol. LXX, n. 462-468; Reports to the malaria committee, August 15 — 1902.

Mathematical Society — Proceedings, vol. XXXIV, n. 782-789 — 1902.

Linnean Society—Journal, Zoology, vol. XXVIII, n.185; Botany, vol. XXXV. n. 245; vol. XXVI, n. 179-180 — 1902; Proceedings, session 114 Th. — 1902.

Nature — Vol. 66, n. 1707-1723 — 1902.

Royal astronomical Society — Monthly notices, vol. LXII, n. 9 — 1902.

Lyon — *Université de Lyon* — Annales, nouvelle série, I, sc. med. fasc. 8-9 — 1902.

Académie des sciences, belles-lettres et arts — Mémoires, tome 6 — 1901.

Société d'Agriculture sciences et industrie — Annales, tom. 7-8—1901.

Magdeburg — *Naturwissenschaftlich. Verein* — Jahresbericht und Abhandlungen 1900-1902.

Manchester — *Geological Society* — Transactions, vol. XXVII, part X-XVI — 1902.

The Museum Owens College — Publications 37-38 — 1902.

Marburg — *Gesellschaft zur Beförderung der gesammten Naturwissenschaften* — Sitzungsberichte Jahrg. 1901 — 1902.

Mexico — *Sociedad Científica «Antonio Alzate»* — Memorias y revista, tomo XIII, n. 3-4 — 1901; tomo XVI, n. 2-3 — 1901.

Direccion general de Estadistica — Año V, n. 5 — 1901; Censo y division territorial del Distrito Federal verificados en 1900 (1901); del Estado de Durango 1900; del Estado de Morelos 1900; Informes presentados a la secretaria de Fomento por el Director del Observatorio Astronomico Nacional.

Observatorio meteorológico central —Boletin mensual, Agosto-Octubre 1901 — 1902.

Montevideo — *Museo Nacional* — Anales, tomo IV, parte I — 1902.

Sociedad meteorológica Uruguaya—Año IX, n. 1-4 — 1902.

Montpellier — *Académie des sciences et lettres* — Catalogue de la bibliothèque, première partie — 1901.

Moscou — *Société i. des naturalistes* — Bulletin, année 1902, n. 1-2 — 1902.

Naturforscher- Gesellschaft bei der Universität Jurieff — Schriften X (Flora des gouvernements Wladimir von A. Fleroff.) — 1902.

München — *K. b. Akademie der Wissenschaften*— Sitzungsberichte der math.-phys. Classe, Heft II — 1902.

New Haven — *Yale psychological laboratory* — Studies, vol. X — 1902.

Oberlin (Ohio) — *Oberlin College* — The Wilson bulletin, n. 39; Laboratory Bulletin, n. 12 — 1902.

Odessa — *Club alpin de Crimée* — Bulletin, n. 6-8 — 1902.

Ottawa — *Commission géologiqne du Canada*—Rapport annuel, vol. XI (1898); Cartes, vol. XI — 1900-1901.

Geological Survey of Canada — Catalogue of Canadian plants, part VII; Lichenes and Hepaticae — 1902.

Paris — *Académie des sciences* — Comptes rendus hebdomadaires des séances, tom. CXXXV, n. 1-18 — 1902.

Société d' encouragement pour l' industrie nationale— Bulletin, tome 103, n. 1-4; Compte rendu, n. 12-13 — 1902.

Bibliothèque de l'École des hautes études — Bulletin des sciences mathématiques, tom. XXVI, Mai-Septembre — 1902.

Société zoologique — Bulletin, tome XXVII, n. 6-7 — 1902.

Archives de neurologie — Vol. XIV, n. 81-82 — 1902.

Journal de l'anatomie et de la physiologie normales et pathologiques de l'homme et des animaux — Année XXXVIII, n. 4-5 — 1902.

École normale supérieure —Annales scientifiques, 3ᵉ série, tome XIX, n. 5-10 — 1902.

Société mathématique de France — Bulletin, tome XXX, fasc. II—1902.

Journal de mathématiques pures et appliquées — Tome VIII, fasc. 2-3 — 1902.

Faculté des sciences de Marseille — Annales, tome XII — 1902.

Museum d'histoire naturelle — Bulletin, année 1901, n. 7-8; année 1902, n. 1-4 — 1902.

Société d'anthropologie — Bulletins et Mémoires, VI série, tome II, fasc. 1— 1902.

Bureau des longitudes — Éphémérides des Étoiles de culmination lunaire et de longitude pour 1903 — 1901.

École Polytechnique — Journal, II série, VII Cahier — 1902.

Bureau international des poids et mesures — Travaux et mémoires, tome XII — 1902.

Philadelphia — *Academy of Natural Sciences* — Proceedings, vol. LIII, part. III — 1992.

Prag — *C. Akademie Cisare Frantiska Josefa* — Vestnik, Roc. X, Cis. 1-9 — (1901); Rozpravy, Roc. X, Trida II — 1901; Bulletin international, medic., VI année; Sciences math. et nat., VI année — 1901.

Rennes — *Société scientifique et médicale de l'Ouest* — Bulletin, tome XI, n. 1-2 — 1902.

Rovereto — *I. R. Accademia di scienze, letter ed arti degli Agiati*—Atti, serie III, vol. VIII, fasc. II — 1902.

Sacramento — *University of California* — Annual report of the secretary to the Board of Regents 1900-1901; College of Agriculture, bulletin, n. 131, 133-139 — 1902.

'S. Gravenhage — *Hollandssch. Maatschappis der Wetenschappen* — Herdenking Op. 7 Juni — 1902.

St. Pétersbourg — *Horae Societatis entomologicae rossicae* — T. XXXV, n. 3-4 — 1902.

Stockholm — *Sveriges Geologiska Undersökning* — Série Aa, n. 115, 117; Ac, n. 1-4, 6; Ba, n. 6; Bb, n. 9; C, n. 172, 180, 183-192; Ca, n. 1-2 — 1902.

Stuttgart — *Verein für vaterländische Naturkunde in Württemberg* — Jahreshefte, Jahrg. 58; Verzeichnis, 1 — 1902.

Sydney — *Geological survey of new south Wales* — Records, vol. VII, part II; Hanbook to the mining and Geological Museum — 1902.

Tachkent — *Observatoire Astronomique et Physique* — Publications, texte, n. 3; atlas, n. 3 — 1901.

Tokio — *Earthquake Investigation Committee in foreign languages* — Nro. 10 — 1902.

K. Japanisch. Universität — Mittheilungen aus der medicinisch. Facultät, Band V, n. IV — 1902.

University of Tokyo — Journal of the College of Science. vol. XVI, part. 2, art. 3 e 6; vol. XVII, part 2, art. 3; part 3, art 6-9 — 1902.

Toronto — *University of Toronto studies* — Biological series, n. 2 — 1902.

Toulouse — *Faculté des sciences de l'Université* — Annales, Deuxiéme série, tome IV, fasc. 1-2 — 1902.

Upsala — *Upsala Universit* — Arsskrift, 1901.

Kongl. Universitetet — Föreläsningar och öfningar —1901, 1902; Matrikel, 2-3 (1902).

Akademisk Afhandling:

1. Andersson Johan Gunnar, *Ueber die stratigraphie und tektonik der Bären Insel* — 1901.
2. Bjerke K., *Ueber die Veräderung der Refraktion und Sechschärfe nach Entfernung der Linse* — 1901.
3. Ekman V. Walfrid, *Om Jordrotationens inverkan pa vindströmmar I Hafvet* — 1901.
4. Göransson Edvard, *Om periodiska Lösningar till lineära differentialekvationer* — 1901.
5. Grönberg Gösta, *Die Ontogenese eines niedern Säugergehirns* — 1901.
6. Rinmann Erik Ludvig, *Om triazol-, bistriazol- och Tritriazol-Föreningar* — 1902.
7. Rudberg Ture, *Nagra Bidrag till Kännedomen om Vätskornas Emission och Reflexion* — 1902.
8. Zachrisson Fredrik, *Esperimentella Studier öfver den intravenösa och subkutana saltvatteninfusionens värde vid Akut anämi* — 1902.

Washington — *Smithsonian Institution* — Smith. Contributions to Knowledge, (1309) Experiments with jonized Air by Carl Barus — 1901.

Wien — *K. k. geologisch. Reichsanstalt* — Verhandlungen, n. 7-10 — 1902.

Wien — *K. k. Militär- Geographisch Institut* — Publicationen für die Internationale Erdmessung, Band XVIII — 1902.

Zürich — *Naturforschend. Gesellschaft* — Vierteljahrschrift, Jahrgang 46, Heft 3 u. 4 — 1902.

Société helvétique des sciences naturelles - Nouveaux mémoir., vol. XXXVIII 1901.

OPERE PRIVATE

Bassani C., *Il primo futuro congresso sismologico italiano ed i primi problemi sismici* — Pavia, 1902.

Conclusioni delle prime ricerche sulla provenienza del terremoto di Firenze avvenuto ad ore 20,55' del 18 Maggio 1895 — Torino, 1902.

Intorno ai guasti delle fabbriche ed in particolare della Basilica Palladiana -- Tivoli, 1902.

Casazza G., *Critica della teoria sulla trasformazione del calore in lavoro* — Milano, 1902.

Cavazzutti E. M., *Projet d'organisation du mouvement scientifique universel*— Buenos Aires, 1902.

Cecconi Giacomo, *Contribuzione alla cecidologia italica.* Seconda parte — Napoli, 1902.

Ceresole Giulio, *Di un caso di ossificazione completa del pericardio di un'anitra domestica* — Padova, 1899.

Un caso di ascessi splenici multipli nella capra prodotti dal Bacterium coli comunis — Milano, 1900.

Difendiamoci dall'« Anchylostoma duodenale »! — Venezia, 1900.

Gli erbaggi del mercato di Padova in rapporto alla diffusione delle malattie infettive e parassitarie — Padova, 1900.

Analisi batteriologica dell'acqua di S. Gottardo, salso-bromo-iodica-solforosa — Padova, 1901.

De Lorenzo G. e Riva C., *Il cratere di Astroni nei Campi Flegrei*—Napoli, 1902.

De Lorenzo G., *Ricordi di Carlo Riva* — Napoli, 1902.

Delpino Federico, *Domenico Cirillo e le sue opere botaniche* — Napoli, 1902.

Gramme A., *Les hypothèses scientifiques émises par Zénobe Gramme en 1900* — Paris, 1902.

Guccia G. B., *Sulle curve algebriche piane* — Palermo, 1902.

Sulle superficie algebriche — Palermo, 1902,

Janet Charles, *Notice sur les travaux scientifiques* — Lille.

Les habitations à bon marché etc. — Bruxelles, 1897.

L'Esthétique dans les sciences de la Nature — Paris, 1900.

Études sur les Fourmis, les Guêpes et les Abeilles. Note 17, 18, 19 — Paris, 1898.

Sur les nids de la Vespa crabro etc. — N. 4, 5 — 1895.

Observations sur les Frelons — N. 6 — 1895.

Sur les muscles des Fourmis, des Guêpes et des Abeilles — N. 7 — 1895.

Sur les rapports des Lépismides myrmécophiles avec les Fourmis — N. 8 — 1896.

Janet Charles, *Sur les rapports du Discopoma comata Berlese avec le Lasius mixtus Nylander* — N. 9 — 1897.

Sur les rapports de l'Antennophorus Uhlmanni Haller avec le Lasius mixtus Nylander — 1897.

Macchiati Luigi, *Sulla fotosintesi fuori dell'organismo e sul suo primo prodotto* — Napoli, 1902.

Mattei Ettore, *Areonautica vegetale* — Napoli, 1902.

I Coleotteri saprofagi e i Ditteri carnarii in rapporto alla staurogamia ed alla disseminazione — Napoli, 1902.

Mattei Ettore e Rippa Giovanni, *Sul cirro delle Cucurbitacee*—Napoli, 1902.

I nettarii estranuziali di alcune Crisobalenee — Napoli, 1902.

Monti Rina, *Contributo alla conoscenza della Dolichopoda geniculata (O. G. Costa)* [*con osserv. ined. del prof. Albini*] — Milano, 1902.

Niederlein Gustavo, *Ressources végétales des Colonies Françaises*—Paris, 1902.

Ricciardi Leonardo, *Sulla genesi delle bombe quarzose e delle lave vulcaniche*— Napoli, 1902.

Dalle rocce acide alle basiche e loro classificazioni — Napoli, 1902.

La coltivazione del tabacco indigeno — Napoli, 1902.

Saint-Lager, *La perfidie des synonymes dévoilée à propos d'un astragale* — Lyon, 1901.

Histoire de l'Abrotonum — Paris, 1901.

Vetere Vincenzo, *La legge ed i regolamenti sanitarii per la vigilanza igienica sugli alimenti, bevande ecc.* — Napoli, 1902.

Id. — Risposta al « Bollettino Chimico Farmaceutico » di Milano — Napoli, 1902.

Fascicolo 12° **ANNO XLI.** **Dicembre 1902.**

RENDICONTO

DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Processo verbale dell'adunanza del dì 15 Novembre 1902
Presiede il presidente **F. Delpino**

Intervengono i socii ordinarii Albini, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro e Villari.

In luogo del socio Bassani, assente da Napoli, funziona da segretario il socio della Valle, che legge il processo verbale della tornata precedente, il quale viene approvato, e presenta i libri giunti in dono e in cambio.

Il socio Oglialoro, anche a nome dei colleghi Piutti e Scacchi, legge il rapporto sulle Note dei dottori D. Girasoli e S. Prota Giurleo presentate nell'adunanza del dì 8 corrente, proponendone l'inserzione nel Rendiconto. L'Accademia approva all'unanimità.

Il socio Fergola, a nome dell'autore dott. V. Tedeschi, presenta per l'inserzione nel Rendiconto le *Variazioni della declinazione magnetica osservate nella R. Specola di Capodimonte nell'anno 1901.*

Processo verbale dell'adunanza del dì 6 Dicembre 1902
Presiede il presidente **F. Delpino**

Intervengono i socii ordinarii Albini, Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci e Villari.

Letto e approvato il verbale dell'ultima adunanza, il segretario presenta le pubblicazioni giunte in dono e in cambio.

Processo verbale dell' adunanza del dì 13 Dicembre 1902.
Presiede il vice-presidente **E. Fergola.**

Assistono i socii ordinarii Albini, Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci, Villari e i corrispondenti Piutti e Semmola.

Il presidente, indisposto, giustifica l'assenza.

Letto e approvato il verbale dell'ultima adunanza, il segretario presenta i libri giunti in cambio e in dono, segnalando fra questi ultimi il tomo XII della *Edizione nazionale Galileiana*, inviato dal Ministero dell'Istruzione, ed un volume di *Ottica fisica* del socio prof. Pinto (Lezioni dettate nella R. Università di Napoli nell'anno scol. 1901-1902, III edizione).

Il socio Cesàro, a nome dell'autore, prof. F. Amodeo, offre in omaggio un opuscolo intitolato: *Appunti e risposte — Lettera aperta ad un geometra italiano.*

Il socio Oglialoro, anche per i colleghi Piutti e Scacchi, legge la relazione sulle Note dei dottori Mariano di Gaetano e Antonio Pilo, presentate nell'adunanza dell'8 Novembre, proponendone l'inserzione nel Rendiconto. L'Accademia, unanime, approva.

Il socio Piutti comunica una sua Nota, fatta in collaborazione col dottor Gino Abati — *Sopra alcuni derivati ammidati di acidi ftalici* — , che è accolta all'unanimità per la pubblicazione nel Rendiconto.

Si stabilisce di ribandire per le matematiche il tema di concorso dell'anno passato, col premio di lire mille e con la scadenza al 30 Giugno 1904.

Processo verbale dell'adunanza del dì 20 Dicembre 1902.
Presiede il presidente **F. Delpino.**

Intervengono i socii ordinarii Albini, Bassani (segretario), Capelli, Cesàro, della Valle, del Pezzo, Delpino, de Martini, Fergola, Nicolucci, Oglialoro, Paladino, Pinto, Siacci e Villari.

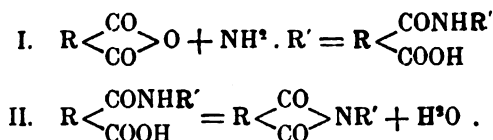
Letto e approvato il verbale dell'ultima adunanza, il segretario presenta le pubblicazioni giunte in dono e in cambio e il *Rendiconto* accademico dei mesi di Agosto a Novembre.

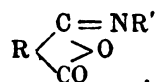
Sopra alcuni derivati ammidati di acidi ftalici; *Nota I. del socio corrispondente* **Arnaldo Piutti** *e del D.^r* **Gino Abati.**

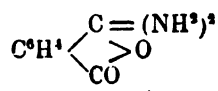
(Adunanza del dì 13 Dicembre 1902)

La reazione che a molecole eguali avviene fra l' anidride ftalica e l'ammoniaca o le ammine primarie, ha luogo, come è noto, in due tempi e generalmente si esprime colle equazioni:

$$\text{I.}\quad R\langle{}^{CO}_{CO}\rangle O + NH^2 . R' = R\langle{}^{CONHR'}_{COOH}$$

$$\text{II.}\quad R\langle{}^{CONHR'}_{COOH} = R\langle{}^{CO}_{CO}\rangle NR' + H^2O\ .$$

Qualunque però sia la formola di costituzione dell'*acido* che si produce nel primo tempo, sin qui non venne isolato che un solo prodotto, mentre per le *immidi*, oltre la indicata, conosciamo in qualche caso anche la forma a cui si attribuisce la costituzione asimmetrica:

$$R\langle{}^{C=NR'}_{CO}\rangle O\ .$$

Infatti Kuhara [1]), nell'azione dell'ammoniaca acquosa sul cloruro di ftalile, ottenne una ftalimmide fusibile ai 192°, isomera colla ordinaria, che però più tardi non potè riavere, ma che Allendorff [2]) ripreparò nel 1891 col P.F. 187°, quasi contemporaneamente ad Augers [3]), che la ricavò per azione dell'acido cloridrico sulla ftalammide asimmetrica, a cui attribuisce la formola:

$$C^6H^4\langle{}^{C=(NH^2)^2}_{CO}\rangle O\ ,$$

col punto di fusione 145°. La diversità riscontrata dagli autori menzionati nei punti di fusione delle ftalimmidi, può spiegarsi colla differente maniera con cui fu fatta tale determinazione.

Due anni più tardi Hoogewerff e van Dorp [4]) facendo reagire il cloruro di acetile o l'ossicloruro di fosforo sugli acidi metil-, etil- e benzil-canforammici ottennero le isoimmidi corrispondenti con punti di fu-

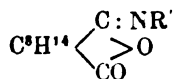
[1]) Amer. Chem. Journ., III, 26.

[2]) Ber., XXIV, 2348.

[3]) Ann. Chim. Phys., [6], XXII, 289 (1891).

[4]) Rec. trav. chim., XII, 12 (1893).

sione diversi da quelli delle immidi simmetriche già note e loro attribuirono egualmente la forma asimmetrica:

$$C^6H^4\langle\begin{matrix}C:NR'\\ \rangle O\\ CO\end{matrix}$$

Nello stesso anno (1893) uno di noi affidava ad E. Castellaneta, come tesi di laurea, in continuazione di lavori analoghi, lo studio dell'azione dell'anidride ftalica sopra i p. ammidofenoli e si osservava allora per la prima volta che la *p. metossifenilftalimmide* può esistere in due modificazioni differenti *bianca* e *gialla*, facilmente trasformabili l'una nell'altra [1]).

Nel 1894 Hoogewerff e van Dorp [2]), in continuazione del loro sopracitato lavoro, prepararono due nuove isoimmidi: la metilftalica e la benzilftalica, aventi un punto di fusione molto più basso delle corrispondenti immidi simmetriche. ed alle quali assegnarono una costituzione pure asimmetrica.

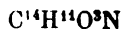
Infine Kuhara e Fukui nel 1901 [3]), facendo agire il cloruro di ftalile a bassa temperatura sull'anilina e sulla o-toluidina, ottennero due immidi isomere colle già note e dettero anche le ragioni per cui le ritengono di costituzione asimmetrica.

In questo laboratorio, dopo il lavoro del D.r Ernesto Castellaneta, troppo presto rapito da un morbo crudele alla scienza che coltivava con grande amore, si continuò a studiare l'azione di acidi bibasici organici, specialmente non saturi (anche sotto forma di eteri ed anidridi) sopra ammoniaca, ammine ed amminofenoli [4]) e quantunque col materiale raccolto non si sia potuto ben chiarire la natura delle immidi isomere ottenute, pure con questa Nota cominciamo a pubblicare i risultati sperimentali.

A. ACIDI

a) FTALICI

Acido fenilftalammico (ftalanilico)

$C^{14}H^{11}O^3N$

Laurent e Gerhardt [5]) lo prepararono scaldando fenilftalimmide con ammoniaca acquosa ed alcool. Fonde ai 158° decomponendosi in acqua e fenilftalimmide [6]).

---

[1]) Orosi, XVI, 289 (1893).

[2]) Rec. trav. chim., XIII, 93 (1894).

[3]) Amer. Chem. Journ., XXVI, 454 (1901).

[4]) Gazz. Chim., XXI, 375.

[5]) Jahresbericht ü. Fortschr. d. Chemie, 1847/48, 605.

[6]) Liebig's Ann., **255**, 375.

Preparazione: Venne da noi ottenuto mescolando soluzioni acetoniche di quantità equimolecolari di anidride ftalica ed anilina, raffreddate a circa —15°. Nel mescolare le due soluzioni si osserva una colorazione gialla che tosto scompare. Aggiungendo acqua fredda al liquido, l'acido fenilftalammico si depone sul fondo e sulle pareti del bicchiere sotto forma di grumetti cristallini bianchi che separati dalle acque madri, lavati con acqua fredda e seccati nel vuoto, sino a peso costante, fondono dai 158° ai 159° se posti in bagno d'acido solforico riscaldato a questa temperatura. Riscaldati invece lentamente, si decompongono, al di sotto di tale temperatura, in acqua e fenilftalimmide.

Operando nello stesso modo, ma alla temperatura ordinaria, si ottenne lo stesso prodotto, e si osservò egualmente la colorazione gialla fugace al momento della reazione.

Solventi. L'acido fenilftalammico è poco solubile nell'acqua fredda, facilmente nell'alcool, nell'etere e nelle soluzioni fredde di carbonato sodico.

Reazioni. In soluzione idroalcoolica, dà, con cloruro ferrico, immediatamente una colorazione rosso-violetta intensa. Ripetendo la reazione collo stesso preparato circa 5 mesi dopo, non si notò più la colorazione violetta, nè la si potè aver subito con altre preparazioni fatte tanto a bassa temperatura che a temperatura ordinaria; le soluzioni assumevano una colorazione rosso-vinosa soltanto dopo uno o due giorni.

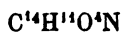
Determinazione acidimetrica.

I. g. 0,4742 di sostanza (preparata ai —15°), sospesa in poca acqua, richiesero per essere neutralizzati cc. 23,8 di NaOH $\frac{N}{10}$ (indicatore: tornasole).

II. g. 0,4820 di sostanza (preparata a temperatura ordinaria) richiesero per essere neutralizzati cc. 23,6 di NaOH $\frac{N}{10}$ (indicatore c. s.).

	Trovato		Calcolato per $C^{13}H^{10}ON$. COOH
I.	cc. 23,8	I.	cc. 19,7
II.	cc. 23,6	II.	cc. 20,0

Acido p. ossifenilftalammico

$C^{14}H^{11}O^{4}N$

Venne già ottenuto da uno di noi indirettamente, partendo dall'immide corrispondente [1]).

Preparazione diretta. Dopo alcuni tentativi di preparare direttamente tale acido dall'anidride ftalica e dal p. amidofenolo, tentativi nei quali

---

[1]) Gazz. Chim. Ital., XVI, 252.

non si riusciva ad ottenere l'acido esente da immide, venne raggiunto lo scopo in questo modo:

L'anidride ftalica ed il p. amidofenolo, in quantità presso a poco corrispondenti ai pesi molecolari ma con un leggero eccesso di anidride ftalica, vennero polverizzati e mescolati intimamente assieme in un mortaio, quindi vi si aggiunse un pò d'acetone, continuando ad agitare sinchè si ebbe un liquido omogeneo. Questo fu versato in una capsula piatta a basse pareti, si lavò il mortaio con qualche goccia d'acqua che venne pure aggiunta al liquido della capsula, ed infine si versò in esso un poco di benzolo. Alla superficie di separazione tra il benzolo e il liquido non tardò a formarsi un precipitato cristallino, che dopo breve tempo venne raccolto su filtro, lavato tre o quattro volte con acqua, poi posto a seccare su acido solforico nel vuoto.

Caratteri fisici. La sostanza si presenta in minuti cristalli colorati leggermente in carnicino, e fonde dai 220° ai 225° [1]).

Solventi. Si scioglie facilmente nella soluzione di carbonato sodico ed è pure abbastanza facilmente solubile in acetone ed in alcool; le soluzioni alcooliche lasciate a sè abbandonano dopo qualche tempo l'immide corrispondente.

Reazioni. Le soluzioni idroalcooliche per aggiunta di cloruro ferrico non assumono che dopo una giornata la colorazione violetta.

---

[1]) Nota. — Avendo osservato che questi acidi ammici perdono molto facilmente una molecola d'acqua per trasformarsi nell'immide corrispondente, e che i punti di fusione presi riscaldando lentamente la sostanza coincidevano generalmente con quelli delle immidi, si ricorse al metodo di immergere il tubicino contenente l'acido ammico in bagno d'acido solforico riscaldato a temperatura di cinque in cinque gradi inferiori alla temperatura di fusione dell' immide stessa, sinchè si arrivava ad una temperatura a cui l'acido non fondeva più. Così per l'acido ossifenilftalammico, riscaldato lentamente negli usuali apparecchi, era stata trovata la temperatura di fusione ai 289° [1]), cioè la stessa dell'immide, mentre immergendo il tubicino contenente l'acido in bagno d'acido solforico riscaldato a temperature inferiori ai 289°, si osservò che sino ai 225° l'acido fondeva tosto per solidificarsi nuovamente dopo qualche istante, a causa della sua trasformazione in immide, mentre ai 220° l'acido non fondeva più. Perciò come temperatura di fusione di questo e degli altri acidi ammici analoghi qui descritti si è preso l'intervallo di temperatura di cinque gradi nel quale si trova la temperatura reale di fusione, difficile a determinarsi più esattamente.

[1]) Gazz. Chim. Ital., XVI, 252.

Determinazione acidimetrica:

g. 0,3892 di sostanza vennero neutralizzati da cc. 14,5 di NaOH $\frac{N}{10}$ (indicatore: tornasole)

Trovato	Calcolato per g. 0,3892 di $C^{13}H^{10}O^{2}N.COOH$
NaOH $\frac{N}{10}$ = cc. 14,5	cc. 15,15

Acido p metossifenilftalammico

$C^{15}H^{13}O^{4}N$

Si ottiene quest'acido coi due processi seguenti:

a) *direttamente*, aggiungendo a quantità equimolecolari di anidride ftalica ed anisidina intimamente mescolate un pò di acetone che le scioglie con elevamento di temperatura.
Aggiunta una certa quantità di alcool e quindi un eccesso di acqua, dopo qualche momento si formano nel liquido cristalli *bianchi* aggruppati a stella, che in breve riempiono il liquido.

b) dall' *immide*, disciolta a freddo in una quantità equimolecolare di idrato potassico in soluzione alcoolica, e precipitando la soluzione colla quantità di acido solforico corrispondente.

Proprietà. Quest'acido, comunque ottenuto, fonde ai 152° negli apparecchi ordinari per il punto di fusione, invece immergendo il tubicino contenente la sostanza in bagno d'acido solforico riscaldato a temperature dai 145° in sopra, si è trovato che l'acido non fonde subito che dai 180° ai 185°.

Lasciando a sè soluzioni idroalcooliche di questo acido, o ricristallizzandolo dall'alcool bollente, si trasforma con maggiore o minore rapidità, ma completamente, nell' immide corrispondente, fusibile dai 160° ai 161°, la quale si separa in aghi generalmente di color *bianco*, ma talvolta pure colorati in *giallo*.

L'acido si può nettamente separare dall' immide senza che questa a sua volta si trasformi nel sale corrispondente, mediante soluzioni diluite e fredde di carbonato sodico che lo sciolgono facilmente e dalle quali precipita inalterato per aggiunta di un acido diluito.

L' immide invece (come pure le altre immidi analoghe) rimane completamente insolubile nelle soluzioni diluite di carbonato sodico.

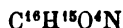
Reazioni. La soluzione idroalcoolica addizionata con qualche goccia di cloruro ferrico dà un intorbidamento giallo; il liquido a poco a poco si colora in rosso violetto sino ad assumere dopo circa un quarto d' ora una colorazione rosso-violetta intensa. La soluzione alcoolica dell' acido ammico non dà subito intorbidamento nè precipitato alcuno, si colora in giallo-bruno e dopo una giornata in rosso vinoso.

Determinazione acidimetrica.

g. 0,5372 vennero neutralizzati, usando come indicatore il tornasole, da cc. 19,7 di soluzione di NaOH $\frac{N}{10}$.

Trovato	Calcolato per g. 0,5372 di $C^{14}H^{12}O^{2}N.COOH$
NaOH $\frac{N}{10}$: cc. 19,7	cc. 19,8

Acido p. etossifenilftalammico

$C^{16}H^{15}O^{4}N$

Quest' acido si può preparare, analogamente agli acidi precedentemente descritti, sia direttamente dall' anidride ftalica e fenetidina, sia indirettamente dall' immide corrispondente.

Esso si presenta in aghetti bianchi e fonde dai 160° ai 165°, secondo il processo da noi adottato per la determinazione del punto di fusione di questi acidi.

Dalle soluzioni idroalcooliche si separa l' immide corrispondente in aghetti pure bianchi, che fondono ai 205°.

Reazioni. La soluzione idroalcoolica addizionata con qualche goccia di cloruro ferrico dà un intorbidamento giallo che a poco a poco si colora in rosso-violetto sino ad assumere dopo una decina di minuti colorazione violetta intensa. La soluzione alcoolica non dà intorbidamento nè precipitato per aggiunta di qualche goccia di cloruro ferrico, ma si colora in giallo bruno e dopo una giornata in rosso-vinoso.

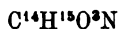
Determinazione acidimetrica.

g. 0,5658 di sostanza vennero neutralizzati da cc. 19,7 di idrato sodico $\frac{N}{10}$ (indicatore: tornasole).

Trovato	Calcolato per g. 0,5658 di $C^{15}H^{14}O^{2}N.COOH$
NaOH $\frac{N}{10}$ = cc. 19,7	cc. 19,85

b) ACIDI IDROFTALICI

Acido fenil Δ_1 idroftalammico

$C^{14}H^{15}O^{3}N$

Preparazione. Venne ottenuto mescolando assieme soluzioni in acetone di quantità equimolecolari di anidride Δ_1 idroftalica [1]) e di anilina

[1]) L' anidride Δ_1 tetraidroftalica usata in queste ricerche venne da noi preparata secondo il metodo indicato da Baeyer (Liebig's Annalen, **258**, 203), riscaldando cioè dai 220° ai 230° l'acido Δ_2 tetraidroftalico ottenuto per idrogenazione dell'anidride ftalica. Purificata mediante l'etere e il benzolo, fonde ai 72° (74°, secondo Baeyer) e si volatilizza facilmente a bagno maria.

e lasciando a sè il liquido dopo leggiero riscaldamento. L'acido separatosi dopo breve tempo, venne raccolto su filtro, lavato con poco acetone, indi seccato sul vuoto sopra acido solforico.

Caratteri fisici. Quest'acido si presenta in cristalli assai minuti d'un bianco candido. Esso fonde, se riscaldato lentamente, ai 129°-130°, ingiallendo un pò prima di fondere; fonde invece soltanto intorno ai 155° usando il metodo già indicato. Si scioglie facilmente in acetone, in alcool, in soluzione di carbonato sodico, meno facilmente in benzolo. Sciolto a caldo in poco alcool, per raffreddamento depone l' immide corrispondente in aghetti.

Reazioni. Le soluzioni idroalcooliche non danno per aggiunta di qualche goccia di cloruro ferrico colorazione violetta, ma dopo breve tempo il liquido assume una colorazione verdognola.

Determinazione acidimetrica.

g. 0,3900 di sostanza, sciolta in poco alcool, vennero neutralizzati da cc. 16,0 di idrato sodico $\frac{N}{10}$ (indicatore: tornasole).

Trovato	Calcolato per g. 0,3900 di $C^{13}H^{14}ON.COOH$
$NaOH \frac{N}{10}$ = cc. 16,0	cc. 15,9

Analisi elementare.

I. g. 0,2275 di sostanza fornirono g. 0.5687 CO^2 e g. 0.1237 H^2O.

II. g. 0,2280 di sostanza diedero (secondo il metodo Kjeldahl) una quantità di ammoniaca corrispondente a cc. 8,5 di acido solforico $\frac{N}{10}$, cioè a g. 0,01193 di azoto.

	Trovato I.	Trovato II.	Calcolato per $C^{14}H^{15}O^3N$
C =	68,18	—	68,52
H =	6,09	—	6,18
N =	—	5,23	5,72

Acido p. ossifenil Δ_1 idroftalammico

$C^{14}H^{15}O^4N$

Preparazione. Si è preparato mescolando assieme in un mortaio quantità equimolecolari di anidride Δ_1 idroftalica e di p. ammidofenolo sciolte a parte in poco acetone, e, dopo aggiunta di poca acqua, versando il liquido in capsula piana a grande superficie. Non essendosi separato subito dal liquido il prodotto della reazione, la capsula venne messa nel vuoto.

*

L' indomani si trovarono depositate due sostanze, una cristallizzata in aghetti bianco-rossicci, l'altra in grumetti giallicci. Le due sostanze separate meccanicamente, lavate con poca acqua e seccate, vennero così caratterizzate.

I cristallini bianco-rossicci si sciolgono facilmente in soluzione fredda di carbonato sodico, fondono intorno ai 135° per tosto risolidificarsi e rifondere poi verso i 170°. Essi sono di acido p. ossifenil Δ_1 idroftalammico.

La sostanza gialliccia non si scioglie invece nel carbonato sodico e rimane inalterata sin verso i 165° per fondere fra i 165° ed i 170° ed è costituita dalla p. ossifenil Δ_1 idroftalimmide.

Per ottenere l'acido ammico esente da immide si procedette allora in questo modo. Quantità equimolecolari di anidride Δ_1 idroftalica e di p. ammidofenolo vennero polverizzate e mescolate intimamente in capsula di porcellana, quindi si aggiunse al miscuglio una piccola quantità di acetone continuando a mescolare, sinchè si ebbe un liquido omogeneo. Questo venne versato sopra un vetro d'orologio abbastanza grande, la capsula lavata con un pò d'acqua che venne pure versata sul vetro d'orologio, e nel liquido si pose un cristallino d' acido ammico ottenuto nella precedente preparazione. Non tardò allora a separarsi dal liquido l'acido, che dopo breve tempo venne raccolto su filtro, lavato con poca acqua e posto a seccare nel vuoto su acido solforico. Dalle acque madri si depositò dopo qualche tempo una sostanza cristallina costituita quasi totalmente dall'immide corrispondente.

Caratteri fisici. L'acido si presenta in cristallini assai minuti, d' un colore bianco-carnicino simile a quello che presentava il p. amidofenolo adoperato nella reazione. Riscaldato lentamente fonde ai 136° in un liquido giallo che fra i 140° ed i 145° si solidifica nuovamente in una massa gialla, per rifondere poscia intorno ai 165°. Riscaldato bruscamente fonde invece dai 170° ai 175°. Esso si scioglie facilmente nell' alcool ed in soluzione di carbonato sodico.

Reazioni. Le soluzioni idro-alcooliche di quest'acido per aggiunta di qualche goccia di cloruro ferrico assumono dopo brevi istanti una colorazione violetta.

Determinazione acidimetrica.

g. 0,5097 di sostanza vennero neutralizzati da cc. 19,8 di idrato sodico $\frac{N}{10}$ (indicatore: tornasole).

Trovato	Calcolato per g. 0,5097 di $C^{13}H^{14}O^{2}N.COOH$
NaOH $\frac{N}{10}$ = cc. 19,8	cc. 19,5

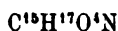
Analisi elementare.

I. g. 0,2284 di sostanza fornirono g. 0,1095 H^2O e g. 0,5339 CO^2.

II. g. 0,2174 di sostanza dettero (secondo il metodo di Kjeldahl) la quantità di NH^3 corrispondente a cc. 8,2 di $H^2SO^4 \frac{N}{10}$, cioè a g. 0,0115 di N.

	Trovato		Calcolato per $C^{14}H^{15}O^4N$
	I.	II.	
C =	63,75	—	64,32
H =	5,37	—	5,80
N =	—	5,29	5,38

Acido p. metossifenil Δ_1 idroftalammico

$C^{15}H^{17}O^4N$

Preparazione. Direttamente venne ottenuto polverizzando e mescolando intimamente in capsula piatta e spaziosa quantità equimolecolari di anidride Δ_1 idroftalica e di p. anisidina, quindi aggiungendo un pò di acetone sino a completa soluzione, ed in seguito un pò d'acqua. La capsula venne posta in essiccatore nel vuoto e sul fondo e sulle pareti di essa non tardò a deporsi l'acido p. metossi Δ_1 idroftalammico che dopo breve tempo venne raccolto su filtro, lavato con acqua e disseccato nel vuoto su acido solforico. Indirettamente venne preparato lo stesso acido trattando a caldo una certa quantità di p. metossifenil Δ_1 idroftalimmide, già disciolta in alcool, con soluzione di NaOH $\frac{N}{5}$ in leggiero eccesso sulla quantità calcolata ed aggiungendo quindi, dopo raffreddamento, la corrispondente quantità di acido solforico $\frac{N}{5}$. L'acido ammico precipitato venne poco dopo raccolto su filtro, lavato più volte con acqua, quindi posto in essiccatore nel vuoto. La sostanza così ottenuta venne adoperata per l'analisi elementare.

Caratteri fisici. Si presenta in cristallini biancastri, facilmente solubili in alcool anche a freddo ed in soluzioni di carbonato sodico; fonde dai 150° ai 155°.

Le soluzioni idroalcooliche dell'acido ottenuto sia direttamente come pure dall'immide, danno, per aggiunta di $FeCl^3$, subito una colorazione rosso-vinosa che dopo un paio di minuti diventa d'un violetto intenso.

Determinazione acidimetrica.

g. 0,4132 di sostanza vennero neutralizzati da cc. 15 55 di idrato sodico $\frac{N}{10}$ (indicatore: tornasole).

Trovato	Calcolato per $C^{14}H^{16}O^2N.COOH$
NaOH $\frac{N}{10}$ = cc. 15,55	cc. 15,0

Analisi elementare: (sul prodotto ottenuto indirettamente):

I. g. 0,2209 di sostanza dettero g. 0,5300 CO^2 e g. 0,1180 H^2O.

II. g. 0,2251 di sostanza fornirono (secondo il metodo di Kjeldahl)

una quantità di ammoniaca corrispondente a cc. 8,1 di acido solforico $\frac{N}{10}$, cioè a g. 0,01134 di N.

	Trovato		Calcolato per $C^{15}H^{17}O^4N$
	I.	II.	
C =	65,44	—	65,40
H =	5,98	—	6,24
N =	—	5,04	5,10

Acido p. etossifenil Δ_1 idroftalammico

$C^{16}H^{19}O^4N$

Preparazione. Si ottenne mescolando assieme quantità equimolecolari di anidride Δ_1 idroftalica e di p. fenetidina in soluzione benzolica; la reazione ha luogo con notevole sviluppo di calore. La massa bianca cristallina, formatasi dopo qualche tempo, vien raccolta su filtro, lavata con un pò di benzolo e seccata sopra acido solforico nel vuoto.

Caratteri fisici. Il prodotto ottenuto è bianco cristallino e fonde intorno ai 145°.

È poco solubile in acqua anche all'ebollizione; si scioglie facilmente a caldo in alcool, etere, acetone, benzolo ed in soluzioni fredde di carbonato sodico. La sua soluzione in alcool, etere e benzolo è gialla, quella in acetone è giallo-aranciata. Da dette soluzioni si separa in tutto o in parte allo stato di immide.

Reazioni. In soluzione idroalcoolica dà per aggiunta di cloruro ferrico, dopo qualche momento, colorazione rosso-violetta.

Determinazione acidimetrica.

g. 0,6122 di sostanza vennero neutralizzati da cc. 20,2 di idrato sodico $\frac{N}{10}$ (indicatore: fenolftaleina)

Trovato	Calcolato per g. 0,6122 di $C^{15}H^{18}O^3N.COOH$
NaOH $\frac{N}{10}$ = cc. 20,2	cc. 21,2

Alla soluzione del sale sodico ottenuta in detta determinazione venne aggiunta una quantità di acido solforico $\frac{N}{10}$ corrispondente alla quantità di idrato sodico $\frac{N}{10}$ adoperata. L'acido ammico in breve tempo separatosi dal liquido venne filtrato, lavato più volte con acqua e seccato.

Esso servì per l'analisi III.

Analisi elementare.

I. g. 0,2214 ,di sostanza dettero g. 0,5391 CO^2 e g. 0,1222 H^2O.

II. g. 0,2215 di sostanza fornirono (secondo il metodo di Kjeldahl) tanta ammoniaca da corrispondere a cc. 7,9 di acido solforico $\frac{N}{10}$, cioè a g. 0,01109 di N.

III. g. 0,2136 di sostanza dettero (secondo il metodo di Kjeldahl) una quantità di ammoniaca corrispondente a cc. 7,0 di acido solforico $\frac{N}{10}$, cioè a g. 0,0098 di N.

	Trovato			Calcolato per $C^{16}H^{19}O^{4}N$
	I.	II.	III.	
C =	66,41	—	—	66,38
H =	6,18	—	—	6,64
N =	—	5,01	4,59	4,85

Tabella riassuntiva degli acidi ammici

Acidi	Colore	Punto di fusione	Reazione con cloruro ferrico
a) *Acidi ftalammici*:			
acido fenil- ftalammico	bianco	158°-159°	Un preparato diede tosto coloraz. rosso-violetta, gli altri non la diedero.
» p. ossifenil- »	id.	220°-225°	Coloraz. violetta dopo una giornata.
» p. metossifenil- »	id.	180°-185°	Coloraz. rosso-violetta intensa dopo circa ¹/₄ d'ora.
» p. etossifenil- »	id.	160°-165°	Coloraz. rosso-violetta dopo circa 10'.
b) *Acidi Δ_1 idroftalammici*:			
acido fenil-Δ_1 idroftalammico	id.	circa 155°	Coloraz. verdastra dopo breve tempo.
» p. ossifenil- »	id.	170°-175°	Coloraz. violetta dopo qualche istante.
» p. metossifenil- »	id.	150°-155°	Coloraz. rosso-vinosa immediatamente, e violetta intensa dopo qualche minuto.
» p. etossifenil- »	id.	circa 145°	Coloraz. rosso-violetta dopo qualche istante.

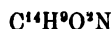
Osservazioni: 1. La temperatora di fusione ha un andamento corrispondente nelle due serie di acidi ammici; è più elevata nel derivato p. ossifenilico e più bassa nei derivati fenilici e p. etossifenilici.

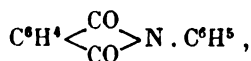
2. La facilità di trasformarsi nelle immidi corrispondenti è per gli acidi Δ_1 idroftalammici in quest'ordine decrescente: ***ac. p. ossifenilico; ac. p. metossifenilico; ac. p. etossifenilico; ac. fenilico.***

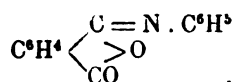
B. IMMIDI

a) FTALICHE

Fenilftalimmide

$C^{14}H^9O^2N$

Esiste in due forme, la forma stabile, simmetrica:

$$C^6H^4<{}^{CO}_{CO}>N.C^6H^5,$$

e la forma instabile, asimmetrica:

$$C^6H^4\left\langle\begin{array}{l}C=N.C^6H^5\\ \quad>O\\ CO\end{array}\right.$$

La forma *simmetrica* fu ottenuta da Laurent e Gerhardt [1]) distillando molecole eguali di acido ftalico e anilina, da uno di noi riscaldando ftalimide e anilina [2]), da Michael e Palmer lasciando a sè per più giorni una soluzione acquosa di ftalato acido d'anilina [3]). Essa fonde a 203°.

La forma *asimmetrica* venne ottenuta da Kuhara e Fukui [4]) nella reciproca azione di soluzioni eteree di anilina e cloruro di ftalile raffreddate a — 10°. Si presenta in cristalli bianchi, microscopici, aciculari, e fonde a 218°.

Lasciando a sè soluzioni idroalcooliche dell' acido ammico precedentemente descritto, si separa l' immide fusibile ai 203°, cioè la simmetrica, in aghetti *bianchi.*

p. ossifenilftalimmide

$C^{14}H^9O^3N$

Venne già ottenuta da uno di noi [5]) per azione di anidride ftalica sul p. amidofenolo, in tavole bianche splendenti fusibili dai 287° ai 288°. Si ha un rendimento quasi teorico ed un prodotto più puro se si fonde invece una mescolanza di parti eguali di anidride ftalica e di cloridrato di p. amidofenolo.

Le soluzioni idroalcooliche dell'acido p. ossifenilftalammico precedentemente preparato lasciate a sè depongono questa stessa sostanza col punto di fusione 285°-286° in laminette *perfettamente bianche.*

---

[1]) Jahresbericht ü. Fortschritte d. Chemie, 1847/48, 605.— Döbner Liebig's Annalen, **210**, 267.

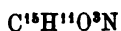
[2]) Ber., XVI, 1322.

[3]) Amer. Chem. Journ., IX, 202.

[4]) Amer. Chem. Journ., XXVI, 454 (1901).

[5]) Gazz. Chim. Ital., XVI, 252.

p. metossifenilftalimmide

$C^{15}H^{11}O^{3}N$

Quest' immide venne già preparata in questo laboratorio, sotto la direzione di uno di noi, da E. Castellaneta per azione dell'anidride ftalica sul cloridrato di p. anisidina o sulla metacetina [1]) e può esistere in due forme, l'una *bianca* e l'altra *gialla*.

Essa venne ora ottenuta tanto colla spontanea disidratazione dell'acido precedentemente descritto (dalle cui soluzioni idroalcooliche si depone generalmente nella forma bianca) quanto coi seguenti processi di preparazione diretta:

a) in soluzione acetonica;

Quantità equimolecolari delle due sostanze, cioè g. 7,4 di anidride ftalica e g. 6,15 di p. anisidina, sciolte separatamente in acetone, si uniscono con lieve sviluppo di calore e colorazione giallo-bruna del liquido.

Distillato quasi interamente il solvente, rimane un liquido bruno che toccato con una bacchetta si rapprende in una massa colorata in cui si distinguono cristalli delle due specie. Sciolta questa massa a ricadere nell'alcool fornisce col raffreddamento l' immide bianca in ciuffi sericei, senza traccie di aghi gialli, mentre le acque madri, colorate in rosso-vinoso, colla successiva concentrazione danno ancora una piccola quantità di immide bianca ed un residuo fioccoso, rosso bruno, da cui non si ricava più nulla di cristallino.

Quest'immide bianca, cristallizzata ripetutamente dall'alcool bollente, si trasforma nell' immide gialla ed in modo identico si comporta con gli alcoli metilico ed amilico.

b) per fusione;

L'anidride e l'anisidina nelle proporzioni molecolari dianzi accennate, finamente polverizzate e ben mescolate, si scaldarono in palloncino a bagno di acido solforico. La miscela fuse intorno ai 50° colorandosi in giallo e sviluppando acqua; fusione e sviluppo che andarono maggiormente accentuandosi sin verso i 110°. A 130° la massa si risolidificò, mentre ai 140° tornò a fondere. Raggiunta la temperatura di 160°, quando lo sviluppo d'acqua venne a cessare, si versò la massa ancor fusa in un pallone da un litro previamente riscaldato e si agitò sino a che si solidificò in una massa cristallina grigia con punti gialli. Sciolta a bollore in circa mezzo litro d'alcool ai 95°, si rapprese col raffreddamento in una massa di aghi gialli alcuni dei quali mostravano un colore più sbiadito degli altri. Il rendimento è quasi teorico.

Questi aghi gialli bagnati con benzolo diventano immediatamente bianchi. A caldo si sciolgono con debole colorazione gialla, ma col raffreddamento l' immide si depone in lamine splendenti incolore o in aghi inco-

[1]) l. c.

lori se la soluzione è più diluita. Invece nel trattamento a freddo con toluolo, xilolo, cumolo e cimolo gli aghi gialli rimangono inalterati; a caldo le soluzioni sono lievemente gialle e depongono a freddo cristalli gialli mescolati con qualche cristallo bianco in cui alla fine si trasformano quasi intieramente. La benzina di petrolio, che scioglie poco l'immide, si comporta in maniera analoga [1]).

Questo singolare comportamento dell'immide gialla cogli idrocarburi dà il mezzo di poter avere la p. metossifenilftalimmide interamente bianca adoperando lo stesso processo di fusione precedentemente descritto, ma trattando il prodotto della reazione con benzolo invece che con alcool.

α) Forma bianca

Proprietà. Per azione del calore si comporta nel modo seguente. Dai 140° ai 145° ingiallisce per diventar nuovamente bianca a circa 155°, restando tale sino ai 162°, alla qual temperatura fonde in un liquido giallo, che solidifica per raffreddamento in una massa cristallina bianca.

Azione dei solventi.

Bollita con acqua ingiallisce ma non si scioglie; scaldata con poco alcool ingiallisce, con quantità maggiore si scioglie, la soluzione è giallognola e col raffreddamento depone aghi gialli mescolati con pochi bianchi sericei che presto diventano gialli. Coll'alcool amilico a freddo resta bianca, quando si scalda ingiallisce; è molto solubile a caldo, e per raffreddamento si rapprende in sottili aghi gialli che dopo qualche giorno si trasformano in bianchi.

Nell'etere ingiallisce anche a freddo, non è molto solubile a caldo e col raffreddamento o per evaporazione si depone in ciuffi di aghi gialli o in corti prismetti bianchi. Trattata con acetone ingiallisce anche a freddo, si scioglie benissimo a caldo e dalla soluzione giallognola si depongono coll'evaporazione del solvente aghi o prismi gialli e grossi cristalli bianchi assai splendenti. Coll'etere acetico e coll'acido acetico ingiallisce a freddo, a caldo è molto solubile e dalla soluzione alquanto colorata in giallo, si depone in lunghi prismi gialli. La soluzione in acido valerianico è debolmente gialla, col raffreddamento si separa una massa di aghi bianchi di splendore sericeo, che diventano poco a poco gialli.

Trattando l'immide con benzolo a freddo rimane bianca, a caldo è invece molto solubile e dalla soluzione alquanto giallognola si depone col riposo o per raffreddamento o mediante evaporazione spontanea in cristalli bianchi, in qualche caso però si son pure avuti cristalli gialli.

---

[1]) Nota. — È degno di menzione il fatto che nella massa di aghi gialli ottenuta dall'etere di petrolio, a poco a poco, dopo la spontanea evaporazione del solvente, si sono formati grossi cristalli della forma bianca a spese della gialla i di cui fini cristalli contornano ad una certa distanza il cristallo incoloro lasciandovi attorno uno spazio regolare e perfettamente pulito per via della *trasmigrazione* della sostanza che costruì il cristallo centrale.

Col toluolo a freddo rimane bianca, a caldo è solubilissima; dalla soluzione gialla si depone in cristalli bianchi. Nel xilolo e nel cumolo, a freddo, l' immide assume una colorazione leggermente giallognola, a caldo è invece solubilissima e si separa dalla soluzione in aghi gialli. Nel paracimolo è a freddo leggermente giallognola, a caldo molto solubile e si separa dal solvente in aghi bianchi al disotto e gialli al di sopra. Nell'etere di petrolio è poco solubile anche a caldo, e rimane bianca tanto a freddo che a caldo: la soluzione pure è incolore e ne cristallizza col raffreddamento l' immide in aghi bianchi che in breve si rapprendono in grossi cristalli.

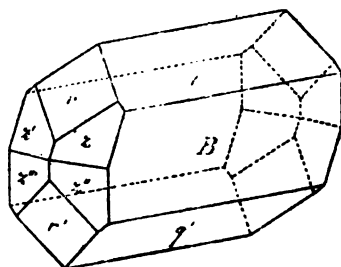
Forma cristallina. Il Prof. Eugenio Scacchi, che esaminò alcuni bellissimi cristalli ottenuti per evaporazione spontanea di soluzioni acetoniche, ci comunicò i risultati seguenti:

Sistema cristallino: rombico

$$a : b : c = 1,0096 : 1 : 1,0464 .$$

Forme osservate:

B=(010), r=(101), q=(011), z=(211).

Combinazione rinvenuta: *Bqrz*.

Angoli	Calcolati	Misurati		
		medie	n.	limiti
$rr' = 101:101$	87°57′	87°51′	2	87°47′ — 87°55′
$qq'' = 011:0\bar{1}1$	92 36	92 39	4	92 34 — 92 43
$qB = 011:010$	43 42	43 47	2	43 43 — 43 51
$rB = 101:010$	90 00	89 56	3	89 30 — 90 10
$zz''' = 211:2\bar{1}\bar{1}$	69 51	69 59	4	69 50 — 70 13
$zq = 211:011$	55 04	54 56	5	54 34 — 55 18
$zz' = 211:2\bar{1}1$	*	48 54	5	48 46 — 48 56
$zB = 211:010$	65 33	65 29	3	65 14 — 65 41
$zz'' = 211:21\bar{1}$	*	46 36	6	46 31 — 46 43
$rq = 101:011$	61 20	61 22	3	61 16 — 61 28
$rz = 101:211$	30 09	30 05	4	29 58 — 30 11
$z'q = 2\bar{1}1:211$	91 29	91 38	1	—
$z''q = 21\bar{1}:011$	88 31	88 32	1	—

*

I cristalli si presentano in forma di grosse tavole, per l'estensione prevalente di *B*, oppure in forma di prismi e sempre alquanto allungati nel senso dell'asse *a*. Le facce sono molto luccicanti e di esse le facce *s* ed *r* sono piane e si prestano benissimo alle misure goniometriche; le facce *B* e *q* raramente sono piane e danno generalmente al goniometro immagini multiple.

Frattura concoide; sfaldatura non osservata.

Sulle facce *B* e *q* furono riscontrate estinzioni ottiche parallele ai loro spigoli di combinazione.

Analisi elementare.

I. g. 0,2487 di sostanza dettero g. 0,6482 CO^2 e g. 0,1021 H^2O.

II. g. 0,1524 di sostanza fornirono (secondo il metodo di Kjeldahl) tanta NH^3 da corrispondere a cc. 6,0 di H^2SO^4 $\frac{N}{10}$, cioè a g. 0,0084 di N.

	Trovato I.	Trovato II.	Calcolato per $C^{15}H^{11}NO^3$
C =	71,08	—	71,14
H =	4,56	—	4,34
N =	—	5,51	5,53

Determinazione del peso molecolare.

Venne eseguita tanto col metodo crioscopico, che col metodo ebullioscopico.

Metodo crioscopico. Solvente: acido acetico; costante usata nel calcolo: 39.

Concentrazione	Abbassamento termometrico	Coefficiente d'abbassamento	Peso molecolare trovato	Abbass. molecol. per l'immide (P.M.=253)
1,100	0°,19	0,1728	226	43,7

Metodo ebullioscopico. Solvente: benzolo; costante usata nel calcolo: 26.

	Concentrazione	Innalzamento termometrico	Coefficiente d'innalzamento	Peso molecolare trovato	Innalz. molecol. per l'immide (P.M.=253)
I.	0,4883	0°,05	0,1024	254	25,9
II.	0,7257	0°,085	0,1171	222	29,7

β) Forma gialla

Proprietà. L'immide riscaldata in tubicino, ai 158°,5 diventa bianca e rimane tale sino ai 161°,5 alla qual temperatura fonde in un liquido

giallo; per raffreddamento si solidifica in massa cristallina, parte gialla e parte bianca.

Azione dei solventi. Le soluzioni dell' immide gialla in etere, etere acetico, alcool metilico ed etilico, la abbandonano in cristalli gialli tanto col raffreddamento che colla evaporazione. Questi cristalli sono costituiti da aghi molto allungati, talvolta da prismi che non poterono servire al Prof. Scacchi per misure cristallografiche.

Addizionata con benzolo la sostanza diventa quasi immediatamente bianca; col toluolo e col cimolo dà soluzioni gialle da cui si separa gialla con qualche cristallo bianco che si forma successivamente a spese dei gialli. Con xilolo e cumolo si ha soluzione gialla da cui l' immide si depone gialla. Nella benzina di petrolio non è molto solubile, la soluzione anche a caldo rimane incolora e la sostanza se ne depone parte gialla e parte bianca.

Analisi elementare.

I. g. 0.2597 di sostanza dettero g. 0,6784 CO^2 e g. 0,1042 H^2O.

II. g. 0 2427 di sostanza fornirono (secondo il metodo di Kjeldahl) l'ammoniaca corrispondente a cc. 9,5 di acido solforico $\frac{N}{10}$, cioè a g. 0,0133 di N.

III. g. 0,1974 di sostanza dettero cc. 9,3 di N ai 15°,0 e 753 mm., cioè g. 0,0110 di N.

	Trovato			Calcolato per $C^{15}H^{11}NO^3$
	I.	II.	III.	
C =	71,24	—	—	71,14
H =	4.45	—	—	4,34
N =	—	5 48	5 61	5,53

Determinazione del peso molecolare.

Venne eseguita col metodo crioscopico in soluzione di acido acetico; costante usata nel calcolo: 39.

	Concentrazione	Abbassamento termometrico	Coefficiente d'abbassamento	Peso molecolare trovato	Abbass. molec. per l'immide (P.M.=253)
I.	0,860	0°,14	0,1638	240	41,2
II.	1,287	0°,20	0,1554	251	39,3

p. etossifenilftalimmide

Quest' immide venne già preparata in questo laboratorio da E. Castellaneta che l'ottenne solo nella forma gialla [1]), mentre da noi si ebbe

[1]) l. c.

nelle due forme, *gialla* e *bianca* secondo i solventi da cui si effettuò la cristallizzazione.

I modi di preparazione sono del tutto analoghi a quelli già esposti a proposito delle immidi precedentemente descritte, consistendo nella reazione tra l'anidride ftalica e la fenetidina sia in soluzione che per fusione.

Proprietà. Cristallizza in aghetti gialli splendenti quando si adopera come solvente l'acido acetico e l'etere acetico, cristallizza invece generalmente in aghi bianchi dall'alcool etilico. È pure da notarsi per questa immide che è in tutti i solventi meno solubile della p. metossifenilftalimmide. Sciolta in acido solforico concentrato, riprecipita per diluizione con acqua nella forma bianca. Si ottiene pure in questa forma dalle soluzioni idroalcooliche dell'acido ammico corrispondente, come si è dianzi già accennato.

Tanto l' immide bianca che la gialla, fondono ai 206°,5 in un liquido giallo, che per raffreddamento si rapprende in una massa cristallina gialla.

b) IMMIDI IDROFTALICHE

Fenil Δ_1 idroftalimmide

$C^{14}H^{13}O^{2}N$

Preparazione. Si ottenne mescolando assieme soluzioni alcooliche di quantità equimolecolari di anilina e di anidride Δ_1 idroftalica e riscaldando il liquido sino ad ebollizione. La massa cristallina, formatasi dopo qualche tempo, venne separata dal liquido, lavata con poco alcool e seccata sopra acido solforico nel vuoto. L' immide che servì per l'analisi elementare, venne ricristallizzata dall'acido acetico glaciale, lavata prima con acido acetico acquoso, indi con acqua, poi tenuta in essiccatore sino a peso costante.

Caratteri fisici. L' immide è bianca, cristallizzata in fogliette o in aghi a seconda delle condizioni in cui si separa dal solvente. Essa fonde ai 137° rimanendo bianca sino al punto di fusione, tanto se cristallizzata dall'alcool come dall'acido acetico. Si scioglie facilmente in alcool, acido acetico e acetone, dando soluzioni incolore.

Analisi elementare.

I. g. 0,2274 di sostanza dettero g. 0,6111 CO^2 e g. 0,1108 H^2O.

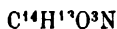
II. g. 0.2199 di sostanza fornirono cc. 11,0 di azoto a 17°,5 e 759 mm., cioè g. 0,0128 di N.

III. g. 0,2312 di sostanza (cristalliz. dall'alcool) dettero (secondo il

metodo di Kjeldahl) l' NH^3 corrispondente a cc. 9,6 di ac. solforico $\frac{N}{10}$, cioè a g. 0,0135 di N.

	Trovato			Calcolato per $C^{14}H^{13}O^{2}N$
	I.	II.	III.	
C =	73,29	—	—	73.95
H =	5,45	—	—	5.78
N =	—	5,82	5 83	6 18

p. ossifenil Δ_1 idroftalimmide

$C^{14}H^{13}O^{3}N$

Preparazione. Si ottenne quest' immide mescolando assieme quantità equimolecolari di anidride Δ_1 idroftalica e di p. amidofenolo disciolte in alcool e riscaldando il liquido sino ad ebollizione.

Non separandosi sostanza alcuna, il liquido venne concentrato; si depositò allora per raffreddamento una sostanza molto colorata, che si dovette purificare per cristallizzazione dell'acido acetico prima, poi per trattamento con carbone animale in soluzione alcoolica, quindi per ripetuta cristallizzazione dall'alcool.

Caratteri fisici. L' immide ottenuta dall' ultima cristallizzazione, seccata nel vuoto, si presenta in bei prismetti d'un giallo cupo, che in certe condizioni raggiungono anche una discreta grandezza, ma di cui non si potè eseguire uno studio cristallografico per la curvezza delle facce. Essa fonde ai 178°; è solubilissima, anche a freddo, nell'acetone, pure molto solubile a caldo in alcool, acido acetico, meno in etere e benzolo; le soluzioni son tutte colorate in giallo carico e l' immide se ne separa sempre nella stessa forma.

Analisi elementare.

I. g. 0,2135 di sostanza dettero g. 0,5395 CO^2 e g. 0,1049 H^2O.

II. g. 0.2305 di sostanza dettero (secondo il metodo di Kjeldahl) l'NH^3 corrispondente a cc. 9,25 di ac. solforico $\frac{N}{10}$, cioè a g. 0,01295 di N.

III. g. 0.2239 di sostanza dettero cc. 12,0 di azoto a 28°,3 e 757 mm., cioè g. 0,01313 di N.

	Trovato			Calcolato per $C^{14}H^{13}O^{3}N$
	I.	II.	III.	
C =	68,92	—	—	69,09
H =	5,50	—	—	5,39
N =	—	5,62	58,6	5,77

p. metossifenil Δ_1 idroftalimmide

$C^{15}H^{15}O^{3}N$

α) Forma bianca

Preparazione. Si ottenne mescolando assieme quantità equimolecolari di anidride Δ_1 idroftalica e di p. anisidina disciolte in alcool e riscaldando il liquido sino ad ebollizione. La massa cristallina ottenuta venne purificata per cristallizzazione dall'alcool e si presenta in aghetti o fogliette di color bianco candido, che il Prof. Scacchi non potè studiare cristallograficamente.

Qualora si prepari una soluzione satura di questa sostanza alla temperatura d'ebollizione, si separano dal liquido per lenta evaporazione o per lento raffreddamento dei bei cristalli di color giallo citrino. Appena però la temperatura discende ancora, al disotto di circa 70°, la sostanza che si separa ulteriormente è di color bianco. Questo fenomeno ha luogo adoperando come solvente tanto l'alcool, che l'acido acetico o il benzolo.

Caratteri fisici. La sostanza cristallizzata alla temperatura ordinaria si presenta in aghi o in fogliette bianche, che per lento riscaldamento diventano di color giallo citrino da 75° a 80° e fondono ai 108°. Riscaldando rapidamente invece l'immide bianca fonde a 95° in un liquido giallo, che a seconda della rapidità del riscaldamento si condensa più o meno presto in una massa cristallina gialla che rifonde ai 108°.

Solventi. La sostanza è solubilissima a caldo in alcool, acido acetico, benzolo, toluolo, ecc., insolubile in acqua.

Le soluzioni sono colorate in giallo anche a freddo e per raffreddamento o evaporazione a temperatura ordinaria si separa l'immide in aghi od in fogliette bianche.

Determinazione della grandezza molecolare.

Venne eseguita col metodo crioscopico in soluzione di acido acetico; la costante adoperata nel calcolo è: 39.

	Concentrazione	Abbassamento termometrico	Coefficiente d'abbassamento	Peso molecolare trovato	Abbass. molec. per l'immide (P.M.=257,2)
I.	0,8643	0°,125	0,1446	269,7	37,2
II.	1,612	0°,255	0,1582	246,5	40,69

	Peso molec. trovato	P. M. calcolato	Abbass. molec. trovato
Medie	258,1	257,19	38.95

Analisi elementare.

I. g. 0,2046 di sostanza dettero g. 0.5247 CO^2 e g. 0,1014 H^2O.

II. g. 0,2375 di sostanza dettero (secondo il metodo di Kjeldahl) l'ammoniaca corrispondente a cc. 9.35 di ac. solforico $\frac{N}{10}$, cioè a g. 0.01309 N.

III. g. 0,2381 di sostanza dettero cc. 11 7 di N a 24°,5 e 756 mm., cioè g. 0,01312 di N.

	Trovato			Calcolato per $C^{15}H^{15}O^3N$
	I	II.	III.	
C =	69,94	—	—	69.99
H =	5,55	—	—	5,89
N =	—	5.50	5,51	5,46

Determinazione della temperatura di trasformazione.

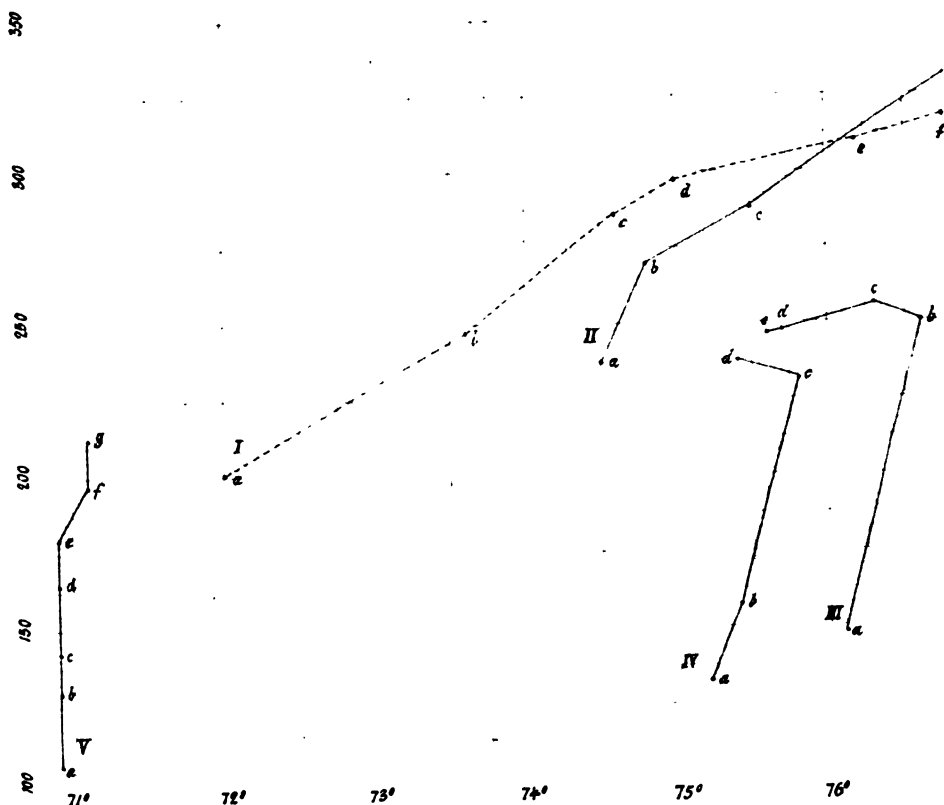
Essa venne eseguita dapprima ponendo in un tubo da saggio un po' di immide bianca con tanta acqua da coprire interamente il bulbo di un termometro Baudin in $\frac{1}{10}$°. Il tubo da saggio fu introdotto in un apparecchio per punti di fusione che venne riscaldato molto lentamente, e si osservò l'apparire dei primi cristalli gialli dai 71°,5 ai 72°.

La trasformazione però procede assai lentamente sin verso 85°, essendo l'immide affatto insolubile nell'acqua.

Per studiar meglio la temperatura di trasformazione e il cambiamento di volume che da questa poteva subire l'immide, si ricorse ad un dilatometro del tipo indicato da van t'Hoff[1]), usando per il riscaldamento un termostato della capacità di circa 10 l. fornito di un agitatore a forza d'acqua. Il dilatometro venne caricato con circa g. 3 d'immide e riempito d'acqua previamente bollita; le temperature furon prese mediante un termometro Baudin in $\frac{1}{10}$° o un termometro Geissler in $\frac{1}{5}$°, ambedue controllati.

Nella rappresentazione grafica quì annessa sono portate come ascisse le temperature e come ordinate le altezze in millimetri della colonna liquida nel capillare del dilatometro. Le esperienze sono riportate in ordine di data, essendo state eseguite tutte sullo stesso preparato, che, anche dopo l'ultima esperienza, rimase in notevole proporzione nella forma bianca.

[1]) Zeitschr. f. phys. Chem. XVII, 50.

Esperienze dilatometriche

Intervalli di tempo fra le osservazioni:

	a—b	*b—c*	*c—d*	*d—e*	*e—f*	*f—g*
I.	95′	90′	90′	80′	60′	45′
II.	60′	30′	150′	—	—	—
III.	115′	45′	75′	40′	—	—
IV.	25′	75′	60′	—	—	—
V	23′	19′	34′	15′	30′	32′

NOTE: *Esper*. I. *g* : 325mm a 77°,6. A esperienza finita, l'immide non mostra alcun segno di trasformazione.

» III. *d* : 375mm a 78°,0. A esperienza finita, estratto il dilatometro dal termostato, si notano varie macchie gialle tra la massa bianca.

» VI. Tenuto il dilatometro 83′ alla temperatura costante di 67°6, non venne notato alcun cambiamento nell'altezza della colonna liquida.

β) Forma gialla

Detta immide si ottiene cristallizzata in bei prismetti di color giallo citrino allorquando si separa dal solvente a temperatura superiore a circa 70°. L' immide gialla ridisciolta ridà la forma bianca se si separa dal solvente a temperature inferiori ai 70° circa.

Essa fonde ai 108° in un liquido giallo e per raffreddamento risolidifica pure in giallo.

Forma cristallina.

Il Prof. Eugenio Scacchi, cui venne affidato lo studio cristallografico dei migliori cristalli ottenuti in soluzione benzolica a b. m., ci comunica i seguenti risultati:

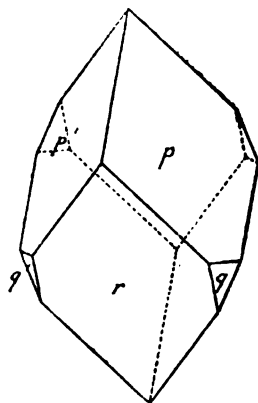
Sistema cristallino: monoclino

$$a:b:c = 1,33470 : 1 : 1,16598$$
$$\beta = 87°49'$$

Forme osservate:

$p(221)$, $q(22\bar{1})$, $r(20\bar{1})$

Combinazioni rinvenute:

pr , prq .

Angoli	Calcolati	Misurati		
		medie	n	limiti
$pp' = 221 : \bar{2}21$	*	82°34'	5	82°29' — 82°43'
$pq = 221 : 22\bar{1}$	37°54'	37 39	7	37 06 — 38 11
$pr = 221 : 20\bar{1}$	*	70 28	8	70 07 — 70 35
$qp' = 22\bar{1} : \bar{2}21$	69 08	69 03	8	68 46 — 69 30
$qr = 22\bar{1} : 20\bar{1}$	*	49 39	7	49 02 — 49 43

I cristalli si presentano in forma di romboedri acuti, giallo di zolfo, traslucidi e fragilissimi. Sono ordinariamente formati dall' unione di più cristalli orientati parallelamente in modo da risultare un cristallo grande con le facce a tramoggia. Le facce p ed r si mostrano sempre e si prestano mediocremente alle misure goniometriche; le facce q invece si presentano raramente, sono molto piccole e poco nitide. Le misure riportate

sono quelle ritenute come le più attendibili nell'esame di un grande numero di cristalli.

Sfaldatura non osservata. Il materiale avuto in esame non si prestava alle ricerche ottiche.

Determinazione del peso molecolare.

Venne eseguita col metodo ebullioscopio in soluzione di acido acetico, che, anche all' ebollizione, non reagisce punto coll' immide. Costante adoperata nel calcolo: 25,3.

	Concentrazione	Innalzamento termometrico	Coefficiente d'innalzamento	Peso molecolare trovato	Innalz. molec. per l'immide (P.M.=257,2)
I.	0.9922	0°,085	0,0857	295	22,0
II.	1,992	0°,18	0,0904	280	23,2

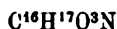
Analisi elementare.

I. g. 0.2198 di sostanza dettero g. 0,5585 CO^2 e g. 0,1133 H^2O.

II. g. 0.2289 di sostanza fornirono (secondo il metodo Kjeldahl) l'ammoniaca corrispondente a cc. 8.7 di ac. solforico $\frac{N}{10}$, cioè a g. 0,01218 di N.

Trovato		Calcolato per $C^{15}H^{15}O^3N$
C = 69,30	—	69,99
H = 5,77	—	5,89
N = —	5,32	5,46

p. etossifenil Δ_1 idroftalimmide

$C^{16}H^{17}O^3N$

Preparazione. Si forma mescolando assieme soluzioni alcooliche di quantità equimolecolari di anidride Δ_1 idroftalica e di p. fenetidina e facendo bollire il liquido. La massa cristallina ottenuta, essendo un pò bruna, venne purificata per cristallizzazione dall'acido acetico prima e poi dall' alcool.

Caratteri fisici. Si presenta in aghi di color bianco-paglierino, che fondono ai 137°, ingiallendo prima di fondere.

Solventi. Si scioglie facilmente a caldo in alcool, etere, benzolo; è solubilissima nell' acetone. Dà alle soluzioni nei primi tre solventi una colorazione giallo-canarina e giallo-aranciata nell' acetone. É insolubile in soluzione di carbonato sodico, analogamente alle altre immidi sopradescritte.

Analisi elementare.

I. g. 0,2341 di sostanza dettero g. 0,6048 CO^2 e g. 0,1247 H^2O.

II. g. 0 2177 di sostanza fornirono (secondo il metodo Kjeldahl) l' NH^3 corrispondente a cc. 7,85 di ac. solforico $\frac{N}{10}$, cioè a g. 0,01099 di N.

	Trovato I.	Trovato II.	Calcolato per $C^{16}H^{17}O^{2}N$
C =	70,46	—	70,79
H =	5,96	—	6,33
N =	—	5,05	5,19

Tabella riassuntiva delle immidi

Immidi	Colore	Punto di fusione
a) Immidi ftaliche:		
fenil-ftalimmide simmetrica	bianco	203°
» » asimmetrica	id.	218° (**Kuhara e Fukui: 1901**)
p. ossifenil-ftalimmide	id.	287°-288°
p. metossifenil- » forma α	id.	162°
id. » forma β	giallo	162°
p. etossifenil- » forma α	bianco	206°,5
id. » forma β	giallo	206°,5
b) Immidi Δ_1 idroftaliche		
fenil-Δ_1 idroftalimmide	bianco	137°
p. ossifenil- »	giallo	178°
p. metossifenil- » forma α	bianco	95°
id. » forma β	giallo	108°
p. etossifenil- »	bianco-paglierino	137°

Osservazione: Anche per le immidi è da notarsi la corrispondenza nelle temperature di fusione dei composti delle due serie; la temperatura di fusione è più elevata nei derivati p. ossifenilici, più bassa nei p. metossifenilici, ed eguale o assai prossima nei derivati fenilici e p. etossifenilici delle singole serie.

CONCLUSIONI

Prescindendo da possibili configurazioni dipendenti dal doppio legame fra carbonio ed azoto, ai derivati ammidati descritti in questa NOTA si possono riferire le seguenti formole di struttura:

a) Acidi:

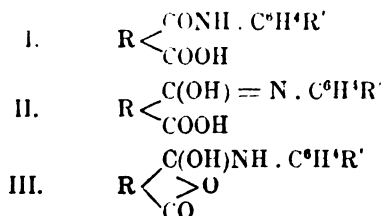
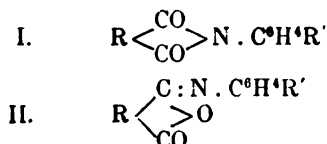
I. $R<^{CONH\,.\,C^6H^4R'}_{COOH}$

II. $R<^{C(OH)=N\,.\,C^6H^4R'}_{COOH}$

III. $R\langle^{C(OH)NH\,.\,C^6H^4R'}_{CO}\rangle O$

b) Immidi:

I. $R<^{CO}_{CO}>N\,.\,C^6H^4R'$

II. $R\langle^{C:N\,.\,C^6H^4R'}_{CO}\rangle O$

Riguardo agli acidi, la forma III è poco probabile poichè i composti isolati decompongono facilmente i carbonati e delle due forme I (*aldolica*) e II (*enolica*) non si separò che una sola, la quale è *bianca* e le compete con probabilità la forma I, più stabile [1]).

È da presumere però che esista nella maggior parte dei casi in soluzione anche la forma tautomera (*enolica*), poichè il cloruro ferrico nel liquido dà subito o dopo qualche tempo, una colorazione violetta o rosso vinosa.

Riguardo alle immidi i dati sin quì raccolti non permettono conclusioni definitive. Le forme simmetriche ed asimmetriche descritte nella letteratura presentano non solo lo stesso colore, ma i punti di fusione sono spesso abbastanza distanti fra loro come risulta dal seguente specchietto:

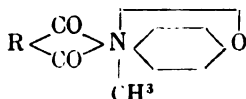
	Forma simmetrica	Forma asimmetrica		
metilcanforimmide	40°-42°	(α) 134°-135°	(β) 85°-86°,5	Hoogewerff e van Dorp (1893-94)
etil »	47°-48°	80°-82°		
benzil »	58°-62°	63°-66°		
metilftalimmide	132°	76°,5-78°,5		
benzil »	115°-116°	81°-81°,5		
fenil »	203°	218°		Kuhara e Fukui (1901)
o. totil »	197°	201°		

[1]) L'acido ftalammico ordinario, secondo **Kuhara** e **Fukui** (Amer. Chem. Journ. XXVI, 454) contiene il gruppo immidico poichè dà un composto nitroso.

Inoltre non venne in esse osservata una reciproca trasformazione delle due forme ma soltanto il passaggio mediante il calore della forma asimmetrica (labile) a quella simmetrica (stabile).

Invece nei casi che abbiamo quì riferito di immidi bianche e gialle i punti di fusione sono assai prossimi, ed una forma passa così facilmente nell'altra, anche nei solventi neutri, che non abbiamo trovato sino ad ora reazioni chimiche differenziali da poter utilizzare per lo studio della loro costituzione. Di *tautomeria* in queste immidi non è il caso di parlare non essendovi idrogeno mobile e di *polimeria* neppure poichè i pesi molecolari determinati per via crioscopica delle forme bianche e per via ebullioscopica di quelle gialle si mostrarono identici.

Il passaggio per trasposizione del metile alla forma chinonica:

$$R<^{CO}_{CO}>\underset{CH^3}{N}<\quad>O$$

sembra pure assai poco probabile, tanto più che dalla metossifenilftalimmide non siamo riusciti a preparare un ossima.

Perciò per le immidi *bianche* e *gialle* più che ad una diversità di struttura chimica si potrebbe pensare a casi di *dimorfismo* analoghi p e. a quelli che presentano il benzofenone, lo zolfo, ecc. e le determinazioni dilatometriche eseguite col derivato idroftalico dell'anisidina parlerebbero anche in favore di questa veduta, se essa si potesse però mettere d'accordo col fatto, frequentemente osservato, che la trasformazione delle forme bianche in gialle avviene anche in soluzione e si manifesta per il colorito giallo che assume il liquido; fenomeno che nel caso della p-metossifenilidroftalimmide ha luogo anche a temperatura molto inferiore a quella di trasformazione determinata col dilatometro.

Ci riserviamo con ulteriori indagini di decidere questa interessante questione.

Napoli, Istituto chimico-farmaceutico, 1° Dicembre 1902.

Rapporto *sulla Nota del dottor* A. Pilo.

(Adunanza del dì 13 Dicembre 1902)

Il dottor Pilo si è occupato della preparazione delle anidridi e degli eteri fenici degli acidi ortocresolglicolico, ortocresolcinnamico e metanitrocinnamico, descrivendo delle nuove sostanze ottenute le principali proprietà.

La vostra commissione vi propone la pubblicazione della nota nel Rendiconto.

A. Piutti
E. Scacchi
A. Oglialoro, *relatore.*

Su di alcune anidridi ed alcuni eteri fenici; *Nota del dott.* Antonio Pilo.

(Adunanza del dì 8 Novembre 1902)

Proponendomi di studiare le anidridi, gli eteri fenici dell'acido ortocresolglicolico, ortocresolcinnamico e metanitrocinnamico e di trasformare in indoni gli ultimi due, mi sono anche avvalso del metodo consigliato dalla Dott. Bakunin [1]) fondato sull'uso dell'anidride fosforica sui corpi disciolti in solvente neutro, e che è stato per altri casi sperimentato fin' ora con successo.

I prodotti ottenuti con l'acido ortocresolglicolico hanno disgraziatamente conservato tutti lo stato liquido resinoso, anche se lungamente lasciati in riposo; nè mi è stato possibile, malgrado ripetuti tentativi, ottenerli in uno stato di purezza tale, da permettermene lo studio.

Anche i derivati degli altri due hanno presentato delle difficoltà sia nella preparazione, data la poca solubilità dei due acidi, sia nella purificazione tendendo parecchi fra essi a conservare lo stato liquido. Pur tuttavia con alcuni derivati ho potuto raggiungere dei risultati soddisfacenti, che saranno riassunti nel presente lavoro.

Ho cominciato col preparare allo stato di perfetta purezza i tre acidi giusta le indicazioni di Oglialoro e Cannone [2]) per l'acido ortocresolglicolico; Oglialoro e Forte [3]) per l' acido ortocresolcinnamico; R. Schiff [4]) per l'acido metanitrocinnamico.

---

[1]) Napoli, R. Accademia delle scienze fis. e mat., vol. X, ser. 2ª, n. 11.
Idem, *Sulla eterificazione di acidi con fenoli.* Vol. X, ser. 2ª, n. 4.

[2]) Gazz. Chimica, 1888, pag. 511.

[3]) Gazz. Chimica, 1890, pag. 505.

[4]) Gazz. Chimica, 1878, pag. 294.

Acido Ortocresolglicolico

Questo acido fu preparato partendo da quantità equimolecolari di ortocresol e acido monocloroacetico seguendo in tutto il processo indicato dagli autori.

L'acido ortocresolglicolico cristallizzato prima dall'acqua poi da una miscela idroalcoolica fonde a 151°-52°.

Acido Ortocresolcinnamico

Gli autori nel preparare la prima volta questo acido scaldando a 160° quantità equimolecolari di ortocresolglicolato sodico ed aldeide benzoica in presenza di anidride acetica, consigliavano una temperatura più bassa (bagno di acqua salata) con la aperanza di ovviare all' inconveniente dell' eccessiva produzione di materia resinosa. Intanto siccome in alcune ricerche fatte dalla Dott. Bakunin per casi analoghi è stata dimostrata l' influenza che possono avere le condizioni dello scaldamento, ho creduto utile studiare tale influenza anche nel presente caso stabilendo dei paralleli con lo scaldare eguali quantità dei prodotti a diverse temperature, sia in atmosfera di aria, che di CO_2, secondo il citato lavoro.

Omettendo i dettagli del processo di preparazione dato dagli autori, dirò solo che avendo esperimentato il riscaldamento della miscela di ortocresolglicolato sodico, aldeide benzoica in quantità equimolecolare, in presenza di anidride acetica in eccesso, a 100°-120° per 5 giorni a 140°-150° per 6 a 160° per 7 ore, con e senza corrente di CO_2, potetti osservare che la corrente di CO_2, non contribuisce notevolmente nella diminuzione della produzione di sostanza resinosa amorfa rosso bruna; che la temperatura a 160°, determina la formazione di un prodotto p. f. 130° non ancora da me studiato; che a 100° e 140° rimane buona parte del fenolglicolato inalterato, ricavandosi da 10 gr. del sale gr. 1,5 di ortocresolcinnamico nel primo caso, e gr. 2,75 nel secondo.

Credetti per le mie prime esperienze ricorrere al riscaldamento a 140°, salvo a studiare in seguito il riscaldamento a temperatura superiore ed il prodotto fusibile a 130°, che in quelle condizioni pare che si formi.

Acido Metanitrocinnamico

La sua preparazione fu attuata scaldando per 6 ore a 140°-150° quantità equimolecolari di aldeide metanitrobenzoica e acetato sodico in presenza di anidride in eccesso. Il miscuglio si rapprese dopo raffreddamento in una massa solida giallo-rossiccia cristallina.

Bollito prima in piccola quantità di acqua e quindi precipitato con un eccesso della stessa si separò in forma di sostanza polverosa quasi bianca. Trattando questa con una soluzione di carbonato sodico, rimase indisciolta una porzione oleosa, che ho messa da parte per ulteriori studi

limitandomi per ora ad ottenere l'acido metanitrocinnamico dalla soluzione sodica, prima purificata con 3 estrazioni eteree.

L'acido ottenuto era bianchissimo, fusibile a 190°-93°. Il punto di fusione si innalzò cristallizzando l'acido grezzo dall'alcool, dal quale si deposita in aghi bianchi fondenti a 195°-96°, mentre l'acido che si ricava dalle acque madri fonde ad una temperatura più bassa 170°-72° ed anche al disotto. Per questo caso sono instituite esperienze per studiare la natura degli altri prodotti che si formano in questa preparazione.

Anidride dell'acido Ortocresolglicolico

Ne tentai la preparazione usando nei saggi varii solventi, ma come ho accennato innanzi, l'anidride formatasi tende a mantenersi liquida resinosa, ed è perciò difficilmente purificabile. Solo in minime porzioni son riuscito ad isolare una sostanza cristallina, il cui punto di fusione oscillava tra 55° e 67°; ma che a causa delle su indicate difficoltà non ho potuto più oltre studiare.

Anidride dell'acido Ortocresolcinnamico

L'acido ortocresolcinnamico fus. a 168° previamente essiccato, sciolto in benzina, prima resa anidra con P_2O_5, fu scaldato per breve tempo, o a moderata temperatura, o innalzandola sino ad ebollizione del solvente, in presenza di P_2O_5 che si avea cura di aggiungere a piccole porzioni.

L'anidride si forma in ogni caso in notevole quantità; essa resta disciolta nel solvente colorandolo in giallo-arancio. Evaporato o distillato quest'ultimo, l'anidride si separa in uno stato oleoso ma che non tarda a solidificarsi.

La massa fosforica diventa di un rosso-vivo o di un rosso-bruno più o meno intenso a seconda dell'elevamento di temperatura, e mentre la colorazione rossa avutasi a temperatura più bassa scompare per addizione di acqua che diviene lattescente, quella a temperatura più elevata permane, anche dopo addizione di acqua. Lasciando però a spontaneo riposo il liquido, la colorazione delle acque sparisce e sulle pareti e sul fondo del recipiente si raccolgono piccole quantità di sostanza di un rosso cupo.

Questo prodotto rosso è solubile, l'alcool eccettuato, negli ordinari solventi in grado minore dell'anidride, ma da nessuno di essi cristallizza e non si può per ciò purificare. Esso si trasforma rapidamente in un prodotto giallo amorfo anch'esso non cristallizzabile dagli ordinari solventi perchè tende a separarsene allo stato liquido.

Queste esperienze per essere state fatte su quantità molto piccole di materiale meritano migliore conferma. Solo è da notarsi che la formazione del corpo rosso e la sua trasformazione in corpo giallo ha grande rassomiglianza al comportamento del fenilindone, che rapidamente si trasforma nel feniltruxone.

Potrebbe quindi trattarsi di corpi di natura analoga. Data l'insolubilità di questa sostanza rossa nell'alcool ho potuto con questo solvente purificare l'anidride. Ma questa se ne separa sempre allo stato semifluido e vischioso: se però questo deposito viene ridisciolto a caldo in acetone si riesce a liberarlo da ogni possibile impurezza e ad averlo per raffreddamento cristallizzato in mammelloncini costituiti da aghetti gialli fusibili a 110°-112°.

Lo stesso punto di fusione e l'aspetto degli aghetti si conserva cristallizzando il prodotto dall' etere di petrolio, nel quale è quasi egualmente solubile a caldo ed a freddo.

Fattane l'analisi si ebbe:

Da gr. 0,2655 di sostanza: gr. 0,7463 di CO_2, gr. 0,1441 di H_2O, e perciò °/₀

$$C = 77,04 \quad ; \quad H = 6,00$$

La teoria per $(C_{18}H_{17}O_2)_2O$

$$C = 77\ \%\quad ; \quad H = 5,7\ \%.$$

Anidride dell' acido Metanitrocinnamico

L'anidride di questo acido non era stata ancora preparata, solo del p-nitrocinnamico il Chiozza dice di aver ottenuta l'anidride per azione del $POCl_3$ sul sale potassico dell'acido nitrocinnamico; ma nè all'aspetto, nè al punto di fusione di quest'anidride accennò, perchè la poca solubilità di essa nell'etere non gliene permetteva la purificazione, nè pare fosse riuscito a liberarla dalle tracce di acido nitrocinnamico al quale si accompagna.

Fatto un saggio in piccolo sciogliendo l'acido metanitrocinnamico in benzina o in cloroformio si ebbe dopo addizione di P_2O_5 la completa trasformazione dell'acido nell'anidride, che cristallizzata dall'acetone fuse a 196°-97° come l'acido. Temendo si trattasse di acido inalterato si cercò di far reagire il prodotto con una soluzione di Na_2CO_3, che si mostrò senz'azione su di esso.

Peraltro questa identità dei punti di fusione dell' anidride e dell'acido non è nuova, così l'anidride dell'acido cinnamico e l'acido cinnamico fondono ambedue a 133°.

La poca solubilità dell' acido metanitrocinnamico nei solventi adatti rendeva incresciosa la preparazione di notevole quantità di materiale e perciò mi condusse a tentaro dei mezzi sperimentali che potessero supplire all' incomodo impiego di quantità notevoli di solvente.

Ho impiegato anzitutto un apparecchio estrattore del Soxhlet ponendo nel matraccio opportuna quantità di benzina e di anidride fosforica e nel tubo estrattore, innestato al matraccio, l'acido contenuto in un sacchetto di carta da filtro. Si ha con questo apparecchio la reazione a ciclo

continuo, ma tale artifizio si rivelò in pratica addirittura inefficace, perchè la prolungata permanenza dell'anidride sulla P_2O_5 alla temperatura di ebollizione del solvente la trasformò completamente in prodotti resinosi liquidi nerastri, dei quali fu impossibile lo studio.

Questo risultato non buono è peraltro in perfetto accordo con quanto la Bakunin osserva nei due lavori citati a proposito dei riscaldamenti prolungati con P_2O_5.

Convenne allora ricorrere ad altro artifizio. In un bicchiere Beker si poneva un eccesso di acido con una certa quantità di solvente. Saturato questo, a caldo, di acido metanitrocinnamico, lo si decantava in un altro bicchiere nel quale si faceva agire la P_2O_5 senza ulteriore riscaldamento. Quando la massa fosforica assumeva la tinta giallo-rossastra, la benzina veniva nuovamente decantata nel primo bicchiere contenente acido metanitrocinnamico scaldando in modo da saturare il solvente di nuovo acido, e la soluzione si riversava nel bicchiere con l'anidride, continuando successivamente sino a completa soluzione dell'acido. Così operando ottenni quantità sufficienti di anidride che cristallizzata dall'acetone fonde, come ho detto, a 196°-97°.

All' analisi la sostanza brucia assai male, tanto che da una prima combustione, come si vede, ottenni una percentuale assai bassa in C; ed anche curandone la intima mescolanza con il CuO e facendo passare una prolungata corrente di ossigeno (al che si deve il sensibile eccesso di H), giunsi con difficoltà a bruciare il deposito di carbone che tende a formarsi sulle pareti della canna.

I risultati ottenuti furono i seguenti:

Da gr. 0,1616 di sostanza: gr. 0,3301 di CO_2, gr. 0,0540 di H_2O, e quindi:

$$C = 55,6\ \%$$
$$H = 3,7\ \%$$

Da gr. 0,1761 di sostanza: gr. 0,3750 di CO_2, gr. 0,0598 di H_2O, e quindi:

$$C = 58,12\ \%$$
$$H = 3,77\ \%$$

La teoria vuole per $(C_9H_7NO_4)_2O$:

$$C = 58,69\ \% \quad ; \quad H = 3,26\ \% .$$

PRODOTTI COL FENOLO

Mi parve non privo di interesse estendere ai su detti acidi l' applicazione della P_2O_5 consigliato dalla Bakunin per la preparazione di taluni eteri fenici allo scopo di generalizzare sempre più il metodo citato e studiai perciò i seguenti prodotti:

Etere dell'acido ortocresolglicolico

Sperimentati la benzina, il cloroformio, il toluene ho adottato la benzina come il solvente più adatto. In esso l'acido si scioglie abbastanza bene a caldo, e l'addizione di fenolo ne aumenta la solubilità.

La P_2O_5 prende una bella colorazione rossa che passa poi al brunoscuro, mentre il solvente si colora in gialletto e per evaporazione lascia un residuo oleoso che ho tentato di purificare sia trattandolo con Na_2CO_3 in soluzione non concentrata a caldo ed a freddo, sia con alcool ma non sono riuscito ad isolare dalla massa alcuna sostanza cristallizzata, ma sempre dei prodotti oleosi più o meno sporchi.

Etere dell'acido ortocresolcinnamico

Questo etere fu preparato nella benzina da quantità equimolecolari di acido ortocresolcinnamico e fenolo riscaldati lievemente in presenza di un eccesso di P_2O_5. La reazione è assai viva. Per evaporazione del solvente si ha una massa liquida che fu separata dalla massa fosforica. Sia questa che quella furono trattate con Na_2CO_3 in soluzione diluita, e quando il fenolo non combinato fu completamente eliminato, l'etere si solidificò e cristallizzò dall'alcool in forma di polvere cristallina di color gialletto-paglierino fondente a 67°-69°.

Da gr. 0,1905 di sostanza: gr. 0,5586 di CO_2, gr. 0,1011 di H_2O, e quindi:

$$C = 79,96\ \% \quad ; \quad H = 5,89\ \%$$

La teoria vuole per $C_{22}H_{18}O_3$:

$$C = 80,00\ \% \quad ; \quad H = 5,45\ \%$$

Etere dell'acido metanitrocinnamico

La presenza dei fenoli in genere aumenta la solubilità dell' ac. metanitrocinnamico.

L'etere fenolico fu preparato partendo da quantità equimolecolari dei prodotti disciolti in benzina scaldati ed addizionati di P_2O_5.

Distillato il solvente, purificato con acqua e Na_2CO_3 il residuo, lo si cristallizzò dall'alcool dal quale si depositò in aghetti bianchi fusibili a 125°, dopo essersi rammolliti alquanto a 119°.

Si ebbe da gr. 0,1635 di sostanza: gr. 0,3978 di CO_2, gr. 0,0608 di H_2O, e quindi:

$$C = 66,34\ \%$$
$$H = 4,13\ \%$$

da gr. 0,2376 di sostanza: gr. 0,5892 di CO_2, gr. 0,0985 di H_2O, e quindi:

$$C = 67,55\ \%$$
$$H = 4.14\ \%$$

La teoria vuole per $C_{16}H_{11}NO_4$:

$$C = 66,91\ \%$$
$$H = 4,09\ \%$$

benchè i risultati delle combustioni lascino a desiderare, pure concordano a sufficienza con la percentuale richiesta dall'etere, e lasciano supporre trattarsi appunto di quest' ultimo, non ben purificato per deficienza di materiale.

PRODOTTI CON L'ORTOCRESOL

Etere dell'acido ortocresolglicolice

Anche quest' etere pare non solidifichi, sebbene si formò facilmente per azione della P_2O_5 sulla mescolanza di acido e di ortocresol. Liberato dal solvente e purificato con soluzione di Na_2CO_3 si ebbe sempre allo stato oleoso, malgrado i vari tentativi fatti con i diversi solventi per averlo cristallizzato.

Eteri dell'acido ortocresolcinnamico

La reazione con P_2O_5 sull'acido ortocresolcinnamico e sull'ortocresolo disciolti in benzina, si compie bene. L' etere liberato dalla massa fosforica e dal solvente, purificato con soluzione di Na_2CO_3, tende a restar liquido, raffreddandolo però rapidamente con corrente di acqua a 14° si solidifica, cristallizzandolo dall'alcool si ottiene in aghi gialletti fondenti a 98°-99°.

Da gr. 0,2898 di sostanza: gr. 0,8898 di CO_2, gr. 0,1704 di H_2O, e quindi:

$$C = 80,36\ \% \quad ; \quad H = 6,19\ \%$$

La teoria vuole per $C_{23}H_{20}O_2$:

$$C = 80,23\ \% \quad ; \quad H = 5,81\ \%$$

Etere dell'acido metanitrocinnamico

Come per l'anidride anche per la preparazione di questo e degli altri eteri dell' acido metanitrocinnamico mi servii, per ovviare alla poca solubilità dell'acido, della decantazione successiva ed alternata del solvente sull'acido e ortocresolo uniti e sulla massa fosforica.

Distillato il solvente, purificato il prodotto con Na_2CO_3, si ebbe l'etere solido, che cristallizzato dall' alcool si presentò in aghetti rombici bianco-gialletti fondenti a 85°-87°.

Da gr. 0,1857 di sostanza: gr. 0,4601 di CO_2, gr. 0,0737 di H_2O, e quindi:

$$C = 67,59\ \% \quad ; \quad H = 4,51\ \%$$

La teoria vuole per $C_{16}H_{13}NO_4$:

$$C = 67.84\ \% \quad ; \quad H = 4.8\ \%$$

PRODOTTI COL METACRESOL

Etere dell' acido ortocresolglicolico

Come l'etere isomero anche questo, preparato con P_2O_5 in benzina dal metacresol e dall'acido ortocresolglicolico e purificato con carbonato sodico, non si potette avere solido, presentandosi sempre oleoso di color giallo.

Etere dell'acido ortocresolcinnamico

Al principio anche questo etere, ottenuto dal metacresol e acido ortocresolcinnamico, si presenta liquido anche dopo la purificazione con Na_2CO_3. Ma raffreddato con acqua corrente a 12° l'ebbi solido e cristallizzò dall'alcool in aghetti gialli fondenti a 57°-59°.

Da gr. 0,4034 di sostanza: gr. 1,2082 di CO_2, gr. 0,2360 di H_2O, e quindi:

$$C = 80,16\ \% \quad ; \quad H = 6,49\ \%$$

Etere dell' acido metanitrocinnamico

Si ottiene solido immediatamente e venne preparato in benzina in modo analogo al suo isomero orto.

Dall'alcool cristallizzò in mammelloncini costituiti di aghetti sottilissimi bianchi fondenti a 74°-76°.

Da gr. 0,1725 di sostanza: gr. 0,4278 di CO_2, gr. 0,0674 di H_2O, e quindi:

$$C = 67,63\ \% \quad ; \quad H = 4,34\ \% .$$

PRODOTTI COL PARACRESOL

Etere dell' acido ortocresolglicolico

Esso si forma facilmente come i suoi isomeri e col medesimo metodo, e come quelli conserva lo stato oleoso.

Etere dell'acido ortocresolcinnamico

Anche questo etere, benchè preparato nelle medesime condizioni dei suoi isomeri, non si potè ottenere allo stato solido, malgrado il rapido raffreddamento esperimentato con successo per i suoi isomeri orto e meta, ed i successivi tentativi di cristallizzazione.

Etere dell'acido metanitrocinnamico

La preparazione di questo si compie benissimo con le stesse modalità seguite per gli isomeri. Purificato con Na_2CO_3, cristallizzato da alcool si ebbe in aghetti bianchi fondenti a 91°-92°.

Da gr. 0,1823 di sostanza: gr. 0,4522 di CO_2, gr. 0,0824 di H_2O, e quindi:

$$C = 67,6\ \% \quad ; \quad H = 5,01\ \% .$$

Altri eteri dei suddetti acidi con altri fenoli sono in corso di preparazione e formeranno oggetto di note successive.

RAPPORTO *sulla Nota del dottor* M. Di Gaetano.

(Adunanza del dì 13 Dicembre 1902)

Il dottor Di Gaetano ha studiato la preparazione delle anidridi e degli eteri fenici degli acidi paracresolglicolico e paracresolcinnamico e descrive la proprietà delle sostanze che ha potuto ottenere.

La vostra commissione vi propone la pubblicazione della nota nel Rendiconto.

A. PIUTTI
E. SCACCHI
A. OGLIALORO, *relatore.*

NUOVI DERIVATI DEGLI ACIDI PARACRESOLGLICOLICO E PARACRESOLCINNAMICO; *Nota del dottor* **Mariano di Gaetano.**

(Adunanza del dì 8 Novembre 1902)

Proponendomi di studiare le anidridi e gli eteri fenici degli acidi paracresolglicolico e paracresolcinnamico onde estendere anche a questi acidi quanto risulta dalle ricerche fatte in questo stesso Istituto dalla signora dott. M. Bakunin [1]), ho preparato l'acido paracresolglicolico di Gabriel [2]) dall'acido monocloroacetico e dal paracresol purissimo, ed in seguito ho fatto reagire una porzione di questo acido con aldeide benzoica ed anidride acetica, secondo le indicazioni del prof. Oglialoro e Forte [3]) per preparare dell'acido paracresolcinnamico.

Dopo essermi assicurato della identità dei prodotti ottenuti son passato a prepararne i seguenti derivati, che formano oggetto del presente lavoro.

I.

PRODOTTI DELL'ACIDO PARACRESOLGLICOLICO

Anidride

In questa preparazione, come pure per quella degli eteri fenici, ho applicato il procedimento suggerito dalla dott. Bakunin, cioè l'azione dell'anidride fosforica sull'acido sciolto in solvente opportuno, da solo per l'anidride e mescolato con i diversi fenoli per gli eteri fenici. Ho adoperato in quasi tutte le mie preparazioni come solvente la benzina, con la quale si ottengono dei buoni risultati, e talora il cloroformio.

L'acido paracresolglicolico, previamente essiccato, si sciolse a caldo in cloroformio ed alla soluzione ancora calda si aggiunse anidride fosforica a piccole porzioni ed agitando continuamente. Dapprima compariscono dei punti gialli, che subito scompariscono, e la massa fosforica si mantiene quasi bianca. Decantato il liquido cloroformico di color gialletto e distillato, si ebbe un residuo bianco, che, come la massa fosforica, si sciolse completamente in soluzione fredda di carbonato sodico, senza lasciare alcun residuo che potesse considerarsi come l'anidride cercata.

---

[1]) *Sulla eterificazione di acidi con fenoli.* Atti della R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli, 1901, vol. XI-2, n. 4. — *Sul nuovo metodo per la preparazione delle anidridi ed eteri.* Ibid.

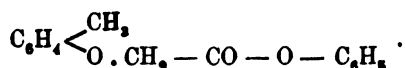
[2]) Gazz. Chim., pag. 511 O. e C. *Su l'ac. o-cresolglicolico.*

[3]) Gazz. Chim., 1890, p. 510.

Se si sostituisce la benzina al cloroformio, si ha dapprima colorazione rossiccia sino a rosso-arancio; e separando la benzina e distillandola, essa fornisce un residuo, che dopo trattamento con carbonato sodico si presenta vischioso, di color rosso mattone scuro, come quello che si ottiene analogamente dalla massa fosforica. Tali prodotti non solidificano, nè col tempo, nè per raffreddamento con neve e non si riesce a cristallizzarli con diversi solventi, come acetone, benzina, alcool, etere.

Nè migliori risultati si hanno adoperando come solvente il toluene e variando in diverse guise la temperatura e la tecnica dell'operazione, nonchè la quantità di anidride fosforica aggiunta; cosicchè è da conchiudersi che, anche ammettendo la formazione dell'anidride, questa è sempre accompagnata da altri prodotti, che ne impediscono la purificazione e quindi l'identificazione.

Etere fenolico

$$C_6H_4<^{CH_3}_{O\,.\,CH_2 - CO - O - C_6H_5}$$

Sciogliendo pesi equimolecolari di acido paracresolglicolico e fenolo in benzina e trattando la soluzione con anidride fosforica, il liquido si colora in paglierino e la massa fosforica in rosso carminio. Dopo i soliti trattamenti — cioè separazione e distillazione del liquido benzinico e trattamento del residuo con soluzione di carbonato sodico — si ha l'etere, che purificato, cristallizzandolo dall' alcool acquoso bollente, si presenta sotto forma di laminette splendenti di color giallo-aranciato, che fondono a 60°-61° e sono solubili in alcool, benzina, cloroformio, pochissimo in etere.

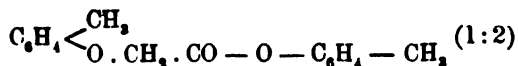
Fattane l'analisi, si ebbe:

Gr. 0,167 di sostanza diedero gr. 0,090 di H_2O e gr. 0,455 di CO_2.

E calcolando per cento, si ha:

Trovato	Calcolato per $C_{15}H_{14}O_3$
H = 5,98	H = 5,78
C = 74,25	C = 74,38

Etere ortocresolico

$$C_6H_4<^{CH_3}_{O\,.\,CH_2\,.\,CO - O - C_6H_4 - CH_3}\ (1:2)$$

Operando come per l'etere precedente, il liquido benzinico si colora prima in verde e poi in rosso mattone e la massa fosforica in rosso scuro.

Il residuo della distillazione del liquido benzinico dopo trattamento con carbonato sodico si solidifica difficilmente in una massa gialletta, che purificata, cristallizzandola dall'alcool bollente, si presenta in belle pagliette bianche, che fondono a 265°-67°.

Sono solubili in alcool, discretamente solubili in benzina e cloroformio, poco in etere.

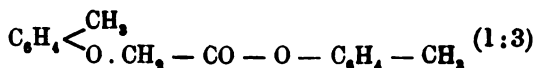
Fattasi l'analisi, si ebbero da:

Gr. 0,239 di sostanza gr. 0,137 di H_2O e gr. 0,659 di CO_2.

Quindi, calcolando per cento, si ha:

Trovato	Calcolato per $C_{16}H_{16}O_3$
H = 6,36	H = 6,25
C = 74,89	C = 75,00

Etere metacresolico

$$C_6H_4<^{CH_3}_{O.CH_2-CO-O-C_6H_4-CH_3}\ (1:3)$$

La massa fosforica si colora in rosso carminio ed il liquido benzinico in rossastro. Da questo si ottiene un residuo giallo che solidifica difficilmente. Purificato, cristallizzandolo dall'alcool bollente, si presenta in pagliette bianche fondenti a 76°-77°, solubili in alcool ed etere, solubilissimi in benzina e cloroformio.

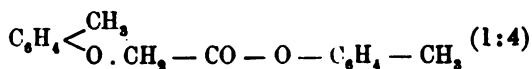
Fattane l'analisi, si ebbe:

Gr. 0,245 di sostanza diedero gr. 0,150 di H_2O e gr. 0,674 di CO_2.

Quindi calcolando per cento:

H = 6,77 C = 75,10

Etere paracresolico

$$C_6H_4<^{CH_3}_{O.CH_2-CO-O-C_6H_4-CH_3}\ (1:4)$$

Dei tre isomeri questo si forma più facilmente ed abbondante in bellissimi aghi gialletti, che purificati, cristallizzandoli dall'alcool bollente, si presentano in pagliette minutissime di color bianco che fondono a 123°.

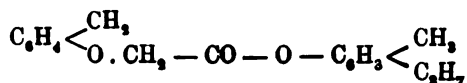
Sono solubili in alcool, solubilissimi in benzina e cloroformio, poco o nulla in etere.

Fattane l'analisi, si ebbe:

Gr. 0,257 di sostanza gr. 0,125 di H_2O e gr. 0,706 di CO_2 corrispondente per cento a:

H = 6,56 C = 74,90

Etere timolico

$$C_6H_4<^{CH_3}_{O.CH_2-CO-O-C_6H_3}<^{CH_3}_{C_3H_7}$$

Il liquido benzinico e la massa fosforica si colorano in giallo rossiccio.

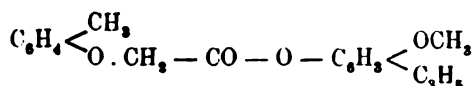
Il residuo ottenuto dal primo viene purificato cristallizzandolo dall'alcool bollente e si presenta in bellissime pagliette splendenti di color bianco-gialletto, che fondono a 275°. Sono solubili in alcool, molto in benzina e cloroformio, pochissimo in etere.

Da gr. 0,242 di sostanza si ebbero gr. 0,165 di H_2O e gr. 0,690 di CO_2.

E per cento:

Trovato	Calcolato per $C_{19}H_{22}O_3$
H = 7,46	H = 7,38
C = 76,73	C = 76,51

Etere eugenolico

$$C_6H_4<^{CH_3}_{O.CH_2-CO-O-C_6H_3<^{OCH_3}_{C_3H_5}}$$

La soluzione benzinica si colora in bruno e nello stesso colore la massa fosforica.

Si ottiene l'etere in cristalli giallo-bruni, e purificato dall'alcool si presenta in minutissimi cristalli bianco-gialletti che fondono a 281°.

È solubile in alcool e benzina, poco solubile in cloroformio, pochissimo in etere.

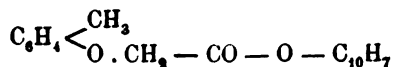
Fattasi l'analisi, si ebbe:

Da gr. 0,285 di sostanza gr. 0,111 di H_2O e gr. 0,500 di CO_2.

E quindi, calcolando per cento:

Trovato	Calcolato per $C_{19}H_{20}O_4$
H = 6,42	H = 6,41
C = 73,51	C = 73,07

Etere α-naftolico

$$C_6H_4<^{CH_3}_{O.CH_2-CO-O-C_{10}H_7}$$

Appena una colorazione giallo-arancio si manifesta nel liquido benzinico; la massa fosforica si colora in giallo.

Vien purificato l'etere formatosi dall'alcool acquoso e si presenta in pagliette splendenti rosso-giallo fondenti a 82°-83°.

È solubilissimo in alcool, benzina, cloroformio ed etere con colorazione gialletta.

Fattane l'analisi, si ebbe:

Da gr. 0,279 di sostanza gr. 0,150 di H_2O e gr. 0,800 di CO_2.

Quindi per cento:

Trovato	Calcolato per $C_{19}H_{16}O_3$
H = 5,73	H = 5,47
C = 78,13	C = 78,08

Etere β naftolico

L'etere formatosi vien purificato cristallizzandolo dall'alcool acquoso e si presenta in cristalli splendenti giallo-ocra, fondenti a 110°.

Solubilissimo in alcool, benzina, cloroformio ed etere con colorazione giallo-rossastra.

Da gr. 0,303 di sostanza si ebbe gr. 0,160 di H_2O e gr. 0,867 di CO_2.

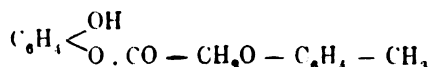
Da cui per cento:

$$H = 5.61 \qquad C = 78,28$$

Eteri pirocatechinici

Per la preparazione dell'etere monosostituito si fecero agire quantità equimolecolari d'acido e fenolo; per ottenere invece quello bisostituito si usarono quantità rispondenti ad una molecola di fenolo con due molecole di acido.

Etere monosostituito

$$C_6H_4<{OH \atop O.CO - CH_2O - C_6H_4 - CH_3}$$

La massa fosforica dapprima si colora in giallo, indi in rosso-arancio e finalmente in carminio con tendenza al rosso vinoso. L'etere ottenuto fu cristallizzato dall'alcool e si ebbero delle pagliette giallette fondenti a 114°-115°, solubili in alcool, benzina, molto in cloroformio ed etere.

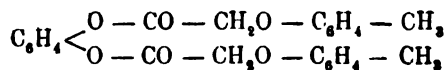
Fattane l'analisi, si ebbe:

Da gr. 0.290 di sostanza gr. 0,144 di H_2O e gr. 0,743 di CO_2.

Quindi calcolando per cento:

Trovato	Calcolato per $C_{15}H_{14}O_4$
H = 5,15	H = 5,42
C = 69,65	C = 69,76

Etere bisostituito

$$C_6H_4<{O - CO - CH_2O - C_6H_4 - CH_3 \atop O - CO - CH_2O - C_6H_4 - CH_3}$$

Viene purificato l'etere ottenuto cristallizzandolo dall'alcool e si presenta in minuti cristalli bianchi che fondono a 279°-280°.

È solubile in alcool, poco solubile in benzina e cloroformio, pochissimo in etere.

Da gr. 0,215 di sostanza si ebbero gr. 0,110 di H_2O e gr. 0,560 di CO_2.

Quindi si ha per cento:

Trovato	Calcolato per $C_{24}H_{22}O_8$
H = 5,67	H = 5,41
C = 70,69	C = 70,93

Eteri resorcinici

Etere monosostituito

Il liquido benzinico si colora in gialletto, la massa fosforica in giallo rossastro. Vien purificato l'etere dall'alcool bollente dal quale si ottiene in cristallini gialletti tendenti al rossastro, che fondono a 103°-104°.

Essi sono solubili in alcool, benzina, poco solubili in cloroformio, pochissimo in etere.

Da gr. 0,268 di sostanza si ottennero gr. 0,135 di H_2O e gr. 0,684 di CO_2.

Corrispondente per cento a

H = 5,59 C = 69,40

Etere bisostituito

L'etere viene purificato cristallizzandolo dall'alcool e si presenta in cristallini gialletti fondenti a 127°.

È solubile in alcool, benzina, cloroformio, quasi insolubile in etere.

Fattane l'analisi, si ebbe:

Da gr. 0,206 di sostanza gr. 0,108 di H_2O e gr. 0,536 di CO_2.

Quindi si ha per cento:

H = 5,82 C = 70,90

Eteri idrochinonici

Etere monosostituito

La massa fosforica si colora in rossastro e quindi in bruno-rossastro, il liquido benzinico in giallo-citrino. È purificato l'etere cristallizzandolo dall' alcool bollente dal quale si depone in cristallini gialli fondenti a 102°-103°.

Essi sono solubili in alcool, benzina e cloroformio, pochissimo solubili in etere.

Fattane l'analisi, si ebbe:

Da gr. 0,207 di sostanza gr. 0,105 di H_2O e gr. 0,538 di CO_2.

E quindi per cento si ha:

H = 5,60 C = 70,00

Etere bisostituito

L'etere si presenta in cristalli bianchi, che purificati, cristallizzandoli dall'alcool bollente, assumono una tinta lievemente gialla e che fondono a 123°. Sono solubili in alcool e benzina, solubilissimi in cloroformio, poco solubili in etere.

Fattane l'analisi, si ebbe:

Da gr. 0,198 di sostanza gr. 0,100 di H_2O e gr. 0,516 di CO_2.

E quindi per cento si ha:

H = 5,55 C = 70,70

Eteri pirogallolici

Per ottenere i tre diversi eteri mono-, bi- e trisostuitito previsti dalla teoria si adoperarono delle quantità corrispondenti ad una molecola di pirogallolo e rispettivamente una, due e tre molecole di acido, procedendo successivamente come per i primi derivati. In tutti e tre i casi però il prodotto finale ottenuto si presenta presso a poco dello stesso aspetto e purificatolo si hanno dei cristallini di color bianco sporco, che fondono a 279° e sono molto solubili in alcool, benzina e cloroformio, poco in etere.

Questi risultati fanno sospettare trattarsi di un unico prodotto che si forma qualunque sieno le condizioni in cui si mettono a reagire l'acido ed il pirogallolo, ciò che del resto è confermato, come si vedrà, anche dai risultati analitici che si ottennero separatamente coi tre singoli prodotti.

Infatti essi furono i seguenti:

1.° Nel tentativo fatto per l'etere monosostituito da gr. 0,246 di sostanza si ebbero gr. 0,120 di acqua e gr. 0,620 di anidride carbonica.

2.° In quello fatto per l'etere bisostituito si ebbero da gr. 0,202 di sostanza gr. 0,101 di acqua e gr. 0,516 di anidride carbonica.

3.° In quello per l'etere trisostituito, gr. 0,256 di sostanza fornirono gr. 0,126 di acqua e gr. 0,650 di anidride carbonica.

Cosicchè, calcolando per cento, si ha:

	1.	2.	3.
H=	5,40	5,44	5,35
C=	68,69	69,30	69,21

Mentre la teoria richiede:

	per l'et. monosost.	per l'et. bisost.	per l'et. trisost.
H=	5,01	5,21	5,26
C=	65,69	68,24	69,47

I quali risultati, salvo la deficienza di C, in vero un po' notevole per la prima, concordano tutti sensibilmente con i valori richiesti per l'etere trisostituito, e tutto induce a credere che si tratti veramente di tale prodotto in tutti i tre casi, specialmente se si tiene presente che la sua stabilità, dopo il trattamento alcalino, deve essere maggiore relativamente agli altri due, per la completa assenza di ossidrili fenici, e anche in altri casi analoghi si verifica presso a poco lo stesso, come risulta da altre ricerche simili eseguite in questo stesso Istituto.

II.

PRODOTTI DELL'ACIDO PARACRESOLCINNAMICO

Anidride

La formazione di quest'anidride presenta una certa difficoltà ed il suo rendimento è alquanto scarso. Procedendo però con opportune cautele nell'operazione, adoperando come solvente la benzina ed evitando con la massima cura l'influenza dell'umidità durante la preparazione, si riesce ad ottenere come prodotto finale una massa di consistenza vischiosa di color giallo sporco che dopo pochi giorni si solidifica.

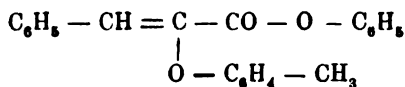
Vien purificata cristallizzandola dall'alcool bollente e si presenta in minuti cristalli bianco-gialletti fondenti a 119°, solubili in alcool, cloroformio, etere, solubilissimi in benzina.

Fattasi l'analisi, si ebbe:

Da gr. 0,182 di sostanza gr. 0,090 di acqua e gr. 0,523 di anidride carbonica, e quindi calcolando per cento:

	Trovato	Calcolato per $C_{32}H_{26}O_5$
H=	5,49	5,30
C=	78,02	78,36

Etere fenico

$$\begin{array}{l} C_6H_5 - CH = \underset{\displaystyle O - C_6H_4 - CH_3}{\underset{|}{C}} - CO - O - C_6H_5 \end{array}$$

La massa fosforica si colora in giallo e poi in giallo arancio, il liquido benzinico si colora in giallo intenso. Il residuo benzinico si presenta liquido, ma si rapprende subito in cristalli gialletti. Dopo trattamento con carbonato sodico, si ha un prodotto che, dopo alcuni giorni, si mostra formato di cristallini minuti aghiformi riuniti a ciuffetti di

color gialletto. Vengono purificati cristallizzandoli dall'alcool bollente ed allora si presentano bianchi fondenti a 115°-116°. Essi sono solubili in alcool, cloroformio, solubilissimi in benzina, pochissimo in etere.

Fattasi l'analisi, si ebbe:

Da gr. 0,204 di sostanza gr. 0,0805 di acqua e gr. 0,600 di anidride carbonica; quindi calcolando per cento:

	Trovato	Calcolato per $C_{22}H_{18}O_3$
H=	5.63	5.45
C=	79.90	79,99

Eteri cresolici

La massa fosforica si colora in rosso intenso, il liquido benzinico in rosso giallo. Questa colorazione si ebbe per tutti e tre gl' isomeri: orto, meta, para; ed il residuo benzinico, trattato con carbonato sodico, lascia in tutti tre i casi solo delle goccie oleose che separate opportunamente con etere e fatto evaporare l'etere danno residui che non si solidificano, anche dopo moltissimo tempo, in presenza di acido solforico.

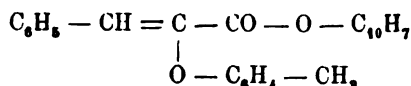
Etere timolico

Si presenta, come gli eteri cresolici, liquido e sottoposto all'identico trattamento permane in tale stato.

Etere eugenolico

Anche questo si presenta liquido.

Etere α-naftolico

$$C_6H_5 - CH = \underset{\displaystyle O - C_6H_4 - CH_3}{\underset{|}{C}} - CO - O - C_{10}H_7$$

L'etere si presenta gialletto, che purificato dall'alcool bollente si ottiene in cristalli gialli fondenti a 95°-96°.

È solubile in alcool ed etere, solubilissimo in cloroformio e benzina

Analizzato:

Gr. 0,209 di sostanza diedero gr. 0,102 di H_2O e gr. 0,629 di CO_2.

Quindi si ha per cento:

	Trovato	Calcolato per $C_{26}H_{20}O_3$
H=	5,40	5,26
C=	81,81	82,10

Etere β-naftolico

Il prodotto ottenuto viene purificato dall'alcool in cristalli minutissimi bianco-gialletti fondenti a 109°-110°.

È solubile in alcool, etere, solubilissimo in cloroformio e benzina.

Fattasi l'analisi si ebbe:

Gr. 0,225 di sostanza diedero gr. 0,109 di H_2O e gr. 0,678 di CO_2.

Quindi si ha per cento:

H=	5,37	C=	82,17

Eteri pirocatechinici

Etere monosostituito

Il prodotto purificato dall'alcool bollente si presenta in cristalli minutissimi bianco-gialletti fondenti a 149°.

Sono solubili in alcool, benzina, solubilissimi in etere e cloroformio.

Etere bisostituito

L'etere cristallizza dall'alcool bollente in cristalli giallo-sporchi tendenti al verde, che fondono a 126°.

Sono solubili in alcool, benzina, solubilissimi in etere e cloroformio.

Analizzato:

Da gr. 0,193 di sostanza si ebbero gr. 0,096 di H_2O e gr. 0,555 di CO_2.

E quindi calcolando per cento:

	Trovato		Calcolato per $C_{38}H_{30}O_6$
H=	6,49	H=	5,15
C=	78,24	C=	78,35

Eteri resorcinici

Etere monosostituito

L'etere formatosi vien purificato dall' alcool. Si presenta in cristalli gialletti fondenti a 153°.

È solubile in alcool, benzina, solubilissimo in cloroformio ed etere.

Etere bisostituito

Ho ottenuto l' etere purificato dall' alcool in cristalli gialli fondenti a 139°.

Essi sono solubili in alcool, etere, benzina, solubilissimi in cloroformio.

Eteri idrochinonici

Etere monosostituito

L'etere purificato dall'alcool si presenta in cristallini giallo-ocra fondenti a 145°.

È solubile in alcool, cloroformio ed etere, molto solubile in benzina.

Etere bisostituito

L'etere purificato dall'alcool si presenta in cristalli gialletti fondenti a 156°.

È solubile in alcool, etere, cloroformio, poco solubile in benzina.

Prodotti dell'acido paracresolglicolico

		P. di F.
Etere fenolico	$C_{15}H_{14}O_3$	60°
» o-cresolico	$C_{16}H_{16}O_3$	265°
» m-cresolico	$C_{16}H_{16}O_3$	76°
» p-cresolico	$C_{16}H_{16}O_3$	124°
» timolico	$C_{19}H_{22}O_3$	275°
» eugenolico	$C_{19}H_{20}O_4$	281°
» α-naftolico	$C_{19}H_{16}O_3$	82°
» β- »	$C_{19}H_{16}O_3$	110°
» pirocatechinico (monosostituito)	$C_{15}H_{14}O_4$	114°
» » (bisostituito)	$C_{24}H_{22}O_6$	279°
» resorcinico (monosostituito)	$C_{15}H_{14}O_4$	103°
» » (bisostituito)	$C_{24}H_{22}O_6$	127°
» idrochinonico (monosostituito)	$C_{15}H_{14}O_4$	102°
» » (bisostituito)	$C_{24}H_{22}O_6$	123°
» pirogallolico (trisostituito)	$C_{33}H_{30}O_9$	277°

Prodotti dell'acido paracresolcinnamico

		P. di F.
Etere fenolico	$C_{22}H_{18}O_3$	115°
» α-naftolico	$C_{26}H_{20}O_3$	95°
» β- »	$C_{26}H_{20}O_3$	109°
» pirocatechinico (monosostituito). . .	$C_{22}H_{18}O_4$	149°
» » (bisostituito)	$C_{38}H_{30}O_6$	126°
» resorcinico (monosostitnito)	$C_{22}H_{18}O_4$	153°
» » (bisostituito)	$C_{38}H_{30}O_6$	139°
» idrochinonico (monosostituito) . . .	$C_{22}H_{18}O_4$	145°
» » (bisostituito)	$C_{38}H_{30}O_6$	157°

Istituto chimico della R. Università di Napoli.

Osservazioni Meteoriche

FATTE NEL R. OSSERVATORIO DI CAPODIMONTE

Dicembre 1902

Latitudine . . 40°52′ N.
Longitudine . 14 15 E. da Greenwich.
Altitudine . . 149^{m} sul mare

Giorni del mese	Pressione a 0° millimetri: 700 +				Temperatura centigrada						Umidità assoluta in mm.				Umidità relativa in cent.				Quantità delle nubi			Vento – Direzione			Vento – Velocità oraria in chilom.			Pioggia nelle 24 ore in mill.	Evaporazione nelle 24 ore in mill.
	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Min.	Mass.	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	Medio diurno	9h	15h	21h	9h	15h	21h	9h	15h	21h		
1	39.0	37.5	38.1	38.20	11.1	13.3	13.4	10.9	13.9	12.32	8.9	9.3	10.0	9.40	90	82	88	86.7	10	10	10	N	NE	N	7	7	8	3.9	2.1
2	41.5	41.9	43.0	42.13	13.0	15.0	12.1	11.6	16.0	13.18	8.5	8.6	9.1	8.73	76	68	88	77.3	0	0	1	NW	SW	ESE	7	6	2	—	1.4
3	43.6	43.9	44.3	43.93	12.7	13.9	11.3	11.3	14.7	12.50	7.0	6.3	7.1	6.80	65	54	71	63.3	0	4	8	W	WSW	NE	7	15	1	—	1.2
4	41.8	40.2	39.9	40.63	7.9	9.2	7.7	6.9	11.0	8.60	6.6	7.3	6.3	6.73	83	84	80	82.3	10	10	0	NW	N	N	1	1	7	8.0	1.7
5	38.7	39.0	39.7	39.13	7.6	8.6	7.7	6.4	8.8	7.62	6.8	6.7	6.7	6.73	88	81	86	85.0	10	4	0	NNE	NNW	N	3	2	0	10.2	0.6
6	41.4	42.4	43.7	42.50	6.7	9.3	6.3	5.0	11.5	7.38	4.5	5.7	6.0	5.40	61	65	84	70.0	0	10	0	NE	ENE	NE	3	0	0	—	0.7
7	46.8	47.3	48.0	47.37	5.2	9.2	7.8	4.5	9.3	6.70	5.1	5.4	5.1	5.20	77	62	64	67.7	0	5	9	NNE	E	NE	3	0	2	—	1.0
8	47.8	46.3	45.9	46.67	7.9	10.3	8.1	5.1	10.3	7.85	5.5	6.5	6.0	6.00	69	70	74	71.0	8	10	10	NE	N	NNE	3	0	4	2.5	1.0
9	42.6	42.6	43.6	42.93	9.7	9.5	9.9	7.7	10.5	9.45	6.2	7.6	6.5	6.77	69	87	71	75.7	10	10	10	NW	N	NNE	6	5	7	3.6	1.1
10	46.9	48.9	50.4	48.73	10.1	11.0	7.1	7.1	12.0	9.07	5.8	5.8	4.9	5.50	63	59	65	62.3	0	0	0	NE	NNE	NE	7	6	5	—	1.5
11	52.5	52.7	54.5	53.23	8.7	11.3	8.2	6.5	11.9	8.83	4.4	4.9	4.4	4.57	52	49	55	52.0	0	0	0	NE	NE	NE	4	5	6	—	2.3
12	55.4	54.8	55.0	55.07	7.8	10.9	8.3	6.7	11.1	8.47	4.9	5.9	5.4	5.40	61	61	66	62.7	10	9	9	NW	N	NW	6	3	5	—	2.5
13	51.5	53.7	55.0	54.40	10.2	12.0	9.7	7.9	12.5	10.08	6.7	7.4	6.5	6.87	72	71	73	72.0	10	1	10	N	NNW	NNE	6	3	5	0.4	1.7
14	56.2	55.9	56.7	56.27	9.8	11.1	8.5	7.7	11.8	9.45	6.6	6.6	5.2	6.13	73	67	62	67.3	0	0	0	NE	N	NE	2	3	3	—	1.5
15	56.4	55.5	55.2	55.70	7.7	8.8	9.7	6.9	9.8	8.52	4.7	5.6	5.8	5.37	60	67	64	63.7	10	10	9	NW	N	N	0	1	1	—	1.8
16	52.6	50.8	52.5	51.97	8.8	9.1	7.7	7.4	10.5	8.60	6.5	5.5	4.9	5.63	77	63	62	67.3	1	10	7	N	NE	NE	2	2	2	—	1.1
17	55.8	55.9	56.3	5[illegible].00	7.8	10.6	7.7	6.0	10.7	8.05	4.5	4.6	4.6	4.57	58	48	59	55.0	0	0	0	NE	ENE	E	1	0	0	—	2.0
18	55.2	52.7	49.5	52.17	9.1	12.2	11.0	7.5	12.8	10.25	6.5	7.1	7.0	6.87	75	67	69	70.3	3	4	10	SSW	SW	SW	0	2	5	—	1.2
19	45.6	44.4	44.7	44.90	10.2	13.2	10.3	9.5	13.3	10.82	7.5	6.4	4.0	5.97	81	56	43	60.0	0	0	0	NW	N	N	0	0	0	0.4	1.0
20	49.1	50.4	51.0	50.17	5.6	8.0	5.9	4.3	10.5	6.58	4.0	3.8	3.2	3.67	60	48	46	51.3	1	3	0	NE	NE	N	4	1	0	—	2.4
21	47.6	44.9	45.4	45.97	7.0	7.2	5.2	4.9	7.6	6.17	3.9	6.5	5.1	5.17	52	86	77	71.7	10	0	0	NE	E	E	0	0	0	4.3	1.4
22	49.1	50.7	53.2	51.00	6.3	8.2	5.4	4.4	8.9	6.25	4.4	3.8	3.8	4.00	62	48	56	55.3	0	0	3	NE	NE	NE	1	2	4	—	0.9
23	55.1	56.5	57.8	56.47	5.0	4.0	2.8	1.9	6.0	3.93	3.0	2.6	2.9	2.83	46	42	53	47.0	4	1	1	E	NNE	NE	1	9	9	—	2.2
24	58.0	58.5	58.8	58.43	4.2	5.8	3.7	2.1	6.3	4.07	2.9	3.1	3.0	3.00	47	45	51	47.7	0	0	0	NNE	NNE	N	14	2	1	—	2.4
25	58.5	57.7	58.0	58.07	5.1	8.7	5.6	3.0	9.1	5.70	3.1	4.0	3.8	3.63	47	48	57	50.7	0	3	0	NW	NW	N	10	4	0	—	1.8
26	5[illegible].3	53.7	53.2	54.40	7.0	10.3	9.6	5.2	10.7	8.13	5.4	6.9	7.3	6.53	72	74	83	76.3	10	10	10	SW	W	N	0	1	1	0.2	1.0
27	53.4	54.3	55.3	54.33	10.5	13.4	10.0	8.6	13.4	10.62	8.0	8.5	7.3	7.93	85	75	80	80.0	4	1	6	NE	SW	N	0	0	0	0.3	0.6
28	55.4	53.9	52.6	53.97	10.8	12.4	12.1	9.3	12.5	11.18	8.1	6.9	8.3	7.77	84	64	79	75.7	10	9	10	W	SSW	E	0	5	2	—	0.5
29	49.8	47.4	46.2	47.80	11.3	13.0	11.9	10.7	13.1	11.75	7.8	7.8	8.3	7.97	78	70	80	76.0	4	4	9	SW	SW	SW	9	5	7	—	1.3
30	43.7	41.0	40.0	41.87	12.5	12.8	12.6	11.0	13.9	12.50	8.8	8.0	7.5	8.10	82	73	69	74.7	7	10	10	SW	SW	SW	11	15	8	5.5	1.7
31	39.5	40.2	40.6	40.10	10.9	7.2	6.6	6.1	12.9	9.12	6.4	7.0	6.6	6.67	65	93	91	83.0	10	10	10	SW	E	E	15	0	0	20.8	2.7
Medi	49.35	48.92	49.29	49.19	8.65	10.31	8.5[illegible]	6.91	11.23	8.83	5.90	6.20	5.89	6.00	68.7	65.4	69.2	67.8	4.6	4.8	4.9							somma 66.9	somma 46.3

CATALOGO

DELLE PUBBLICAZIONI PERVENUTE ALL'ACCADEMIA

dal 16 Novembre al 20 Dicembre 1902

PUBBLICAZIONI ITALIANE

Firenze — *Opere di Galileo Galilei* — Vol. XII — 1902.
Biblioteca nazionale centrale — Bollettino delle pubblicazioni italiane, n. 23 — 1902.
Rivista scientifico-industriale — Anno XXXIV, n. 19 — 1902.
Società entomologica italiana — Bullettino, anno XXXIV, trimestre I e II — 1902.

Genova — *Società ligustica di scienze naturali e geografiche* —Atti, vol. XIII, n. 2-3 — 1902.

Livorno — *Periodico di matematica*—Anno XVIII, fasc. III; Supplemento, anno VI, fasc. I — 1902.

Milano — *R. Istituto lombardo di scienze e lettere* — Indice generale dei lavori dal 1889 al 1900 — 1902; Rendiconti, serie II, vol. XXXV, fasc. XVII — 1902.

Modena — *Le stazioni sperimentali agrarie* — Vol. XXXV, fasc. IX — 1902.

Palermo — *Collegio degli ingegneri ed architetti* — Atti, Gennaio-Luglio — 1902.

Pavia — *Rivista di fisica, matematica e scienze naturali* — Anno 3, n. 35 — 1902.

Roma — *Giornale medico del r. Esercito* — Anno L, n. 10-11 — 1902.
R. Accademia dei Lincei — Rendiconti, vol. XI, fasc. 9 e 10 — 1902.
L'Elettricista — Anno XI, n. 11-12 — 1902.
Società degli ingegneri ed architetti italiani—Anno XVII, fasc. IV—1902.

Verona — *Accademia d'agricoltura scienze lettere arti e commercio* — Atti e Memorie, serie IV, vol. II — 1902.

PUBBLICAZIONI STRANIERE

Bonn — *Niederrheinisch. Gesellschaft für Natur- und Heilkunde*—Sitzungsb., I Hälfte — 1902.
Naturhistorisch. Verein — Verhandlungen, 59 Jahrg., 1 Hälfte — 1902.

Budapest — *Magyar Tudományos Akademia*—Termeszetrajzi Füzetek, XXV Kötet, part. III-IV; Almanach — 1902; Mathematikai és Természettudományi Értesítö, K. XIX, Füz. 3-5; K. XX, Füz. 1-2; Mathematikai és Természettudományi Közlemények, K. XXVIII, Füz. 1; Rapport, 1901.

Dublin — *Royal Irish Academy* — Transactions, vol. XXXII, section A, part. III-V; section B, part. I — 1902.

Frankfurt a. M. — *Senckenbergisch. natursch. Gesellschaft* — Abhandlungen, Band XXV, Heft III; Band XXVI, Heft IV — 1902.

Göteborg — *Kungl. Vetenskaps-och Vitterhets samhälles Handlingar* — Häft IV — 1902.

Jena — *Medizinisch-naturwiss. Gesellschaft* — Zeitschrift für Naturwissenschaft, Bd. XXXVII, Heft II — 1902.

Leipzig — *Mathematische und Naturwissensch. Berichte aus Ungarn* — Band XVII (1899) — 1901.

London — *R. astronomical Society* — Monthly notices, vol. LXIII, n. 1 — 1902.

Nature — Vol. 67, n. 1724-1728 — 1902.

Manchester — *Geological Society* — Transactions, vol. XXVII, part XVII — 1901-1902.

Manchester Museum Owens College — Publications 39-40 — 1902.

Mexico — *Direccion general de Estadistica de la Republica Mexicana* — Censo y division territorial del estado de Tlaxcala y del estado de Querétaro — 1902.

München — *K. b. Akademie der Wissenschaften* — Abhandlungen der math.-phys. Cl., Band XXI, 3; Max von Pettenkofer zum Gedächtniss; Griechische Geschichte im neunzehnten Jahrhundert — 1902.

Odessa — *Club alpin de Crimée* — Bulletin, n. 9-10 — 1902.

Paris — *Académie des sciences* — Comptes rendus hebdomadaires des séances, tom. CXXXV, n. 19-23; Tables, tome CXXXIV — 1902.

Société d'encouragement pour l'industrie nationale — Compte rendu, n. 14-15: Bulletin, tome 103, n. 5; — 1902.

Journal de l'anatomie et de la physiologie normales et pathologiques de l'homme et des animaux — Année XXXVIII, n. 6 — 1902.

École normale supérieure — Annales scientifiques, 3e série, tome XIX, n. 11 — 1902.

Bibliothèque de l'École des hautes études — Bulletin des sciences mathématiques, II série, tom. XXVI, Octobre-Novembre 1902.

Archives de neurologie — Vol. XIV, n. 84 — 1902.

Stockholm — *Acta mathematica* — Zeitschrift, 25: 3 u. 4; 26 — 1902.

Sydney — *Royal Society of New South Wales* — Journal and proceedings, vol. XXXV; Annual report of the department of Mines for the year 1901 — 1902.

Tokyo — *I. University of Tokyo* — Journal of the College of Science, vol. XVI, art. 7-14; vol. XVII, art. 10 — 1902.

Toronto — *Royal Society of Canada* — Proceedings and transactions, second series, vol. VII — 1901.

Trieste — *I. r. Osservatorio astronomico-meteorologico* — Rapporto annuale 1899, XVI volume — 1902.

Washington — *U. S. Department of agricolture* — North american fauna, n. 22 — 1902.

Bureau of american ethnology — Annual report 1896-97, part. 2 — 1899.

Wien — *K. k. Central-Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus* — Neue Folge, XXXIX Band — 1902.

OPERE PRIVATE

Amodeo F., *Appunti e risposte. Lettera aperta ad un Geometra italiano* —Napoli, 1902.

Boccardo G., *Stelle che nascono e stelle che muoiono* — Roma, 1902,

Mottareale Giovanni, *Relazione sulla malsania dei limoneti di Carini*—Palermo, 1902.

Pinto Luigi, *Ottica fisica.* Lezioni dettate nella R. Università di Napoli nell'a. s. 1901-1902 — Napoli, 1902.

ISTITUTI

AI QUALI L'ACCADEMIA MANDA LE SUE PUBBLICAZIONI

(R. = **Rendiconti**; A. = **Atti**)

ITALIA

ACIREALE — Accademia di scienze, lettere e arti dei Zelanti — R. A.
BOLOGNA — R. Accademia delle scienze dell'Istituto — R A.
BRESCIA — Ateneo — R. A.
CATANIA — Accademia Gioenia di scienze naturali — R. A.
 Società degli spettroscopisti italiani — R.
 Osservatorio astronomico ed Etneo — R.
FIRENZE — Biblioteca nazionale centrale — R. A.
 Rivista scientifico-industriale — R.
 Società entomologica italiana — R.
 R. Istituto degli studii superiori — R. A.
GENOVA — Società ligustica di scienze naturali — R.
 Società di letture e conversazioni scientifiche — R.
 Biblioteca della r. Università — R. A.
JESI — Giornale di agricoltura — R.
LIVORNO — Periodico di matematica — R.
MANTOVA — Accademia Virgiliana di scienze, lettere ed arti — R. A.
MILANO — R. Istituto lombardo di scienze e lettere — R. A.
 Società italiana di scienze naturali — R. A.
 Museo Civico di Storia naturale — R. A.
MODENA — Accademia di scienze, lettere e arti — R A.
 R. Stazione agraria sperimentale — R.
MONCALIERI — Osservatorio centrale del r. Collegio *Carlo Alberto* — R.
NAPOLI — Biblioteca della r. Università — R. A.
 Biblioteca nazionale — R. A.
 Biblioteca provinciale — R. A.
 Stazione zoologica — R. A.
 R. Istituto d'Incoraggiamento — R. A.
 Accademia Pontaniana — R. A.
 Società di naturalisti — R. A.
 Annali di neurologia — R. A.
 R. Collegio di Musica — R. A.
 Rivista internazionale d'igiene — R.
 Scuola di Magistero (Sezione Lettere) — R. A.

PADOVA — R. Accademia di scienze, lettere e arti — R. A.
Società veneto-trentina di scienze naturali — R, A.
PALERMO — R. Osservatorio astronomico — R.
Società di scienze naturali ed economiche — R.
Circolo matematico — R.
Società siciliana d'igiene — R.
R. Accademia di scienze, lettere ed arti — R. A.
R. Istituto botanico dell'Università — R. A.
R. Istituto tecnico — R. A.
Collegio degli ingegneri e architetti — R.
PAVIA — Rivista di fisica, matematica e scienze naturali — R. A.
Istituto botanico della r. Università — R. A.
PESARO — Accademia agraria — R. A.
PISA — Società toscana di scienze naturali — R. A.
Biblioteca della r. Università — R. A.
Biblioteca della r. Scuola normale superiore — R.
PORTICI — R. Scuola superiore di agricoltura — R. A.
POTENZA — Biblioteca provinciale — R. A.
ROMA — R. Ministero dell'istruzione — R. A.
Biblioteca del Senato — R. A.
R. Accademia dei Lincei — R. A.
Accademia Pontificia dei Nuovi Lincei — R. A.
Specola Vaticana — R.
Gazzetta chimica italiana — R.
R. Istituto d'igiene sperimentale dell'Università — R.
Rivista di Artiglieria e Genio — R. A.
Giornale dei lavori pubblici e delle strade ferrate — R.
Biblioteca nazionale centrale V. E. — R. A.
Società italiana delle scienze (detta dei XL) — R. A.
R. Ufficio centrale di meteorologia e geodinamica — R. A.
R. Ufficio geologico d'Italia — R. A.
Giornale Medico del r. Esercito e della r. Marina — R.
Società degl'ingegneri e degli architetti italiani — R.
L'Elettricista — R.
SALERNO — R. Società economica — R.
SASSARI — Direzione degli *Studii Sassaresi* — R
SIENA — R. Accademia dei fisiocritici — R. A.
TORINO — R. Accademia delle scienze — R. A.
R. Accademia di agricoltura — R.
R. Museo industriale italiano — R.
Società degl'ingegneri ed architetti — R.
Rivista tecnica delle scienze, delle arti applicate all'industria e dell'insegnamento industriale — R.

TORINO — Scuola di applicazione di Artiglieria e Genio — R. A.
R. Osservatorio astronomico — R.
VENEZIA — R. Istituto veneto di scienze, lettere e arti — R. A.
R. Osservatorio astronomico — R.
Rivista « Neptunia » — R.
Accademia di agricoltura, scienze, lettere, arti e commercio — R. A.

ESTERO

ABERDEEN — Dun Echt Observatory — R.
ALBANY — The Buffalo Society of natural sciences — R. A.
ALESSANDRIA (Egitto) — Biblioteca comunale — R. A.
ALLEGHENY — Allegheny Observatory — R. A.
AMSTERDAM — K. Akademie von Wetenschappen — R. A.
Bibliothèque de l'Université pour la Société mathématique — R. A.
AUGSBURG — Naturhistorischer Verein — R.
AGRAM — Societas historico-naturalis croatica — R.
BASEL — Naturforschend. Gesellschaft — R. A.
BALTIMORE — Johns Hopkins University — R. A.
BARCELONA — R. Academia de ciencias y artes — R.
BATAVIA — Royal magnetical and meteorological Observatory — R. A.
BERKELEY — Library of the University of California — R.
BERLIN — Société des Naturalistes — R. A.
K. preuss. Akademie der Wissenschaften — R. A.
Jahrbuch für die Fortschritte der Mathematik — R.
K. preuss. meteorologisch. Institut — R.
Botanischer Verein der Provinz Brandenburg — R.
Deutsche physikalische Gesellschaft — R. A.
BERN — Société bernoise des sciences naturelles — R. A.
Société helvétique des sciences naturelles — R.
Allgemeine schweizerische Gesellschaft für die gesammten Naturwissenschaften — R. A.
BIRMINGHAM — Natural history and philosophical Society — R. A.
BONN — Naturhistorischer Verein des preuss. Rheinlandes und Westphalens — R. A.
Niederrheinische Gesellschaft für Natur- und Heilkunde — R.
BORDEAUX — Société des sciences physiques et naturelles — R. A.
BOSTON — American Academy of arts and sciences — R. A.
Society of natural history — R. A.
BOULDER — University of Colorado studies — R.
BREMEN — Naturwissenschaftlicher Verein — R. A.
BRUXELLES — Académie royale des sciences, lettres et beaux arts — R. A.
Société entomologique de Belgique — R.

Bruxelles — Société belge de géologie, de paléontologie et d'hydrologie— R. A.
Observatoire royal de Belgique — R.
Société malacologique de Belgique — R.
Budapest — K. ungar. geologisch. Anstalt — R. A.
K. ungar. Akademie der Wissenschaften — R. A.
Ungar. national Museum — R. A.
Buenos Aires — Museo nacional — R. A.
Bukarest — Meteorologisch. Institut — R. A.
Cairo — Institut Égyptien — R.
Calcutta — Museum of geological Survey of India — R. A.
Cambridge — Philosophical Society — R. A.
Mineralogical Society — R.
Cambridge, Mass. — Harward College — R. A.
Charlottenburg — Physikalisch. technisch. Reichsanstalt — R. A.
Cherbourg — Société nationale des sciences physiques et naturelles—R. A.
Chicago — Field Columbian Museum — R. A.
Academy of sciences — R. A.
Christiania — Bibliothèque de l'Université royale — R. A.
Archiv for Mathematik og Naturvibenskab — R.
Norwegisch. meteorologisch. Institut — R.
Chur — Naturforschende Gesellschaft Granbündens — R.
Cincinnati, Ohio — Library of the University — R.
The Lloyd Library — R.
Columbus, Ohio — Library of the Ohio State University — R. A.
Copenaghen — Académie royale des sciences et des lettres de Danemark— R. A.
Tidsskrift for Mathematik — R.
Delft — École polytechnique — R. A.
Dijon — Académie des sciences, arts et belles lettres — R. A.
Dorpat — Naturforscher Gesellschaft — R. A.
Dublin — Royal Irish Academy — R. A.
Royal Dublin Society — R. A.
Edinburg — Royal Society — R. A
Geological Society — R. A.
Ekaterinesburg — Société ouralienne d'amateurs des sciences naturelles — R.
Erlangen — Physikalisch-medizinische Societät — R.
Frankfurt a. M. — Senckenbergische Naturforschende Gesellschaft—R. A
Frankfurt, Oder — Naturwissenschaftlicher Verein — R.
Genève — Institut national genévois — R. A.
Société de physique et d'histoire naturelle — R. A.
Giessen — Oberhessische Gesellschaft für Natur- und Heilkunde — R.

GLASCOW — Library of the University — R. A.
GÖTEBORG — Kungl. Vetenskaps- och Vitterhets-Samhälles Handlingar—R.
GÖTTINGEN — K. Gesellschaft der Wissenschaften — R. A.
GRAZ — Naturwissenschaftlicher Verein für Steiermak — R.
GREENWICH — R. Observatory — R.
HALIFAX — Nova Scotia Institute of nat. sciences — R. A.
HALLE a. S. — K. Leop. Carol. deutsche Akademie der Naturforscher — R. A.
Universitäts-Bibliotek — R. A.
HAMBURG — Mathematische Gesellschaft — R.
HARLEM — Archives du Musée Teyler — R. A.
Société hollandaise des sciences — R. A.
HEIDELBERG — Universitäts-Bibliothek — R. A.
Naturhistorisch-medizinischer Verein — R. A.
HELSINGFORS — Societas pro fauna et flora fennica — R. A.
JOWA-CITY — Library of the State University — R. A.
JENA — Medizinisch-naturwiss. Gesellschaft — R. A.
KASAN — Société physico-mathématique — R.
KASSEL — Verein für Naturkunde — R. A.
KHARKOW — Société mathématique — R.
KIEL — K. Christian-Albrechts-Universitäts Bibliothek — R. A.
KIEW — Bibliothèque de l'Université impériale de St. Wladimir — R.
KOENIGSBERG i. Pr. — K. physikalisch.-oekonomische Gesellschaft — R. A.
KRAKOW — Akademia Umiejetnoschi — R. A.
LAWRENCE, KANSAS — Kansas University Quarterly — R. A.
LEIDEN — Bibliothèque de l'Université — R.
Astronomische Sternwarte — R.
LEIPZIG — Jablonowski'sche Gesellschaft. — R.
Archiv der Mathematik und Physik — R. A.
Kön. sächsische Gesellschaft der Wissenschaften — R. A.
LIÈGE — Société royale des sciences — R. A.
Société géologique de Belgique — R. A.
LILLE — Société nationale des sciences, de l'agriculture et des arts—R. A.
Bibliothèque de l'Université — R. A.
LINCOLN — Library of the University of Nebraska — R.
LISBONA — Academia real das sciencias — R. A.
Direcção dos Serviços geologicos de Portugal — R. A.
LIVERPOOL — Biological Society — R.
LLINÁS — Observatorio Belloch — R.
LONDON — Mathematical Society — R. A.
Royal Society — R. A.
Nature — R. A.
Royal astronomical Society — R. A.

LONDON — British Association for the advancement of sciences — R. A.
Linnean Society — R. A.
British Museum (Natural History) — R. A.
LYON — Académie des sciences, belles lettres et arts — R. A.
Société d'agriculture, sciences et industrie, histoire naturelle et arts utiles — R. A.
Bibliothèque de l'Université — R. A.
Muséum d'histoire naturelle — R.
Société d'anthropologie — R. A.
MADRID — R. Academia de ciencias exactas, fisicas y naturales — R. A.
MAGDEBURG — Naturwissenschaftlicher Verein — R. A.
MANCHESTER — Literary and philosophical Society — R. A.
Geological Society — R. A.
The Museum Owens College — R.
MARBURG — Gesellschaft zur Beförderung der gesammten Naturwissenschaften — R. A.
MARSEILLE — Faculté des sciences — R. A.
MERIDEN, CONN. — Meriden scientific Association — R.
MEXICO — Sociedad cientifica « Antonio Alzate » — R.
Direction general de Estadistica de la Republica Mexicana — R.
Instituto geologico de México — R. A.
Observatorio meteorológico central de México — R.
MINNEAPOLIS, MINN. — Geological and natural history Survey of Minnesota — R. A.
MONTEVIDEO — Museo nacional — R. A.
Sociedad meteorologica uruguaya — R.
MONTPELLIER — Académie des sciences et lettres — R. A.
MONTREAL — Royal Society of Canada — R. A.
MOSCOU — Musée public Roumiantzoff — R. A.
Société impériale des naturalistes — R. A.
Observatoire metéorologique de l'Université impériale — R.
MUENCHEN — K. bayerische tecnische Hochschule — R. A.
K. bayer. Akademie der Wissenschaften — R. A.
NEW-HAVEN — Connecticut Academy of arts and sciences — R. A.
NEW-YORK — N. Y. Academy of sciences — R. A.
American mathematical Society — R. A.
OBERLIN, OHIO — Oberlin College Library — R.
ODESSA — Club alpin de Crimée — R.
OTTAWA — Geological Survey of Canada — R. A.
OXFORD — Radcliffe Observatory — R.
PARIS — École normale supérieure — R. A.
Bibliothèque de l'École polytechnique — R. A.
Académie des sciences de l'Institut de France — R. A.

PARIS — Association française pour l'avancement des sciences — R. A.
Bibliothèque de l'École des hautes études — R. A.
Bibliothèque du Muséum d'histoire naturelle — R. A.
Société d'anthropologie — R.
Société zoologique de France — R.
Bureau des Longitudes — R.
Archives de néurologie — R.
Société internationale des Électriciens — R.
Société mathématique de France — R.
Bulletin des sciences mathématiques — R.
Journal des mathématiques pures et appliquées — R.
Société d'encouragement pour l'industrie nationale — R.
Nouvelles annales des mathématiques — R.
Bureau central météorologique de France — R. A.
Journal de l'anatomie et de la physiologie normales et pathologiques de l'homme et des animaux — R. A.
PHILADELPHIA — American philosophical Society — R.
Academy of natural sciences — R. A.
Geological Survey of Pennsylvania — R. A.
Free Museum of science and art — R. A.
Wagner Free Institute of science — R. A.
PORTLAND, MAINE — Society of natural history — R. A.
PRAG — K. K. Sternvarte — R.
Académie tchèque des sciences, lettres et arts — R. A.
RENNES — Bibliothèque de l'Université — R.
RIO DE JANEIRO — Istituto historico e geografico do Brazil — R. A.
Museo nacional — R. A.
ROCHESTER, N. Y. — Academy of sciences — R.
ROVERETO — I. r. Accademia di scienze, lettere ed arti degli Agiati — R. A.
SACRAMENTO — Lick Observatory of the University of California — R. A.
SALEM, MASS. — Essex Institute — R. A.
SAN JOSÉ — Museo nacional de Costa Rica — R. A.
SANTIAGO — Museo nacional de Chile — R. A.
SAN FRANCISCO — California Academy of sciences — R.
SAINT LOUIS, MO. — Academy of sciences — R. A.
ST. PETERSBOURG — Académie impériale des sciences — R. A.
Physikalisches central Observatorium — R. A.
Observatoire impérial de Pulkowa — R. A.
Société imp. minéralogique russe — R. A,
Comité géologique de Russie — R. A.
Societas entomologica rossica — R.
SÈVRES — Bureau international des poids et mesures — R. A.

SPRINGFIELD, MASS. — The Museum of natural history — R.
STOCKHOLM — Institut royal géologique de Suède — R. A.
Académie royale des sciences de Suède — R. A.
Société entomologique — R.
Bibliotheca mathematica — B.
Acta mathematica — R.
STRASSBURG — Kaiser Wilhelms-Universität — R. A.
STUTTGART — Verein für vaterländische Naturkunde in Württemberg — R. A.
SYDNEY — Royal Society of New South Wales — R. A.
Geological Survey of New South Wales — R. A.
Australian Museum — R.
TACUBAYA — Observatorio astronomico nacional — R.
TASCHKENT — Observatoire astronomique et physique — R.
TORONTO — University of Toronto Studies — R. A.
TOKYO — University — R. A.
The imperial eartquake investigation Committee — R.
TOULOUSE — Faculté des sciences de l'Université — R. A.
TRIESTE — Società adriatica di scienze naturali — R. A.
I. r. Osservatorio astronomico meteorologico — R.
UPSALA — Regia Societas scientiarum — R. A.
Bibliothèque de l'Université royale — R A.
Observatoire météorologique de l'Université — R.
URBANA — Illinois State Laboratory of natural history — R.
UTRECHT — Bibliothèque de l'Université — R. A.
WASHINGTON — Smithsonian Institution — R A.
United States geological Survey — R. A.
United States coast and geodetic Survey — R.
National Academy of sciences — R A.
WIEN — K. Akademie der Wissenschaften — R. A.
K. k. zoologisch-botanische Gesellschaft — R. A.
K. k. geologische Reichsanstalt — R. A.
K. k. oesterreichs Gradmessungs Bureau — R.
K. k central Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus — R. A.
K. k. militär-geographisch. Institut — R.
ZARAGOZA — Revista trimestral de matematicas — R.
ZURICH — Naturforschende Gesellschaft — R.
Polytechnische Schule — R. A.

INDICE